

控制与决策

Control and Decision

混合MIMO相控阵雷达的交错稀疏阵列设计

王布宏, 程天昊, 李夏, 刘帅琦, 刘巧鸽

引用本文:

王布宏, 程天昊, 李夏, 等. 混合MIMO相控阵雷达的交错稀疏阵列设计[J]. *控制与决策*, 2021, 36(4): 959–966.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0965>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于DST融合多视图模糊推理赋值的三维目标检测

3D object detection based on DST fusion multi-view fuzzy reasoning assignment

控制与决策. 2021, 36(4): 867–875 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0434>

基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

控制与决策. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达收发阵列设计

Joint design of transceiver array for cross-shaped two-dimensional sparse hybrid MIMO phased array radar

控制与决策. 2020, 35(12): 2875–2882 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0221>

基于稀疏度阶数优化的杂波密度估计算法

A clutter density estimation algorithm by optimized sparsity order

控制与决策. 2020, 35(12): 2923–2930 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0429>

凸优化与A*算法结合的路径避障算法

Convex optimization and A-star algorithm combined path planning and obstacle avoidance algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2907–2914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0351>

混合MIMO相控阵雷达的交错稀疏阵列设计

王布宏^{1†}, 程天昊¹, 李夏¹, 刘帅琦², 刘巧鸽¹

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077; 2. 中国人民解放军93995部队, 西安 710306)

摘要: 针对常规的发射子阵分割会使混合MIMO相控阵雷达的孔径减小和馈电网络复杂度增加的问题, 提出一种交错稀疏的发射子阵分割方法, 通过寻求最大输出信干噪比的方式获得最佳的阵列结构. 首先构建交错稀疏结构下的混合MIMO相控阵雷达模型, 运用序列凸近似方法将非凸的目标函数转化为凸函数; 然后通过凸优化分别求解出一维和二维混合MIMO相控阵雷达在阵元数目固定和阵元数目作为变量的情况下的最佳阵列结构; 最后, 通过仿真表明所提出方法不仅可以获得较大的信干噪比和较低的旁瓣电平值, 且较常规的子阵分割方式能获得更高的波达方向估计精度.

关键词: 混合MIMO相控阵雷达; 交错稀疏; 信干噪比; 凸优化

中图分类号: TN820

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0965

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 王布宏, 程天昊, 李夏, 等. 混合MIMO相控阵雷达的交错稀疏阵列设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(4): 959-966.

Interleaved sparse array design of hybrid phased-MIMO radar

WANG Bu-hong^{1†}, CHENG Tian-hao¹, LI Xia¹, LIU Shuai-qi², LIU Qiao-ge¹

(1. School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China; 2. People's Liberation Army 93995 Troops, Xi'an 710306, China)

Abstract: Aiming at the problem that conventional transmit subarray partitioning reduces the aperture and increases the complexity of feed network for hybrid phased-MIMO radar, an interleaved sparse transmit subarray partitioning method is proposed in this paper and the optimal array structure is obtained by seeking the maximum output signal-to-interference-noise ratio (SINR). Firstly, a hybrid phased-MIMO radar model with interleaved subarrays is constructed. The non-convex objective function of the maximum SINR is transformed into a convex function by using sequential convex approximations (SCA) method. The convex array optimization method is used to solve the optimal array structure of the one-dimensional and two-dimensional hybrid phased-MIMO radars with the fixed number of array elements and the number of array elements as variables. Finally, simulation results show that the proposed method not only achieves the maximum SINR and lower sidelobe level, but also has higher direction-of-arrival estimation accuracy than the conventional subarray partitioning method does.

Keywords: hybrid phased-MIMO radar; interleaved sparse; SINR; convex optimization

0 引言

阵列天线的混合多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 技术近几年来在通信领域得到了广泛应用^[1]. 通过对相干MIMO雷达发射阵列进行合理的子阵划分, 使得子阵内部工作在相控阵模式, 增加了系统的发射相干增益, 同时子阵间信号相互正交, 获得了相干MIMO雷达的波形分集增益. 混合MIMO相控阵雷达兼顾了相控阵雷达和MIMO雷

达的性能优势, 因此具有良好的应用前景^[2-3].

如何有效设计发射阵列的分割模式是混合MIMO相控阵体制中需要解决的核心关键问题. 子阵分割模式本质上是发射波形协方差矩阵的一种特殊设计方法, 决定了波形分集增益和发射相干增益的折衷程度, 直接影响着雷达系统的整体性能. 目前, 文献[4-6]使用的子阵不重叠模式, 可以等效为若干个相控阵并行工作, 这样的阵列结构虽然简单易行, 但

收稿日期: 2019-07-09; 修回日期: 2019-11-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61671465, 61871396).

[†]通讯作者. E-mail: hongwks@aliyun.com.

