

控制与决策

Control and Decision

基于模型依赖驻留时间的异步切换控制

黄金杰, 郝现志, 潘晓真

引用本文:

黄金杰, 郝现志, 潘晓真. 基于模型依赖驻留时间的异步切换控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(3): 609–618.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0645>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

直线同步电动机磁悬浮系统的自适应模糊滑模控制

Adaptive fuzzy sliding mode control for magnetic suspension system of linear synchronous motor

控制与决策. 2021, 36(3): 693–698 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0774>

纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制

Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control

控制与决策. 2021, 36(1): 180–186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

基于模型依赖驻留时间的异步切换控制

黄金杰^{1,2†}, 郝现志¹, 潘晓真¹

(1. 哈尔滨理工大学 计算机科学与技术学院, 哈尔滨 150080;

2. 哈尔滨理工大学 先进制造智能化技术教育部重点实验室, 哈尔滨 150080)

摘要: 研究在模型依赖平均驻留时间切换策略下切换线性系统的异步切换控制问题, 同时考虑模型依赖的控制器滞后时间的约束问题. 在实际情况下, 信号传输和系统检测等原因会导致控制器的切换滞后于子系统. 基于这类情况, 首先将子系统运行的区间划分为子系统与控制器相匹配的区间和非匹配的区间, 根据模型依赖的驻留时间策略设计出各子系统的控制器; 然后, 结合模型依赖的控制器滞后时间、系统参数和 Lyapunov 稳定条件推导出合适的驻留时间设计参数, 且使得异步切换系统全局一致指数稳定; 最后通过数值仿真验证了所提出方法的有效性.

关键词: 切换系统; 异步切换; 模型依赖; 平均驻留时间; 指数稳定

中图分类号: TP13

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0645

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 黄金杰, 郝现志, 潘晓真. 基于模型依赖驻留时间的异步切换控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(3): 609-618.

Asynchronous switching control based on mode-dependent average dwell time

HUANG Jin-jie^{1,2†}, HAO Xian-zhi¹, PAN Xiao-zhen¹

(1. School of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China;

2. Key Laboratory of Advanced Manufacturing and Intelligent Technology, Ministry of Education, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: In this paper, the problem of asynchronous switching control is investigated for switched linear systems based on the mode-dependent average dwell time (MDADT) method, meanwhile, the time delay constraints of model-dependent controllers are considered. In actual situations, owing to signal transmission, system detection, and the like, the switching of controllers is often lagged behind their corresponding subsystems. Therefore, the time interval in which one subsystem operates is divided into two parts: the matched and the mismatched. The controller of each subsystem is designed according to its model-dependent dwell time. Then, combined with the lag time of controllers, the appropriate dwell time strategy is derived based on Lyapunov stability conditions and system parameters, and the global exponential stability of the asynchronous switched systems is guaranteed. Finally, a numerical example is provided to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: switching system; asynchronous switching; mode-dependent; average dwell time; exponential stability

0 引言

切换系统在近些年来得到了大量的研究, 主要是因为其适用范围非常广泛, 如飞行控制^[1]、机器人科学^[2]、生物生态系统^[3]和网络控制^[4]等方面. 切换系统存在的主要价值在于其可以将切换系统的各个子系统视为一种模态, 通过切换率的控制达到在各个模态间互相切换的目的. 此外, 许多不稳定的子系统在经过切换率的控制后形成的整体系统是稳定的, 这便

给切换系统提供了很大的应用空间. 因此, 大量有价值的关于切换系统的控制分析研究纷纷涌现^[5-6]. 在稳定性问题方面, 所有子系统的共同 Lyapunov 泛函的存在已被证明为切换系统稳定的充分条件^[7]. 然而, 许多切换系统并不存在共同 Lyapunov 泛函, 或者说难以找到, 于是便催生了多 Lyapunov 泛函^[8]、多类 Lyapunov 泛函^[9]的出现. 这些理论不断地丰富了切换控制系统的理论基础. 另一方面, 切换系统的 L_2 增

收稿日期: 2019-05-10; 修回日期: 2019-08-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61305001); 黑龙江省自然科学基金项目(F201222).

责任编辑: 段志生.

[†]通讯作者. E-mail: huangjinjie163@163.com.

益分析^[10]和 H_∞ 控制问题^[11]也得到了广泛的关注和研究.

切换系统的切换策略主要体现在其驻留时间的设计. 为了使切换系统能够稳定, 人们对切换系统的切换率提出了各种策略, 如最小切换策略^[12]、迟滞切换策略^[13-14]、平均驻留时间策略^[11, 15]以及模型依赖的驻留时间策略^[16-17]. 相比于任意切换策略, 平均驻留时间切换策略是一组受限制的切换信号, 这意味着有限时间的切换次数是有限的, 而且驻留时间不小于一个常数^[18]. 它的极限情况就是任意切换, 因此, 在平均驻留时间切换策略上的研究相对而言更具价值^[11]. 模型依赖的驻留时间策略严格意义上来讲是平均驻留时间策略的一种变形, 但其兼顾了各个子系统的参数变化对各子系统驻留时间的影响, 降低了所设计系统的保守性, 因而具有更为广泛的应用范围.

上述的结论主要体现在同步切换的领域. 然而, 在非理想的情况下, 运行的子系统与控制器之间往往存在一定的延时, 而且大多是控制器的切换滞后于子系统的切换, 因此, 理想的切换控制模型往往具有很大的保守性. 近些年, 涌现了大量的关于异步切换控制的研究成果^[19-22]. 异步切换的概念首次出现于2009年^[23], 在此之后, 通过放松对子系统与控制器不匹配时的Lyapunov泛函的约束(往往是不要求Lyapunov泛函是严格单调递减的), 并使其满足全局稳定的条件而设计出相应的状态控制器^[9]. 另外, 离散和连续异步切换系统的动态输出反馈也受到了关注^[24-25]. 然而, 这些研究并没有充分拓展到模型依赖的驻留时间切换策略中, 因此, 结合模型依赖的驻留时间策略和异步切换控制具有十分重要的现实意义, 已有不少文献对这个领域进行了一些研究. 例如: 文献[26]利用MDADT策略对二维切换系统进行分析, 在Fornasini-Marchesini局部状态空间模型中, 使用模型依赖的控制器和可容许的切换信号, 使系统渐近稳定且具有 H_∞ 性能; 文献[27]研究执行机构饱和的模糊切换系统的异步控制; 文献[28]研究离散脉冲系统异步切换控制方法, 通过引入MDADT策略获得了更宽松的渐近稳定条件; 文献[29]讨论切换时变时滞系统的异步控制问题, 利用分段Lyapunov泛函和MDADT策略得到了系统指数稳定的充分条件; 文献[30]考虑异步切换T-S模糊模型的 H_∞ 滤波问题, 利用多Lyapunov泛函和MDADT的方法得到了系统全局一致渐近稳定和满足 H_∞ 性能指标的充分条件; 文献[31]对正切换变时滞线性系统的异步 L_1 控制进行研究, 设计了相应的控制器和可容许的切换信号, 使

闭环系统稳定且具有指定的 L_1 增益性能; 文献[32]利用T-S模糊模型解决连续非线性脉冲系统的指数稳定和异步切换控制问题, 同时还讨论了控制器与子系统不匹配区间Lyapunov泛函持续下降的情况; 文献[33]讨论了在MDADT方法和异步切换控制下离散切换线性变参数系统的稳定性、 L_2 增益和 H_∞ 控制问题; 文献[34]研究基于观测器的异步切换非线性系统的滑膜控制问题, 设计了相应的观测器、滑膜切换率和模型依赖平均驻留时间, 以保证具有 L_1 增益性能的闭环系统的指数稳定性和正定性. 这些研究成果都表明了该领域具有非常重要的研究价值.

