

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略

刘学娟

引用本文:

刘学娟. 基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略[J]. 控制与决策, 2021, 36(3): 754–760.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1087>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### [基于矩阵的双论域模糊概率粗糙集增量更新算法](#)

Incremental updating of fuzzy probability rough sets over two universes based on matrix method

控制与决策. 2021, 36(3): 553–564 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0692>

### [基于马尔可夫过程的多部件系统劣化状态空间划分模型](#)

Multi-component system state space partition model based on Markov process

控制与决策. 2021, 36(2): 418–428 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0480>

### [基于互信息操作变量曲线参数化的间歇过程批内修正优化](#)

Intra-batch correction optimization of batch process with manipulated variable trajectory parameterization based on mutual information

控制与决策. 2021, 36(1): 234–240 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0825>

### [基于仿生算法改进粒子滤波的SLAM算法精度预测](#)

Accuracy prediction of SLAM algorithm based on bionic algorithm to improve particle filter

控制与决策. 2021, 36(1): 166–172 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0555>

### [事件触发机制下分布时滞网络化控制系统 \$H\_\infty\$ 故障检测](#)

Event-triggered  $H_\infty$  fault detection for networked control systems with distributed delays

控制与决策. 2020, 35(12): 3059–3065 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0456>

# 基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略

刘学娟<sup>†</sup>

(北京科技大学 东凌经济管理学院, 北京 100083)

**摘要:** 随机系数回归模型是一种描述设备退化过程的重要模型. 在基本随机回归系数模型的基础上, 运用加速失效时间模型, 加入协变量的影响, 对设备的退化过程进行建模分析. 针对退化过程设置两类更新阈值, 一类是预防性维修更新阈值, 一类是故障更新阈值. 当设备的运行状态被监测到达到或超过预防性更新阈值时, 设备将被预防性维修更新, 一个预防性更新周期完成; 当设备的运行状态被监测到达到故障阈值时, 设备将被故障更新, 一个故障更新周期完成. 运用更新回报定理, 对两类更新周期内的单位时间期望维修费用建立模型, 对模型求解可得设备的最优监测区间和最优预防性维修阈值. 为进一步对所建立的模型进行验证, 设计仿真过程求解最优值, 并运用数值案例对所建立的模型和仿真过程进行计算.

**关键词:** 随机系数回归模型; 协变量; 退化; 预防性维修; 更新回报定理; 仿真

中图分类号: TP274

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1087

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 刘学娟. 基于随机系数回归模型的退化过程及维修策略[J]. 控制与决策, 2021, 36(3): 754-760.

## Degradation process and maintenance planning based on random coefficient regression model

LIU Xue-juan<sup>†</sup>

(Donlinks School of Economics and Management, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The random coefficient regression model is a very important model for describing the degradation process. This paper studies the degradation process based on the coefficient regression model, and the covariates are added in the process according to the accelerated failure time model. Two renewal thresholds are studied, one is preventive maintenance renewal threshold, and the other is failure renewal threshold. When the degradation process reaches or exceeds the preventive maintenance renewal threshold, the system should be renewed by preventive maintenance, and then a preventive maintenance renewal cycle is finished; when the degradation process reaches failure renewal threshold, the system should be renewed by replacement, and then a failure renewal cycle is finished. This paper develops the model of the expected cost per unit time in the renewal cycle using the renewal reward theory. A simulation algorithm is developed to verify the cost model. Numerical examples are studied to demonstrate the model and the simulation algorithm.

**Keywords:** random coefficient regression model; covariate; degradation; preventive maintenance; renewal reward theory; simulation

## 0 引言

近年来,关于设备退化过程的研究越来越受到重视. 退化过程是指设备在运行中,会受到各种环境因素的影响,设备部件的材料性能也会随之产生变化,随着使用时间的增加,退化程度逐渐加剧,最终导致产品失效. 例如,LED灯和荧光显示器随着使用时间的增加亮度逐渐减弱;锂离子电池的容量

随着充放电次数的增加而逐渐降低;设备齿轮的逐渐磨损等,均可以归类到退化这一范畴. 运用设备性能的退化数据,以概率统计理论为基础,通过随机过程知识建立模型,进而得到设备剩余寿命的概率分布,以及预测设备的保修成本等,为设备的维护及进一步的健康管理提供基础<sup>[1]</sup>. 基于设备退化过程研究的预防性维修方式分为两类:定期维修(time

收稿日期: 2019-07-26; 修回日期: 2019-12-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71601019, 71729001, 71871018); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(FRF-TP-18-006A2).

