

# 基于模型信息的电静液作动器降阶线性自抗扰控制

韩小霞<sup>1</sup>, 谢建<sup>1</sup>, 冯永保<sup>1†</sup>, 陈志翔<sup>2</sup>, 甄亮<sup>1</sup>

(1. 火箭军工程大学导弹工程学院, 陕西西安 710025; 2. 火箭军士官学校导弹发射动力系, 山东潍坊 262500)

**摘要:** 针对电静液作动器系统存在内外部扰动、参数不确定性和变控制增益等问题, 提出一种基于模型信息的降阶线性自抗扰位置控制方法. 首先, 基于系统模型信息选取控制增益. 其次, 通过降阶线性扩张观测器对系统总扰动进行估计, 并在控制器中加入扰动项进行补偿. 利用奇异摄动理论证明了所提控制器下闭环系统是半全局最终一致有界的, 并且当观测器带宽足够大时, 所提出的控制器理论上可以使系统输出以所需精度跟踪期望轨迹. 仿真结果表明, 所提控制方法响应速度较快, 控制精度较高, 对外部扰动和参数不确定性具有较强的鲁棒性.

**关键词:** 电静液作动器; 线性自抗扰控制; 控制增益; 降阶线性扩张状态观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.1339

## Reduced Order Linear Active Disturbance Rejection Control Based on Model Information of Electro-hydrostatic Actuator

HAN Xiao-xia<sup>1</sup>, XIE Jian<sup>1</sup>, FENG Yong-bao<sup>1†</sup>, CHEN Zhi-xiang<sup>2</sup>, ZHEN Liang<sup>1</sup>

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. College of Engineering, Qufu Normal University, Rizhao 276826, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of internal and external disturbance, parameter uncertainties and variable control gains in the electro-hydrostatic actuators (EHAs) system, a reduced order linear active disturbance rejection position control method based on model information is proposed. Firstly, the control gain is selected based on the system model information. Secondly, the total disturbance in EHAs system are estimated by the reduced order linear extended state observe (ESO), and the total disturbance compensations are added in a controller to eliminate the influence of external disturbance and parameter uncertainties. By using singular perturbation theory, it is proved that the closed-loop system is semiglobally uniformly ultimately bounded, and the proposed controller can theoretically make the position track the desired trajectory with required accuracy as the bandwidth of ESO becomes sufficiently high. The simulation results show that the proposed method has fast response speed, high control precision, and strong robustness to external disturbances and parameter uncertainties.

**Keywords:** electro-hydrostatic actuator; linear active disturbance rejection control; control gain; reduced order linear extended state observer

## 0 引言

电静液作动器 (Electro-hydrostatic actuators, EHAs) 是典型的高度集成化小型封闭式液压系统, 较传统集中供油式液压系统灵活, 体积小, 节能, 高效, 可靠和更易于维护. 典型的 EHA 是泵控式变功率传输系统, 液压泵与电机直接连接, 以直驱容积控制技术驱动液压缸运动, 液压缸的运行速度是由液压泵流量决定的. 目前, EHA 已成功应用于飞机、机器人、物料搬运和医疗设备等领域<sup>[1,2]</sup>, 用于提高系统性能. 在工业 4.0 的大背景下, EHA 有利于液压执行器的智能化, 可将传感器、检测和控制电路等融为一体. 然

而, EHAs 的控制精度和稳定性受外部负载扰动、内部参数不确定性和变控制增益等影响.

为了消除或削弱不利影响, 提高电液作动器控制的稳定性和跟踪性能, 许多学者提出了关于电液作动器位置、速度和力控制方法, 主要有变结构滑模控制方法<sup>[3-5]</sup>、反馈线性化方法<sup>[6]</sup>、非线性自适应控制方法<sup>[7,8]</sup>、鲁棒控制方法<sup>[9]</sup>、递推反步控制方法<sup>[10]</sup>, 以及基于主动干扰抑制的控制方法. 滑模控制需要掌握系统不确定性的上界, 且存在控制律抖振的问题; 非线性自适应控制器对不确定的非线性影响很小<sup>[11]</sup>. 虽然目前已有大量关于电液控制系统或

收稿日期: 2021-07-30; 录用日期: 2021-12-30.

基金项目: 陕西省自然科学基金项目 (2019JQ-491).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: fyb1213@sina.com.

EHAs 的控制方法, 在工业中 PID 控制的地位仍然不可撼动, 主要原因在于目前所提控制方法结构相对复杂, 或依赖建模精度, 或参数调节复杂, 并且大部分需要较高的理论设计基础, 这无疑增加了在工程中应用的难度.

韩京清<sup>[12]</sup> 研究员于 1978 提出了一种不完全依靠精确数学模型的自抗扰控制 (active disturbance rejection control, ADRC) 方法, 该方法优势在于估计和补偿系统总扰动 (内部扰动和外部扰动). ADRC 提出之初是非线性形式, 因存在整定参数多且复杂、在工程应用中难度大的问题, Gao<sup>[13]</sup> 等人于 2003 年提出了一种参数调节更简单且易于工程实现的线性自抗扰控制方法 (LADRC), 相比非线性自抗扰控制, LADRC 具有参数调节容易、算法结构简单、物理意义清晰等优点, 因此在工程上得到了广泛的应用. 目前, ADRC 在机电控制方面的应用已有大量文献, 并且理论分析方面也取得很大进步.

近些年, ADRC 在电液伺服控制系统中的应用也在逐渐增加. 文献 [11] 基于液压伺服系统的全状态反馈, 提出了一种自抗扰自适应控制方法, 该方法可通过参数自适应来减小参数不确定性, 从而减小了扩张观测器的工作量, 实验结果表明, 所提方法提高了跟踪性能. 王立新等人<sup>[14]</sup> 针对电液比例加载系统中力控制精度较低的问题, 提出了一种死区逆补偿与线性自抗扰构成的串联控制器. 结果表明, 该串联控制器有效改善了系统动静态特性, 提高了力控制精度, 具有较好的鲁棒性和抗干扰性. 文献 [15] 针对 EHA 系统存在不确定性和外部扰动等问题, 提出了一种基于自抗扰的四环串联控制方法, 通过仿真和试验验证了所提方法的鲁棒性.

理论上,  $n$  阶系统应采用  $n$  阶自抗扰控制器来控制, 但控制器阶数越高, 调节参数也将增多, 使得参数调节困难, 并且高阶控制器对测量噪声更为敏感, 不利于实际应用. 根据参考文献 [16] 可知, 低阶 ADRC 用来控制高阶对象, 一般仍可取得较好的控制效果, 不仅可以降低参数调节的难度, 并且更适合实际工业控制的需求. 参考文献 [12] 中提出: 自抗扰控制器阶次可由输入到输出的最短路径决定, 依据此思想, 文献 [14] 分析了阀控电液伺服位置系统中采用自抗扰控制器的阶次选择依据, 并通过仿真和实验验证了使用一阶自抗扰控制器的合理性, 但泵控 EHA 系统的响应速度不及阀控电液位置伺服系统; 并且液压泵的死区非线性强于伺服阀. 因此对负载压力和泄漏系数较大、动态过程较慢的电液伺服系统, 应如

何合理设计自抗扰控制器仍需进一步探索.