是发射孔径的利用率较低,发射相干处理增益受到较大损失.文献[3,6-7]的子阵稀疏模式与不重叠模式类似,主要差异在于子阵内部采用稀疏布阵,这种子阵设置方法通过减少天线单元的个数降低系统实现代价,但是没有从根本上解决子阵不重叠模式中存在的孔径损失问题,同样会对系统的发射相干处理增益产生较大影响.文献[1,8-9]所提出的均匀重叠模式和文献[10-11]改进的非均匀重叠模式较好地解决了上述问题,孔径利用率有了较大提高,但是每个天线单元的发射信号是若干正交信号的线性叠加,各天线单元发射信号都不同,给发射系统馈电和功放的实现带来较大困难.因此,混合MIMO相控阵雷达领域需要一种大孔径且低成本子阵设计方法解决以上矛盾.

在传统的相控阵领域,交错稀疏的共享孔径方式已经有了一些开创性的研究.交错稀疏是指多个子阵通过共享孔径,将多个天线单元布置在同一副天线孔径上的设计方法,它将非重叠子阵设计方法的低代价和重叠子阵设计的高孔径利用率有机结合起来.因此,交错稀疏的阵列形式才是混合MIMO相控阵体制理想的阵列结构.文献[12-13]通过遗传算法,实现了线阵的交错稀疏布阵,但是由于方向图优化函数的复杂性以及设计中面临的多维非线性约束问题,导致遗传算法运算量庞大且易陷入局部最优.文献[14-15]利用循环差集及其“补集”、文献[16]使用“几乎差集”均实现了多子阵的交错稀疏布阵和应用,差集方法能有效降低稀疏布阵的运算时间和复杂度,但是已有的“差集”序列很有限,使得适用阵列的灵活性不足,极大地制约了其实际应用.

一些学者另辟蹊径,从求解最大信干噪比(signal to interference plus noise ratio, SINR)的角度解决子阵交错稀疏问题.文献[17]利用最大化SINR,提出了基于阵元选择的自适应干扰置零技术.文献[18-19]证明了通过最大化SINR产生的自适应稀疏阵列优于结构稀疏阵列,如:互质阵、嵌套阵和均匀阵列,这是因为最大SINR的稀疏阵列设计考虑了信号源、干扰和噪声等具体的工作环境.在接收端寻求最大的SINR的方法不仅能够简化运算量,而且可以增加雷达检测目标的概率,降低通信中的误码率^[20].

基于以上研究,本文通过寻求最小方差无畸变(minimum variance distortionless response, MVDR)波束形成下最大化的输出SINR,设计交错稀疏结构的混合MIMO相控阵雷达,在简化系统实现代价的同

时,最大限度地增加子阵的孔径,降低发射方向图旁瓣电平并提高波达方向(direction of arrival, DOA)的估计精度,增强发射系统的能量聚焦,进而提高发射相干处理增益.给出交错稀疏模式下的混合MIMO相控阵雷达,通过序列凸近似的方法将MVDR波束形成下的SINR转化为凸问题,并通过凸优化的方法进行求解,最后通过仿真实验表明了所提出方法的有效性.

1 混合MIMO相控阵雷达模型

混合MIMO相控阵雷达是在MIMO雷达的基础上,通过进行合理的子阵分割,使得子阵内部工作在相控阵模式,子阵之间的波形相互正交.考虑一个均匀线阵(uniform linear array, ULA),发射端由 M 个阵元组成,并划分为 K 个子阵($1 \leq K \leq M$),接收端由 N 个阵元构成,相邻阵元间距 $d = \lambda/2$, λ 为半波长. K 个子阵发射的正交信号集为 $\varphi(t) = [\varphi_1(t), \dots, \varphi_K(t)]^T$, $(\cdot)^T$ 为转置运算,满足

$$\int_{T_0} \varphi(t) \varphi^H(t) dt = \mathbf{I}_{K \times K}. \quad (1)$$

其中: t 为雷达脉冲内的时间参数, T_0 为雷达脉冲的宽度, $(\cdot)^H$ 为共轭转置运算.对于方位角 θ 处的目标,整体阵列的发射导向矢量 $\mathbf{a}(\theta)$ 和接收导向矢量 $\mathbf{b}(\theta)$ 可以表示为

$$\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d \sin \theta}]^T, \quad (2)$$

$$\mathbf{b}(\theta) = [1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(N-1)d \sin \theta}]^T. \quad (3)$$

那么, $K \times 1$ 维发射相干处理矢量 $\mathbf{c}(\theta)$ 和波形分集矢量 $\mathbf{d}(\theta)$ 可以表示为

$$\mathbf{c}(\theta) = [\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}_1(\theta), \dots, \mathbf{w}_K^H \mathbf{a}_K(\theta)]^T, \quad (4)$$

$$\mathbf{d}(\theta) = [e^{-j\tau_1(\theta)}, \dots, e^{-j\tau_K(\theta)}]^T. \quad (5)$$