本文主要研究连续切换线性系统在模型依赖的驻留时间策略下的异步切换问题. 以往的异步控制研究主要集中在平均驻留时间的领域内, 平均驻留时间考虑的是在有限时间内系统的稳定性问题. 与这些研究相比, 模型依赖的驻留时间策略下的异步切换具有更小的保守性, 且由于驻留时间由系统自身的参数决定, 使得模型依赖的驻留时间策略下设计的控制器对于无限时间内的时序切换控制也有很好的控制效果. 而与上述模型依赖的平均驻留时间方法下的异步切换文献相比, 本文中定理的构造方法和模型依赖的平均驻留时间的求解方式与其均不相同, 本文通过系统的衰减指数和系统控制器的滞后时间引入模型依赖的平均驻留时间的设计参数. 此外, 系统鲁棒性能证明方法也与上述文献存在一些差异. 因此, 本文的工作重心主要集中于寻求新的控制方法以解决模型依赖的控制器滞后时间问题.

1 问题描述

考虑如下连续切换线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t) + E_{\sigma(t)}w(t), \\ z(t) &= C_{\sigma(t)}x(t) + D_{\sigma(t)}u(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为状态空间; $u(t) \in R^m$ 为控制输入; $w(t) \in R^n$ 为扰动输入; $z(t) \in R^n$ 为期望输出; $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow M = \{1, 2, \dots, N\}$ 为分段右连续的常数函数, 称为系统的切换信号, N 表示子系统的个数; A_i 、 B_i 、 C_i 、 D_i 、 E_i ($i \in M = \{1, 2, \dots, N\}$) 为适当维数的常数矩阵. 切换时间序列可以表示为 $\{(t_0, \sigma(t_0)), (t_1, \sigma(t_1)), \dots, (t_n, \sigma(t_n)), \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}$, t_0 表示初始时间, t_n 表示第 n 个切换瞬间, 当 $t \in (t_n, t_{n+1})$ 时, 第 $\sigma(t_n)$ 个子系统运行.

定义1^[9] 对于切换连续线性系统(1), 如果存在常数 $c > 0$, $\delta > 0$, 使得相应的系统解在任意初始条件下对于所有的 $t \geq t_0$ 满足 $\|x(t)\|_2 < ce^{-\delta(t-t_0)}\|x(t_0)\|_2$, 则称该系统在平衡态 $x = 0$ 时在

此切换信号下是全局一致指数稳定的.

定义2^[8] 使用切换率 $\sigma(t)$ 控制切换系统,当 $t \in (t_0, t)$ 时,使用 $N_\sigma(t_0, t)$ 表示系统在此区间上的切换次数,若存在正实数 N_0 和 τ_a 使得

$$N_\sigma(t_0, t) \leq N_0 + \frac{t - t_0}{\tau_a}, \quad (2)$$

则称 τ_a 为此切换率的平均驻留时间,其中 N_0 表示振动幅度.

平均驻留时间强调的是相邻的两次切换之间的时间不得小于一个常数 τ_a .

定义3^[17] 使用切换率 $\sigma(t)$ 控制具有 M 个子系统的切换系统,当 $t \in (t_0, t)$ 时,使用 $N_{\sigma,i}(t_0, t)$ 表示第 i 个子系统在此区间上的切换次数,若存在相应的正实数 $N_{0,i}$ 和 τ_i 使得

$$\sum_{i \in M} N_{\sigma,i}(t_0, t) \leq \sum_{i \in M} N_{0,i} + \sum_{i \in M} \frac{T_i(t_0, t)}{\tau_i}, \quad (3)$$

则称 τ_i 为第 i 个子系统在此切换率下的模型依赖的驻留时间.其中: $N_{0,i}$ 表示第 i 个子系统的振动幅度, $T_i(t_0, t)$ 表示在时间 (t_0, t) 内第 i 个子系统运行的总时间.

由定义2和定义3可知,在平均驻留时间策略下,每个子系统均采用一样的参数来决定各子系统的驻留时间,即平均驻留时间策略并非是模型依赖的.而定义3中模型依赖的驻留时间策略充分利用了所有系统中的参数,因此,这种策略具有更小的保守性.本文采用模型依赖的驻留时间策略,各个子系统的驻留时间由其系统参数决定.用 $\tau_i (i \in M)$ 表示第 i 个子系统的驻留时间.

定义4^[35] 若存在正实数 α, γ 使得下面两个条件成立,则称系统具有指数的 H_∞ 性能 γ :

- 1) 当扰动为零时,系统指数稳定;
- 2) 在零初始条件下,扰动不为零的系统满足

$$\int_{t_0}^{\infty} e^{-\alpha(t-t_0)} z^T(t) z(t) dt \leq \gamma^2 \int_{t_0}^{\infty} w^T(t) w(t) dt.$$

2 主要结论

对于系统(1),考虑其控制输入为 $u(t) = K_{\sigma(t)} \times x(t)$, $\sigma(t)$ 表示控制器的切换信号, $K_{\sigma(t)}$ 为所设计的控制器增益.为了与实际情况相符,假设控制器落后于系统的时间 $\Delta_n \leq \tau_n = t_{n+1} - t_n, n = 0, 1, 2, \dots$.因此,控制器的切换时间序列可以表示为 $\{(t_0 + \Delta_0, \sigma(t_0)), (t_1 + \Delta_1, \sigma(t_1)), \dots, (t_{n-1} + \Delta_{n-1}, \sigma(t_{n-1})), \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}$.

由之前的假设可以得到相应的连续时间闭环系统为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_i & \tilde{E}_i \\ \tilde{C}_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, \quad i \in M. \quad (4)$$

其中: $\tilde{A}_i = A_i + B_i K_i, \tilde{E}_i = E_i, \tilde{C}_i = C_i + D_i K_i$.