此外, 通过研究发现, LADRC 设计过程中, 控制增益  $b$  对闭环系统的影响远大于系统动态参数<sup>[17]</sup>, 而 EHAs 系统的控制增益  $b$  随系统状态和时间变化而变化, 故关于 EHA 的线性自抗扰控制设计过程中, 如何取得一个使系统能够稳定的控制增益至关重要. 目前, 对  $b$  的取值问题, 有学者采用在线辨识方法使  $b_0 \approx b$ <sup>[17-19]</sup>, 有学者提出动态逆方法来避免标称值  $b_0$  的选取问题<sup>[20]</sup>, 但这两种  $b$  的取值方法在工程实际应用中仍有一定难度.

本文的贡献有以下两个方面: (1) 为解决系统中存在的参数不确定性和内部、外部扰动问题, 根据电液作动器系统的数学模型, 提出了降阶线性自抗扰控制器, 并进行严格的稳定性分析; (2) 为解决变控制增益选取问题, 提出了基于模型信息的控制增益取值方法, 为自抗扰控制在工程应用中控制增益选择提供参考.

## 1 EHA 系统建模与问题描述

### 1.1 系统建模

图 1 所示为单出杆 EHA 的工作原理图. 如图所示, 单出杆 EHA 系统主要由伺服电机、液压齿轮泵、液压缸、单向阀、安全阀、压力和位移传感器组成. EHA 工作时, 惯性负载  $M$  由一个泵控单出杆液压缸推动. 当存在外负载扰动和系统内部参数不确定时, 对 EHA 控制的目标是, 使惯性负载  $M$  的位移  $x_t$  尽可能接近地跟踪期望轨迹.

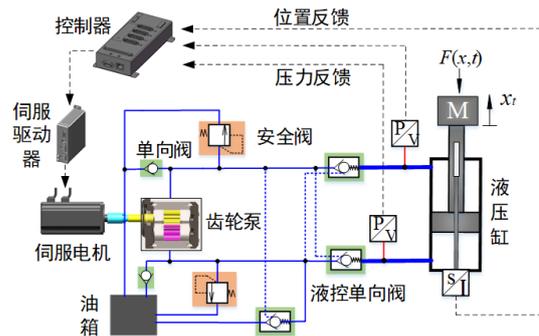


图 1 EHA 的原理示意图

考虑液压油的可压缩性, 忽略液压缸外泄漏, 液压缸的流量连续性方程可写为

$$Q_1 + q_1(t) = A_1 \dot{x}_t + ((V_{10} + V_{\text{pipe}1} + A_1 x_t) / \beta_e) \cdot \dot{p}_1 + C_{\text{ip}}(p_1 - p_2), \quad (1)$$

$$Q_1 + q_2(t) = A_2 \dot{x}_t + ((V_{20} + V_{\text{pipe}2} + A_2 x_t) / \beta_e) \cdot \dot{p}_2 + C_{\text{ip}}(p_1 - p_2). \quad (2)$$

其中,  $x_t$  为作动器活塞杆输出位移,  $Q_1$  和  $Q_2$  为流进/出作动器两腔的流量,  $\beta_e$  为液压油的体积弹性模量,  $C_{ip}$  为液压缸内泄漏系数,  $A_1$  和  $p_1$  分别表示无杆腔有效作用面积和压力,  $A_2$  和  $p_2$  分别表示有杆腔有效作用面积和压力,  $V_{10}$  和  $V_{20}$  分别表示作动器两腔的初始容积,  $V_{pipe}$  是作动器与液压泵之间连接管道的容积,  $q_1(t)$  和  $q_2(t)$  分别是  $p_1$  和  $p_2$  的建模误差.

相比 EHA 的液压和机械子系统, 伺服电机响应速度要快得多, 故建模时忽略伺服电机动态. 因此, 我们假设控制信号  $u(t)$  和伺服电机输出转速  $n_m$  成正比, 当  $A_1/A_2 = 2$  时,  $Q_1$  和  $Q_2$  可以表示为

$$Q_1 = 2Q_2 = D_p k_m u(t). \quad (3)$$

其中,  $k_m$  为伺服电机转速增益.

EHA 系统的力平衡方程可以表示为

$$m\ddot{x}_t + F(x, t) + B_p \dot{x}_t + kx_t = A_1 p_1 - A_2 p_2 \quad (4)$$

其中,  $m$  是活塞、活塞杆和负载的总质量,  $F(x, t)$  代表未建模非线性摩擦和外部扰动等,  $B_p$  表示粘性阻尼系数,  $k$  表示弹簧刚度.

综上, EHA 系统的动力学方程可以表示为

$$\begin{cases} m\ddot{x}_t = (A_1 p_1 - A_2 p_2) - b\dot{x}_t - Kx_t - F(x, t), \\ \dot{p}_1 = \beta_e(-A_1 \dot{x}_t - C_{ip}(p_1 - p_2) + Q_1 + q_1(t))/V_1, \\ \dot{p}_2 = \beta_e(A_2 \dot{x}_t - C_{ip}(p_1 - p_2) + Q_1 + q_2(t))/V_2. \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $V_1$  和  $V_2$  分别为液压缸无杆腔和有杆腔的工作容积, 且  $V_1 = V_{10} + V_{pipe1} + A_1 x_t > 0$ ,  $V_2 = V_{20} + V_{pipe2} - A_2 x_t > 0$ .

### 1.2 问题描述

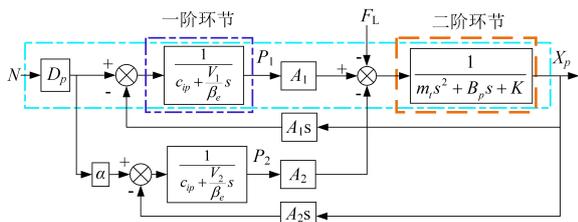


图 2 EHA 系统方框图

图 2 所示为泵控 EHA 系统方框图, 从图 2 可以看出, 泵控 EHA 系统的液压子系统由一阶压力系统和二阶位置系统串联组成, 当系统压力不可测量、液压缸输出位移可测量时, 系统可测子系统最高阶次为 2 次. 因此, 本文设想依据系统可测量变量所在环节的阶次, 设计一种基于模型信息的三阶线性 ADRC 来控制 EHA 系统, 为自抗扰控制器阶次选择提供一种新思路.

