

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于动态行为选择的和声搜索算法

刘丽杰, 刘继承, 张强

引用本文:

刘丽杰, 刘继承, 张强. 基于动态行为选择的和声搜索算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(3): 577–588.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0597>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### [融合能量周期性递减与牛顿局部增强的改进HHO算法](#)

Improved harris hawks optimization coupling energy cycle decline mechanism and Newton local enhancement strategy  
控制与决策. 2021, 36(3): 629–636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0810>

### [基于向量角分解的高维多目标进化算法](#)

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition  
控制与决策. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

### [求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用](#)

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications  
控制与决策. 2021, 36(2): 314–324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

### [复合类别航站楼分配问题的改进和声搜索算法](#)

Solving composite airport gate allocation problem with improved harmony search  
控制与决策. 2020, 35(11): 2743–2751 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0242>

### [基于搜索空间划分与Canopy K-means聚类的种群初始化方法](#)

Population initialization based on search space partition and Canopy K-means clustering  
控制与决策. 2020, 35(11): 2767–2772 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0358>

# 基于动态行为选择的和声搜索算法

刘丽杰<sup>1,2†</sup>, 刘继承<sup>1,3</sup>, 张强<sup>4</sup>

(1. 东北石油大学 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318; 2. 黑龙江八一农垦大学 信息与电气工程学院, 黑龙江 大庆 163319; 3. 常熟理工学院 电气与自动化工程学院, 江苏 常熟 215500; 4. 东北石油大学 计算机与信息技术学院, 黑龙江 大庆 163318)

**摘要:** 和声搜索算法是一种模拟音乐即兴创作过程的元启发式搜索, 已成功应用于解决许多实际问题. 针对高维函数优化问题, 提出一种基于动态行为选择的和声搜索算法. 在算法中新和声的即兴创作有 3 种策略, 迭代过程中通过计算每个策略的即时价值和综合价值选择和声的即兴创作策略, 并通过个体即兴创作策略选择方法提升寻优速度或避免陷入局部最优解. 将所提出算法与 9 个改进和声搜索算法在 22 个基准函数上进行对比. 实验结果表明, 所提出算法具有较好的求解精度、稳定性和收敛速度, 擅长于解决复杂的高维问题.

**关键词:** 和声搜索算法; 即兴创作; 动态选择; 置信上限; 优化

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0597

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 刘丽杰, 刘继承, 张强. 基于动态行为选择的和声搜索算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(3): 577-588.

## Harmony search algorithm based on dynamic behavior selection

LIU Li-jie<sup>1,2†</sup>, LIU Ji-cheng<sup>1,3</sup>, ZHANG Qiang<sup>4</sup>

(1. School of Electrical Engineering & Information, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China; 2. College of Information and Electrical Engineering, Heilongjiang Bayi Agricultural University, Daqing 163319, China; 3. School of Electric and Automatic Engineering, Changshu Institute of Technology, Changshu 215500, China; 4. School of Computer & Information Technology, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

**Abstract:** Harmony search (HS) is a meta-heuristic algorithm imitating the music improvisation process, which has been successfully applied to many real-world problems. This paper presents a harmony search algorithm based on dynamic behavior selection (DBSHS) for solving high dimensional function optimization problems. Improvisation of a new harmony has three strategies in the DBSHS. In the process of iteration, the improvising behavior of the harmony is determined by calculating the immediate value and the comprehensive value of each strategy, individual improvising strategy selection method is proposed to improve the individual search speed or to avoid falling into the local optimal solution. The DBSHS is compared with nine variants of harmony search on 22 benchmark functions. The experimental results show that the proposed DBSHS has good solution accuracy, remarkable stability and high convergence speed. It is particularly good at solving complex high-dimensional problems.

**Keywords:** harmony search algorithm; improvisation; dynamic selection; upper confidence bound; optimization

## 0 引言

Geem 等<sup>[1]</sup>于 2001 年提出和声搜索算法 (harmony search, HS), 该算法具有实现简单、参数可调性小、收敛速度快等显著优点, 已成功地应用于医疗<sup>[2]</sup>、机器人行走<sup>[3]</sup>、工程优化<sup>[4]</sup>、水网设计<sup>[5]</sup>、经济调度<sup>[6-7]</sup>、多目标优化<sup>[8-9]</sup>、车辆路径<sup>[10]</sup>、离散优化<sup>[11-12]</sup>、特征选择<sup>[13]</sup>、热交换器设计<sup>[14]</sup>、零售供应链<sup>[15]</sup>和模糊控制器<sup>[16]</sup>等问题, HS 中的记忆库取值概

率(HMCR)、微调概率(PAR)和音调微调带宽(BW)对算法的性能有重要影响, 一些研究表明 HS 算法存在以下缺点: 1) HS 算法参数的和声库大小(HMS)、记忆库取值概率(HMCR)、微调概率(PAR)和音调微调带宽(BW), 如果在迭代过程中这些参数没有改变则可能导致盲目搜索; 2) 即兴创作过程是和声搜索算法的关键部分, 主要包括和声记忆库中的和声选择、微调和随机生成 3 个操作, 但这些操作完全由随机数

收稿日期: 2019-05-02; 修回日期: 2019-08-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61702093); 黑龙江省自然科学基金项目(F2018003).

责任编辑: 林崇.

†通讯作者. E-mail: bynd\_llj@163.com.

决定,容易导致搜索量大,收敛速度慢.为了提高HS算法在处理全局优化问题时的收敛能力,近年来有学者在参数设置<sup>[17-21]</sup>、改进创作方式<sup>[22-25]</sup>和与其他智能算法相结合<sup>[26-33]</sup>等方面提出了一些改进算法,这些改进方式的实质是通过平衡全局优化和局部探索以改善个体的进化模式.通过分析发现,个体进化策略的不变性也是导致算法在整个进化过程中效率低下的重要原因.例如,在整个进化过程中,新的和声主要受到随机选择的和声或当前最佳和声的影响,对于多模态函数优化问题,如果当前的最佳和声陷入局部最优,则整个和声陷入局部最优的概率将增大.虽然有些改进算法利用混沌理论增加了跳出局部最优的概率,但从本质上讲这都是对原有单一进化策略的改进.

本文提出一种基于动态行为选择的和声搜索算法(harmony search algorithm based on dynamic behavior selection, DBSHS),消除和声搜索中音调微调带宽(BW)对算法优化性能的影响,赋予DBSHS即兴创作行为一定的自主性,可以根据进化过程中获得的知识选择创作策略,以期在每次迭代过程中获得更优的和声.将所提出算法与9个改进和声搜索算法在22个基准函数上进行对比.实验结果表明,所提出算法具有较好的求解精度、稳定性和收敛速度,擅长于解决复杂的高维问题.

## 1 和声搜索算法原理

在HS算法中,每个解被称为“和声”,由 $N$ 维实向量表示.初始的和声向量群随机产生并存储在和声记忆库(HM)中,优化过程由算法初始化、新和声的即兴创作、和声记忆的更新等部分组成,工作原理如下.

### 1.1 初始化和声记忆库(HM)

令 $X_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}\}$ 表示第 $i$ 个和声向量,随机生成如下:

$$x_{ij} = LB_{ij} + r(UB_{ij} - LB_{ij}),$$

$$i = 1, 2, \dots, HMS, j = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

其中: $r$ 为 $[0,1]$ 之间的随机数, $UB_{ij}$ 和 $LB_{ij}$ 为解空间的范围.和声记忆库HM由HMS个和声向量构成,即

$$HM = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_{HMS}]^T =$$

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} & | & f(X_1) \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} & | & f(X_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots \\ x_{1HMS} & x_{2HMS} & \dots & x_{nHMS} & | & f(X_{HMS}) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

### 1.2 创作新的和声

在 $[0,1]$ 之间生成随机数 $r_1$ ,如果 $r_1 < HMCR$ ,则从和声库中随机抽取和声变量;否则,从解空间随机产生一个和声变量.如果和声变量来自和声库,则在 $[0,1]$ 之间生成一个随机数 $r_2$ ,若 $r_2 < PAR$ ,则根据音调微调带宽BW,调整和声变量得到一个新的和声变量,否则不作任何调整.最终得到新的和声 $X^{new}$ .

### 1.3 更新和声记忆库

如果新生成的和声向量 $X^{new}$ 比当前HM中最差的和声向量 $X^{worst}$ 好,则用 $X^{new}$ 替换最差的和声向量 $X^{worst}$ ,否则不作修改.换言之,在 $X^{new}$ 与 $X^{worst}$ 之间应用贪婪选择方案进行选择,重复操作,直到迭代次数 $T_{max}$ 为止.

### 1.4 和声搜索算法流程

标准和声搜索算法流程如图1所示.