责任编辑: 樊治平.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: liuxj@ustb.edu.cn.

based maintenance, TBM) 和状态维修(condition based maintenance, CBM), 随着传感器技术的不断进步, 设备的状态监测数据越来越容易获取, 状态维修越来越受到重视<sup>[2]</sup>. 状态维修主要是采用监测数据进行建模, 并对设备进行寿命预测, 进而制定相应的维修策略, 或者是通过设置设备退化的预防性维修阈值, 当设备退化状态达到或超过阈值时对设备进行预防性维修. 如Chen等<sup>[3]</sup>考虑了随机效应的影响, 运用逆高斯过程(inverse Gaussian Process)描述设备的退化过程, 制定出最优的状态维修策略; Guo等<sup>[4]</sup>运用维纳过程(Wiener process)对设备的退化过程进行描述, 并进一步建立了最优维修策略模型; Yang等<sup>[5]</sup>通过随机系数回归模型研究设备性能退化规律, 掌握设备老化的特征, 制定了合理的设备维修更换策略; Wang<sup>[6]</sup>运用随机系数回归模型描述设备退化过程, 并对最优维修监测区间和设备状态的预防性维修阈值进行了优化.

目前, 用于描述退化数据的模型共有两大类: 一类为随机过程模型, 主要包括维纳过程, 伽玛过程(Gamma process)和逆高斯过程等; 一类为基于统计学的随机系数回归模型<sup>[7]</sup>. 本文主要运用随机系数回归模型对退化过程进行描述. Lu等<sup>[8]</sup>在1993年提出了用随机系数回归模型描述设备的退化过程, 通过对退化路径的描述得出设备状态达到失效阈值的寿命预测. 基于Lu等<sup>[8]</sup>的研究, 一系列运用随机系数回归模型描述退化数据的研究逐步深入和扩展开来, 如Boulanger等<sup>[9]</sup>对设备的退化状态设置了上限值, 并假设退化过程的监测数据为运行时间的增函数; Bae等<sup>[10]</sup>研究了随机系数回归模型的非线性混合形式, 并将模型分成了两个阶段对退化过程进行描述; Bae等<sup>[11]</sup>分析了随机系数回归模型中系数的不同分布情形, 并推导出了相应的设备故障分布模型; Yu<sup>[12]</sup>假设随机系数服从倒数威布尔分布, 对线性的随机系数回归模型进行了研究; Bian等<sup>[13]</sup>在对滚动轴承的退化研究中, 退化状态数据的指数形式被加以应用; 更一般的, Shiao等<sup>[14]</sup>提出了运用非参数回归方法去估计退化状态, 以及Zhou等<sup>[15]</sup>运用了B样条方法对退化状态进行分析. 扩展研究是对随机系数回归模型误差项的分析, Lu等<sup>[16]</sup>分析了非固定方差的噪声项; Yuan等<sup>[17]</sup>分析了误差项的方差是退化状态的函数; Lin等<sup>[18]</sup>研究了有相关关系的误差项, 并运用ARMA(auto regressive moving average)模型对数据进行了拟合. 还有运用贝叶斯理论对退化现象进行描述的研究, 如Hamada<sup>[19]</sup>运用贝叶斯方法对随机

系数回归模型中的参数估计进行了描述; Pan等<sup>[20]</sup>运用分层贝叶斯模型及使用LED退化数据对随机系数回归模型的假设进行了验证; Chen等<sup>[21]</sup>在分段线性退化路径的情况下, 运用贝叶斯方法建立了两阶段的退化模型.

上述运用随机系数回归模型对退化过程的研究中, 有各类基本模型的扩展应用, 但没有考虑协变量对退化过程的影响, 协变量主要是指设备的使用条件和环境等. 设备的失效和退化不仅取决于其内部缺陷的演变过程, 还依赖于设备的使用条件和环境, 在设备的退化建模中, 若能够融合设备的使用条件和环境等协变量信息, 则可以大大降低退化过程中的随机性<sup>[22]</sup>. 如室外有机涂层除了随着时间的推移而发生性能退化, 还受到温度、湿度、紫外线强度等环境的影响<sup>[23]</sup>. Cox<sup>[24]</sup>提出了考虑协变量信息的比例风险模型, 该模型因其一般性与灵活性已得到广泛应用<sup>[25]</sup>; 另一种常用的考虑协变量的模型为加速失效时间模型<sup>[22]</sup>. 对于协变量在随机系数回归模型中的应用, 相关研究较少, 仅见Meeker等<sup>[26]</sup>考虑温度的影响, 利用Arrhenius模型刻画不同温度水平下的退化速率, 建立退化模型并对参数进行了估计, 但并未将退化过程与维修决策相关联.

在上述研究的基础上, 本文在考虑协变量影响的情况下, 运用随机系数回归模型描述设备的退化过程, 也是本文的主要创新点. 在设备运行过程中, 设备退化的故障状态阈值已知, 预防性维修状态阈值和设备的检测区间为决策变量, 当设备的退化状态触及到两类阈值之一时, 设备将被恢复性维修(corrective maintenance, CM)更新(即故障更新)或预防性维修(preventive maintenance, PM)更新, 运用更新回报定理建立单位时间期望费用模型, 通过对模型进行优化得到决策变量的最优值, 进而可得最优维修策略. 基于上述模型的建立, 本文还给出了获得最优解的模拟仿真运算方法, 这也是本文的另一创新点, 仿真运算不仅可以验证模型运算的合理性和有效性, 也是获得最优解的另一种有效方法.