假设 $t = t_n$ 时,第 $\sigma(t_n) = i$ 个子系统运行, $t = t_{n+1}$ 时,第 $\sigma(t_{n+1}) = j$ 个子系统运行,则相应的控制器的动作时间分别为 $t_n + \Delta_n, t_{n+1} + \Delta_{n+1}$.因控制器的切换落后于子系统的切换,故在系统运行时间 (t_0, t) 内存在控制器与子系统匹配的区间 $T^+(t_0, t)$ 和不匹配的区间 $T^-(t_0, t)$.这两种情况可以分别进行讨论.由系统(4)可以得到整个异步切换控制系统,即

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \tilde{A}_i & \tilde{E}_i \\ \tilde{C}_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, & t \in [t_n + \Delta_n, t_{n+1}); \\ \begin{bmatrix} \tilde{A}_{ij} & \tilde{E}_{ij} \\ \tilde{C}_{ij} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}, & t \in [t_n, t_n + \Delta_n). \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\tilde{A}_i = A_i + B_i K_i, \tilde{E}_i = E_i, \tilde{C}_i = C_i + D_i K_i, \tilde{A}_{ij} = A_i + B_i K_j, \tilde{E}_{ij} = E_i, \tilde{C}_{ij} = C_i + D_i K_j$.

在接下来的讨论中,令 τ_i 表示子系统模型依赖的驻留时间, ζ_i 表示相应的驻留时间的设计参数, $T_{\sigma(t_f)}^+$ 和 $T_{\sigma(t_f)}^-$ 分别表示第 $\sigma(t_f)$ 个系统运行时,控制器与子系统匹配与不匹配的时间, $f \in \varphi(i) = \{\sigma(t_f) = i, i \in M\}$.

定理1 给定正常数 $\alpha_i > 0$ 和 $\beta_i > 0, \mu_i > 1, i \in M$.若存在一组正定实对称矩阵 $P_i \in R^{n \times n}$,正标量 τ_i, ζ_i 和一个正实数 $\gamma, i, j \in M, i \neq j$,有

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i + \alpha_i P_i & P_i \tilde{E}_i & \tilde{C}_i^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{ij}^T P_i + P_i \tilde{A}_{ij} - \beta_i P_i & P_i \tilde{E}_{ij} & \tilde{C}_{ij}^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$P_i \leq \mu_i P_j, \quad (8)$$

$$\tau_i > \frac{\ln \mu_i}{\zeta_i}, \quad (9)$$

$$\inf_{t > t_f} \frac{T_{\sigma(t_f)}^+}{T_{\sigma(t_f)}^-} \geq \frac{\beta_i + \zeta_i}{\alpha_i - \zeta_i}, \quad (10)$$

则闭环系统(5)在切换率 $\sigma(t)$ 下全局一致指数稳定,且满足指数 H_∞ 性能指标 γ .其中: $\zeta_i \in (0, \alpha_i), i \in M, f \in \varphi(i) = \sigma(t_f) = i, i \in M$.

证明 考虑在控制过程中,各子系统的控制器滞后的时间往往与子系统本身相关,因此,在基于模型依赖的切换策略下,将 $\Delta_i, \alpha_i, \beta_i$ 和 μ_i 综合考虑,进而可以得到各子系统合适的驻留时间,满足系统全局一

致指数稳定.

假设 $t \in [t_n, t_{n+1})$ 时, 第 $\sigma(t_n) = i$ 个子系统运行; $t \in [t_{n+1}, t_{n+2})$ 时, 第 $\sigma(t_{n+1}) = j$ 个子系统运行. 考虑闭环系统(5)的Lyapunov函数为

$$V_i(t) = x^T(t)P_i x(t), \quad i \in M. \quad (11)$$

若扰动为零, 则当控制器与子系统相匹配, 即 $t \in [t_n + \Delta_n, t_{n+1})$ 时, 对Lyapunov函数求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &= \dot{x}^T(t)P_i x(t) + x^T(t)P_i \dot{x}(t) = \\ & x^T(t)\tilde{A}_i^T P_i x(t) + x^T(t)P_i \tilde{A}_i x(t) = \\ & x^T(t)[\tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i]x(t). \end{aligned} \quad (12)$$

由式(6)和(12)可知

$$\dot{V}_i(t) < -\alpha_i V_i(t), \quad (13)$$

当 $t \in [t_n + \Delta_n, t_{n+1})$ 时, 对式(13)解微分方程, 可得

$$V_i(t) \leq e^{-\alpha_i(t-t_n-\Delta_n)} V_i(t_n + \Delta_n). \quad (14)$$

当控制器与子系统不匹配, 即 $t \in [t_n, t_n + \Delta_n)$ 时, 对于闭环系统(5)有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &= x^T(t)\tilde{A}_{ij}^T P_i x(t) + x^T(t)P_i \tilde{A}_{ij} x(t) = \\ & x^T(t)[\tilde{A}_{ij}^T P_i + P_i \tilde{A}_{ij}]x(t). \end{aligned} \quad (15)$$

由式(7)和(15)可知

$$\dot{V}_i(t) < \beta_i V_i(t), \quad (16)$$

当 $t \in [t_n, t_n + \Delta_n)$ 时, 对式(16)求解微分方程, 可得

$$V_i(t) \leq e^{\beta_i t - \beta_i t_n} V_i(t_n) = e^{\beta_i(t-t_n)} V_i(t_n). \quad (17)$$

因此, 当 $t \in [t_n, t_{n+1})$ 时, 为一整个切换工作周期. 故当 $t \in [t_n, t_{n+1})$ 时, 有

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t_n)}(t) &\leq \\ & e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}[t_n+\Delta_n, t_{n+1})+\beta_{\sigma(t_n)}[t_n, t_n+\Delta_n]} V_{\sigma(t_n)}(t_n) \leq \\ & \mu_{\sigma(t_n)} \cdot \\ & e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}[t_n+\Delta_n, t_{n+1})+\beta_{\sigma(t_n)}[t_n, t_n+\Delta_n]} V_{\sigma(t_{n-1})}(t_n^-). \end{aligned} \quad (18)$$

令 $T_{\sigma(t_n)}^+ = [t_n + \Delta_n, t_{n+1})$, $T_{\sigma(t_n)}^- = [t_n, t_n + \Delta_n)$, 由式(18)可得

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t_n)}(t) &\leq \\ & e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^+ + \beta_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^-} V_{\sigma(t_n)}(t_n) \leq \\ & \mu_{\sigma(t_n)} e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^+ + \beta_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^-} V_{\sigma(t_{n-1})}(t_n^-) \leq \\ & \mu_{\sigma(t_n)} e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^+ + \beta_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^-} \cdot \\ & e^{-\alpha_{\sigma(t_{n-1})}T_{\sigma(t_{n-1})}^+ + \beta_{\sigma(t_{n-1})}T_{\sigma(t_{n-1})}^-} V_{\sigma(t_{n-1})}(t_{n-1}) \leq \\ & \dots \leq \\ & \mu_{\sigma(t_n)} \mu_{\sigma(t_{n-1})} \dots \mu_{\sigma(t_0)} e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^+ + \beta_{\sigma(t_n)}T_{\sigma(t_n)}^-}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & e^{-\alpha_{\sigma(t_{n-1})}T_{\sigma(t_{n-1})}^+ + \beta_{\sigma(t_{n-1})}T_{\sigma(t_{n-1})}^-} \dots \\ & e^{-\alpha_{\sigma(t_0)}T_{\sigma(t_0)}^+ + \beta_{\sigma(t_0)}T_{\sigma(t_0)}^-} V_{\sigma(t_0)}(t_0). \end{aligned} \quad (19)$$