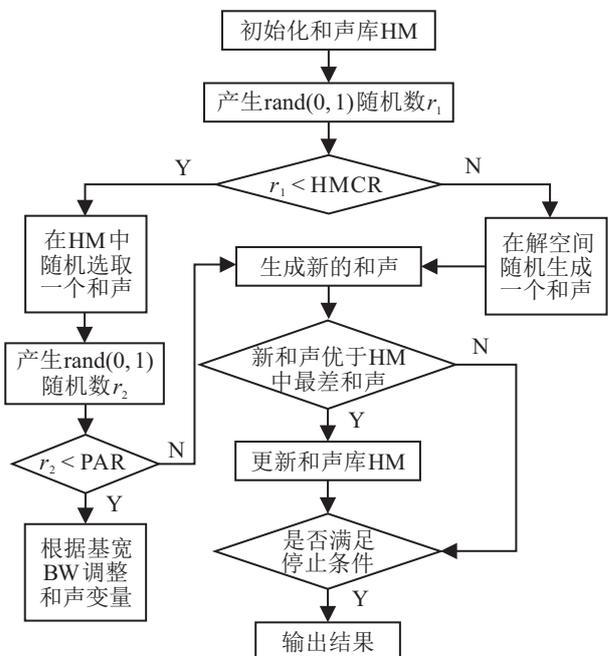


图1 标准和声搜索算法流程

## 2 动态行为选择和声搜索算法原理

HS的当前最优和声只是个体在当前迭代过程中能找到的最佳位置,只能代表当前所有和声的最佳水平,不能代表整体水平的进化方向.特别是在解决高维复杂优化问题时,如果当前最优和声是一个局部最优值,则用该局部最优值指导新的和声创作很难达到预期的寻优效果,在这种情况下HS容易陷入局部最优.进化理论研究表明,生物体对环境具有较强的适应性,其会通过改善自身的行为适应环境的变化,环境的多样性是生物多样性的根本原因.HS中创作的新和声所面临的环境是在HM中和声所传递的知识.新和声个体参照的知识不同则创作行为也应有

所不同,即和声的创作行为在整个优化过程中不应该保持不变.通过对优化过程中和声知识源的分析可得到以下3类:1)和声记忆库中的非最优和声知识;2)和声记忆库中的群体知识;3)和声记忆库中当前最优和声的知识.针对这3类知识,提出即兴创作新和声的3种策略.

## 2.1 3种即兴创作策略

### 2.1.1 基于和声记忆库中非最优和声知识的策略

这种随机选择和声进行突变的方法相当于智能进化算法中的个体变异,与基于混沌理论的某些突变方法相比,该方法更具目的性和方向性,其策略为

$$X_{\text{new}}^i = X_{r_1}^i + \text{rand}() \times (X_{r_2}^i - X_{r_3}^i). \quad (3)$$

其中: $r_1$ 、 $r_2$ 和 $r_3$ 为来自于和声记忆库的和声,互不相同, $\text{rand}()$ 为[0,1]之间的随机数.

### 2.1.2 基于和声记忆库的群体知识策略

社会中的个体通常具有趋同性,即个体行为很容易受到群体知识的影响.群体知识可以简化用群体位置的质心表示,采用所有个体位置的平均值作为质心,其策略为

$$X_{\text{new}}^i = \omega \times X_{\text{new}}^i + \text{rand}() \times \left( \frac{\sum_{j=1}^{\text{HMS}} X_j^i}{\text{HMS}} - X_{\text{new}}^i \right). \quad (4)$$

### 2.1.3 基于当前的最优和声和其他和声个体知识的策略

在创作一种新的和声时,可以利用当前最优和声加快算法的收敛速度,同时利用非最优和声避免最优和声所引起的局部最优,采用下式创作新的和声:

$$X_{\text{new}}^i = \omega \times X_{\text{new}}^i + \text{rand}() \times (X_{\text{best}}^i - X_{\text{new}}^i) + \text{rand}() \times (X_{r_1}^i - X_{r_2}^i). \quad (5)$$

其中: $r_1$ 、 $r_2$ 为来自于和声记忆库的和声,互不相同; $X_{\text{best}}^i$ 为和声库里的最优和声; $\text{rand}()$ 为[0,1]之间的随机数.

$\omega$ 由式(4)和(5)引入,描述了调整后和声受调整前和声控制的影响程度, $\omega$ 越大全局优化能力越强, $\omega$ 越小局部搜索能力越强.当问题求解空间较大时,为了在搜索速度与搜索精度之间达到平衡,通常的做法是使算法在早期具有较高的全局搜索能力,在后期具有较高的局部搜索能力以提高收敛精度.该值计算为

$$\omega = \omega_{\max} - \sin\left(\frac{t}{T_{\max}} \times \frac{\pi}{2}\right) \times (\omega_{\max} - \omega_{\min}). \quad (6)$$

其中: $t$ 为当前迭代次数; $T_{\max}$ 为迭代总数; $\omega_{\max}$ 、 $\omega_{\min}$ 分别为权重的最大值和最小值,且 $\omega_{\max} = 0.9$ ,

$\omega_{\min} = 0.1$ .

## 2.2 计算即兴创作策略的即时价值

即时价值是指采用某种即兴创作策略前一次迭代的适应度 $f(X_{\text{new}}, t-1)$ 与当代适应度 $f(X_{\text{new}}, t)$ 进行比较以评价策略收益,计算为

$$\text{value}_i(t) = \frac{f(X_{\text{new}}, t-1) - \min(f(X_{\text{new}}, t-1), f(X_{\text{new}}, t))}{f(X_{\text{new}}, t)}. \quad (7)$$

这里需指出,如果某个策略的即时价值为零,则意味着该策略此次迭代没有获得良好的搜索性能,这只是一个瞬间的价值,并不表示该策略是不好的,需要综合该策略的未来价值进行综合评价.

## 2.3 计算即兴创作策略的综合价值

在缺乏任何先验知识的情况下,决定采取何种策略,可以利用所获得的即时价值和新知识的探索作出最佳决策.上限置信区间(UCT)<sup>[34-35]</sup>算法已应用于计算机围棋程序中,并取得了良好的效果.其主要根据棋盘上当前情况的即时价值和可选落子点的预测价值作为落子点上限的最大置信区间,因此即兴创作策略的选择可以借鉴围棋的落子点决策.选择的即兴创作策略的综合价值为

$$\text{score}_i(t) = \frac{\text{value}_i(t)}{\sum_{i=1}^M \text{value}_i(t)} + \sqrt{\frac{C_0 \times \log(t)}{N_i(t)}}, \quad (8)$$

$$1 \leq i \leq M.$$

其中: $t$ 为当前迭代次数, $C_0$ 平衡个体知识的使用和探索, $M$ 为创作策略的个数, $N_i(t)$ 为第 $t$ 次迭代前采用第 $i$ 个策略产生较优和声成功的次数.

## 2.4 个体即兴创作策略选择方法

如果算法在进化过程中创作和声一直采取某种策略,则虽然每次迭代都会增加适应值,但改善程度不高,可能导致个体寻优速度缓慢或陷入局部最优,因此有必要对这种情况进行判断,进而选择其他创作策略.适应度方差可以反映算法种群的收敛程度,方差越小越有可能陷入局部最优或找到全局最优解.计算方法如下:

$$\sigma^2 = \sum_{i=t-\text{count}}^t (f_i - \bar{f})^2 / \text{count}. \quad (9)$$

其中: $t$ 为当前迭代次数, $\text{count}$ 为适应度值的个数, $f_i$ 为每次迭代的适应度, $\bar{f}$ 为适应度值的均值.如果 $\sigma^2$ 小于某一阈值,则选择最大综合价值的创作策略作为下一次迭代创作行为.

## 2.5 DBSHS算法流程

step 1: 初始化算法运行参数.

step 2: 初始化和声记忆库, 计算每个和声的目标函数值.

step 3: 和声搜索算法在解空间范围内随机生成一个新和声. 对新和声的第  $i$  维变量进行如下操作:

step 3.1: 产生一个随机数  $r_1$ , 如果  $r_1 < \text{HMCR}$ , 则从和声库里随机选择一个和声, 将所选和声的第  $i$  维变量赋值给新和声第  $i$  维;

step 3.2: 产生一个随机数  $r_2$ , 如果  $r_2 < \text{PAR}$ , 则选择和声创作策略综合价值高的策略对新和声的第  $i$  维变量进行更新.

step 4: 如果新和声优于 HM 中最差和声, 则替换最差和声.

step 5: 根据第 2.2 节和第 2.3 节计算和声创作策略的综合价值.

step 6: 根据第 2.4 节确定个体即兴创作选择策略.

step 7: 检查是否达到算法终止条件, 满足则退出, 否则如果迭代次数小于设定的最大迭代次数, 则返回 step 3.