## 1 问题描述

主要符号说明如下.

$t_j$ : 设备状态监测时刻,  $j = 1, 2, \dots$ ;

$Y(t_j)$ : 设备在 $t_j$ 时刻的监测状态;

$\eta_j$ : 设备在 $t_j$ 时刻的实际状态;

$X$ : 协变量;

$\tau$ : 决策变量, 设备监测区间长度;

$C$ : 决策变量, 设备PM更新阈值;

$D$ : 设备故障的恢复性更新阈值;  
 $F_T(t)$ : 设备故障时间的分布函数;  
 $P(Y)$ : 状态 $Y(t_j)$ 分布函数;  
 $\Phi(\cdot)$ : 标准正态分布函数;  
 $C_m$ : 单位状态监测费用;  
 $C_P$ : 单位PM费用;  
 $C_f$ : 单位故障维修费.

### 1.1 设备退化过程及更新周期说明

设备在运行中的退化状态可能呈上升的趋势,如除尘风机振幅的变化,也可能呈下降的趋势,如锂离子电池容量的变化.本节以上升趋势为例进行说明<sup>[27]</sup>.设备在使用过程中,状态 $Y$ 呈上升趋势, $\tau$ 为监测间隔,即每隔时长 $\tau$ 对设备进行一次状态监测, $t_j$ 为监测点,若在 $t_k$ 时刻监测到设备的状态达到或超过阈值 $C$ ,而 $t_k$ 之前的监测点设备状态未达到或者超过 $C$ ,见图1,则需对设备进行预防性维修更新,一个预防性更新周期完成.

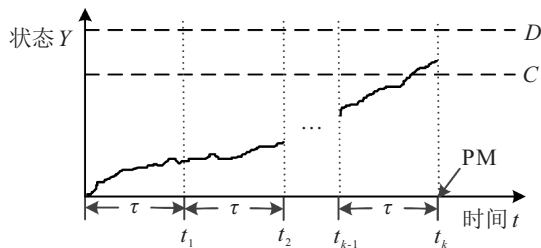


图1 设备预防性更新周期

### 1.2 基础随机系数回归模型说明

另一种情况是设备从初始状态(0时刻)一直运行到监测点 $t_{k-1}$ 时,设备的状态都未达到或超过阈值 $C$ ,但在 $(t_{k-1}, t_k]$ 区间内,设备的状态达到了故障阈值 $D$ , $D > C$ ,此时设备故障,需要被恢复性更新,在 $(t_{k-1}, t_k]$ 区间内,设备的运行时长为 $\tau'$ ,如图2所示, $\tau' \leq \tau$ ,则一个故障更新周期完成.

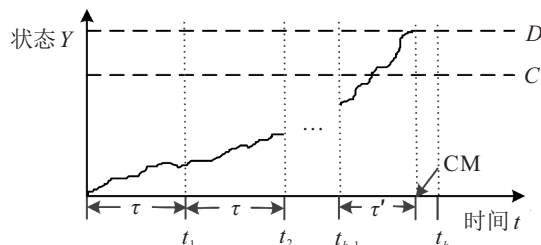


图2 设备故障更新周期

设备在监测点 $t_j$ 时刻监测到的状态记为 $Y(t_j)$ , $Y(t_j)$ 由两部分构成,分别是设备的真实状态 $\eta_j$ 和随机误差项 $\varepsilon$ , $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$ ,可用基础的随机系数回归模型描述上述几部分的关系,即

$$Y(t_j) = \eta_{t_j} + \varepsilon = \eta(t_j; \theta, \xi) + \varepsilon. \quad (1)$$

其中: $\eta(t_j; \theta, \xi)$ 为关于 $t_j$ 的函数, $\theta$ 为常数项, $\xi$ 为随机变量; $\eta_j$ 的常见形式有 $\eta_j = \theta + \xi t_j$ , $\eta_j = \xi_1 + \xi_2 t_j$ , $\eta_j = \theta_1 + \xi \exp(\theta_2 t_j)$ 等<sup>[8]</sup>.基于式(1)中监测值和真实值之间的关系,可加入协变量的影响,对设备的退化过程进行建模.