当 $t \in [t_0, t)$ 时, 第 i 个子系统的切换次数表示为 $N_{\sigma, i}$. $f \in \varphi(i) = \{\sigma(t_f) = i, i \in M\}$, 即用 t_f 表示所有的第 i 个子系统开始运行的时间. 于是, 由式(19)可得

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t_n)}(t) &\leq \\ & \prod_{i \in M} \mu_i^{N_{\sigma, i}} e^{\sum_{f \in \varphi(i)} [-\alpha_i T_{\sigma(t_f)}^+ + \beta_i \sum_{f \in \varphi(i)} T_{\sigma(t_f)}^-]} V_{\sigma(t_0)}(t_0) = \\ & \prod_{i \in M} (\mu_i^{N_{\sigma, i}} e^{-\alpha_i \sum_{f \in \varphi(i)} T_{\sigma(t_f)}^+ + \beta_i \sum_{f \in \varphi(i)} T_{\sigma(t_f)}^-}) V_{\sigma(t_0)}(t_0). \end{aligned} \quad (20)$$

由条件(10)可知

$$-\alpha_i T_{\sigma(t_f)}^+ + \beta_i T_{\sigma(t_f)}^- \leq -\zeta_i (t_{f+1} - t_f), \quad (21)$$

因此, 可得

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t_n)}(t) &\leq \\ & \prod_{i \in M} (\mu_i^{N_{\sigma, i}} e^{-\alpha_i \sum_{f \in \varphi(i)} T_{\sigma(t_f)}^+ + \beta_i \sum_{f \in \varphi(i)} T_{\sigma(t_f)}^-}) V_{\sigma(t_0)}(t_0) \leq \\ & \prod_{i \in M} (\mu_i^{N_{\sigma, i}} e^{-\zeta_i \sum_{f \in \varphi(i)} (t_{f+1} - t_f)}) V_{\sigma(t_0)}(t_0) \leq \\ & e^{\sum_{i \in M} N_{0, i} \ln \mu_i} e^{\sum_{i \in M, f \in \varphi(i)} -(\zeta_i - \frac{\ln \mu_i}{\tau_i})(t_{f+1} - t_f)} V_{\sigma(t_0)}(t_0). \end{aligned} \quad (22)$$

由式(9)和(22)可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V_{\sigma(t)}(t)$ 收敛于零. 因此, 当式(8)~(10)成立时, 闭环系统(5)全局一致渐近稳定. 另外, 取

$$c = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P_{\sigma(t_0)})}{\lambda_{\min}(P_{\sigma(t_n)})}} e^{\frac{1}{2} \max_{i \in M} \{N_{0, i} \ln \mu_i\}} > 0,$$

$$\delta = \frac{1}{2} \min_{i \in M} \left(\zeta_i - \frac{\ln \mu_i}{\tau_i} \right) > 0$$

时, 式(22)满足 $\|x(t)\|_2 \leq ce^{-\delta(t-t_0)} \|x(t_0)\|_2$. 由定义1可知, 系统全局一致指数稳定.

若扰动不为零, 则 $t \in [t_n + \Delta_n, t_{n+1})$ 时, 有

$$\dot{V}_i(t) < -\alpha_i V_i(t) - \Gamma(t), \quad (23)$$

$$\begin{aligned} V_i(t) &\leq e^{-\alpha_i(t-t_n-\Delta_n)} V_i(t_n + \Delta_n) - \\ & \int_{t_n + \Delta_n}^t e^{-\alpha_i(t-s)} \Gamma(s) ds; \end{aligned} \quad (24)$$

当 $t \in [t_n, t_n + \Delta_n)$ 时, 有

$$\dot{V}_i(t) < \beta_i V_i(t) - \Gamma(t), \quad (25)$$

$$V_i(t) \leq e^{\beta_i(t-t_n)} V_i(t_n) - \int_{t_n}^t e^{\beta_i(t-s)} \Gamma(s) ds, \quad (26)$$

其中 $\Gamma(t) = z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)$.

假设 $t \in [t_n, t_{n+1})$ 时, 第 $\sigma(t_n) = i$ 个子系统运行; $t \in [t_{n+1}, t_{n+2})$ 时, 第 $\sigma(t_{n+1}) = j$ 个子系统运行; $i, j \in M, n = 0, 1, 2, \dots$ 故由式(8)、(24)和(26)可知

$$\begin{aligned}
 &V_{\sigma(t_n)}(t) \leq e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-t_n-\Delta_n)} V_{\sigma(t_n)}(t_n + \Delta_n) - \\
 &\int_{t_n+\Delta_n}^t e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-s)} \Gamma(s) ds \leq e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-t_n-\Delta_n)} \left(e^{\beta_{\sigma(t_n)}(\Delta_n)} V_{\sigma(t_n)}(t_n) - \right. \\
 &\int_{t_n}^{t_n+\Delta_n} e^{\beta_{\sigma(t_n)}(t_n+\Delta_n-s)} \Gamma(s) ds \left. \right) - \int_{t_n+\Delta_n}^t e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-s)} \Gamma(s) ds \leq \\
 &e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-t_n-\Delta_n)} \left(e^{\beta_{\sigma(t_n)}(\Delta_n)} \mu_{\sigma(t_n)} V_{\sigma(t_{n-1})}(t_n^-) - \int_{t_n}^{t_n+\Delta_n} e^{\beta_{\sigma(t_n)}(t_n+\Delta_n-s)} \Gamma(s) ds \right) - \\
 &\int_{t_n+\Delta_n}^t e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-s)} \Gamma(s) ds \leq \dots \leq e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-t_n-\Delta_n)} \left(e^{\beta_{\sigma(t_n)}(\Delta_n)} \mu_{\sigma(t_n)} \dots \right. \\
 &\mu_{\sigma(t_1)} \left(e^{-\alpha_{\sigma(t_0)}(t_1-t_0-\Delta_0)} \left(e^{\beta_{\sigma(t_0)}(\Delta_0)} V_{\sigma(t_0)}(t_0) - \int_{t_0}^{t_0+\Delta_0} e^{\beta_{\sigma(t_0)}(t_0+\Delta_0-s)} \Gamma(s) ds \right) - \right. \\
 &\int_{t_0+\Delta_0}^{t_1} e^{-\alpha_{\sigma(t_0)}(t_1-s)} \Gamma(s) ds \left. \right) - \dots - \int_{t_n}^{t_n+\Delta_n} e^{\beta_{\sigma(t_n)}(t_n+\Delta_n-s)} \Gamma(s) ds \left. \right) - \\
 &\int_{t_n+\Delta_n}^t e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-s)} \Gamma(s) ds. \tag{27}
 \end{aligned}$$

此处主要研究系统输出 $z(t)$ 对扰动 $w(t)$ 的抑制性能, 故取 $x(t_0) = 0$. 将 $\Gamma(s)$ 展开, 根据对应项的小于关系和式(27), 可得