## 3 实验对比和分析

所有实验均在 CPU 为 Intel(R) Core(TM) i5 7200 U、双核处理器 2.50 GHz 和 2.71 GHz、4.00 GB 内存, 操作系统为 Windows 10 专业版的环境下由 Matlab R2014a 编程实现的, 为验证改进 DBSHS 的性能, 选取 HS<sup>[1]</sup>、HIS<sup>[17]</sup>、SGHS<sup>[18]</sup>、NDHS<sup>[20]</sup>、GHS<sup>[22]</sup>、SRHS<sup>[24]</sup>、IGHS<sup>[27]</sup>、LHS<sup>[32]</sup>、POHS<sup>[33]</sup> 九种算法进行比较, 在 22 个著名的基准函数上对算法进行测试. 实

表 1 参数设置

算法	参数
HS	HMS = 5, HMCR = 0.9, PAR = 0.3, BW = 0.01
IHS	HMS = 5, HMCR = 0.9, PAR_min = 0.01, PAR_max = 0.99, BW_min = 0.000 1, BW_max = (UB <sub><i>i</i></sub> - LB <sub><i>i</i></sub> ) / 20
GHS	HMS = 5, HMCR = 0.9, PAR_min = 0.01, PAR_max = 0.99, BW_min = 0.000 1, BW_max = 1 / (20 × (UB <sub><i>i</i></sub> - LB <sub><i>i</i></sub> ))
SGHS	HMS = 5, BW_max = (UB <sub><i>i</i></sub> - LB <sub><i>i</i></sub> ) / 10, BW_min = 0.000 5, LP = 100, HMCRm = 0.98, PARm = 0.9, HMCRv = 0.01, PARv = 0.05
NDHS	HMS = 5, HMCR = 0.99, PAR_min = 0.01, PAR_max = 0.99
IGHS	HMS = 5, Pm = 0.005, PAR = 0.4
SRHS	HMS = 5, SS = round(N / 3), RP = 500, HMCR = 0.9, PAR_min = 0.01, PAR_max = 0.99
LHS	HMS = 5, HMCR = 0.99
POHS	HMS = 5, HMCR = 0.99, PAR_min = 0.01, PAR_max = 0.99, JR_min = 0, JR_max = 0.3, BW_max = (UB <sub><i>i</i></sub> - LB <sub><i>i</i></sub> ) / 20, BW_min = 1e-6

验研究中, 所有函数都在 30 维、50 维、100 维和 500 维中进行测试, 所有算法的最大迭代次数 ( $T_{\max}$ ) 设置为 5000. DBSHS 算法的参数设置如下: HMS = 5, PAR\_min = 0.01, PAR\_max = 0.99,  $\sigma^2 = 1e-04$ , 每种算法均单独运行 30 次. 各算法的运行参数如表 1 所示, 测试函数如表 2 所示.

### 3.1 DBSHS 在固定迭代次数中的比较

由实验结果可知, 对于 22 个测试函数中的 20 个, DBSHS 可以找到最佳的最优解, 表明 DBSHS 算法具有较强的全局搜索能力和稳定性. 当维度增大时, DBSHS 的优化性能相对稳定, 这主要是因为 DBSHS 可以从当前的最佳和声、HM 的平均知识或 HM 的非最优和声中获得知识, 并通过计算即时价值和综合价值选择不同的创作行为以生成新的和声, DBSHS 能够在自我感知的条件下独立选择最佳的即兴创作行为. 同时, 个体即兴创作策略选择方法可以避免某些创作策略导致的优化性能缓慢. 个体在求解某些复杂函数时, 可以通过选择最优的即兴创作策略, 避免收敛速度慢、容易陷入局部最优的缺点, 从而避免陷入局部最优解.

由图 2 的迭代曲线可以看出, 由于采用了固定的即兴创作策略和单一的知识源, 其他算法在达到一定精度后很难跳出局部最优. 然而, DBSHS 的迭代曲线表明, 即使维数达到 100, 该算法也能以更快的迭代方式更新最优解. 可见, DBSHS 在较少的迭代次数下可以获得更好的结果. 对于  $f_6$ , IGHS 算法优于 DBSHS 算法; 对于  $f_8$ , LHS 算法优于 DBSHS 算法; 由表 3 ~ 表 5 可知, 当优化维数增加到 500 时, IGHS 和 LHS 算法的优化效果并不比 DBSHS 好, 并且 IGHS 的优化效果迅速下降. 当  $f_6$  和  $f_8$  的维数扩展到 500 时, SRHS 的优化结果更好, 但 SRHS 和 DBSHS 的优化效果只有一个数量级的差异, 表明 SRHS 和 DBSHS 的优化效果没有太大的差异, 这也从另一方面表明了“没有免费午餐定理”. 从实验结果总体来看, DBSHS 算法与 9 种比较算法相比, 具有良好的性能优化, 特别是在处理高维函数的过程中具有良好的适应性.

通过对 DBSHS 算法的原理进行分析可以看出, DBSHS 虽然有 3 种即兴创作策略, 但在每次迭代中选择一种最有价值的策略改进新的和声. 从这个角度看, DBSHS 的计算方法与标准 HS 相同. 然而, 每一次进化都需要计算 3 种策略的综合价值, 计算量大于 HS. 根据综合价值公式和渐近复杂性理论可知, DBSHS 并没有增加基本 HS 算法的时间复杂性. 由图 2 的迭代曲线可见, 该算法在迭代次数较少

表2 测试函数

测试函数	搜索空间	最佳值
$f_1 = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100, 100]^n$	0
$f_2 = \sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $	$[-10, 10]^n$	0
$f_3 = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i x_j)$	$[-100, 100]^n$	0
$f_4 = \max(\text{abs}(x_i))$	$[-100, 100]^n$	0
$f_5 = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	$[-30, 30]^n$	0
$f_6 = \sum_{i=1}^n ([x_i + 0.5])^2$	$[-100, 100]^n$	0
$f_7 = \sum_{i=1}^n ix_i^4 + \text{rand}(0, 1)$	$[-1.28, 1.28]^n$	0
$f_8 = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] + 10n$	$[-5.12, 5.12]^n$	0
$f_9 = 20 + \exp(1) - 20 \exp[-\frac{1}{5} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}] - \exp[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)]$	$[-32, 32]^n$	0
$f_{10} = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos[\frac{x_i}{\sqrt{i}}] + 1$	$[-600, 600]^n$	0
$f_{11} = \frac{\pi}{n} \{10 \sin(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_n - 1)^2\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 1000, 4);$	$[-50, 50]^n$	0
$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a; \\ 0, & -a \leq x_i \leq a; y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4} \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$		
$f_{12} = 0.1 \{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1) [1 + \sin 2(3\pi x_i + 1)] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4);$		
$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a; \\ 0, & -a \leq x_i \leq a; y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4} \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$	$[-50, 50]^n$	0
$f_{13} = \sum_{i=1}^n x_i^2 + (\sum_{i=1}^n 0.5ix_i)^2 + ((\sum_{i=1}^n 0.5ix_i)^4)$	$[-5, 10]^n$	0
$f_{14} = \sum_{i=1}^n ix_i^2$	$[-5.12, 5.12]^n$	0
$f_{15} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i x_i^2$	$[-65.536, 65.536]^n$	0
$f_{16} = (x_i - 1)^2 + \sum_{i=2}^n i(2x_i^2 - x_{i-1})^2$	$[-10, 10]^n$	0
$f_{17} = \sum_{i=1}^n  x_i \sin(x_i + 0.1x_i) $	$[0, 10]^n$	0
$f_{18} = -\exp(-0.5 \sum_{i=1}^n x_i^2)$	$[-1, 1]^n$	-1
$f_{19} = 1 - \cos(2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}) + 0.1 \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$	$[-100, 100]^n$	0
$f_{20} = -\sum_{i=1}^{n-1} \{ e^{\frac{[-(x_i^2 + x_{i+1}^2 + 0.5x_ix_{i+1})]}{8}} \cos(4 \times \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2 + 0.5x_ix_{i+1}}) \}$	$[-5, 5]^n$	$-n + 1$
$f_{21} = 1 - \cos(2\pi (\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}) + 0.1 \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2})$	$[-100, 100]^n$	0
$f_{22} = \sin^2(\pi \omega_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (\omega_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi \omega_i + 1)] + (\omega_d - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi \omega_d)]$	$[-10, 10]^n$	0
$\omega_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}$		