其中: $\mathbf{a}_k(\theta)$ 为第 k 个子阵的发射相干处理矢量; $\tau_k(\theta)$ 为发射波束从第1个子阵的首阵元传播到第 k 个子阵的首阵元所需要的时间; \mathbf{w}_k 为第 k 个子阵的 $M \times 1$ 维归一化发射波束权值复矢量,每个 \mathbf{w}_k 的第1到第 k 个元素均不相同,可以通过对其赋值实现子阵波束的聚焦.进而目标反射信号可以表示为

$$r(t, \theta) = \sqrt{M/K} \beta(\theta) \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k^H \mathbf{a}_k(\theta) e^{-j\tau_k(\theta)} \varphi_k(t) = \sqrt{M/K} \beta(\theta) [\mathbf{c}(\theta) \odot \mathbf{d}(\theta)]^T \varphi(t), \quad (6)$$

其中 $\beta(\theta)$ 代表反射系数.对于空间中位于方位角 θ_s 处的目标和 D 个干扰源, $N \times 1$ 维接收信号可以表示

为

$$\mathbf{x}(t) = r(t, \theta_s) \mathbf{b}(\theta_s) + \sum_{i=1}^D r(t, \theta_i) \mathbf{b}(\theta_i) + \mathbf{n}(t), \quad (7)$$

其中 $\mathbf{n}(t)$ 为噪声矩阵. 进一步匹配滤波之后, $KN \times 1$ 维虚拟数据矩阵为

$$\mathbf{y} = \int_{T_0} \mathbf{x}(t) \varphi^*(t) dt = \sqrt{M/K} \beta(\theta) \mathbf{u}(\theta) + \hat{\mathbf{n}}. \quad (8)$$

其中: $\hat{\mathbf{n}} = \int_{T_0} \mathbf{n}(t) \varphi^*(t) dt$, $(\cdot)^*$ 为共轭运算, 则虚拟导向矢量 $\mathbf{u}(\theta)$ 为

$$\mathbf{u}(\theta) = \mathbf{c}(\theta) \odot \mathbf{d}(\theta) \otimes \mathbf{b}(\theta). \quad (9)$$

其中: \odot 为 Hadamard 乘积, \otimes 为克罗内克积. 定义所有干扰信号组成的干扰信号流形矩阵 $\mathbf{U}_I = [\mathbf{u}_1(\theta), \mathbf{u}_2(\theta), \dots, \mathbf{u}_D(\theta)]$, 则干扰和噪声的协方差矩阵可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{i+n} &= E\{\mathbf{y}_{i+n} \mathbf{y}_{i+n}^H\} = \\ &= \sum_{i=1}^D \frac{M}{K} \sigma_i^2 \mathbf{u}(\theta_i) \mathbf{u}^H(\theta_i) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_n = \\ &= \frac{M}{K} \sigma_i^2 \mathbf{U}_I \mathbf{U}_I^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_n. \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $\sigma_i^2 = E\{|\beta_i|^2\}$ 为第 i 个干扰反射系数的方差, β_i 为干扰反射系数, σ_n^2 为噪声功率, \mathbf{I} 为单位矩阵. 假定各个干扰信号的功率 σ_i^2 相等, 根据矩阵反演公式, 求得 \mathbf{R}_{i+n} 的逆矩阵为

$$\mathbf{R}_{i+n}^{-1} = \frac{1}{\sigma_n^2} \left[\frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}_n - \mathbf{U}_I (\mathbf{I} + \mathbf{U}_I \mathbf{U}_I^H) \mathbf{U}_I^H \right]. \quad (11)$$

根据 MVDR 波束形成算法, 下行波束形成矢量可以表示为

$$\mathbf{w}_R = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \cdot \mathbf{u}(\theta_s)}{\mathbf{u}^H(\theta_s) \cdot \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \cdot \mathbf{u}(\theta_s)}. \quad (12)$$

总体输出 SINR 为每个子阵的 SINR_k 之和, 即

$$\text{SINR} = \sum_{k=1}^K \text{SINR}_k = \frac{\frac{M}{K} \cdot \sigma_s^2 |\mathbf{w}_R^H \cdot \mathbf{u}(\theta_s)|^2}{\mathbf{w}_R^H \cdot \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \cdot \mathbf{w}_R}. \quad (13)$$

其中: $\sigma_s^2 = E\{|\beta_s|^2\}$ 为目标反射系数方差, β_s 为干扰反射系数. 将式(12)代入(13), 得到

$$\text{SINR} = \frac{M}{K} \sigma_s^2 \mathbf{u}^H(\theta_s) \cdot \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \cdot \mathbf{u}(\theta_s). \quad (14)$$