## 2 模型建立及仿真

### 2.1 考虑协变量的随机系数回归模型

本文选择常见的加速失效时间模型在退化过程中加入协变量的影响,此模型应用广泛且成熟,能够在短时间内获得系统的可靠性与失效率,有其高效性<sup>[28]</sup>.加速失效时间模型认为不用的使用条件和产品的寿命成一定比例,从使用时间参数 $t$ 上呈现,基于此,加入协变量 $X$ 后,随机系数回归模型的表达形式可表示为

$$Y(t_j) = \eta_{t_j} + \varepsilon = \eta(t_j \exp(\beta X); \theta, \xi) + \varepsilon. \quad (2)$$

其中:协变量 $X$ 的取值有连续型和离散型两种情况,本文考虑设备的使用条件为离散型的情况,如风机设备不同的转速(高档位和低档位转速),即协变量 $X$ 为离散型取值.

由上所述,可以继续推出设备状态和故障的分布函数.在式(2)中,模型系数 $\xi$ 是随机变量,给定 $\xi$ 可得 $Y(t_j)$ 的分布函数

$$P(Y|\xi) = P(Y(t_j) \leq Y|\xi) = \Phi\left(\frac{Y - \eta(t_j \exp(\beta X); \theta, \xi)}{\sigma}\right). \quad (3)$$

设 $\xi$ 的取值范围为 $\Theta$ ,概率密度函数记为 $h(\xi)$ ,则对任意 $\xi$ , $y(t_j)$ 的分布函数为

$$P(Y) = P(Y(t_j) \leq Y) = \int_{\Theta} h(\xi) P(Y(t_j) \leq Y|\xi) d\xi. \quad (4)$$

更进一步,当设备的真实运行状态达到故障阈值 $D$ 时,设备故障发生需要进行恢复性更新.对于给定的 $\xi$ 设备故障发生时间 $T$ 的分布函数记为 $P(T \leq t|\xi) = F_T(t|\xi)$ ,则可得对于任意 $\xi$ 设备故障发生时间 $T$ 的分布函数为

$$P(T \leq t) = F_T(t) = \int_{\Theta} h(\xi) F_T(t|\xi) d\xi. \quad (5)$$

若设备的真实运行状态 $\eta_j$ 达到故障阈值 $D$ 的时间小于等于 $t$ ,则设备在 $t$ 时刻或 $t$ 时刻之前发生故障,可得 $F_T(t|\xi) = 1$ ;若 $\eta_j$ 达到故障阈值 $D$ 的时间大于 $t$ ,则 $t$ 时刻设备未发生故障,可得 $F_T(t|\xi) = 0$ .基于设备状态和故障的分布函数,可进一步推出设备维修费用函数.

2.2 单位时间期望费用模型

1) PM更新周期内期望费用和周期长度.

一个PM更新周期中,设备从初始状态开始运行,状态监测每隔时间 $\tau$ 进行一次,当设备的运行状态首次被监测到达到或者超过阈值 $C$ 时,即在监测点 $t_k$ 处 $Y(t_k) \geq C$ ,此时设备被PM更新,更新周期完成.对于给定的 $\xi$ ,由式(5)的推导可知设备在 $t_k$ 之前未发生故障的概率为 $1 - F_T(t_k|\xi)$ ;由式(3)可知,在 $t_{k-1}$ 及之前设备的状态未达到或者超过阈值 $C$ 的概率为

$$\prod_{j=1}^{k-1} P(Y(t_j) < C|\xi) = \prod_{j=1}^{k-1} \Phi\left(\frac{C - \eta(t_j \exp(\beta X); \theta, \xi)}{\sigma}\right). \quad (6)$$

在 $t_k$ 处,设备的状态被监测到达到或超过阈值 $C$ 的概率为

$$P(Y(t_k) \geq C|\xi) = 1 - P(Y(t_k) < C|\xi) = 1 - \Phi\left(\frac{C - \eta(t_k \exp(\beta X); \theta, \xi)}{\sigma}\right). \quad (7)$$

所以,设备在监测点 $t_k$ 处PM更新的概率为

$$P_p(t_k; C|\xi) = [1 - F_T(t_k|\xi)] \left[ \prod_{j=1}^{k-1} P(Y(t_j) < C|\xi) \right] \times P(Y(t_k) \geq C|\xi). \quad (8)$$

更进一步,对于任意 $\xi$ ,可得

$$P_p(t_k; C) = \int_{\Theta} h(\xi) P_p(t_k; C|\xi) d\xi. \quad (9)$$

一个PM更新周期内,设备一共被监测 $k$ 次,则可知状态监测费用为 $kC_m$ ,PM更新的费用为 $C_p$ ,所以,一个PM更新周期内的期望总费用为

$$EC_p(t_k) = (kC_m + C_p)P_p(t_k; C). \quad (10)$$

进一步可知,一个PM更新周期的期望长度为

$$EL_p(t_k) = (k\tau)P_p(t_k; C). \quad (11)$$

2) 故障更新周期内期望费用和周期长度.