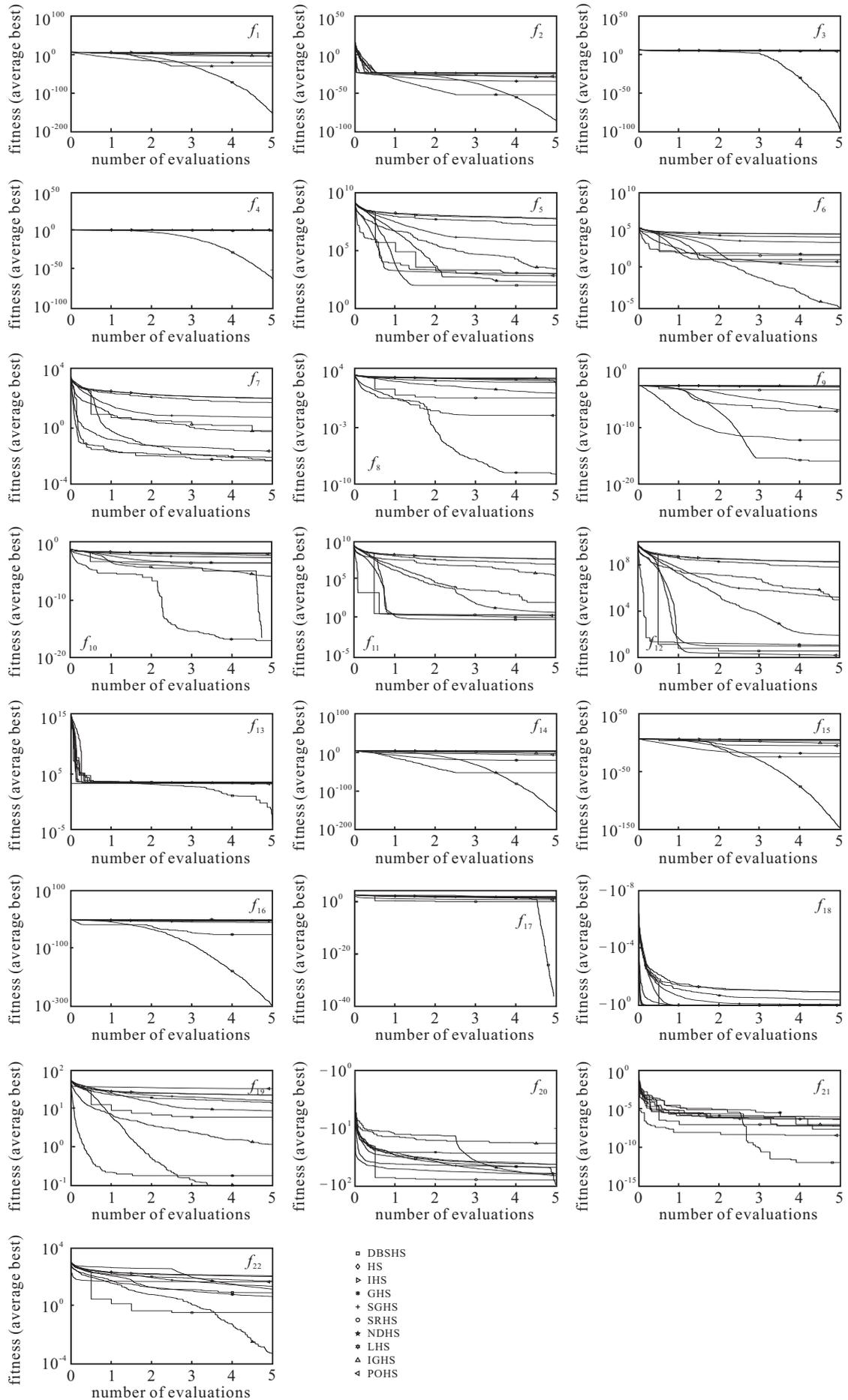


图2 最优适应值迭代曲线

表3 优化函数的均值和标准差( $D = 30$ )

	HS	IHS	GHS	SGHS	SRHS
$f_1$	5.20e+02(2.27e+02)	4.87e+02(1.51e+02)	3.11e+00(4.08e+00)	7.09e+00(4.98e+00)	1.15e+00(7.43e-01)
$f_2$	7.50e+00(2.10e+00)	7.97e+00(9.07e-01)	3.70e-01(3.76e-01)	6.76e-01(2.67e-01)	2.45e-01(2.22e-01)
$f_3$	1.90e+04(2.60e+03)	1.96e+04(2.53e+03)	2.60e+04(1.01e+04)	6.85e+03(2.25e+03)	1.69e+04(1.12e+04)
$f_4$	2.34e+01(5.14e+00)	2.35e+01(4.52e+00)	1.91e+01(3.51e+00)	2.47e+01(4.17e+00)	1.74e+01(1.44e+01)
$f_5$	4.18e+04(3.37e+04)	4.13e+04(2.66e+04)	3.28e+02(4.31e+02)	7.24e+02(6.82e+02)	6.58e+02(9.08e+02)
$f_6$	5.43e+02(1.72e+02)	5.46e+02(1.34e+02)	2.78e+00(3.11e+00)	5.64e+00(3.98e+00)	4.52e-01(3.82e-01)
$f_7$	3.75e-01(1.76e-01)	4.35e-01(2.93e-01)	9.45e-02(4.69e-02)	2.65e-01(8.64e-02)	2.99e-02(2.37e-02)
$f_8$	3.17e+01(4.49e+00)	3.32e+01(6.80e+00)	9.01e-01(1.41e+00)	1.92e+01(4.81e+00)	2.91e-01(1.85e-01)
$f_9$	6.14e+00(2.11e-01)	5.65e+00(7.22e-01)	5.93e-01(3.86e-01)	1.30e+00(5.16e-01)	4.50e-01(7.32e-01)
$f_{10}$	6.79e+00(1.10e+00)	5.51e+00(1.55e+00)	8.45e-01(3.00e-01)	9.92e-01(5.44e-02)	4.42e-01(4.63e-01)
$f_{11}$	8.83e+00(1.99e+00)	7.41e+00(1.93e+00)	2.20e-02(2.48e-02)	4.35e-02(5.27e-02)	2.08e+00(4.66e+00)
$f_{12}$	6.40e+03(1.42e+04)	4.88e+03(5.37e+03)	9.72e-02(1.40e-01)	2.99e-01(1.41e-01)	2.85e-02(5.46e-02)
$f_{13}$	1.57e+02(4.69e+01)	1.61e+02(2.84e+01)	9.21e+01(4.08e+01)	1.26e+02(2.44e+01)	4.05e+01(2.44e+01)
$f_{14}$	1.36e+01(4.27e+00)	2.01e+01(4.27e+00)	2.04e-01(1.59e-01)	6.48e-02(5.23e-02)	2.17e-02(2.58e-02)
$f_{15}$	2.74e+03(1.88e+02)	2.89e+03(8.08e+02)	2.60e+01(2.86e+01)	2.96e+01(2.02e+01)	6.58e+00(7.67e+00)
$f_{16}$	1.35e-08(1.44e-08)	8.69e-09(5.69e-09)	1.35e-05(1.41e-05)	1.08e-11(1.80e-11)	4.36e-06(6.49e-06)
$f_{17}$	2.64e+00(5.97e-01)	1.90e+00(4.91e-01)	1.91e-01(4.27e-01)	1.35e-01(6.82e-02)	9.29e-02(8.75e-02)
$f_{18}$	-9.81e-01(8.23e-03)	-9.71e-01(9.53e-03)	-1.00e+00(3.07e-04)	-1.00e+00(3.08e-06)	-1.00e+00(3.38e-05)
$f_{19}$	4.53e+00(4.81e-01)	4.60e+00(6.76e-01)	1.14e+00(4.15e-01)	3.05e+00(3.09e-01)	4.69e-01(3.35e-01)
$f_{20}$	-2.06e+01(8.08e-01)	-2.01e+01(1.19e+00)	-1.85e+01(4.77e+00)	-2.17e+01(1.44e+00)	-2.34e+01(3.55e+00)
$f_{21}$	1.52e-06(3.26e-06)	1.65e-07(1.85e-07)	2.45e-07(2.39e-07)	1.03e-07(2.30e-07)	9.14e-08(1.03e-07)
$f_{22}$	1.72e+00(5.02e-01)	1.50e+00(4.33e-01)	1.66e-02(2.03e-02)	1.55e-01(1.08e-01)	1.37e-03(2.20e-03)