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{t_0+\Delta_0} z^T(s) z(s) e^{\beta_{\sigma(t_0)}(t_0+\Delta_0-s)} ds \leq \gamma^2 \int_0^{t_0+\Delta_0} w^T(s) w(s) e^{\beta_{\sigma(t_0)}(t_0+\Delta_0-s)} ds, \\
 &\int_{t_0+\Delta_0}^{t_1} z^T(s) z(s) e^{-\alpha_{\sigma(t_0)}(t_1-s)} ds \leq \gamma^2 \int_{t_0+\Delta_0}^{t_1} w^T(s) w(s) e^{-\alpha_{\sigma(t_0)}(t_1-s)} ds, \\
 &\vdots \\
 &\int_{t_n}^{t_n+\Delta_n} z^T(s) z(s) e^{\beta_{\sigma(t_n)}(t_n+\Delta_n-s)} ds \leq \gamma^2 \int_0^{t_0+\Delta_0} w^T(s) w(s) e^{\beta_{\sigma(t_n)}(t_n+\Delta_n-s)} ds, \\
 &\int_{t_n+\Delta_n}^t z^T(s) z(s) e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-s)} ds \leq
 \end{aligned}$$

$$\gamma^2 \int_{t_n+\Delta_n}^t w^T(s) w(s) e^{-\alpha_{\sigma(t_n)}(t-s)} ds. \tag{28}$$

将积分限合并, 并根据式(10)可得

$$\begin{aligned}
 &\int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-s)} z^T(s) z(s) ds \leq \gamma^2 \int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-s)} w^T(s) w(s) ds. \tag{29}
 \end{aligned}$$

当 $t \in [t_0, t)$ 时, 上式两边同乘 $\prod_{i \in M, f \in \phi(i)} \mu_i^{N_{\sigma, i}(s, t_{f+1})}$,

则有

$$\begin{aligned}
 &\int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-s)} \prod_{i \in M, f \in \phi(i)} \mu_i^{N_{\sigma, i}(s, t_{f+1})} z^T(s) z(s) ds \leq \int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-s)} \prod_{i \in M, f \in \phi(i)} \mu_i^{N_{\sigma, i}(s, t_{f+1})} \gamma^2 w^T(s) w(s) ds. \tag{30}
 \end{aligned}$$

对上式两边同乘 $e^{\sum_{i \in M, f \in \phi(i)} -N_{\sigma, i}(t_f, t_{f+1}) \ln \mu_i}$, 得

$$\begin{aligned}
 &\int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-s) - N_{\sigma, i}(t_f, s) \ln \mu_i} z^T(s) z(s) ds \leq \int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-s) - N_{\sigma, i}(t_f, s) \ln \mu_i} \gamma^2 w^T(s) w(s) ds. \tag{31}
 \end{aligned}$$

由定义3可知 $N_{\sigma, i}(t_f, s) < \frac{s-t_f}{\tau_i}$, 且由式(9)可知

$\zeta_i > \frac{\ln \mu_i}{\tau_i}$, 故可得

$$N_{\sigma, i}(t_f, s) \ln \mu_i \leq \zeta_i(s-t_f). \tag{32}$$

由式(31)和(32)可知

$$\begin{aligned}
 &\int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-t_f)} z^T(s) z(s) ds \leq \int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(t_{f+1}-s)} \gamma^2 w^T(s) w(s) ds, \tag{33}
 \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}
 &\int_{t_0}^t e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(s-t_f)} z^T(s) z(s) ds \leq \gamma^2 \int_{t_0}^t w^T(s) w(s) ds. \tag{34}
 \end{aligned}$$

对上式从 $t = 0$ 到 ∞ 积分, 可得

$$\begin{aligned}
 &\int_{t_0}^{\infty} e^{i \in M, f \in \phi(i)} \sum^{-\zeta_i(s-t_f)} z^T(s) z(s) ds \leq \gamma^2 \int_{t_0}^{\infty} w^T(s) w(s) ds. \tag{35}
 \end{aligned}$$

由定义4可知, 闭环系统(33)满足指数 H_∞ 性能约束. \square

若采用平均驻留时间策略对系统进行控制,则可令定理1中的 $\alpha_i > 0$ 和 $\beta_i > 0, \mu_i > 1, i \in M$,均取值为 $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0, \mu > 1$,于是,可以得到如下推论.

推论1 给定正常数 $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0, \mu > 1$.若存在一组正定实对称矩阵 $P_i \in R^{m \times n}$,正标量 τ, ζ 和 $\gamma, i, j \in M, i \neq j$,有

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i + \alpha P_i & P_i \tilde{E}_i & \tilde{C}_i^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{ij}^T P_i + P_i \tilde{A}_{ij} - \beta P_i & P_i \tilde{E}_{ij} & \tilde{C}_{ij}^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (37)$$

$$P_i \leq \mu P_j, \quad (38)$$

$$\tau > \frac{\ln \mu}{\zeta}, \quad (39)$$

$$\inf_{t > t_0} \frac{T^+}{T^-} \geq \frac{\beta + \zeta}{\alpha - \zeta}, \quad (40)$$

则闭环系统(5)在切换率 $\sigma(t)$ 下全局一致指数稳定,且满足指数 H_∞ 性能指标 γ .其中: $\zeta \in (0, \alpha), T^+$ 和 T^- 分别表示控制器与子系统匹配的总时间和不匹配的总时间.

对比定理1和推论1可知,MDADT相比于ADT在设计上具有更大的灵活性.

定理2 给定正常数 $\alpha_i > 0$ 和 $\beta_i > 0, \mu_i > 1, i \in M$.若存在正定实对称矩阵 $S_i \in R^{n \times n}, Q_i \in R^m, i \in M$,正标量 τ_i, ζ_i 和一个正实数 $\gamma, i, j \in M, i \neq j$,有

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & E_i & (C_i S_i + D_i Q_i)^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ij} & E_i & (C_i S_j + D_i Q_j)^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (42)$$

$$S_j \leq \mu_i S_i, \quad (43)$$

$$\tau_i > \frac{\ln \mu_i}{\zeta_i}, \quad (44)$$

$$\inf_{t > t_f} \frac{T_{\sigma(t_f)}^+}{T_{\sigma(t_f)}^-} \geq \frac{\beta_i + \zeta_i}{\alpha_i - \zeta_i}, \quad (45)$$

则闭环系统(5)在切换率 $\sigma(t)$ 下全局一致指数稳定,且满足 H_∞ 性能指标 γ .其中: $\zeta_i \in (0, \alpha_i), i \in M, f \in \varphi(i) = \sigma(t_f) = i, i \in M$,以及

$$\Phi_i = A_i S_i + B_i Q_i + S_i A_i^T + Q_i^T B_i^T + \alpha_i S_i,$$

$$\Phi_{ij} = A_i S_j + B_i Q_j + S_j A_i^T + Q_j^T B_i^T - \beta_i S_j.$$

同时可以获得控制增益

$$K_i = Q_i S_i^{-1}. \quad (46)$$

证明 在定理1中令 $S_i \triangleq P_i^{-1}, K_i S_i = Q_i$.由式(6)和(7)可证式(41)和(42)成立.由式(8)可知

$$P_i - \mu_i P_j \leq 0, \quad (47)$$

由式(47)可知

$$\begin{bmatrix} -\mu_i P_j & I \\ I & -P_i^{-1} \end{bmatrix} \leq 0. \quad (48)$$

式(48)经过变换可得

$$-P_i^{-1} - I^T (-\mu_i P_j)^{-1} I \leq 0. \quad (49)$$

令 $S_i \triangleq P_i^{-1}$,可得 $S_j \leq \mu_i S_i$,式(43)得证.于是定理2得证. \square

与推论1类似,平均驻留时间策略下设计的控制器可由如下推论求得.