一个故障更新周期中,设备从初始状态开始运行,状态监测每隔时间 $\tau$ 进行一次,一直到监测点 $t_{k-1}$ 处,设备的状态均未达到或者超过阈值 $C$ ,但是在区间 $(t_{k-1}, t_k]$ 内,设备的状态超过 $C$ 且达到了故障阈值 $D$ ,设备需要被故障更新,更新周期完成.对于给定的 $\xi$ ,由式(5)的推导可知设备在 $t_{k-1}$ 之前未发生故障但在 $(t_{k-1}, t_k]$ 内发生故障的概率为 $F_T(t_k|\xi) - F_T(t_{k-1}|\xi)$ ,同式(6),设备在 $t_{k-1}$ 及之前状态未达到

或者超过阈值 $C$ 的概率为 $\prod_{j=1}^{k-1} P(Y(t_j) < C|\xi)$ ,则设备在 $(t_{k-1}, t_k]$ 内故障更新的概率为

$$P_f(t_k; C|\xi) = [F_T(t_k|\xi) - F_T(t_{k-1}|\xi)] \left[ \prod_{j=1}^{k-1} P(Y(t_j) < C|\xi) \right]. \quad (12)$$

更进一步,对于任意 $\xi$ 可得

$$P_f(t_k; C) = \int_{\Theta} h(\xi) P_f(t_k; C|\xi) d\xi. \quad (13)$$

一个故障更新周期内,设备一共被监测 $k-1$ 次,可知状态监测费用为 $(k-1)C_m$ ,故障维修费用为 $C_f$ ,则故障更新周期内的期望费用为

$$EC_f(t_k) = [(k-1)C_m + C_f]P_f(t_k; C). \quad (14)$$

一个故障更新周期的期望长度为

$$EL_f(t_k) = \int_{(k-1)\tau}^{k\tau} t \frac{\partial P_f(t; C)}{\partial t} dt. \quad (15)$$

由上所述,综合式(2)~(15),由更新回报定理<sup>[29]</sup>,建立单位时间内期望费用模型

$$EC(\tau; C) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} (EC_p(t_k) + EC_f(t_k))}{\sum_{k=1}^{\infty} (EL_p(t_k) + EL_f(t_k))}. \quad (16)$$

式(16)中,通过最小化 $EC(\tau; C)$ 求解最优的 $\tau$ 与 $C$ 这两个决策变量的值.

2.3 模拟仿真

为了对所建立的模型进行验证,且同时增加一种求解最优监测区间和预防性维修阈值的方法,对设备的运行状态及更新周期进行模拟仿真,见图3.

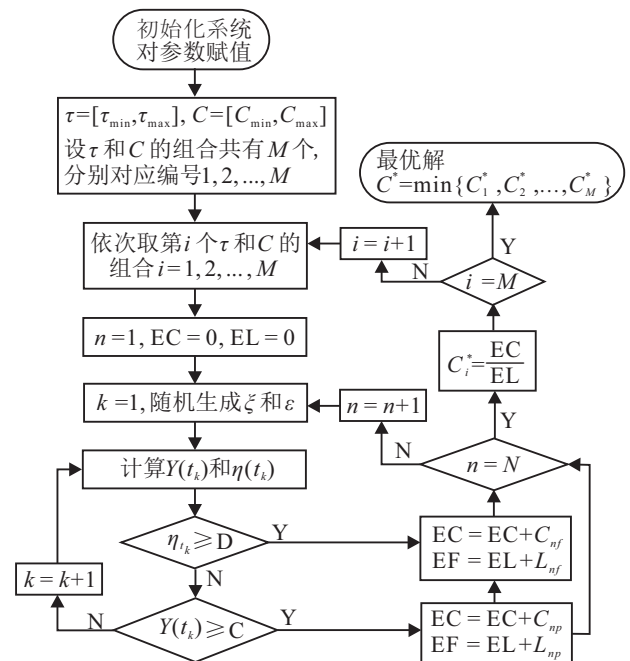


图3 仿真流程

仿真步骤如下:

step 1: 初始化系统,默认设备处于更新状态,并对参数赋值,并设置最大模拟次数  $N$ ,  $n$  代表已经模拟的次数,每次模拟代表一个更新周期,  $n \leq N$ .

step 2: 给出  $\tau$  与  $C$  合理的取值范围,可以根据经验及同类设备运行情况给出  $\tau$  的可能的范围,由于阈值  $C$  小于已知的阈值  $D$ ,所以  $C$  的范围也可以给出,设共有  $M$  组  $\tau$  与  $C$  的组合,依次对应编号  $1, 2, \dots, M$  (对每一组  $\tau$  与  $C$ ,均完成  $N$  次模拟,每次模拟的最优解记为  $C_i^*, i = 1, 2, \dots, M$ ).

step 3: 对于每个  $n$ ,即每个更新周期,将初始周期内费用  $EC$  和周期长度  $EL$  设置为0,并随机生成  $\xi$  和  $\varepsilon$ ,初始设置监测时间点的  $k$  值,即  $k = 1$ ,并运用式(2)计算  $Y(t_k)$  和  $\eta_{t_k}$ .