	NDHS	LHS	IGHS	POHS	DBSHS
$f_1$	2.72e-133(6.07e-133)	3.12e-70(6.98e-70)	4.14e-58(9.21e-58)	1.57e-11(2.57e-11)	0.00e+00(0.00e+00)
$f_2$	1.24e-97(2.40e-97)	2.24e-43(3.44e-43)	5.37e-43(6.55e-43)	1.20e-07(2.69e-07)	1.00e-178(0.00e+00)
$f_3$	5.99e+02(5.24e+02)	1.63e-03(3.54e-03)	1.80e+04(1.43e+04)	3.65e+02(2.52e+02)	9.76e-239(0.00e+00)
$f_4$	1.22e+01(1.01e+01)	2.28e-01(2.94e-01)	9.73e-03(1.84e-02)	2.53e+01(5.01e+00)	7.02e-144(1.50e-143)
$f_5$	4.42e+01(3.47e+01)	3.24e+02(3.64e+02)	4.37e+01(8.27e+01)	7.33e+01(4.29e+01)	2.89e+01(8.11e-02)
$f_6$	4.50e-02(1.05e-02)	9.33e+00(5.52e+00)	0.00e+00(0.00e+00)	3.08e+00(4.60e-01)	5.24e+00(7.07e-01)
$f_7$	9.87e-04(7.40e-04)	1.63e-03(1.40e-03)	8.96e-03(3.53e-03)	3.58e-04(2.47e-04)	1.45e-05(8.15e-04)
$f_8$	0.00e+00(0.00e+00)	5.34e-13(6.48e-13)	1.98e+01(2.77e+01)	3.04e-05(4.96e-05)	3.03e-13(2.86e-13)
$f_9$	4.61e+00(4.21e+00)	1.60e-03(3.58e-03)	7.99e-15(0.00e+00)	1.34e-05(2.96e-05)	8.88e-16(0.00e+00)
$f_{10}$	3.52e-01(4.23e-01)	9.45e-03(2.11e-02)	0.00e+00(0.00e+00)	3.86e+01(1.33e+01)	0.00e+00(0.00e+00)
$f_{11}$	1.45e-01(3.23e-01)	5.05e-01(2.09e-01)	1.57e-22(0.00e+00)	3.24e+00(1.32e+00)	9.07e-32(0.00e+00)
$f_{12}$	2.16e+00(3.14e-01)	1.86e+00(6.49e-01)	1.35e-30(0.00e+00)	5.04e-01(2.21e-01)	2.16e-32(0.00e+00)
$f_{13}$	8.16e+00(1.70e+01)	2.68e+02(5.11e+01)	8.17e+00(1.45e+01)	9.04e+00(6.89e+00)	5.26e-150(1.18e-149)
$f_{14}$	1.09e-151(2.45e-151)	3.31e-05(7.40e-05)	2.63e-50(5.47e-50)	2.39e-12(5.34e-12)	0.00e+00(0.00e+00)
$f_{15}$	3.01e-124(6.72e-124)	5.29e-68(1.13e-67)	7.44e-47(1.65e-46)	2.26e-13(5.04e-13)	0.00e+00(0.00e+00)
$f_{16}$	0.00e+00(0.00e+00)	2.32e-12(5.12e-12)	2.34e-16(5.00e-16)	6.97e-51(1.56e-50)	0.00e+00(0.00e+00)
$f_{17}$	3.46e-01(2.61e-01)	1.32e+00(3.60e-01)	1.27e+00(2.84e+00)	5.50e-01(2.97e-01)	2.34e-02(2.42e-02)
$f_{18}$	-1.00e+00(0.00e+00)	-1.00e+00(9.76e-09)	-1.00e+00(1.11e-16)	-1.00e+00(6.90e-14)	-1.00e+00(0.00e+00)
$f_{19}$	9.99e-02(9.89e-08)	1.40e-01(5.48e-02)	2.20e-01(4.47e-02)	1.34e+01(2.18e+00)	9.99e-02(2.48e-08)
$f_{20}$	-2.27e+01(2.67e+00)	-2.55e+01(4.12e+00)	-1.87e+01(7.42e+00)	-1.88e+01(2.70e+00)	-2.90e+01(1.60e-07)
$f_{21}$	2.29e-07(3.23e-07)	1.60e-07(3.14e-07)	2.61e-07(2.88e-07)	7.23e-08(1.29e-07)	7.61e-14(9.96e-14)
$f_{22}$	1.29e+00(3.37e-01)	4.00e-01(4.28e-02)	1.50e+00(3.92e-01)	1.40e+01(7.72e+00)	1.50e-32(0.00e+00)

表4 优化函数的均值和标准差( $D = 50$ )

	HS	IHS	GHS	SGHS	SRHS
$f_1$	5.75e+03(1.06e+03)	6.29e+03(1.11e+03)	3.94e+02(2.32e+02)	6.27e+01(3.50e+01)	1.23e+01(1.57e+01)
$f_2$	3.04e+01(5.39e+00)	3.13e+01(2.32e+00)	2.91e+00(2.23e+00)	3.48e+00(8.54e-01)	1.23e+00(8.42e-01)
$f_3$	6.88e+04(1.11e+04)	6.69e+04(1.45e+04)	1.03e+05(1.17e+04)	3.46e+04(3.74e+03)	8.49e+04(1.16e+04)
$f_4$	4.54e+01(5.92e+00)	4.34e+01(3.17e+00)	3.22e+01(6.53e+00)	3.77e+01(1.93e+00)	3.32e+01(5.77e+00)
$f_5$	1.97e+06(5.73e+05)	2.75e+06(8.36e+05)	2.58e+05(1.99e+05)	2.33e+03(9.21e+02)	3.98e+03(7.71e+03)
$f_6$	5.12e+03(6.63e+02)	6.28e+03(1.24e+03)	4.49e+02(2.40e+02)	6.12e+01(3.40e+01)	4.39e+01(5.19e+01)
$f_7$	2.80e+00(8.29e-01)	2.35e+00(3.80e-01)	5.47e-01(9.90e-02)	6.21e-01(1.73e-01)	1.20e-01(9.72e-02)
$f_8$	1.39e+02(2.17e+01)	1.33e+02(2.62e+01)	1.69e+01(6.93e+00)	6.45e+01(6.69e+00)	1.17e+00(1.85e+00)
$f_9$	1.16e+01(9.00e-01)	1.16e+01(1.44e-01)	4.71e+00(6.52e-01)	3.05e+00(9.15e-01)	2.10e+00(1.74e+00)
$f_{10}$	5.03e+01(9.38e+00)	5.56e+01(6.79e+00)	7.20e+00(8.37e+00)	1.61e+00(1.36e-01)	8.65e-01(5.39e-01)
$f_{11}$	1.00e+05(1.11e+05)	2.03e+05(2.88e+05)	1.39e+01(1.18e+01)	1.58e+00(4.26e-01)	1.19e-02(1.54e-02)
$f_{12}$	2.85e+06(8.97e+05)	3.29e+06(1.20e+06)	4.34e+03(4.29e+03)	5.19e+00(2.04e+00)	3.44e+00(2.49e+00)
$f_{13}$	5.21e+02(7.45e+01)	5.03e+02(1.69e+02)	4.27e+02(1.67e+02)	4.92e+02(6.24e+01)	2.95e+02(1.90e+02)
$f_{14}$	3.38e+02(5.13e+01)	2.82e+02(6.46e+01)	4.08e+01(2.87e+01)	4.75e+00(2.12e+00)	6.43e-01(1.31e+00)
$f_{15}$	5.01e+04(7.46e+03)	4.97e+04(1.03e+04)	8.23e+03(7.42e+03)	7.98e+02(5.06e+02)	5.79e+01(6.07e+01)
$f_{16}$	1.55e-07(2.15e-07)	2.37e-07(8.38e-08)	2.34e-04(2.67e-04)	6.03e-11(1.18e-10)	4.51e-05(8.90e-05)
$f_{17}$	1.31e+01(1.14e+00)	1.42e+01(2.56e+00)	1.48e+00(1.39e+00)	1.93e+00(4.39e-01)	2.47e-01(2.86e-01)
$f_{18}$	-7.52e-01(1.64e-02)	-7.42e-01(3.47e-02)	-9.79e-01(1.12e-02)	-9.99e-01(7.74e-04)	-1.00e+00(4.49e-04)
$f_{19}$	1.12e+01(1.21e-01)	1.05e+01(8.46e-01)	3.76e+00(1.39e+00)	7.31e+00(5.48e-01)	2.51e+00(4.87e-01)
$f_{20}$	-2.98e+01(1.85e+00)	-3.06e+01(1.01e+00)	-2.34e+01(7.16e+00)	-3.51e+01(7.60e-01)	-4.11e+01(6.70e+00)
$f_{21}$	1.25e-07(1.17e-07)	1.20e-07(1.78e-07)	7.41e-07(8.16e-07)	5.79e-08(7.62e-08)	2.02e-07(3.86e-07)
$f_{22}$	1.45e+01(1.82e+00)	1.56e+01(2.79e+00)	2.11e+00(8.32e-01)	1.36e+00(4.28e-01)	1.22e-01(2.31e-01)