由式(14)可以看出, 在总阵元数目和子阵个数固定的情况下, MVDR 波束形成下的输出 SINR 受到导向矢量 $\mathbf{u}(\theta_s)$ 和干扰阵列流形矩阵 \mathbf{U}_I 的影响较大. 以上公式均是针对一维线阵的推导, 如果在二维面阵的情况下, 则需将角度的计算扩展为对方位角和俯仰角的计算. 定义 θ 和 φ 分别为方位角和俯仰角, 那么发射导向矢量 $\mathbf{a}(\theta, \varphi)$ 可以写作

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = \text{vec}(\boldsymbol{\mu}(\theta, \varphi) \mathbf{v}^T(\theta, \varphi)). \quad (15)$$

其中: $\text{vec}(\cdot)$ 为矩阵的矢量化处理, $\boldsymbol{\mu}(\theta, \varphi)$ 、 $\mathbf{v}(\theta, \varphi)$ 分别定义为

$$\boldsymbol{\mu}(\theta, \varphi) = [1, e^{j2\pi d_m \sin \theta \cos \varphi}, \dots, e^{j2\pi(M-1)d_m \sin \theta \cos \varphi}]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{v}(\theta, \varphi) = [1, e^{j2\pi d_n \sin \theta \sin \varphi}, \dots, e^{j2\pi(N-1)d_n \sin \theta \sin \varphi}]^T. \quad (17)$$

因此, 第 k 个子阵的发射导向矢量可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k(\theta, \varphi) &= \text{vec}(\mathbf{Z}_k \odot [\boldsymbol{\mu}(\theta, \varphi) \mathbf{v}^T(\theta, \varphi)]), \\ k &= 1, 2, \dots, K. \end{aligned} \quad (18)$$

其余处理方法与一维线阵相同即可.

2 最大信干噪比准则下的交错稀疏子阵设计

交错稀疏的布阵方式本质上是一种共享孔径技术, 需要同时实现“子阵交错”和“阵元稀疏”, 即子阵间相互交错, 共同占据整个孔径且阵元互不重叠的结构. 以一维均匀线阵为例进行分析, 具体示意图如图1所示.

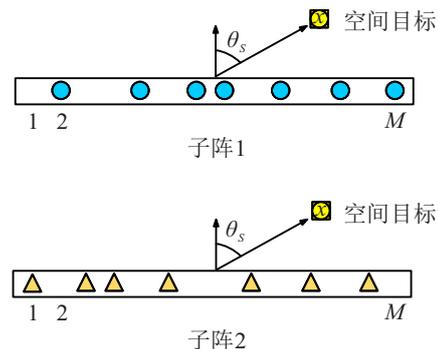


图1 14元ULA的两个交错稀疏子阵示意

定义阵元选择矩阵 \mathbf{Z} 为仅包含 0、1 元素的 $M \times K$ 维矩阵, M 、 K 分别代表发射阵长度和子阵数目, 0 表示该阵列对应位置上没有阵元, 1 表示有. 则矩阵 \mathbf{Z} 的第 k 列向量 \mathbf{Z}_k 代表第 k 个子阵所包含的阵元, 那么第 k 个子阵的发射导向矢量可以表示为

$$\mathbf{a}_k(\theta) = \mathbf{Z}_k \odot \mathbf{a}(\theta). \quad (19)$$

因此, 求解最优的 \mathbf{Z} 矩阵, 即最优的 \mathbf{Z}_k 向量即可得到最佳的交错稀疏子阵排布. 针对各子阵内阵元数目给定和子阵内阵元数目不定的两种情况, 分别设计以下优化方案.

2.1 各子阵内阵元数目给定

在各子阵内阵元数目给定的情况下, 每个子阵内的阵元数目 M_k 为固定值且相等, 即 $M_k = M/K$, $k = 1, 2, \dots, K$. 为了使整体的输出 SINR 最大, 优化函数

可以定义为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_K} \text{SINR}; \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_M^T \mathbf{Z}_k = M_k, \\ & \quad \sum_{k=1}^K \mathbf{Z}_k = \mathbf{1}_M, \\ & \quad \mathbf{Z}_k \in \{0, 1\}, \forall k. \end{aligned} \quad (20)$$