step 4: 通过阈值  $D$  和  $C$  判断设备是否达到了更新条件.如未达到,则继续下一个监测点的判断,  $k = k + 1$ ;如达到更新条件,判断是  $PM$  更新还是故障更新,分别运用式(10)和(11)计算图3中的  $C_{np}$  和  $L_{np}$ ,或者分别运用式(14)和(15)计算图3中的  $C_{nf}$  和  $L_{nf}$ ,一个更新周期完成.

step 5: 通过  $n = n + 1$ ,直至  $n = N$  个更新周期完成,计算单位时间费用  $C_i^*$ .

step 6: 对于所有的  $\tau$  与  $C$  的组合,均可计算单位时间费用  $C_i^*$ ,直至  $i = M$ ,最优结果  $C^* = \min\{C_1^*, C_2^*, \dots, C_M^*\}$ ,  $C^*$  对应的  $\tau$  与  $C$  的取值,即为决策变量最优值.

### 3 数值案例

本节运用数值案例对模型及仿真过程进行计算.所研究的设备为国内某钢厂的除尘风机的退化情况,基本原理是除尘风机在运行的过程中,由于灰尘等杂质不断地附着在风机叶片上,使得风机轴承的振幅随着运行时间的增加呈现增长的趋势,当振幅过大时,需要对风机进行动平衡维修.

由上述原理,本案例选择风机轴承的振幅为所监测的状态值,单位是“ $\mu\text{m}$ ”或“丝”;风机不同的转速为协变量,单位为“ $\text{r}/\text{min}$ ”,本案例中协变量的取值共有4个,即  $600 \text{ r}/\text{min}$ ,  $800 \text{ r}/\text{min}$ ,  $1000 \text{ r}/\text{min}$ ,  $1200 \text{ r}/\text{min}$ ,在计算时需对协变量值进行标准化<sup>[30]</sup>.上述4个协变量标准化后分别为

$$X_1 = \frac{600 - 600}{1200 - 600} = 0,$$

$$X_2 = \frac{800 - 600}{1200 - 600} = \frac{1}{3},$$

$$X_3 = \frac{1000 - 600}{1200 - 600} = \frac{2}{3},$$

$$X_4 = \frac{1200 - 600}{1200 - 600} = 1.$$

运用下式描述设备的状态:

$$Y(t_j) = \xi t_j \exp(\beta X) + \varepsilon. \quad (17)$$

式(17)的选取来源于文献[6]案例中的使用的模型,并加入了本文所涉及到的协变量.设式(17)中随机变量  $\xi$  服从威布尔分布,应用威布尔分布描述设备运行过程是非常适合的,拟合性好<sup>[31]</sup>,且被广泛应用<sup>[6]</sup>.威布尔分布的概率密度函数为

$$f(v; a, b) = \begin{cases} ab(av)^{(b-1)}e^{-(av)^b}, & v \geq 0; \\ 0, & v < 0. \end{cases} \quad (18)$$

相关参数设置见表1,其中费用等参数来源于企业调查,因为本文没有对参数估计进行研究,所以设备相关参数为虚拟参数,参数中的时间单位为‘天’,费用单位为‘元’,设备状态的故障阈值为振幅不能超过  $D = 5$  丝,即  $50 \mu\text{m}$ .

表1 参数取值

$\beta$	$a$	$b$	$D$	$C_m$	$C_P$	$C_f$	$\sigma$
0.2	0.4	2.42	5	50	200	500	0.0312

### 3.1 模型运算结果

运用式(2)~(18),以及表1中的参数取值,分别在协变量4种不同取值的情况下,运用  $\text{Matlab}$  进行运算,依次对应协变量的取值  $X_1 = 0, X_2 = 1/3, X_3 = 2/3$  和  $X_4 = 1$ ;最优解  $EC(\tau^*; C^*)$  分别为  $EC(1.4; 2.5) = 142.3, EC(1.3; 2.5) = 152.1, EC(1.2; 2.5) = 162.6$  和  $EC(1.1; 2.5) = 173.9$ .为节省篇幅,此处仅给出  $X_2 = 1/3$  时的三维图示结果,见图4.