	NDHS	LHS	IGHS	POHS	DBSHS
$f_1$	6.94e-85(1.55e-84)	2.25e-45(5.02e-45)	4.57e-26(1.02e-25)	1.28e-07(2.82e-07)	7.99e-270(0.00e+00)
$f_2$	2.63e-70(5.87e-70)	2.65e-29(2.65e-29)	2.96e-22(5.76e-22)	3.59e-08(7.96e-08)	3.16e-144(6.42e-144)
$f_3$	7.66e+03(3.13e+03)	6.08e+01(6.54e+01)	5.21e+04(1.56e+04)	4.39e+03(1.89e+03)	1.32e-186(0.00e+00)
$f_4$	3.97e+01(6.18e+00)	1.25e+00(1.23e+00)	8.27e+00(4.16e+00)	3.73e+01(3.41e+00)	4.26e-110(9.53e-110)
$f_5$	7.25e+01(5.27e+01)	9.28e+02(7.36e+02)	3.87e+01(2.16e+01)	1.76e+02(2.04e+02)	4.89e+01(3.67e-02)
$f_6$	2.68e-01(7.48e-02)	4.50e+01(1.98e+01)	1.78e-23(3.94e-23)	5.75e+00(6.02e-01)	9.61e-26(1.14e-24)
$f_7$	1.56e-03(1.14e-03)	5.07e-03(4.68e-03)	3.16e-02(1.46e-02)	8.31e-04(5.46e-04)	1.28e-04(1.79e-04)
$f_8$	4.06e+00(4.82e+00)	2.17e-10(3.96e-10)	1.77e+02(8.88e+01)	3.19e-03(4.26e-03)	3.05e-12(4.27e-12)
$f_9$	5.52e+00(5.09e+00)	4.67e-11(7.24e-11)	1.79e-14(3.89e-15)	1.16e-03(1.75e-03)	8.88e-16(0.00e+00)
$f_{10}$	1.26e+00(1.41e-01)	1.56e-03(3.49e-03)	1.62e-15(3.44e-15)	1.03e+02(2.73e+01)	0.00e+00(0.00e+00)
$f_{11}$	1.23e+00(9.29e-01)	6.14e-01(3.31e-01)	3.39e-15(6.30e-15)	5.83e+00(1.56e+00)	7.98e-16(1.54e-16)
$f_{12}$	4.59e+00(1.44e-01)	4.74e+00(1.42e+00)	7.08e-16(1.33e-15)	6.02e-01(2.36e-01)	4.51e-18(4.67e-17)
$f_{13}$	2.45e+02(7.06e+01)	3.85e+02(4.81e+01)	1.02e+02(6.46e+01)	1.48e+02(4.19e+01)	1.01e-85(2.26e-85)
$f_{14}$	1.15e-111(2.56e-111)	2.73e-49(5.97e-49)	1.10e-22(2.27e-22)	5.64e-07(1.26e-06)	1.03e-261(0.00e+00)
$f_{15}$	3.51e-92(7.86e-92)	2.12e-46(2.79e-46)	9.87e-22(1.64e-21)	2.72e-04(6.07e-04)	4.01e-268(0.00e+00)
$f_{16}$	4.13e-177(0.00e+00)	8.13e-23(1.82e-22)	1.78e-09(3.03e-09)	4.62e-13(1.03e-12)	0.00e+00(0.00e+00)
$f_{17}$	1.56e+00(3.23e-01)	2.23e+00(3.96e-01)	1.54e+01(8.74e+00)	1.66e+00(5.81e-01)	3.96e-04(8.85e-04)
$f_{18}$	-1.00e+00(0.00e+00)	-1.00e+00(1.39e-14)	-1.00e+00(1.11e-16)	-1.00e+00(6.58e-08)	-1.00e+00(0.00e+00)
$f_{19}$	2.20e-01(1.79e-01)	1.40e-01(5.48e-02)	3.00e-01(7.07e-02)	1.97e+01(3.98e+00)	9.99e-02(4.42e-09)
$f_{20}$	-3.71e+01(3.63e+00)	-3.42e+01(7.15e+00)	-1.48e+01(2.89e+00)	-3.12e+01(2.23e+00)	-4.90e+01(1.27e-07)
$f_{21}$	6.32e-08(6.65e-08)	1.31e-07(2.57e-07)	7.98e-07(1.49e-06)	1.53e-07(3.08e-07)	4.57e-13(6.23e-13)
$f_{22}$	3.62e+00(1.55e+00)	9.68e-01(3.75e-01)	3.46e+00(5.50e-01)	2.80e+01(3.89e+00)	1.15e-27(1.43e-27)

表5 优化函数的均值和标准差 ( $D = 500$ )

	HS	IHS	GHS	SGHS	SRHS
$f_1$	7.34e+05(2.08e+04)	7.36e+05(1.65e+04)	5.08e+05(2.10e+04)	4.13e+05(6.75e+04)	4.88e+00(4.86e+00)
$f_2$	3.49e+75(7.51e+75)	5.55e+78(1.76e+79)	9.63e+02(6.35e+01)	1.57e+05(4.92e+05)	1.47e+00(1.07e+00)
$f_3$	8.96e+06(1.01e+06)	8.90e+06(8.89e+05)	1.30e+07(1.93e+06)	3.92e+06(3.79e+05)	9.02e+06(1.55e+06)
$f_4$	9.27e+01(7.50e-01)	9.28e+01(3.64e-01)	9.07e+01(1.35e+00)	9.17e+01(7.83e-01)	4.85e+01(2.45e+01)
$f_5$	2.34e+09(1.30e+08)	2.44e+09(9.78e+07)	1.61e+09(1.02e+08)	9.55e+08(2.07e+08)	1.26e+03(9.65e+02)
$f_6$	7.33e+05(2.60e+04)	7.28e+05(1.58e+04)	4.87e+05(2.12e+04)	3.74e+05(4.70e+04)	<b>2.12e+01(3.24e+01)</b>
$f_7$	1.76e+04(1.08e+03)	1.79e+04(7.66e+02)	1.71e+04(1.82e+03)	5.48e+03(1.18e+03)	3.36e+00(6.46e+00)
$f_8$	5.76e+03(5.87e+01)	5.70e+03(8.02e+01)	3.83e+03(1.61e+02)	4.40e+03(2.32e+02)	<b>3.32e+00(4.59e+00)</b>
$f_9$	1.99e+01(7.92e-02)	1.99e+01(6.43e-02)	1.89e+01(1.99e-01)	1.88e+01(3.95e-01)	9.01e-01(1.58e+00)
$f_{10}$	6.67e+03(2.25e+02)	6.54e+03(1.74e+02)	4.57e+03(2.31e+02)	3.61e+03(3.82e+02)	6.66e-01(7.78e-01)
$f_{11}$	4.70e+09(3.40e+08)	4.58e+09(2.55e+08)	3.18e+09(2.66e+08)	1.20e+09(3.72e+08)	1.19e+00(1.62e-02)
$f_{12}$	9.54e+09(6.16e+08)	9.61e+09(5.09e+08)	6.12e+09(8.07e+08)	2.93e+09(6.12e+08)	5.18e+01(3.68e+00)
$f_{13}$	3.51e+05(8.35e+05)	2.87e+05(3.84e+05)	2.35e+07(6.36e+07)	8.94e+03(4.21e+02)	8.72e+03(8.77e+02)
$f_{14}$	4.30e+05(1.08e+04)	4.37e+05(9.66e+03)	3.64e+05(2.66e+04)	1.98e+05(3.07e+04)	1.54e+01(1.72e+01)
$f_{15}$	7.19e+07(1.88e+06)	7.23e+07(2.43e+06)	6.66e+07(7.25e+06)	3.60e+07(6.12e+06)	3.72e+02(8.32e+02)
$f_{16}$	1.08e-03(8.56e-04)	8.96e-04(6.11e-04)	2.69e-02(1.06e-02)	1.35e-07(3.33e-07)	4.93e-05(7.34e-05)
$f_{17}$	7.78e+02(1.10e+01)	7.85e+02(1.80e+01)	5.50e+02(2.19e+01)	5.54e+02(5.58e+01)	7.55e-01(9.61e-01)
$f_{18}$	-1.84e-16(1.46e-16)	-2.68e-16(3.75e-16)	-2.38e-11(1.81e-11)	-6.98e-08(1.42e-07)	-9.99e-01(7.68e-04)
$f_{19}$	8.83e+01(8.64e-01)	8.86e+01(1.22e+00)	7.34e+01(2.16e+00)	7.94e+01(1.97e+00)	2.75e+01(1.76e+00)
$f_{20}$	-7.61e+01(2.75e+00)	-7.49e+01(2.90e+00)	-4.22e+01(3.46e+00)	-1.25e+02(1.22e+01)	-3.99e+02(9.66e+00)
$f_{21}$	1.61e-07(2.07e-07)	3.39e-07(7.55e-07)	1.18e-07(1.74e-07)	1.24e-07(3.06e-07)	1.42e-07(1.73e-07)
$f_{22}$	2.31e+03(9.81e+01)	2.35e+03(1.22e+02)	1.67e+03(8.31e+01)	1.28e+03(1.89e+02)	6.14e-02(9.86e-02)