将 EHA 系统设想为二阶系统, 可采用以下方程

来描述

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t), \\ m\dot{v}(t) = f(x, \dot{x}, w(t)) + b(x)u(t), \\ y = x(t). \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $v(t)$  为活塞杆运动速度,  $w$  为系统未建模内/外部扰动,  $f$  为系统未知非线性时变动态,  $b(x)$  为控制增益,  $y$  是可测量输出. 根据 ADRC 的定义可知, 其核心是估计并补偿  $f$ . 假设  $f$  可微, 且  $h = \dot{f}$ . 定义状态变量  $x = [x_1, x_2]^T = [x_t, \dot{x}_t]^T$ , 并定义扩张状态  $x_3 = f$ , 公式 (6) 可以写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + b(x)u(t), \\ \dot{x}_3 = \dot{f}(x, \dot{x}, w(t)) = h, \\ y = x(t). \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $x = [x_1, x_2, x_3]^T \in R^3$ ,  $x_3$  为扩张状态量.

**假设 1** 工程实际中, EHA 的所有状态在物理上都是有界的. 因此, 所有状态的初始值都将保留在一个紧集中.

在假设 1 下, 式 (6) 中的  $f$  在紧集中是局部 Lipschitz 的,  $f(\cdot)|_{t=0} \leq C$ , 且  $C$  为一有界常数.

**假设 2** 干扰  $w$  是属于一已知的紧集  $\Omega_w \subseteq R$ , 并且  $\dot{w}$  是有界的.

### 1.3 基于模型信息的控制增益的选取

线性自抗扰控制器的控制增益  $b$  严重影响着闭环系统的稳定性. 文 [21] 扩大了控制增益  $b$  的取值范围, 若控制增益  $b$  为常值, 那么对于一阶系统,  $b$  与  $b_0$  的比值满足  $(b/b_0) \in (0, \infty)$ ; 对于二阶系统  $b$  与  $b_0$  的比值满足  $(b/b_0) \in (0, 9)$  时即可得到满意的控制效果. 实际上, 大部分控制系统的控制增益  $b$  是随着系统状态和时间变化而变化的, 如 EHA 系统.

当采用二阶状态方程描述 EHA 系统时,  $b$  为关于  $x$  的函数. 为了使  $b$  取值更接近真实值, 本文拟在三阶模型里推导得到  $b(x)$  的真实表达式. 对公式 (5) 中第一个公式两边对时间求导, 可得

$$m_t \ddot{x}_t + b\ddot{x}_t + k\dot{x}_t + \dot{F}(x, t) = A_1 \dot{p}_1 - A_2 \dot{p}_2, \quad (8)$$

将式 (5) 的第二、第三式代入式 (8) 可得

$$\begin{aligned} \ddot{x}_t = & -\frac{k}{m}x_2 - \frac{B_p}{m}x_3 - \frac{1}{m}\dot{F}(x, t) + \frac{1}{m}\left[\frac{A_1\beta_e}{V_1}(-A_1x_2) \right. \\ & \left. - \frac{A_2\beta_e}{V_2}(A_2x_2)\right] + \frac{1}{m}\left[\left(\frac{A_1\beta_e}{V_1} + \frac{A_2\beta_e}{2V_2}\right)k_m D_p u(t)\right], \end{aligned} \quad (9)$$

则得到  $b(x)$  为

$$b(x) = \frac{1}{m}\left(\frac{A_1\beta_e D_p k_m}{V_1} + \frac{1}{2}\frac{A_2\beta_e D_p k_m}{V_2}\right). \quad (10)$$

即式 (10) 所示为基于模型信息的控制增益, 且

$b(x) > 0$ .

**注1** 由于已知的 EHA 系统数学模型存在未建模动态, 故式 (10) 中的  $b(x)$  并非为 EHA 系统的完全匹配控制增益。但相比固定增益  $b$ , 可认为更接近真实增益。

## 2 自抗扰控制器设计

### 2.1 观测器设计

根据式 (7) 设计如下状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \frac{\alpha_1}{\varepsilon}(x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + \frac{\alpha_2}{\varepsilon^2}(x_1 - \hat{x}_1) + b(x)u(t), \\ \dot{\hat{x}}_3 = \frac{\alpha_3}{\varepsilon^3}(x_1 - \hat{x}_1), \\ y = x(t). \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\hat{x} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3]$  分别为活塞位移、速度和总扰动的估计值, 取  $\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 3, \alpha_3 = 1, 0 < \varepsilon \ll 1$ , 且  $\frac{1}{\varepsilon} = \omega_o$  为观测器带宽。

定义观测误差为, 则得到  $\zeta = x_i - \hat{x}_i$

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1 = -\left(\frac{\alpha_1}{\varepsilon}\right)\zeta_1 + \zeta_2, \\ \dot{\zeta}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2 = -\left(\frac{\alpha_2}{\varepsilon^2}\right)\zeta_1 + \zeta_3, \\ \dot{\zeta}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\hat{x}}_3 = -\left(\frac{\alpha_3}{\varepsilon^3}\right)\zeta_1 + h. \end{cases} \quad (12)$$

令  $\eta_i = \varepsilon^{i-1}\zeta_i, i = 1, 2, 3$ , 则估计误差动态可表示为

$$\varepsilon\dot{\eta} = A_\eta\eta + \varepsilon B_\eta\Delta \quad (13)$$

其中,  $A_\eta = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 \\ -\alpha_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_\eta = [0, 0, 1]^T$ ,  $\Delta = [0, 0, \varepsilon^2 h]$ .

### 2.2 控制器设计

定义参考信号为  $r$ , 设计状态误差反馈控制律为

$$u = \frac{1}{b(x)}[k_1(r - \hat{x}_1) + k_2(\dot{r} - \dot{\hat{x}}_2) - \hat{x}_3 + \ddot{r}], \quad (14)$$

其中,  $k_i > 0, i = 1, 2$ , 且  $k_i$  被选择为 Hurwitz 特征多项式  $s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1$  的系数。为了便于调节, 令  $s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1 = (s + \omega_c)^n$ , 其中  $\omega_c > 0$ ,  $\omega_c$  为控制器的带宽。

定义跟踪误差向量,  $e_i = r_i - x_i$ , 则  $i = 1, 2$

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = -k_1(e_1 + \hat{e}_1) - k_2(e_2 + \hat{e}_2) - \hat{e}_3. \end{cases} \quad (15)$$

将式 (13) 代入式 (15), 可得到

$$\dot{e} = A_e e + B_e \Lambda_e \eta, \quad (16)$$

其中,  $A_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix}$  是 Hurwitz 矩阵,

$$B_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & -1 \end{bmatrix}, \Lambda_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1/\varepsilon^2 \end{bmatrix}.$$