第1个约束条件要求每一个 \mathbf{Z}_k 向量中1元素的个数等于子阵内阵元数目;第2、3个约束条件共同保证阵元均匀地铺满在整个阵列上,且位于半波长整数倍的点上.将 \mathbf{R}_{i+n}^{-1} 代入式(14)SINR进行进一步计算,有

$$\begin{aligned} \text{SINR} = & \frac{M \cdot \sigma_s^2}{K \cdot \sigma_n^2} \left[\mathbf{u}^H(\theta_s) \mathbf{u}(\theta_s) - \mathbf{u}^H(\theta_s) \cdot \right. \\ & \left. \mathbf{U}_I \left(\frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} + \mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I \right)^{-1} \mathbf{U}_I^H \mathbf{u}(\theta_s) \right] = \\ & \frac{M \cdot \sigma_s^2}{K \cdot \sigma_n^2} \left| \frac{\mathbf{U}_{I_s}^H \mathbf{U}_{I_s} + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}_0}{\mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}} \right|, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 \mathbf{U}_{I_s} 矩阵和 \mathbf{I}_0 矩阵是为了方便计算而定义的新矩阵,有

$$\mathbf{U}_{I_s} = [\mathbf{U}_I, \mathbf{u}(\theta_s)], \quad (22)$$

$$\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0}_{1 \times D} \\ \mathbf{0}_{D \times 1} & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

利用分块矩阵行列式可证明式(21),如下所示:

$$\begin{aligned} & \frac{M \cdot \sigma_s^2}{K \cdot \sigma_n^2} \cdot \left| \mathbf{U}_{I_s}^H \mathbf{U}_{I_s} + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}_0 \right| = \\ & \frac{M \cdot \sigma_s^2}{K \cdot \sigma_n^2} \cdot \left| \begin{array}{cc} \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} + \mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I & \mathbf{U}_I^H \mathbf{u}(\theta_s) \\ \mathbf{u}(\theta_s) \mathbf{U}_I & \mathbf{u}^H(\theta_s) \mathbf{u}(\theta_s) \end{array} \right| = \\ & \left| \mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} \right| \cdot \text{SINR}. \end{aligned} \quad (24)$$

由此可以将总体SINR的最大化问题重新表述为对数的形式^[21],即最优化问题可以写成

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_K} \log \left| \mathbf{U}_{I_s}^H \mathbf{U}_{I_s} + \frac{K \sigma_n^2}{M \sigma_i^2} \mathbf{I}_0 \right| - \\ & \quad \log \left| \mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I + \frac{K \sigma_n^2}{M \sigma_i^2} \mathbf{I} \right|; \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_M^T \mathbf{Z}_k = M_k, \\ & \quad \sum_{k=1}^K \mathbf{Z}_k = \mathbf{1}_M, \\ & \quad \mathbf{Z}_k \in \{0, 1\}, \forall k. \end{aligned} \quad (25)$$

其中: $\mathbf{1}_M$ 为长度是 M 的列向量,虽然目标函数中没有明显的阵元选择矩阵 \mathbf{Z} ,但是 \mathbf{U}_{I_s} 和 \mathbf{U}_I 以及其共轭转置矩阵中均包含阵元选择的信息,所以阵元选择向量 \mathbf{Z}_k 是目标函数中的变量.利用凸优化的方法进行求解会存在以下问题:1)目标函数是非凸的;2)非凸的二元天线选择向量 \mathbf{Z}_k 导致优化函数是非凸的.由于目标函数是两个凹函数的差,相应的全局最优值位于极值点上,可以用框式约束 ($0 \leq \mathbf{Z}_k \leq 1$)^[22] 代替二元约束.又因为 \log 函数是凹函数,目标函数

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_K} \log \left| \mathbf{U}_{I_s}^H \mathbf{U}_{I_s} + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}_0 \right| - \\ & \quad \log \left| \mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} \right| \end{aligned}$$

可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_K} (-1) \cdot \left[-\log \left| \mathbf{U}_{I_s}^H \mathbf{U}_{I_s} + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}_0 \right| - \right. \\ & \quad \left. \left(-\log \left| \mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} \right| \right) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

方括号内部分可看作两个凸函数之差 (difference of two convex functions, DC) 问题,因此可以考虑使用序列凸近似 (sequential convex approximations, SCA) 方法进行求解^[23-24].利用一阶泰勒级数迭代逼近 $\log \left| \mathbf{U}_I^H \mathbf{U}_I + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} \right|$, 从而使其产生非凹性.设 t 为 SCA 的迭代次数,基于先前解 $\mathbf{Z}_k^{(t)}$ 的这些项,第 $t+1$ 个泰勒近似值为

$$\begin{aligned} & \log \left| \mathbf{U}_I^H(\mathbf{z}_k) \mathbf{U}_I(\mathbf{z}_k) + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} \right| \approx \\ & \log \left| \mathbf{U}_I^H(\mathbf{z}_k^{(t)}) \mathbf{U}_I(\mathbf{z}_k^{(t)}) + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} \right| + \\ & \quad \nabla g_A^T(\mathbf{z}_k^{(t)}) (\mathbf{z}_k - \mathbf{z}_k^{(t)}) \triangleq T. \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\nabla g_k(\mathbf{z}_k^{(t)}) (\mathbf{z}_k - \mathbf{z}_k^{(t)})$ 为对数函数 $\log \left| \mathbf{U}_I^H(\mathbf{z}) \mathbf{U}_I(\mathbf{z}) + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I} \right|$ 在 $\mathbf{z}_k^{(t)}$ 点的梯度,则优化函数可以写作