	NDHS	LHS	IGHS	POHS	DBSHS
$f_1$	2.22e+05(1.64e+04)	1.80e+03(8.83e+02)	2.02e+05(3.12e+04)	1.79e+00(2.06e+00)	<b>8.29e-02(7.35e-02)</b>
$f_2$	1.85e+02(2.19e+01)	1.87e+01(3.79e+00)	4.92e+02(7.40e+01)	1.32e+00(5.35e-01)	<b>1.64e-01(1.51e-01)</b>
$f_3$	3.54e+06(6.03e+05)	1.78e+06(6.05e+05)	8.93e+06(1.12e+06)	6.55e+05(4.17e+04)	<b>8.72e+03(9.81e+03)</b>
$f_4$	9.05e+01(1.60e+00)	5.85e+01(1.79e+01)	9.06e+01(1.90e+00)	8.12e+01(1.46e+00)	<b>2.00e+00(1.34e+00)</b>
$f_5$	4.17e+08(4.67e+07)	6.80e+05(6.40e+05)	7.39e+08(1.47e+08)	5.30e+02(4.64e+01)	<b>1.15e+02(1.59e+01)</b>
$f_6$	2.21e+05(1.41e+04)	1.98e+03(7.64e+02)	1.96e+05(2.05e+04)	4.86e+01(4.80e+00)	1.28e+02(2.39e+00)
$f_7$	3.46e+00(3.22e+00)	2.62e+00(1.51e+00)	6.99e+03(1.71e+03)	8.61e-02(6.20e-02)	<b>1.92e-02(1.37e-02)</b>
$f_8$	1.54e+03(1.80e+02)	2.91e+02(8.47e+01)	5.51e+03(2.28e+02)	6.98e+00(4.92e+00)	2.48e+01(1.41e+01)
$f_9$	1.91e+01(2.16e-01)	2.87e+00(4.41e-01)	1.65e+01(5.53e-01)	8.50e-02(6.41e-02)	<b>1.56e-02(1.15e-02)</b>
$f_{10}$	2.22e+03(8.93e+01)	1.60e+01(2.75e+00)	1.75e+03(3.70e+02)	1.15e+03(1.61e+02)	<b>3.63e-01(4.07e-01)</b>
$f_{11}$	4.11e+08(5.69e+07)	1.75e+03(2.89e+03)	1.69e+09(3.68e+08)	1.35e-01(1.77e-01)	<b>3.32e-03(4.49e-03)</b>
$f_{12}$	1.36e+09(2.39e+08)	1.84e+05(7.70e+04)	3.06e+09(6.99e+08)	6.11e+00(1.10e+00)	<b>8.66e-01(1.54e+00)</b>
$f_{13}$	6.37e+03(3.73e+02)	5.64e+03(5.25e+02)	6.91e+03(6.61e+03)	5.24e+03(2.18e+02)	<b>1.07e+03(9.62e+02)</b>
$f_{14}$	6.28e+03(3.08e+03)	1.07e+03(2.57e+02)	1.59e+05(2.80e+04)	7.95e+00(6.82e+00)	<b>5.41e-01(6.13e-01)</b>
$f_{15}$	1.79e+07(7.51e+05)	1.13e+05(2.88e+04)	2.84e+07(3.11e+06)	2.86e+02(6.41e+02)	<b>9.92e+00(7.68e+00)</b>
$f_{16}$	4.12e+00(7.68e-01)	1.19e-38(3.30e-38)	8.27e-03(3.94e-03)	5.24e-01(3.62e-01)	<b>4.84e-83(1.53e-82)</b>
$f_{17}$	4.54e+02(1.49e+01)	4.62e+02(1.54e+01)	7.09e+02(6.99e+01)	6.64e+01(1.80e+01)	<b>6.13e-02(7.41e-02)</b>
$f_{18}$	-9.85e-01(9.82e-03)	-9.16e-01(3.18e-02)	-2.79e-04(7.18e-04)	-9.38e-01(5.01e-02)	<b>-1.00e+00(1.35e-04)</b>
$f_{19}$	6.70e+01(1.10e+00)	6.50e+00(8.58e-01)	4.86e+01(2.47e+00)	1.04e+02(3.22e+00)	<b>6.11e-01(4.65e-01)</b>
$f_{20}$	-2.51e+02(2.14e+01)	-7.99e+01(3.32e+01)	-3.28e+01(3.72e+00)	-1.81e+02(5.12e+01)	<b>-4.43e+02(2.88e+01)</b>
$f_{21}$	2.17e-07(2.33e-07)	6.34e-08(1.22e-07)	1.93e-07(4.98e-07)	2.77e-07(3.08e-07)	<b>2.75e-09(4.04e-09)</b>
$f_{22}$	1.12e+03(7.03e+01)	8.70e+02(2.25e+02)	1.08e+03(1.59e+02)	2.47e+02(3.78e+01)	<b>4.56e+01(1.31e-01)</b>

表6 DBSHS和其他算法在加速率和成功率的对比( $D = 100$ )

	HS		IHS		GHS		SGHS		SRHS	
	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg
$f_1$	3.42	0	3.42	0	3.42	0	3.42	0	3.42	0
$f_2$	2.92	0	2.92	0	2.92	0	2.92	0	2.92	0
$f_3$	1.8	0	1.8	0	1.8	0	1.8	0	1.8	0
$f_4$	2.25	0	2.25	0	2.25	0	2.25	0	2.25	0
$f_5$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$f_6$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$f_7$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$f_8$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$f_9$	2.91	0	2.91	0	2.91	0	2.91	0	2.91	0
$f_{10}$	3.08	0	3.08	0	3.08	0	3.08	0	3.08	0
$f_{11}$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$f_{12}$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$f_{13}$	1.24	0	1.24	0	1.24	0	1.24	0	1.24	0
$f_{14}$	3.56	0	3.56	0	3.56	0	3.56	0	3.56	0
$f_{15}$	3.29	0	3.29	0	3.29	0	3.29	0	3.29	0
$f_{16}$	<b>6.61</b>	<b>1</b>	6.62	0.85	9.31	0	<b>2.62</b>	<b>1</b>	8.48	0.1
$f_{17}$	1.03	0	1.03	0	1.03	0	1.03	0	1.03	0
$f_{18}$	2.24	0	2.24	0	2.24	0	2.24	0	2.24	0
$f_{19}$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$f_{20}$	1.03	0	1.03	0	1.03	0	1.03	0	1.03	0
$f_{21}$	<b>50.7</b>	<b>1</b>	<b>56.61</b>	<b>1</b>	<b>27.67</b>	<b>1</b>	<b>70.06</b>	<b>1</b>	<b>7.39</b>	<b>1</b>
$f_{22}$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

	NDHS		LHS		IGHS		POHS		DBSHS	
	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg	AR_avg	SR_avg
$f_1$	<b>0.57</b>	<b>1</b>	<b>0.27</b>	<b>1</b>	<b>1.83</b>	<b>1</b>	<b>1.22</b>	<b>1</b>	—	<b>1</b>
$f_2$	<b>0.27</b>	<b>1</b>	<b>0.32</b>	<b>1</b>	<b>1.37</b>	<b>1</b>	1.34	0.8	—	<b>1</b>
$f_3$	1.8	0	1.8	0	1.8	0	1.8	0	—	<b>1</b>
$f_4$	2.25	0	2.25	0	2.25	0	2.25	0	—	<b>1</b>
$f_5$	1	0	1	0	1	0	1	0	—	0
$f_6$	1	0	1	0	<b>0.54</b>	<b>1</b>	1	0	—	0
$f_7$	1	0	1	0	1	0	1	0	—	0
$f_8$	0.53	0.7	0.14	0.95	1	0	0.47	0.75	—	0.1
$f_9$	2.67	0.15	1.44	0.95	<b>2.12</b>	<b>1</b>	1.21	0.8	—	<b>1</b>
$f_{10}$	3.08	0	<b>1.26</b>	<b>1</b>	2.69	0.85	3.08	0	—	<b>1</b>
$f_{11}$	1	0	1	0	1	0	1	0	—	0
$f_{12}$	1	0	1	0	1	0	1	0	—	0
$f_{13}$	1.24	0	1.24	0	1.24	0	1.24	0	—	<b>1</b>
$f_{14}$	<b>1.23</b>	<b>1</b>	<b>1.24</b>	<b>1</b>	<b>2.37</b>	<b>1</b>	1.03	0.9	—	<b>1</b>
$f_{15}$	<b>1.57</b>	<b>1</b>	<b>1.29</b>	<b>1</b>	2.74	0.95	1.27	0.85	—	<b>1</b>
$f_{16}$	8.02	0.8	<b>1.07</b>	<b>1</b>	8.19	0.45	<b>5.98</b>	<b>1</b>	—	<b>1</b>
$f_{17}$	1.03	0	1.03	0	1.79	0.5	1.03	0	—	0.95
$f_{18}$	0.17	1	2.24	0	2.24	0	1.84	0.25	—	<b>1</b>
$f_{19}$	1	0	1	0	1	0	1	0	—	0
$f_{20}$	1.03	0	1.03	0	1.03	0	1.03	0	—	<b>1</b>
$f_{21}$	<b>16.75</b>	<b>1</b>	<b>17.08</b>	<b>1</b>	<b>67.73</b>	<b>1</b>	<b>1.05</b>	<b>1</b>	—	<b>1</b>
$f_{22}$	1	0	1	0	1	0	1	0	—	0

的情况下可以获得较好的结果,表明计算综合价值可以有效提高个体的优化性能,避免局部振荡计算. 这种寻优性能特别适用于适应度计算复杂的优化问题,可以用更少的迭代获得更好的结果,即当计算适应度函数值的时间复杂度大于DBSHS计算综合价值的复杂度时,更能反映出DBSHS算法的优越性.

### 3.2 DBSHS的收敛速度与成功率的比较

这项对比工作主要研究所提出算法的有效性. 算法的收敛速度使用NFC<sup>[33,36]</sup>进行测量,NFC值越小算法的收敛速度越快.NFC是指算法在达到目标值(VTR)所需要的迭代次数,为了最小化算法的随机性对最终结果的影响,实验中每个测试函数独立运行30次取平均值. 采用收敛速度变化率 $AR_r$ <sup>[33,36]</sup>对比算法Y与算法X的收敛速度, $AR_r$ 计算如下:

$$AR_r = \frac{NFC_X}{NFC_Y}. \quad (10)$$

其中: $AR_r > 1$ 表示算法Y的收敛速度大于算法X的收敛速度,即算法Y比算法X更快找到VTR; $AR_r = 1$ 表示算法Y的收敛速度与算法X相当; $AR_r < 1$ 表示算法Y比算法X慢.