推论2 给定正常数 $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0, \mu > 1$.若存在一组正定实对称矩阵 $S_i \in R^{n \times n}, Q_i \in R^m, i \in M$,正标量 τ, ζ 和 $\gamma, i, j \in M, i \neq j$,有

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & E_i & (C_i S_i + D_i Q_i)^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (50)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ij} & E_i & (C_i S_j + D_i Q_j)^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (51)$$

$$S_j \leq \mu S_i, \quad (52)$$

$$\tau > \frac{\ln \mu}{\zeta}, \quad (53)$$

$$\inf_{t > t_0} \frac{T^+}{T^-} \geq \frac{\beta + \zeta}{\alpha - \zeta}, \quad (54)$$

则闭环系统(5)在切换率 $\sigma(t)$ 下全局一致指数稳定,且满足 H_∞ 性能指标 γ .其中: $\zeta \in (0, \alpha)$,以及

$$\Phi_i = A_i S_i + B_i Q_i + S_i A_i^T + Q_i^T B_i^T + \alpha S_i,$$

$$\Phi_{ij} = A_i S_j + B_i Q_j + S_j A_i^T + Q_j^T B_i^T - \beta S_j.$$

若式(50)~(54)有可行解,则控制器增益可由式(46)求出.

3 数值实例

仿真1 不考虑 H_∞ 性能约束时,考虑如下切换连续系统的两个子系统:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 3.9 & 1.5 \\ 2.5 & 2.3 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix};$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.4 & 0.3 \\ 1 & -2.7 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}.$$

当扰动为零时,平均驻留时间切换策略和本文

所提出的模型依赖的平均驻留时间切换策略下的系统参数和系统增益如表1所示. 根据定理2和推论2可得平均驻留时间 $\tau_a > 0.99$ s, 模型依赖的驻留时间 $\tau_1 > 0.46$ s, $\tau_2 > 0.99$ s. 对于异步切换而言, 需要选择合适的 ζ 值使得系统满足异步切换的稳定条件. 系统1和系统2的控制器滞后时间分别为

0.15 s和0.4 s. 在平均驻留时间策略下, ζ 值可以选取为 $\zeta = 0.46$ s, 则 $\tau_a \geq 1.5068$ s; 在模型依赖的驻留时间策略下, 系统1和系统2的 ζ 值可以分别选取为 $\zeta_1 = 1, \zeta_2 = 0.6$, 则 $\tau_1 > 0.69$ s, $\tau_2 > 1.1552$ s. 选取符合条件的驻留时间为 $\tau_a = 2$ s, $\tau_1 = 2$ s, $\tau_2 = 2$ s.

表1 无 H_∞ 约束时两种切换策略下的系统参数和计算结果

	切换策略	
	ADT	MDADT
系统参数	$\alpha \geq 0.7, \beta = 0.8,$ $\mu = 2, \zeta = 0.46,$ $\tau_a > 1.5068$	$\alpha_1 \geq 1.5, \alpha_2 \geq 0.7,$ $\beta_1 = 0.8, \beta_2 = 0.5,$ $\mu_1 = \mu_2 = 2,$ $\zeta_1 = 1, \zeta_2 = 0.6,$ $\tau_1 > 0.69, \tau_2 > 1.1552$
控制增益	$K_1 = [-30.3211 \quad -31.0749],$ $K_2 = [43.5274 \quad -20.0592]$	$K_1 = [-27.8766 \quad -45.9406],$ $K_2 = [-57.0201 \quad -20.4800]$

设定初始状态 $x(0) = [-3 \ 5]^T$, 系统和控制器的切换信号如图1所示; 在此切换信号下, 平均驻留时间策略下设计的控制器控制的系统异步切换的状态轨迹如图2所示; 模型依赖的驻留时间策略下设计的控制器控制的系统异步切换的状态轨迹如图3所示. 由图2和图3可以看出, 两种异步控制策略均可以实现系统的稳定.

对比图2和图3: 图2中状态1的振荡幅值达到了-12.5, 在7.5 s左右才能稳定, 而且在6 s处有明显波动; 图3中的状态1仅有-9.5的振荡幅值, 在6.5 s左右达到了稳定. 图2中的状态2振荡幅值为6.5, 稳定时间大约需要7 s, 在2.15 s处产生波动; 图3中的状态2仅有2.8的振荡幅值, 大约在6.3 s处稳定.

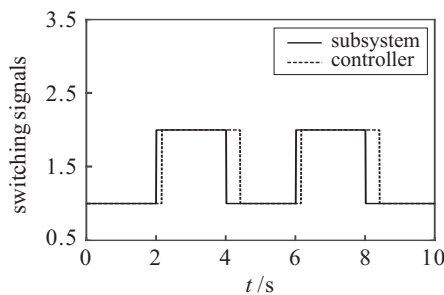


图1 异步切换信号(仿真1)

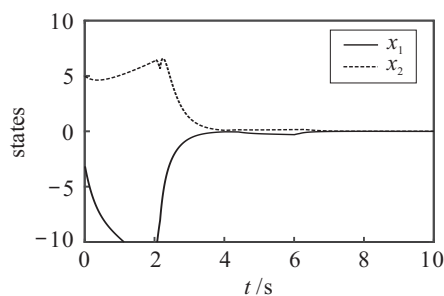


图2 ADT下的异步切换系统的状态轨迹(仿真1)

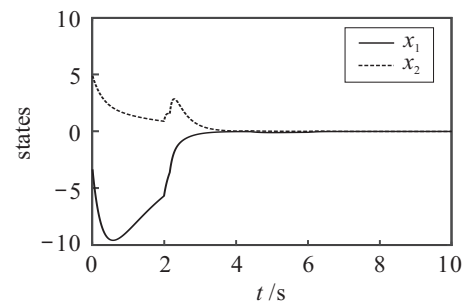


图3 MDADT下的异步切换系统的状态轨迹(仿真1)

当 $0 \leq t \leq 2$ 时, 子系统1运行, 从图3中可以看出, 在MDADT策略下设计的控制器能够使系统更快地进入收敛状态; 而当 $2.15 \leq t \leq 4$ 时, 子系统2运行, 从图3中可以看出, 虽然MDADT策略下设计的控制器效果稍好, 但并不是非常明显; 当 $4.2 \leq t \leq 6$ 时, 从图2中可以看出, 在ADT策略下设计的子系统1的控制器控制下状态1相对于稳态值发生了较大偏离. 由此可知: ADT策略下选取的共同的参数更适合子系统2, 并因此牺牲了部分子系统1的控制性能; 而MDADT策略下设计的控制器兼顾了两个子系统各自的控制性能. 以上结果表明, 本文所研究的理论是正确的且有意义的.