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_K} \log \left| \mathbf{U}_{I_s}^H \mathbf{U}_{I_s} + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}_0 \right| - T; \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_M^T \mathbf{Z}_k = M_k, \\ & \quad \sum_{k=1}^K \mathbf{Z}_k = \mathbf{1}_M, \\ & \quad 0 \leq \mathbf{Z}_k \leq 1, \forall k. \end{aligned} \quad (28)$$

求解凹函数最大值的问题等同于求解凸函数最小值问题,因此可以使用凸优化方法对目标函数进行求解.

这种 SCA 方法将最初的非凸问题转化为一系列凸子问题,每个问题都可以通过凸优化得到最

优解^[25-26]. 需要注意的是, SCA是一种局部启发式算法, 计算所得的最优解依赖于初始的阵元选择向量 $\mathbf{Z}_k^{(0)}$, 因此, 随机产生若干个初始化点 $\mathbf{Z}_k^{(0)}$ 优化式(28), 并选择产生最大 SINR 的值作为最优解. 对于 $KN \times KN$ 阶矩阵 \mathbf{R}_{i+n} 的矩阵反演, 其计算复杂度为 $O(KN^3)$ 阶. 在所提出的计算方法中, 共需要进行 $z_{\text{iter}} \times t_{\text{iter}}$ 次迭代, 其中 z_{iter} 是初始优化点 $\mathbf{Z}_k^{(0)}$ 的数量, t_{iter} 是达到所需泰勒近似精度所需的迭代次数. 每一次迭代都需要进行矩阵反演和凸优化运算.

2.2 各子阵内阵元数目给定

在这一部分, 每个子阵内的阵元数目 $M_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 也作为可以优化的变量, 参与到目标函数的优化中, 那么新的问题可以表示为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_K, M_1, \dots, M_K} \log \left| \mathbf{U}_{I_s}^H \mathbf{U}_{I_s} + \frac{K \cdot \sigma_n^2}{M \cdot \sigma_i^2} \mathbf{I}_0 \right| - T; \\ & \text{s.t. } \mathbf{1}_M^T \mathbf{Z}_k = M_k, \\ & \quad \sum_{k=1}^K \mathbf{Z}_k = \mathbf{1}_M, \\ & \quad 0 \leq \mathbf{Z}_k \leq 1, \forall k. \end{aligned} \quad (29)$$

这种情况下, 不仅需要优化交错稀疏子阵列阵元的位置, 而且要对阵元数量进行选择, 处理方法与式(28)相同, 此时的优化问题为包含两种信息的SCA优化问题.

3 计算机仿真

设计一个混合MIMO相控阵雷达线阵, 在发射端设置 $M = 12$ 的全向发射阵元, 并分成 $K = 2$ 个子阵; 同样的, 在接收端ULA设置 $N = 12$ 的接收阵元, 阵元间距均为半波长. 发射端基带信号波形 $\{\phi_k(t) = Q(t)e^{j2\pi(k/T_0)t}\}_{k=1}^K$, 其中 $Q(t) = \sqrt{1/T_0}$. 假设加性噪声为零均值高斯白噪声序列, 空间中的两个干扰源位于方位角 -30° 和 -10° 度的方向上, 目标角度 $\theta_s = 10^\circ$, 输入信噪比和干噪比均设置为 10 dB. 所有仿真实验都是基于 1000 个雷达快拍数据计算. 在不同情况的仿真实验中, 分别从输出 SINR、归一化波束方向图和 DOA 估计的均方根误差 (root-mean-square error, RMSE) 的角度比较几种子阵分割技术的表现.

3.1 各子阵内阵元数目给定的情况

首先, 将发射端设置为 $K = 2$ 个子阵, 给定子阵元个数为 $M_1 = M_2 = 6$, 具体如表 1 所示. 根据 SINR 最大化式(28), 利用 10 个随机初始值 $\mathbf{Z}_k^{(0)}$ 得到两个最优稀疏子阵, 为了验证所提出方法的有效性, 通过

遍历得到实际的最优 SINR 交错稀疏子阵结构, 这两种结构以及均匀分割结构的示意图如图 2 所示, 以上 3 种子阵结构的 SINR 随方位角变化的曲线如图 3 所示. 可以看出, 通过本文方法最优结构的 SINR 基本上接近于遍历最优结构的 SINR, 相比于不重叠均匀分割结构的 SINR, 有着约 3 dB 的性能优势.