综上分析, 闭环系统动态可表示为

$$\varepsilon\dot{\eta} = A_\eta\eta + \varepsilon B_\eta\Delta, \quad (17)$$

$$\dot{e} = A_e e + B_e \Lambda_e \eta. \quad (18)$$

## 3 稳定性分析

设闭环系统 (17-18) 的初始状态  $e_0 \in S, \eta_0 \in Q$ , 其中  $S$  和  $Q$  都是  $R^3$  中的一紧集。

闭环系统 (17-18) 是标准的奇异摄动系统。当  $\varepsilon \rightarrow 0$  时, 边界层系统可表示为

$$\varepsilon\dot{\eta} = A_\eta\eta + \varepsilon B_\eta\Delta \triangleq A_\eta\eta, \quad (19)$$

由于  $A_\eta$  是 Hurwitz 的, 因此存在唯一正定对称矩阵  $P_\eta > 0$ , 使得  $A_\eta^T P_\eta + P_\eta A_\eta = -I$ 。

对于边界层系统 (19), 定义 Lyapunov 函数  $W(\eta) = \eta^T P_\eta \eta$ , 对  $W$  求导可得

$$\dot{W}(\eta) = -\frac{\|\eta\|^2}{\varepsilon} \leq 0, \quad (20)$$

根据 Lyapunov 稳定性的定义, 边界层系统 (19) 是渐近稳定的,  $\eta \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ 。

令  $\eta = 0$ , 可得退化后的闭环系统为,

$$\dot{e} = A_e e, \quad (21)$$

由于  $A_e$  是 Hurwitz 的, 则存在一个唯一的对称正定矩阵  $P_e$  使得  $A_e^T P_e + P_e A_e = -I$ 。

对于退化后的闭环系统 (21), 定义 Lyapunov 函数  $V(e) = e^T P_e e$ , 对  $V$  求导可得

$$\dot{V}(e) = -\|e\|^2 \leq 0. \quad (22)$$

根据 Lyapunov 稳定性定义, 退化系统 (21) 是渐进稳定的,  $e \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ 。

**定理 1** 若假设 (1-2) 成立, 那么

(1) 存在  $\varepsilon^* > 0$  满足对任意  $0 < \varepsilon < \varepsilon^*$ , 所有起始于紧集  $S \times Q$  的系统 (17-18) 的轨迹  $(e(t), \eta(t))$  对所有的  $t > 0$  都有界。

(2) 对任意的  $\xi_1 > 0$ , 存在  $\varepsilon_1^* = \varepsilon_1^*(\xi_1) > 0$  以及  $T_1 = T_1(\xi_1)$  满足, 对任意  $0 < \varepsilon < \varepsilon_1^*$  都有

$$\|e(t)\| + \|\eta(t)\| \leq \xi_1, \forall t \geq T_1. \quad (23)$$

**证明** 证明包括三步。第一步, 证明一个适当选取的集合  $\Lambda$  的正定不变性, 且集合  $\Lambda$  在误差变量  $\eta$  方向上可以任意小; 第二步, 证明起始于紧集  $S \times Q$  的任意闭环系统 (17,18) 的状态轨迹  $(e(t), \eta(t))$  都会在有限时间内进入不变集  $\Lambda$ ; 第三步, 证明状态轨迹  $(e(t), \eta(t))$  可以以任意精度逼近状态原点。

step 1: 对于任意的  $(e(t), \eta(t)) \in S \times Q$ , 根据

假设 1, 系统动态  $f(x, \dot{x}, w(t))$  对自变量  $x$  是局部 Lipschitz 的, 则存在  $L_1, L_2, L_3, L_4 > 0, \xi > 1$ , 满足

$$\|B_e \Lambda_e \eta\| \leq (\xi - \varepsilon)L_1 + L_2 \|\eta\|, \quad (24)$$

$$|\Delta| \leq L_3 + L_4 \|\eta\|. \quad (25)$$

设  $\Lambda = \{V(e) \leq c\} \times \{W(\eta) \leq \rho \varepsilon^2\}$ , 其中,  $c \geq \lambda_{\max}(P_{e1}) \|e_0\|^2$ .

**引理 1** 存在  $\varepsilon_1 \geq 0$  和依赖于  $\varepsilon_1$  的正常数  $\rho$ , 使得紧集  $\Lambda$  对于任意的  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_1]$  都是正定不变的.

**证明** 对于跟踪误差  $e$  子系统 (18), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= -\|e\|^2 + 2e^T P_e B_e \Lambda_e \eta \\ &\leq -\|e\| (\|e\| - 2\lambda_{\max}(P_e)((\xi - \varepsilon)L_1 + L_2 \|\eta\|)), \end{aligned} \quad (26)$$

为了使得对于任意  $(e(t), \eta(t)) \in \{V(e) = c\} \times \{W(\eta) \leq \rho \varepsilon^2\}$ , 都有

$$\dot{V}(e) \leq 0, \quad (27)$$

成立, 需使得

$$\|e\| \geq 2\lambda_{\max}(P_e)((\xi - \varepsilon)L_1 + L_2 \|\eta\|), \quad (28)$$

由于

$$\lambda_{\min}(P_e) \|e\|^2 \leq V(e) \leq \lambda_{\max}(P_e) \|e\|^2, \quad (29)$$

$$\lambda_{\min}(P_\eta) \|\eta\|^2 \leq W(\eta) \leq \lambda_{\max}(P_\eta) \|\eta\|^2, \quad (30)$$

则为使式 (28) 成立, 有

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{c}{\lambda_{\max}(P_e)}} &\geq 2\lambda_{\max}(P_e)((\xi - \varepsilon)L_1 + L_2 \sqrt{\frac{\rho \varepsilon^2}{\lambda_{\min}(P_\eta)}}) \\ \Rightarrow \rho &\leq \frac{\lambda_{\min}(P_\eta)}{4\varepsilon^2 L_2^2 \lambda_{\max}^2(P_e)} \left[ \sqrt{\frac{c}{\lambda_{\max}(P_e)}} - 2\lambda_{\max}(P_e)(\xi - \varepsilon)L_1 \right]^2, \end{aligned} \quad (31)$$

根据式 (31), 当取

$$\rho = \frac{\lambda_{\min}(P_\eta)}{4\varepsilon^2 L_2^2 \lambda_{\max}^2(P_e)} \left[ \sqrt{\frac{c}{\lambda_{\max}(P_e)}} - 2\lambda_{\max}(P_e)(\xi - \varepsilon)L_1 \right]^2. \quad (32)$$

即可保证式 (28) 成立.

**注 2** 根据式 (32) 可知, 对于一个固定的正常数  $c > 0$ , 当  $\varepsilon$  取值很小时,  $\rho$  可取得适当地大; 当  $\varepsilon$  取值较大时,  $\rho$  将取得很小, 即可通过调节  $\varepsilon$  获得所需的控制精度.