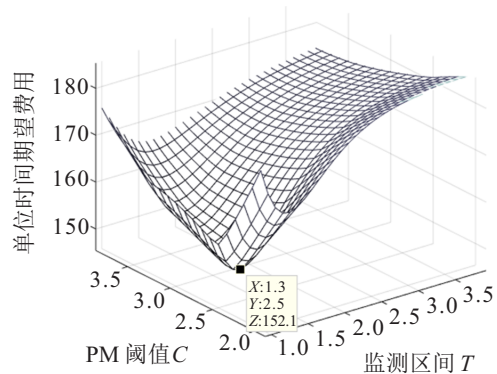


图4 协变量  $X_2 = 1/3$  时的计算结果

由最优解可见,随着协变量的逐渐增加,最优监测区间  $\tau^*$  逐渐缩短,主要是由于协变量的增加,对设备起到加速退化的作用,需要缩短监测区间,预防设备故障的发生;但协变量的变化对最优预防性维修阈值  $C^*$  的取值并未起到作用,即尽管设备在协变量

的作用下加速退化,但达到阈值 $C = 2.5$ 丝时就需要对设备进行预防性维修。

### 3.2 仿真运算结果

运用2.3节的模拟仿真流程,以及上述同样的参数进行运算,设定模拟次数为2万次,依次对应协变量的取值 $X_1 = 0, X_2 = 1/3, X_3 = 2/3$ 和 $X_4 = 1$ ;可得最优解 $EC(\tau^*; C^*)$ 分别为: $EC(1.4; 2.6) = 141.9, EC(1.3; 2.6) = 151.1, EC(1.2; 2.5) = 161.4$ 和 $EC(1.1; 2.5) = 173.2$ ,此处也仅给出 $X_2 = 1/3$ 时的三维图示结果,见图5。通过图4和图5,可见仿真运算的最优解与模型运算的最优解高度近似,可以说明所建立模型的合理性及运算结果的正确性。

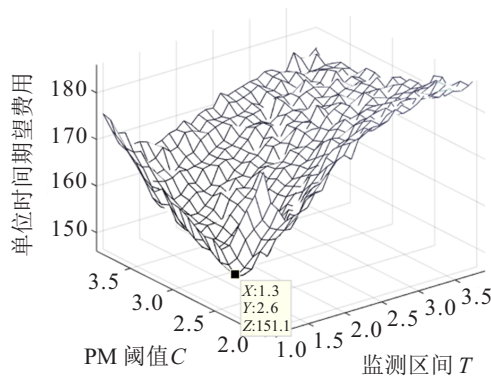


图5 协变量 $X_2 = 1/3$ 时的模拟运算结果

## 4 结论

本文运用随机系数回归模型描述设备的退化过程,其中考虑了基于加速失效时间模型的协变量的影响。在对退化过程建模的基础上,针对两类设备更新的状态阈值,运用更新回报定理,建立了单位时间期望费用模型,并设计了模拟仿真过程以说明所建立模型的合理性,以及给出计算决策变量最优取值的另一种方法。通过案例运算可以发现协变量对设备的状态监测区间具有一定的影响作用,即随着协变量的增加,监测区间逐渐减小,协变量增加对设备的运行起到了加速退化的作用,但协变量对设备的预防性维修阈值没有影响。在本文研究的基础上,还可以有更进一步的扩展及深入研究:1)考虑随机协变量的影响;2)考虑不完美维修策略,即预防性维修不能更新设备,但可以减少设备的役龄等;3)将本文模型和质量管理、生产计划等进行整合应用,实现学科交叉研究。

### 参考文献(References)

[1] 司小胜, 胡昌华. 数据驱动的设备剩余寿命预测理论及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016: 1-6.  
(Si X S, Hu C H. Data-driven Remaining useful life prediction theory and applications for equipment[M].

Beijing: National Defense Industry Press, 2016: 1-6.)  
[2] 胡昌华, 施权, 司小胜, 等. 数据驱动的使用寿命预测和健康管理技术研究进展[J]. 信息与控制, 2017, 46(1): 72-82.  
(Hu C H, Shi Q, Si X S, et al. Data-driven life prediction and health management: State of the Art[J]. Information and Control, 2017, 46(1): 72-82.)  
[3] Chen N, Ye Z S, Xiang Y S, et al. Condition-based maintenance using the inverse Gaussian degradation model[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 243(1): 190-199.  
[4] Guo C M, Wang W B, Guo B, et al. A maintenance optimization model for mission-oriented systems based on wiener degradation[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2013, 111(3): 183-194.  
[5] Yang L, Zhao Y, Ma X B. Multi-level maintenance strategy of deteriorating systems subject to two-stage inspection[J]. Computers and Industrial Engineering, 2018, 118: 160-169.  
[6] Wang W. A model to determine the optimal critical level and the monitoring intervals in condition-based maintenance[J]. International Journal of Production Research, 2000, 38(6): 1425-1436.  
[7] Ye Z S, Xie M. Stochastic modeling and analysis of degradation for highly reliable products[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2015, 31(1): 16-32.  
[8] Lu C J, Meeker W O. Using degradation measures to estimate a time-to failure distribution[J]. Technometrics, 1993, 35(2): 161-174.  
[9] Boulanger M, Escobar L A. Experimental design for a class of accelerated degradation tests[J]. Technometrics, 1994, 36(3): 260-272.  
[10] Bae S J, Kvam P H. A nonlinear random-coefficients model for degradation testing[J]. Technometrics, 2004, 46(4): 460-469.  
[11] Bae S J, Kuo W, Kvam P H. Degradation models and implied lifetime distributions[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(5): 601-608.  
[12] Yu H F. Designing an accelerated degradation experiment with a reciprocal Weibull degradation rate[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2006, 136(1): 282-297.  
[13] Bian L K, Gebraeel N. Stochastic framework for partially degradation systems with continuous component degradation-rate-interactions[J]. Naval Research Logistics, 2014, 61(4): 286-303.  
[14] Shiao J J, Horng, Lin H H. Analyzing accelerated degradation data by nonparametric regression[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1999, 48(2): 149-158.  
[15] Zhou R S, Serban N, Gebraeel N. Degradation-based residual life prediction under different environments[J]. The Annals of Applied Statistics, 2014, 8(3): 1671-1689.  
[16] Lu J C, Park J, Yang Q. Statistical inference of a time-to-failure distribution derived from linear