表 1 最大 SINR 随初始值数量的变化

实验参数	数值
发射阵元数目 M	12 个
接收阵元数目 N	12 个
发射子阵个数 K	2 个
干扰源角度	-30° 、 -10°
目标角度 θ_s	10°
SNR	10 dB
SINR	10 dB
雷达快拍数	1000 个

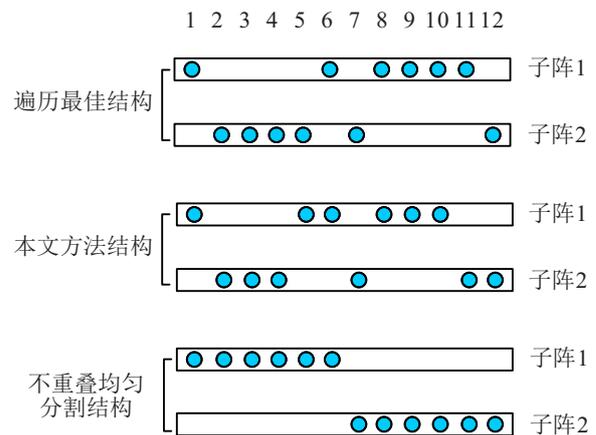


图 2 12 元 ULA 的 3 种子阵结构

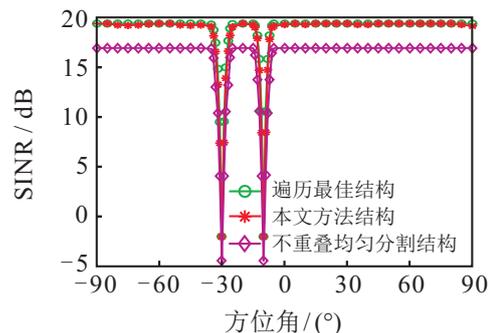


图 3 3 种子阵结构的输出信干噪比随方位角的变化

如 2.1 节所述, 初始值 $\mathbf{Z}_k^{(0)}$ 的数量会影响式(28)的优化效果, 因此在表 2 中给出不同数量的初始值 $\mathbf{Z}_k^{(0)}$ 所产生的最优 SINR. 可以看出, 随着 $\mathbf{Z}_k^{(0)}$ 数量的增加, SINR 值有小幅提升. 同时表 2 还表明, 即使使用较少的初始值点, 本文方法的 SINR 仍然接近于遍历最优的值. 当初始值数量超过 10 后, 对于 SINR 的影响便不再明显.

表2 最大SINR随初始值数量的变化

$Z_k^{(0)}$	max SINR
2	18.9607
4	19.0636
6	19.1502
8	19.2277
10	19.2608
12	19.2608

从波束方向图的角度比较3种子阵分割方式的优劣,结果如图4所示.由图4可见,本文方法交错稀疏结构的方向图与遍历最优的交错稀疏结构方向图在各方面都很相似,虽然两者的主瓣宽度较均匀分割方式的方向图稍宽,但是其最大旁瓣电平值却比均匀分割的方式要低10余个dB.这是由于交错稀疏结构展宽、阵元之间的距离扩大,减少了阵元的互相干扰,有效地改善了密集布阵所带来的旁瓣电平过高的问题.

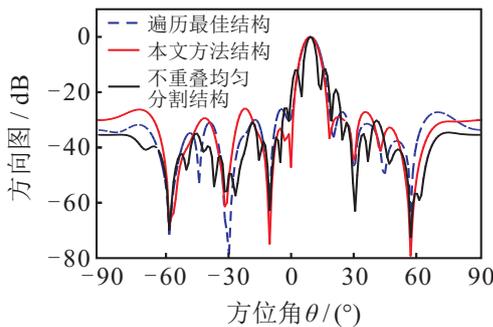


图4 3种结构的归一化方向图

对于空间中方位角位于 $10^\circ \sim 20^\circ$ 度的两个目标,使用3种结构的阵列进行MUSIC谱估计^[27],取蒙特卡洛数为200,并计算其估计的均方根误差(root mean square error, RMSE),RMSE随输入信噪比(signal to noise ratio, SNR)的变化结果如图5所示.可见,不论是在高SNR还是低SNR情况下,本文方法的DOA估计精度接近于遍历方式的DOA估计精度,且均远小于均匀分割的方式,这是因为交错稀疏的结构使得子阵孔径相比于均匀分割有了很大提升,基本

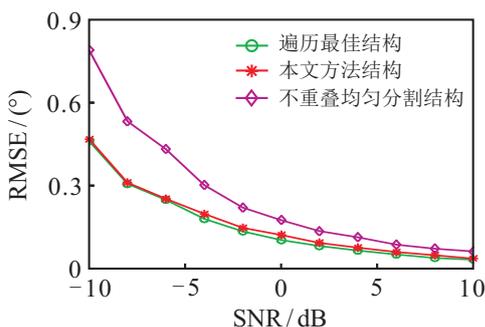


图5 RMSE与SNR关系

上接近于原阵列孔径的大小,从而提高了发射相干增益,带动了DOA估计精度的提升.