对于  $\eta$  子系统 (17), 根据式 (30), 有

$$\begin{aligned} \dot{W}(\eta) &= -\frac{\|\eta\|^2}{\varepsilon} + 2\eta^T P_\eta B_\eta \Delta \\ &\leq -\frac{\|\eta\|^2}{\varepsilon} + 2L_4 \lambda_{\max}(P_\eta) \|\eta\|^2 + 2\lambda_{\max}(P_\eta) L_3 \|\eta\| \\ &\leq -\frac{\|\eta\|^2}{2\varepsilon} - \|\eta\| \left( \frac{1 - 4\varepsilon L_4 \lambda_{\max}(P_\eta)}{2\varepsilon} \|\eta\| - 2\lambda_{\max}(P_\eta) L_3 \right), \end{aligned} \quad (33)$$

为了使得对于任意  $(e(t), \eta(t)) \in \{V(e) \leq c\} \times \{W(\eta) = \rho \varepsilon^2\}$ ,

$$\dot{W}(\eta) \leq 0, \quad (34)$$

都成立, 需使得

$$\varepsilon < \frac{1}{4L_4 \lambda_{\max}(P_\eta)}, \quad (35)$$

$$\|\eta\| > \frac{4\varepsilon \lambda_{\max}(P_\eta) L_3}{1 - 4\varepsilon L_4 \lambda_{\max}(P_\eta) L_4}, \quad (36)$$

为了使得式 (36) 成立, 根据式 (30) 和 (32), 有

$$\begin{aligned} \sqrt{c \lambda_{\min}(P_\eta)} &> \frac{8\varepsilon L_2 L_3 \sqrt{\lambda_{\max}^3(P_\eta) \lambda_{\max}^3(P_e)}}{1 - 4\varepsilon L_4 \lambda_{\max}(P_\eta)} \\ &+ 4(\xi - \varepsilon) L_1 L_2 \lambda_{\max}^2(P_e) \sqrt{\lambda_{\max}(P_e) \lambda_{\max}(P_\eta)}, \end{aligned} \quad (37)$$

设

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= 1/4L_4 \lambda_{\max}(P_\eta), \\ f(\varepsilon) &= \frac{8\varepsilon L_2 L_3 \sqrt{\lambda_{\max}^3(P_\eta) \lambda_{\max}^3(P_e)}}{1 - 4\varepsilon L_4 \lambda_{\max}(P_\eta)} \\ &+ 4(\xi - \varepsilon) L_1 L_2 \lambda_{\max}^2(P_e) \sqrt{\lambda_{\max}(P_e) \lambda_{\max}(P_\eta)}, \end{aligned}$$

在区间  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_2)$  内,  $f(\varepsilon)$  单调递增, 且有

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f(\varepsilon) = 0, \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_2} f(\varepsilon) = \infty, \quad (38)$$

故必存在  $\varepsilon_3 \in (0, \varepsilon_2)$  满足

$$f(\varepsilon_3) = \sqrt{c \lambda_{\min}(P_{\eta 1})}. \quad (39)$$

所以, 对于任意的  $\varepsilon_1 \in (0, \varepsilon_3)$ , 式 (36) 都成立, 即式 (34) 成立.

**注 3** 根据式 (39) 可知,  $c$  取得越小, 参数  $\varepsilon_3$  也越小. 换言之, 若输出反馈调节精度要求越高, 那么扩张状态观测器的调节参数  $\varepsilon$  需越小. 在实际应用中,  $\varepsilon$  的取值与系统测量噪声、时延等因素之间需要做权衡.

**step 2:** 考虑  $e_0 \in S, \eta_0 \notin \{W(\eta) \leq \rho \varepsilon^2\}$  的情况.

由于  $e_0$  是  $S$  的内点, 利用式 (29) 和式 (30) 可知, 存在  $\gamma_e = \max_{e \in \partial S, \eta \in \partial Q} \{\|e\| + L_1 \|\eta\|\}$  满足

$$\|e(t) - e(0)\| \leq \gamma_e t, \quad e(t) \in S. \quad (40)$$

于是, 存在有限的时间  $T_0$  满足对于所有的  $t \in [0, T_0], e(t) \in S$ .

在时间段  $t \in [0, T_0]$  内, 有

$$\dot{W}(\eta) \leq -\frac{\|\eta\|^2}{2\varepsilon}, \quad W(0) > \rho \varepsilon^2, \quad (41)$$

结合式 (30), 可进一步推得

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &\leq -\frac{1}{2\varepsilon \lambda_{\max}(P_\eta)} W, \\ \Rightarrow W(t) &\leq W(0) \exp\left(-\frac{1}{2\varepsilon \lambda_{\max}(P_\eta)} t\right), \end{aligned} \quad (42)$$

则可估计  $W(t)$  进入  $\{W(\eta) \leq \rho \varepsilon^2\}$  的时间  $T$ ,

$$\begin{aligned} W(0) \exp\left(-\frac{1}{2\varepsilon \lambda_{\max}(P_\eta)} T\right) &= \rho \varepsilon^2, \\ \Rightarrow T(\varepsilon) &= 2\varepsilon \lambda_{\max}(P_\eta) \ln\left(\frac{W(0)}{\rho \varepsilon^2}\right). \end{aligned} \quad (43)$$

根据洛必达法则, 可知  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} T(\varepsilon) = 0$ , 那么存在

$\varepsilon_4 > 0$  满足对于任意的  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_4)$ ,  $T(\varepsilon) < T_0$ .

结合第一步和第二步的证明过程, 若取  $\varepsilon^* = \min\{\varepsilon_1, \varepsilon_4\}$ , 那么对任意的  $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*)$ , 始于  $S \times Q$  的  $(e(t), \eta(t))$  轨迹会在有限时间  $T$  内进入正定不变集  $\Lambda$ , 即对于所有的  $t > 0$  都是有界的. 第一条结论得证.

step 3: 对于任意的  $\delta_1 > 0$  构造常数

$$\varphi_1 = \frac{1}{(4\lambda_{\max}(P_e)L_1 + 1)}\delta_1, \quad (44)$$

为了保证属于集合  $\{W(\eta) \leq \rho\varepsilon^2\}$  的任意  $\eta$  满足  $\|\eta\| \leq \varphi_1$ , 根据式 (30), 可得

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\rho\varepsilon^2}{\lambda_{\min}(P_\eta)}} &\leq \varphi_1, \\ \Rightarrow \varepsilon &\leq \frac{1}{L_1} \left( L_2\varphi_1 + \xi - \frac{\sqrt{c}}{2\lambda_{\max}(P_e)\sqrt{\lambda_{\max}(P_e)}} \right) \triangleq \varepsilon_5. \end{aligned} \quad (45)$$

根据第二步, 取  $\varepsilon_1^* = \min\{\varepsilon_1, \varepsilon_5\}$ , 对于任意的  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_1^*)$ , 始于  $S \times Q$  的  $(e(t), \eta(t))$  轨迹会在有限时间  $T(\varepsilon_1^*)$  内进入正定不变集  $\Lambda$ .