仿真2 考虑 H_∞ 性能时, 考虑如下两个子系统:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.5 & 0.2 \\ 0.3 & -1.5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.1 \\ 0.1 & -0.1 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix};$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1.2 & 0.3 \\ 0.2 & -1.7 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 \\ 0.1 & -0.2 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

当扰动不为零时,平均驻留时间切换策略和本文所提出的模型依赖的平均驻留时间切换策略下的系统参数、系统增益和 H_∞ 性能指标如表2所示.

表2 有 H_∞ 约束时两种切换策略下的系统参数和计算结果

	切换策略	
	ADT	MDADT
系统参数	$\alpha \geq 0.7, \beta = 0.8, \mu = 2,$ $\zeta = 0.46, \tau_a > 1.5068$	$\alpha_1 \geq 2, \alpha_2 \geq 0.7, \beta_1 = 0.8,$ $\beta_2 = 0.5, \mu_1 = \mu_2 = 2,$ $\zeta_1 = 1, \zeta_2 = 0.6,$ $\tau_1 > 0.69, \tau_2 > 1.1552$
控制增益	$K_1 = [-2.0172 \quad 0.7785],$ $K_2 = [-1.2795 \quad 2.7229]$	$K_1 = [-0.2182 \quad -1.0893],$ $K_2 = [-0.7984 \quad -2.2006]$
H_∞ 指标	$\gamma = 15.5433$	$\gamma = 1.5199$

从表2中可以看出,在模型依赖的驻留时间策略下设计的控制器的 H_∞ 性能指标明显优于平均驻留时间策略下设计的控制器.系统1和系统2的滞后时间分别为0.15s和0.4s.由定理2和推论2可知:在平均驻留时间策略下, ζ 值可以选取为 $\zeta = 0.46$,则 $\tau_a \geq 1.5068$ s;在模型依赖的驻留时间策略下,系统1和系统2的 ζ 值可以分别选取为 $\zeta_1 = 1, \zeta_2 = 0.6$,则 $\tau_1 > 0.69$ s, $\tau_2 > 1.1552$ s.选取符合条件的驻留时间为 $\tau_a = 2$ s, $\tau_1 = 2$ s, $\tau_2 = 2$ s.

设扰动输入为

$$w(t) = \begin{cases} [5 \cos t \ 6 \sin t]^T, & 0 \leq t \leq 8; \\ [0 \ 0]^T, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

切换信号如图4所示.

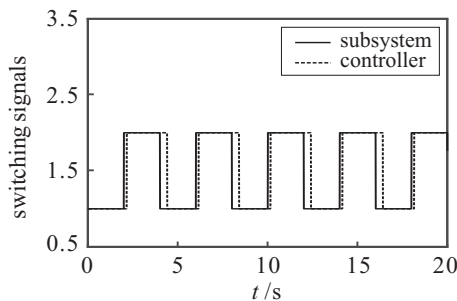


图4 异步切换信号(仿真2)

初始状态 $x_0 = [-3 \ 5]^T$,图5和图6分别是平均驻留时间切换策略和模型依赖的平均驻留时间切换策略的异步切换系统的系统状态轨迹.在ADT策略下,状态1的两个振荡峰值分别为约4s处的-0.41和7s处的0.35,状态2的两个振荡峰值分别为约2s处的0.75和5s处的-0.4.在MDADT策略下,状态1的

两个振荡峰值在约4s和7s处分别达到-0.28和0.27,状态2的两个振荡峰值在约2s和5s处分别达到0.45和-0.39.当扰动消失后,图5约在12s处达到稳定,图6约在10s处达到稳定.由此可知,MDADT策略下设计的控制器拥有更好的抗干扰能力.

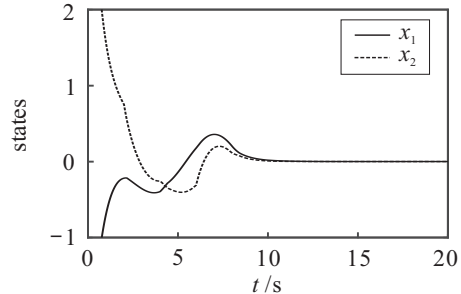


图5 ADT下的异步切换系统的状态轨迹(仿真2)

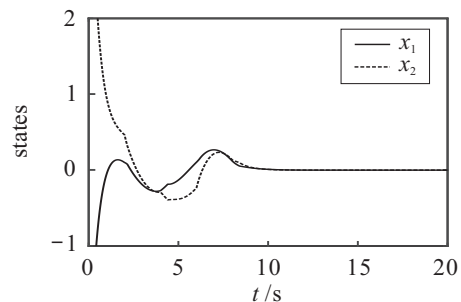


图6 MDADT下的异步切换系统的状态轨迹(仿真2)

相应的 H_∞ 性能指数 γ 的变化曲线如图7所示.可以看出,MDADT策略下 γ 的最大值小于ADT策略下 γ 的最大值,并且衰减的速度更快,这也与本文给出的定理的计算结果相符.值得注意的是,在切换发生的瞬间 γ 值发生了跳变, γ 的值明显要大一些,这是由于此时子系统与控制器不匹配所造成的.

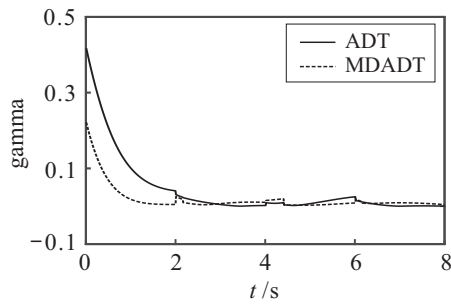


图7 ADT和MDADT下的异步切换系统的 γ 曲线

4 结论

本文使用模型依赖的驻留时间切换策略解决了切换线性系统的异步切换问题. 相比于平均驻留时间策略, 模型依赖的驻留时间策略具有更大的适用范围. 同时, 考虑到在异步切换中不同子系统的控制器的滞后时间往往各不相同, 为了得到更好的系统性能, 使用模型依赖的驻留时间策略对各子系统的控制器及驻留时间分别进行设计. 当控制器与子系统不匹配时, 利用各子系统满足模型依赖的平均驻留时间切换策略, 得到整个系统的异步切换工作过程的稳定性条件. 由文中显然可见, 在不匹配区间内其Lyapunov函数并非严格递减, 这降低了对此区间的条件约束, 但也意味着在非匹配区间不能保证系统严格稳定. 因此, 通过限制子系统与控制器的匹配时间与非匹配时间的比值来使整个系统达到全局一致指数稳定, 而且这个控制器滞后子系统的时间也可以是模型依赖的. 最后, 将稳定性条件转换为可解的LMIs, 并获得了相应的控制增益. 通过数值实例验证了结论的正确性.