使用成功率SR<sup>[33,36]</sup>评估算法的性能.SR定义为当一个算法在达到函数寻优最大迭代次数前找到寻优目标(VTR)的实验次数与实验执行的测试总数之比,即

$$SR = \frac{\text{number of times reached VTR}}{\text{total number of trials}}. \quad (11)$$

平均收敛速度变化率 $AR_{avg}$ 和平均成功率 $SR_{avg}$ 分别表示22个基准测试函数的加速率AR和成功率SR的平均值,结果如表6所示. 所有函数均在100维上进行测试,算法参数设置见表1. 所有实验最大迭代次数 $T_{max}$ 设置为 $1e-4$ . 除 $f_{18}$  VTR设置为 $-1$ , $f_{20}$  VTR设置为 $-97$ 外,所有函数目标值(VTR)均设为 $1.0e-6$ ,成功率等于1的算法在表6中用粗体表示. 由表6可见,22个函数中13个函数的成功率都是1,表明所提出算法可以在指定的迭代次数内收敛到指定的精度. $f_{17}$ 成功率为0.95,7个函数没有收敛到规定的精度. 对于 $f_6$ ,IGHS有较好的收敛速度,而对于 $f_8$ ,LHS有较好的收敛速度,收敛速度为95%. 对于 $f_1$ 和 $f_2$ ,虽然NDHS、LHS、IGHS和DBSHS的 $SR_{avg}$ 等于1,但NDHS和LHS的 $AR_{avg}$ 优于DBSHS,表明这两种算法在达到规定的精度时收敛速度比DBSHS快. 然而,由图2最优适应值迭代曲线可见,当收敛次数达到5000时,DBSHS优于NDHS、LHS和IGHS. 上述实验结果表明,DBSHS算法具有较好的探索性和在迭代后期跳出局部最优解的能力.

## 4 结论

本文提出了一种基于动态行为选择的和声搜索算法(DBSHS)以提高HS的性能.DBSHS将不同的知识整合到即兴创作策略的行为中,在个体进化过程中,采用贪婪算法尽量使得在每一次进化中获得更好的效益. 基于高维基准函数的测试结果表明,所提出算法具有较好的全局优化能力和较快的收敛速度,在迭代次数较少的情况下,能够获得较为满意的优化结果. 由此可见,该算法的动态行为选择具有较好的优化效果,适用于求解高维优化问题,特别是一些适应度函数计算复杂且耗时的优化问题.

### 参考文献(References)

- [1] Geem Z W, Kim J M, Loganathan G V. A new heuristic optimization algorithm: Harmony search[J]. Simulation, 2001, 76(2): 60-68.
- [2] Gandhi T K, Chakraborty P, Roy G G, et al. Discrete harmony search based expert model for epileptic seizure detection in electroencephalography[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(4): 4055-4063.
- [3] Yazdi E, Azizi V, Haghghat A T. A new biped locomotion involving arms swing based on neural network with harmony search optimizer[C]. IEEE International Conference on Automation and Logistics. Chongqing: IEEE, 2011: 8-23.
- [4] Lee K S, Zong W G. A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: Harmony search theory and practice[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(36/37/38): 3902-3933.
- [5] Geem Z W. Particle-swarm harmony search for water network design[J]. Engineering Optimization, 2009, 41(4): 297-311.
- [6] Ravikumar P V, Panigrahi B K. Dynamic economic load dispatch using hybrid swarm intelligence based harmony search algorithm[J]. Electric Machines & Power Systems, 2011, 39(8): 751-767.
- [7] Jeddi B, Vahidinasab V. A modified harmony search method for environmental/economic load dispatch of real-world powersystems[J]. Energy Conversion and Management, 2014, 78(2): 661-675.
- [8] Nekooei K, Earsangi M M, Hezamabadi P H, et al. An improved multi-objective harmony search for optimal placement of DGs in distribution systems[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2013, 4(1): 557-567.
- [9] Sivasubramani S, Swarup K S. Multi-objective harmony search algorithm for optimal power flow problem[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2011, 33(3): 745-752.
- [10] Geem Z W, Lee K S, Park Y. Application of harmony search to vehicle routing[J]. American Journal of Applied Sciences, 2005, 2(12): 1552-1557.
- [11] Layeb Abdesslem. A hybrid quantum inspired harmony

- search algorithm for 0-1 optimization problems[J]. Journal of Computational & Applied Mathematics, 2013, 253(6): 14-25.
- [12] Kong X Y, Gao L Q, Ouyang H B, et al. A simplified binary harmony search algorithm for large scale 0-1 knapsack problems[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(12): 5337-5355.
- [13] Diao R, Shen Q. Feature selection with harmony search[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2012, 42(6): 1509-1523.
- [14] Fesanghary M, Damangir E, Soleimani I. Design optimization of shell and tube heat exchangers using global sensitivity analysis and harmony search algorithm[J]. Applied Thermal Engineering, 2009, 29(5): 1026-1031.
- [15] Wong W K, Guo Z X. A hybrid intelligent model for medium-term sales forecasting in fashion retail supply chains using extreme learning machine and harmony search algorithm[J]. International Journal of Production Economics, 2010, 128(2): 614-624.
- [16] Sharma Kaushik Das, Chatterjee A, Rakshit A. Design of a hybrid stable adaptive fuzzy controller employing lyapunov theory and harmony search algorithm[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 18(6): 1440-1447.
- [17] Mahdavi M, Fesanghary M, Damangir E. An improved harmony search algorithm for solving optimization problems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 188(2): 1567-1579.
- [18] Pan Q K, Suganthan P N, Tasgetiren M F, et al. A self-adaptive global best harmony search algorithm for continuous optimization problems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2010, 216(3): 830-848.
- [19] Geem Z W, Sim K B. Parameter-setting-free harmony search algorithm[J]. Applied Mathematics and Computation, 2010, 217(8): 3881-3889.
- [20] Jing C, Pan Q K, Li J Q. Harmony search algorithm with dynamic control parameters[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 219(2): 592-604.
- [21] Ivan A, Cruz J, Correa R. Harmony search algorithm: A variant with self-regulated fretwidth[J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 266: 1127-1152.
- [22] Omran M G H, Mahdavi M. Global-best harmony search[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 198(2): 643-656.
- [23] Yadav P, Kumar R, Panda S K, et al. An intelligent tuned harmony search algorithm for optimization[J]. Information Sciences, 2012, 196(2): 47-72.
- [24] Shabani M, Mirroshandel S A, Asheri H. Selective refining harmony search: A new optimization algorithm[J]. Expert Systems with Applications, 2017, 81: 423-443.
- [25] 陈涛. 基于改进的和声搜索算法的特征基因选择[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(17): 204-210. (Chen T. Feature gene selection based on improved harmony search algorithm[J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(17): 204-210.)
- [26] 曾毅, 朱旭生. 基于混合和声搜索算法求解旅行商问题[J]. 华东交通大学学报, 2016, 33(6): 131-136. (Zeng Y, Zhu X S. Hybrid harmony search algorithm for traveling salesman problem[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2016, 33(6): 131-136.)
- [27] Valian E, Tavakoli S, Mohanna S. An intelligent global harmony search approach to continuous optimization problems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 232: 670-684.
- [28] Zhao F Q, Liu Y, Zhang C, et al. A self-adaptive harmony PSO search algorithm and its performance analysis[J]. Expert Systems with Applications An International Journal, 2015, 42(21): 7436-7455.
- [29] Tuo S H. An improved harmony search algorithm based on teaching-learning strategy[C]. Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference. Xi'an: IEEE, 2013: 792-798.
- [30] Wang G G, Gandomi A H, Zhao X J, et al. Hybridizing harmony search algorithm with cuckoo search for global numerical optimization[J]. Soft Computing, 2016, 20(1): 273-285.
- [31] Abedinpourshotorban H, Hasan S, Shamsuddin S M, et al. A differential-based harmony search algorithm for the optimization of continuous problems[J]. Expert Systems with Applications, 2016, 62: 317-332.
- [32] Ouyang H B, Tao L Q, Li S, et al. Improved Harmony Search Algorithm: LHS[J]. Applied Soft Computing, 2017, 53: 133-167.
- [33] Sarkhel R, Das N, Saha A K, et al. An improved harmony search algorithm embedded with a novel piecewise opposition based learning algorithm[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2018, 67: 317-330.
- [34] Auer P, Cesa-Bianchi N, Fischer P. Finite-time analysis of the multiarmed bandit problem[J]. Machine Learning, 2002, 47(2): 235-256.
- [35] Sturtevant N R. An analysis of UCT in multi-player games[J]. Journal of the International Computer Games Association, 2008, 31(4): 37-49.
- [36] Rahnamayan S, Tizhoosh H R, Salama M M A. Opposition-based differential evolution[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(1): 64-79.

## 作者简介

刘丽杰(1982—),女,讲师,博士生,从事智能进化算法、神经网络的研究, E-mail: bynd\_llj@163.com;

刘继承(1970—),男,教授,博士生导师,从事非平稳信号分析及处理、算法分析等研究, E-mail: ljcdqpi@163.com;

张强(1982—),男,副教授,博士,从事智能控制、计算与优化等研究, E-mail: dqpi\_zq@163.com.