对子系统 (18), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= -\|e\|^2 + 2e^T P_e B_e \Lambda_e \eta \\ &\leq -\frac{\|e\|^2}{2} - \|e\| \left( \frac{\|e\|}{2} - 2\lambda_{\max}(P_e)(L_1\|\eta\|) \right), \end{aligned} \quad (46)$$

当  $e(t)$  满足

$$\|e\| \geq 4\lambda_{\max}(P_e)(L_1\|\eta\|), \quad (47)$$

时, 可保证

$$\dot{V}(e) \leq -\|e\|^2/2, \quad (48)$$

假设

$$\varphi_2 = 4\lambda_{\max}(P_e)\varepsilon L_1\varphi_1, \quad (49)$$

那么若  $\|e(T(\varepsilon_1^*))\| \geq \varphi_2$ , 估计  $e(t)$  进入  $\{\|e(t)\| \leq \varphi_2\}$  的时间  $T'$ . 根据式 (29), 有

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &\leq -\frac{1}{2\lambda_{\max}(P_e)}V, \\ \Rightarrow V(t) &\leq V(T(\varepsilon_1^*)) \exp\left(-\frac{1}{2\lambda_{\max}(P_e)}(t - T(\varepsilon_1^*))\right), \end{aligned} \quad (50)$$

且  $T'$  满足

$$\begin{aligned} V(T(\varepsilon_1^*)) \exp\left(-\frac{1}{2\lambda_{\max}(P_e)}(T' - T(\varepsilon_1^*))\right) \\ = \lambda_{\min}(P_e)\varphi_2^2, V(T(\varepsilon_1^*)) \geq \lambda_{\max}(P_e)\varphi_2^2, \end{aligned} \quad (51)$$

根据式 (51) 可求得

$$T' = T(\varepsilon_1^*) + 2\lambda_{\max}(P_e) \ln\left(\frac{V(T(\varepsilon_1^*))}{\lambda_{\min}(P_e)\varphi_2^2}\right). \quad (52)$$

取  $T_1 = T'$  时, 根据式 (45) 和 (51), 对任意的  $t > T_1$ ,

可得

$$\|e(t)\| + \|\eta(t)\| \leq \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{4\lambda_{\max}(P_e)\varepsilon L_1 + 1}{4\lambda_{\max}(P_e)L_1 + 1}\delta_1 \leq \delta_1. \quad (53)$$

证毕.

## 4 仿真研究

系统 (7) 及自抗扰控制器均在 MATLAB/Simulink 环境中搭建. 仿真模型中考虑了液压泵及与液压缸的内泄漏造成的死区因素. 仿真参数如表 1 所示. 在工程实际中, 因系统硬件限制, 控制器调节参数不可能取得特别大, 故仿真中将自抗扰控制器参数设置为:  $\varepsilon = 0.05$ ,  $\omega_c = 5$ . 控制器输出限伏  $\pm 10$  v, 在 8 s 时施加一恒定负载力  $F_L = 1000$  N.

表 1 仿真参数

参数名称	值	单位
$m$	30	kg
$b$	200	N/m
$k$	110	N/mm
活塞直径	80	mm
活塞杆直径	56	mm
$C_{ip}$	$0.26 \times 10^{-8}$	$\text{mm}^3/\text{s}/\text{MPa}$
$V_{10}$	$1 \times 10^4$	$\text{mm}^3$
$V_{20}$	$7.486 \times 10^5$	$\text{mm}^3$
$V_{pipe}$	$1.413 \times 10^4$	$\text{mm}^3$
$\beta_e 1700$	MPa	
$D_p$	1.25	ml/r
$k_m$	5	r/s/v

### 1) 稳态响应性能

给定阶跃位移为 10 mm 时, 得到基于模型信息的控制增益  $b(x)$  如图 3 所示. 当  $b$  分别取值为  $b(x)$ 、3、6、15 和 20 时系统阶跃响应特性曲线如图 4 所示. 从图 4(a) 可以看出, 当控制增益取值为  $b(x)$  时, 整个控制周期内的位置跟踪性能最好;  $b$  取值为 3 和 6 时, 初始跟踪性能较好, 但越接近给定位移时的跟踪性能不及控制增益  $b(x)$ ; 当  $b$  取值为 15 和 20 时, 整个控制周期内跟踪性能不及控制增益取值  $b(x)$ , 位移响应出现超调. 在 8s 施加 1000 N 外负载力时, 活塞杆位移曲线出现微小波动, 故如图 3 所示的  $b(x)$  曲线在 8 s 时刻也出现了微小波动, 并且  $b$  越大, 位移波动越小. 如图 4(b) 所示为不同  $b$  取值时的位移跟踪误差, 从图中可以看出, 控制增益为  $b(x)$  时的跟踪误差趋于 0 的速度最快, 随着定值  $b$  取值的增大, 初始位移跟踪误差也随之增大; 在 8s 时刻,  $b$  取值越小, 跟踪误差波动越大, 恢复稳定状态的时间越长. 从图 4(c) 所示的不同  $b$  取值时的控制量曲线可以看出, 在限伏  $\pm 10$  v 内, 控制增益为  $b(x)$  时的控制量初始值

最大,随着活塞杆位移越来越接近给定值,控制量快速减小直至为0;随着定值 $b$ 取值的增大,控制量输出速度逐渐滞后,且控制量最大值相差不大;在8s时刻施加外负载力后,控制量根据位移波动大小随即做出相应补偿,位移波动越大,控制量的补偿量相应越大.图4(d)、(e)和(f)所示分别为总扰动估计、位移和速度的观测误差曲线,从图中可以看出,控制增益 $b$ 取值直接影响着总扰动的估计、各个状态量的观测误差.综合上述分析可知,基于系统模型信息的控制增益 $b(x)$ 使得所提自抗扰控制器具有较好的稳态跟踪性和鲁棒性.