degradation data[J]. *Technometrics*, 1997, 39(4): 391-400.

[17] Yuan X X, Pandey M. A nonlinear mixed-effects model for degradation data obtained from in-service inspections[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2009, 94(2): 509-519.

[18] Lin T I, Lee J C. On modeling data from degradation sample paths over time[J]. *Australian and New Zealand Journal of Statistics*, 2003, 45(3): 257-270.

[19] Hamada M. Using degradation data to assess reliability[J]. *Quality Engineering*, 2005, 17(4): 615-620.

[20] Pan R, Crispin T. A hierarchical modeling approach to accelerated degradation testing data analysis: A case study[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2011, 27(2): 229-237.

[21] Chen N, Tsui K L. Condition monitoring and remaining useful life prediction using degradation signals: revisited[J]. *IIE transactions*, 2013, 45(9): 939-952.

[22] 喻勇, 司小胜, 胡昌华, 等. 数据驱动的可靠性评估与寿命预测研究进展: 基于协变量的方法[J]. *自动化学报*, 2018, 44(2): 216-227.  
(Yu Y, Si X S, Hu C H, et al. Data driven reliability assessment and life-time prognostics: A review on covariate models[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(2): 216-227.)

[23] Hong Y L, Duan Y Y, Meeker W Q, et al. Statistical methods for degradation data with dynamic covariates information and an application to outdoor weathering data[J]. *Technometrics*, 2015, 57(2): 180-193.

[24] Cox D R. Regression models and life-tables[J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1972, 34(2): 187-220.

[25] Wellner J A, Zhang Y. Two likelihood-based semi-parametric estimation methods for panel count data with covariates[J]. *The Annals of Statistics*, 2007, 25(5): 2106-2142.

[26] Meeker W Q, Escobar L A, Lu C J. Accelerated degradation tests: Modeling and analysis[J]. *Technometrics*, 1998, 40(2): 89-99.

[27] 刘学娟, 冯志鹏. 基于随机系数增长模型的状态维修与EPQ联合优化[J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(1): 251-258.  
(Liu X X, Feng Z P. Joint optimization of condition-based maintenance and EPQ based on the random coefficient growth model[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2019, 39 (1): 251-258.)

[28] Goshu M, Maruo K, Sato Y. Effect of covariate omission in Weibull accelerated failure time model: A caution[J]. *Biometrical Journal*, 2014, 56(6): 991-1000.

[29] Ross S M. *Stochastic processes*[M]. New York: Wiley, 1983.

[30] Ye Z S, Tang L C. Accelerated degradation test planning using the inverse Gaussian process[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2014, 63(3): 750-763.

[31] Wang W. An inspection model based on three-stage failure process[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2011, 96(7): 838-848.

作者简介

刘学娟(1982—), 女, 副教授, 博士, 从事设备可靠性、设备维修等研究, E-mail: liuxj@ustb.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)

下 期 要 目

求解非线性方程组的智能优化算法综述 ..... 高卫峰, 等

基于局部搜索的反向学习竞争粒子群优化算法 ..... 钱晓宇, 等

基于多块信息提取的AUV资源勘查系统故障检测 ..... 郭大权, 等

基于自适应混合核典型变量分析的工业过程质量相关故障检测 ..... 姚林, 等

基于广义主成分分析的重构故障子空间建模方法 ..... 杜柏阳, 等

基于Frenet坐标系的自动驾驶轨迹规划与优化算法 ..... 魏民祥, 等

USV&AUV水下目标协同搜索与打击航迹规划 ..... 吴宇, 等

基于MCPDDPG的智能车辆路径规划方法及应用 ..... 余伶俐, 等

基于改进蚁群算法的水面无人艇路径规划 ..... 孙功武, 等

输入受限的多旋翼无人机轨迹跟踪鲁棒正定不变集设计 ..... 李志南, 等

基于DST融合多视图模糊推理赋值的三维目标检测 ..... 张翠芳, 等