参考文献(References)

- [1] Bei L, Fen W, SungWan K. Switching LPV control of an F-16 aircraft via controller state reset[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 267-277.
- [2] Gans NR, Hutchinson S A. Stable visual servoing through hybrid switched-system control[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(3): 530-540.
- [3] El-Farra N H, Gani A, Christofides P D. A switched systems approach for the analysis and control of mode transitions in biological networks[C]. American Control Conference. Portland, 2005: 3247-3252.
- [4] Deaecto G S, Souza M, Geromel J C. Discrete-time switched linear systems state feedback design with application to networked control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(3): 877-881.
- [5] Zhu Y Z, Wu F, Karimi H R, et al. Special issue on advanced analysis and control design of switching linear parameter-varying systems and its applications[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2019, 233(1): 3-4.
- [6] Zhang L X, Ning Z P, Shi Y. Analysis and synthesis for a class of stochastic switching systems against delayed mode switching: A framework of integrating mode weights[J]. Automatica, 2019, 99: 99-111.
- [7] Liberzon D. Switching in systems and control[M]. Boston: Birkhauser, 2003.
- [8] Lu B, Wu F. Switching LPV control designs using multiple parameter-dependent Lyapunov functions[J]. Automatica, 2004, 40(11): 1973-1980.
- [9] Zhang L X, Gao H J. Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time[J]. Automatica, 2010, 46(5): 953-958.
- [10] Zhai G S, Hu B, Yasuda K, et al. Disturbance attenuation properties of time-controlled switched systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 338(7): 765-779.
- [11] Yuan C Z, Wu F. Hybrid control for switched linear systems with average dwell time[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(1): 240-245.
- [12] Jungers M, Gonzag C A, Daafouz J. Min-switching local stabilization for discrete-time switching systems with nonlinear modes[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2013, 9(1): 18-26.
- [13] Li C, Yang X B. Adaptive neural output feedback control for a class of switched non-linear systems with unknown backlash-like hysteresis of the actuator[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(4): 900-910.
- [14] Guan Y, He W, Murugesan M, et al. Control of self-excited thermoacoustic oscillations using transient forcing, hysteresis and mode switching[J]. Combust and Flame, 2019, 202: 262-275.
- [15] Zhang L X, Boukas E K, Shi P. Exponential H -infinity filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell time: A μ -dependent approach[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2008, 18(11): 1188-1207.
- [16] 王通, 王青, 李玮, 等. 基于模型依赖平均驻留时间的线性切换系统有限时间 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(7): 1189-1194.
(Wang T, Wang Q, Li W, et al. Finite-time H_∞ control for switched linear systems based on mode-dependent average dwell time[J]. Control and Decision, 2015, 30(7): 1189-1194.)
- [17] Zhao X D, Zhang L X, Shi P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE

- Transactions on Automatic Control, 2012, 57(7): 1809-1815.
- [18] Cheng J, Zhu H, Zhong S M, et al. Finite-time filtering for switched linear systems with a mode-dependent average dwell time[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2015, 15: 145-156.
- [19] Zhao X D, Yin Y F, Liu L, et al. Stability analysis and delay control for switched positive linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(7): 2184-2190.
- [20] Li S, Ahn C K, Xiang Z R. Sampled-data adaptive output feedback fuzzy stabilization for switched nonlinear systems with asynchronous switching[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 27(1): 200-205.
- [21] 王昭磊, 徐利杰, 王青, 等. 基于局部交叠异步切换的网络控制系统故障检测[J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 1951-1958.
(Wang Z L, Xu L J, Wang Q, et al. Fault detection for the networked control system with locally over-lapped asynchronous switching law[J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 1951-1958.)
- [22] 王佳伟, 崔一鸣, 王振华, 等. 切换系统 H_-/H_∞ 异步切换故障检测滤波器设计[J]. 控制与决策, 2017, 32(2): 223-231.
(Wang J W, Cui Y M, Wang Z H, et al. H_-/H_∞ asynchronous fault detection filter design for switched systems[J]. Control and Decision, 2017, 32(2): 223-231.)
- [23] Zhang L X, Shi P. Stability $L_1 - L_2$ gain and asynchronous H_∞ control of discrete-time switched systems with average dwell time[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(9): 2192-2199.
- [24] Yuan C Z, Wu F. Asynchronous switching output feedback control of discrete-time switched linear systems[J]. International Journal of Control, 2015, 88(9): 1766-1774.
- [25] Jiang Z Y, Yan P. Asynchronous switching control for continuous-time switched linear systems with output-feedback[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(5): 2082-2092.
- [26] Fei Z, Shi S, Zhao C, et al. Asynchronous control for 2-D switched systems with mode-dependent average dwell time[J]. Automatica, 2017, 79: 198-206.
- [27] Zhang L, Wang X, He H, et al. Asynchronous control for fuzzy switched systems with actuator saturations and mode-dependent average dwell time[C]. 2017 Chinese Automation Congress. Ji'nan, 2017: 1875-1878.
- [28] Wang B, Zhang H, Wang G, et al. Asynchronous control of discrete-time impulsive switched systems with mode-dependent average dwell time[J]. ISA Transactions, 2014, 53(2): 367-372.
- [29] Gao J, Wang X T. Asynchronous H -infinity control of switched systems with mode-dependent average dwell time[J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2017, 36(11): 4401-4422.
- [30] Hong Y Z, Zhang H B, Zheng Q X. Asynchronous H -infinity filtering for switched T-S fuzzy systems and its application to the continuous stirred tank reactor[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2018, 20(5): 1470-1482.
- [31] Xiang M, Xiang Z R, Karimi H R. Asynchronous L_1 control of delayed switched positive systems with mode-dependent average dwell time[J]. Information Sciences, 2014, 278: 703-714.
- [32] Zheng Q X, Zhang H B. Exponential stability and asynchronous stabilization of nonlinear impulsive switched systems via switching fuzzy Lyapunov function approach[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2017, 19(1): 257-271.
- [33] Lu Q G, Zhang L X, Shi Y, et al. H_∞ control for asynchronously switched linear parameter-varying systems with mode-dependent average dwell time[J]. IET Control Theory & Applications, 2013, 7(5): 673-683.
- [34] He H F, Gao X W, Qi W H. Observer-based sliding mode control for switched positive nonlinear systems with asynchronous switching[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 93(4): 2433-2444.
- [35] Liu S L, Xiang Z R. Exponential H_∞ output tracking control for switched neutral system with time-varying delay and nonlinear perturbations[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2013, 32(1): 103-121.

作者简介

黄金杰(1967—), 男, 教授, 博士生导师, 从事增益调度、复杂工业过程优化控制及其应用等研究, E-mail: huangjinjie163@163.com;

郝现志(1991—), 男, 博士生, 从事切换控制、鲁棒控制的研究, E-mail: hxz_man@163.com;

潘晓真(1989—), 女, 博士生, 从事参数变量控制、事件触发控制的研究, E-mail: panxiaozhenvip@163.com.

(责任编辑: 李君玲)