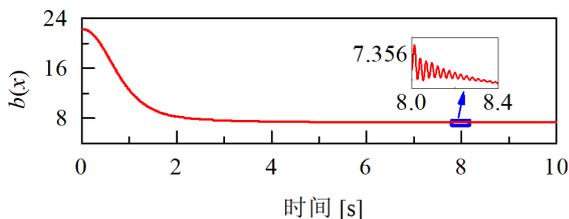


图3 控制增益  $b(x)$

2) 动态跟踪性能

为验证所提方法的动态跟踪性能,设输入信号为  $r = 5 \sin(0.1\pi + 5)$ , 控制器参数与稳态响应保持一致. 仿真得到基于模型信息的控制增益  $b(x)$  如图5所示,  $b(x)$  随位移变化而变化,且始终大于0. 图6(a)和(b)所示为不同控制增益时的位移正弦跟踪曲线和跟踪误差曲线,当控制增益  $b = 3$  时,位移响应曲线出现短暂的周期性波动;其他四种取值情况下,位移正弦跟踪性能均较好,但在初始时间段内,存在超调;  $b$  取值越大,超调越大,初始跟踪误差越大,且控制增益为  $b(x)$  时跟踪误差趋于0的速度较快. 从图6(c)和(d)可以看出,控制增益为  $b(x)$  时的控制量初始值和总扰动估计值均较小. 综上分析可知,基于系统模型信息的控制增益  $b(x)$  可避免因控制增益选择不当导致的不良动态跟踪特性,在稳态响应和动态跟踪两种工况下,控制增益为  $b(x)$  时的系统控制性能更优.

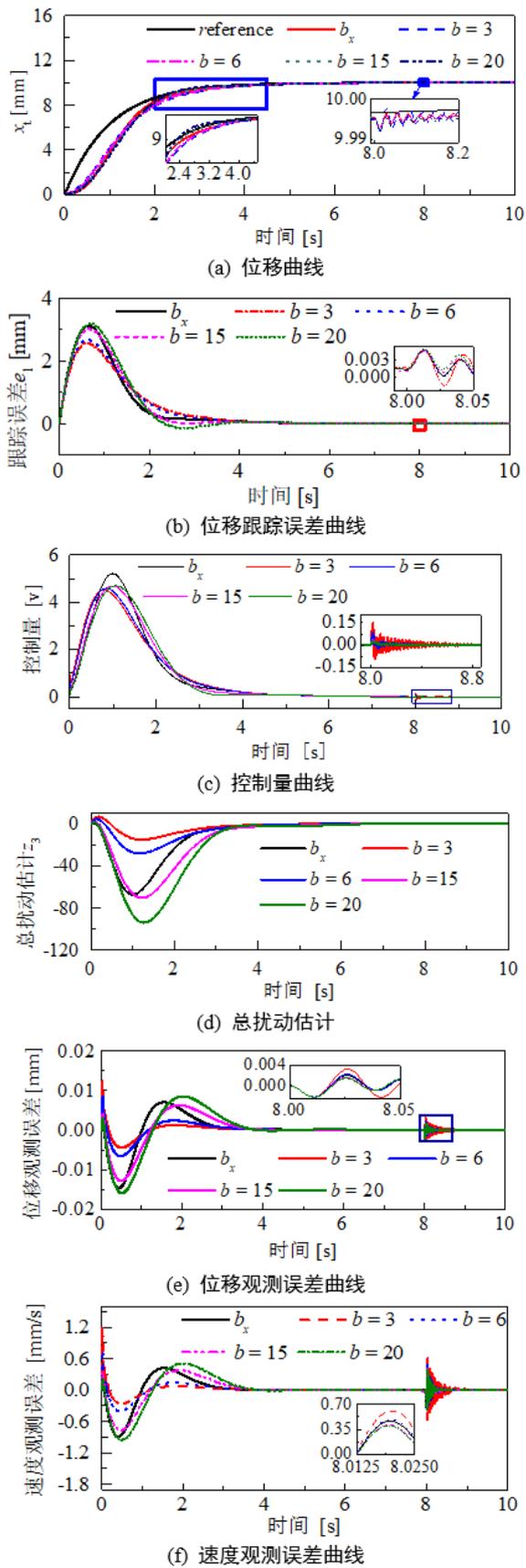
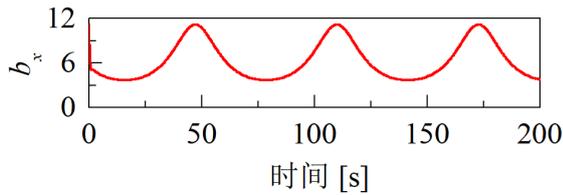
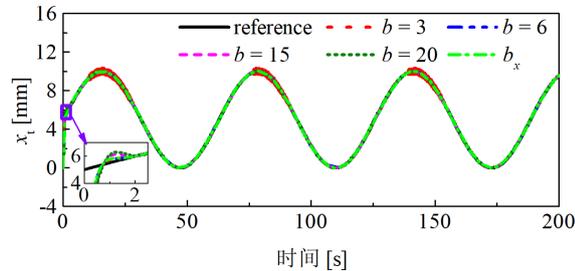
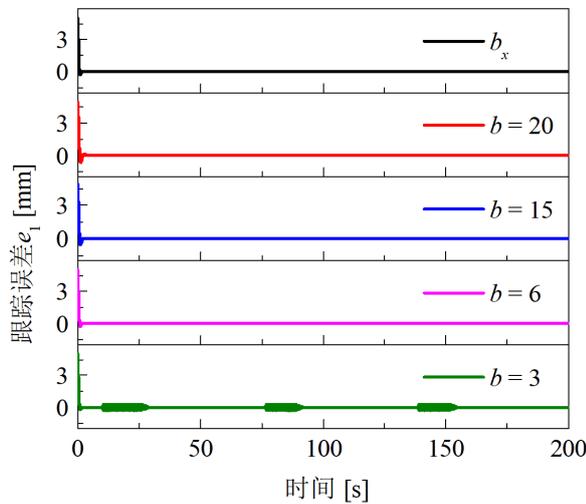


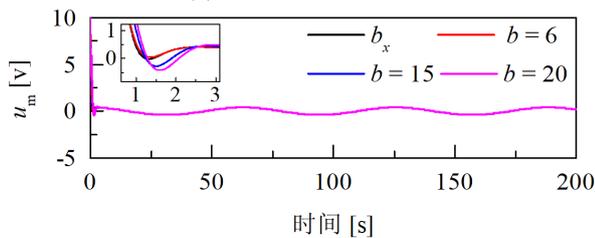
图4 稳态响应特性

图5 控制增益  $b(x)$  曲线

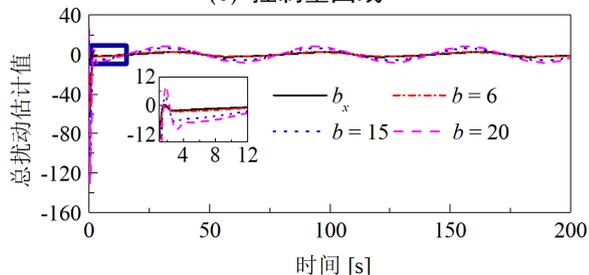
(a) 位移曲线



(b) 位移跟踪误差曲线



(c) 控制量曲线



(d) 总扰动估计

图6 正弦跟踪特性

根据以上分析可以看出, 基于模型信息的控制增益  $b(x)$  可随系统状态变化而变化, 当系统内部和外部扰动变化时,  $b(x)$  可及时作出相应调整. 在相同的控制器参数下, 系统动态跟踪性能优于稳态响应

性能, 但因泄漏流量导致的死区非线性几乎起不到补偿效果.

## 5 结论

本文在考虑电静液作动器系统存在参数不确定性、内外部扰动和变控制增益问题的基础上, 提出了基于模型信息的降阶线性自抗扰位置控制方法. 该方法包括降阶线性扩张状态观测器和控制器, 在只有电静液作动器位置信息可测时, 利用降阶线性扩张状态观测器估计活塞杆速度和总扰动, 在控制器中对总扰动进行补偿, 变控制器增益  $b(x)$  通过模型信息求得. 利用奇异摄动理论证明了闭环系统的半全局最终一致有界性. 理论分析表明, 当观测器带宽足够大时, 所提控制器可以使系统输出以任意精度跟踪所需的轨迹. 仿真结果表明, 当采用基于模型信息的控制增益  $b(x)$  时, 所提控制方法响应速度较快, 控制精度较高, 对外部扰动和参数不确定性具有较强的鲁棒性. 值得注意的是, 在工程实际应用中, 观测器带宽和控制器带宽均受到一定限制, 虽不能以任意精度跟踪所需的轨迹, 但可将跟踪精度控制在可接受的范围内.

## 参考文献 (References)

- [1] Yao J, Wang P, Dong Z S, et al. A novel architecture of electro-hydrostatic actuator with digital distribution[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020:1-15.
- [2] Kim W, Won D. Nonlinear position control with nonlinear coordinate transformation using only position measurement for single-rod electro-hydrostatic actuator[J]. Mathematics, 2020, 8(8):273.
- [3] Lin Y, Shi Y, Burton R. Modeling and robust discrete-time sliding mode control design for a fluid power electro-hydraulic actuator (EHA) system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(1):1-10.
- [4] Yao J Y, Jiao Z X, Ma D W. Extended-state-observer-based output feedback nonlinear robust control of hydraulic systems with backstepping[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(11):6285-6293.
- [5] Cho S H, Burton R. Position control of high performance hydrostatic actuation system using a simple adaptive control (SAC) method[J]. Mechatronics, 2011, 21(1): 109-115.
- [6] Mintsa H A, Venugopal R, Kenne J P, et al. Feedback linearization-based position control of an electrohydraulic servo system with supply pressure uncertainty[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(4):1092-1099.
- [7] Yao J Y, Deng W X, Jiao Z X. Adaptive control of hydraulic actuators with LuGre model based friction

- compensation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(10):6469–6477.
- [8] Kaddissi C, Kenne J P, Saad M.: Indirect adaptive control of an electrohydraulic servo system based on backstepping[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(6):171–1177.
- [9] Guan C, Pan S X. Nonlinear adaptive robust control of single-rod electro-hydraulic actuator with unknown nonlinear parameters[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 16(3):434–445.
- [10] Kaddissi C, Kenne J P, Saad M. Identification and real-time control of an electrohydraulic servo system based on nonlinear backstepping[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2007, 12(1):12–22.
- [11] Yao J Y, Deng W X. Active disturbance rejection adaptive control of hydraulic servo systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10):8023–8032.
- [12] Han, J Q. From PID to Active Disturbance Rejection Control. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3):900–906.
- [13] Gao Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning[C]. Proc of the American Control Conf. New York, 2003: 4989-4996.
- [14] 王立新, 赵丁选, 刘福才, 等. 基于死区补偿的电液位置伺服系统自抗扰控制 [J]. 中国机械工程, 2021, 32(12):1432-1442.  
(Wang L X, Zhao D X, Liu F C, et al. Active disturbance rejection control for electro-hydraulic position servo system based on dead-zone compensation[J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(12):1432-1442.)
- [15] Wang M K, Wang Y, Fu Y L, et al. Experimental investigation of an electro-hydrostatic actuator based on the novel active compensation method[J]. IEEE Access, 2020, 2169-3536(e):1-1.
- [16] 汪晓风, 王京, 李润. 立辊电液伺服系统的线性自抗扰控制 [J]. 机床与液压, 2010, 38(20):94-97.  
(Wang X F, Wang J, Li R. Linear auto disturbance rejection control for electrical-hydraulic servo system of vertical steel rolls[J]. Machine & Hydraulic, 2010, 38(20):94-97.)
- [17] 梁青, 王传榜, 潘金文, 等. 线性自抗扰控制参数  $b_0$  辨识及参数整定规律 [J]. 控制与决策, 2015, 30(09):1691-1695.  
(Liang Q, Wang C B, Pan J W, et al. Parameter identification of  $b_0$  and parameter tuning law in linear active disturbance rejection control[J]. Control and Decision, 2015, 30(09):1691-1695.)
- [18] 陈志翔, 高钦和. 修改型扩张状态观测器: 分析与实现 [J]. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1199-1206.  
(Chen Z X, Gao Q H. Active disturbance rejection controller for uncertain nonaffine systems by dynamic inversion[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(8): 1199-1206.)
- [19] Jiang T, Huang C, Guo L. Control of uncertain nonlinear systems based on observers and estimators[J]. Automatica, 2015, 59: 35-47.
- [20] Lee J, Mukherjee R, Khalil H K. Output feedback stabilization of inverted pen-dulum on a cart in the presence of uncertainties[J], Automatica, 2015, 54: 146-157.
- [21] 陈森. 非线性不确定系统的自抗扰控制研究 [D]. 北京: 中国科学院数学与系统科学研究院, 2019.  
(Chen S. Active disturbance rejection control of nonlinear uncertain system [D]. Beijing: Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, 2019.)

## 作者简介

韩小霞 (1990-), 女, 博士研究生, 目前研究方向为电液系统控制方法及液压系统热分析, E-mail: ly\_l\_hanxiaoxia@163.com;

谢建 (1967-), 男, 教授, 博士生导师, 从事大型机电液设备自动检测技术及控制的研究, E-mail: jianxie@sina.com.

冯永保 (1971-), 男, 教授, 博士生导师, 从事液压测试技术和电液控制技术的研究, E-mail: fyb1213@sina.com.

陈志翔 (1990-), 男, 讲师, 目前研究方向为自抗扰控制的理论分析和应用, E-mail: czx\_rfue@163.com.

甄亮 (1984-), 男, 博士研究生, 讲师, 目前研究方向为机电液控制系统、磁流变阻尼器控制技术, E-mail: 04130227.zl@163.com.