3.2 子阵内阵元数目作为优化变量的情况

将子阵元个数 M_k 作为优化变量,其他采用与3.1节相同的仿真实验条件,通过式(29)进行优化计算.分别对不同的子阵个数计算其输出SINR、方向图以及RMSE,结果如图6~图8所示.可以看出,随着子阵个数的增加,阵列的SINR逐渐降低,方向图旁瓣电平也小幅升高,不利于波束的聚焦,DOA估计性能下降;但同时,由于子阵间发射的正交波形的数量增加,带来阵列自由度提升,有利于检测更多的空间目标,因此在混合MIMO相控阵雷达的交错稀疏中可以根据需要灵活地选取子阵个数.

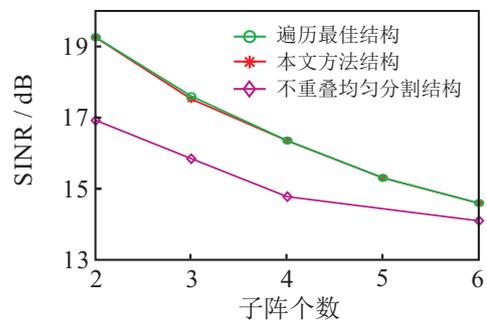


图6 输出信干噪比随子阵个数变化曲线

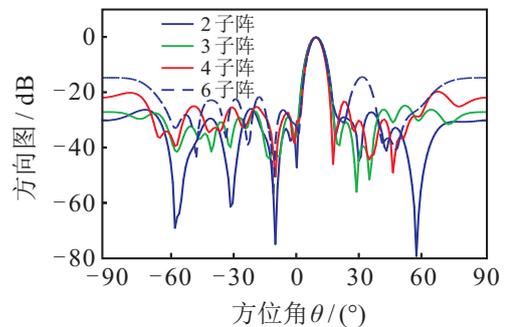


图7 本文方法不同子阵个数下的方向图

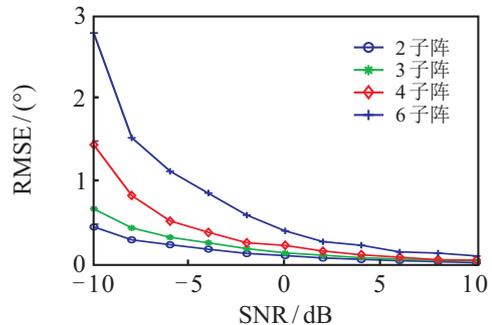


图8 本文方法不同子阵个数下的RMSE

3.3 二维混合MIMO相控阵雷达的交错稀疏

所提出的交错稀疏子阵设计方法同样适用于混合MIMO相控阵雷达面阵.考虑一个 $M_t \times N_t$ 大小的均匀矩形阵列(uniform rectangular array, URA),每行

或每列的阵元间距为 $d_m = d_n = \lambda/2$. 采用式(15)~(18), 其他计算方法与一维线阵相同^[28]. 取 $M_t = 8$, $N_t = 8$, 空间目标位于 $\theta_s = 90^\circ$ 的方位角和 $\varphi_s = 0^\circ$ 的俯仰角上, 两个干扰的位置为 $\theta_{i,1} = 130^\circ$ (方位角), $\varphi_{i,1} = 40^\circ$ (俯仰角); $\theta_{i,2} = 110^\circ$ (方位角), $\varphi_{i,2} = 70^\circ$ (俯仰角). 使用式(27)对二维和混合MIMO相控阵雷达进行优化, 给定两个子阵的阵元数目均为32. 两子阵交错稀疏结构和归一化方向图分别如图9和图10所示.

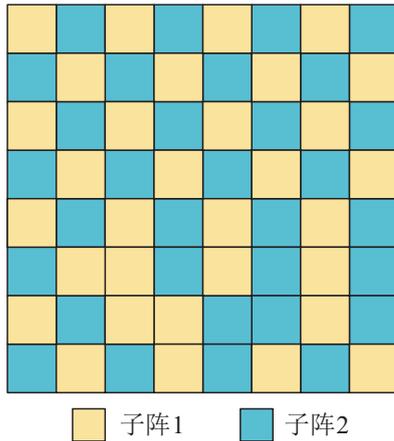


图9 两子阵交错稀疏结构

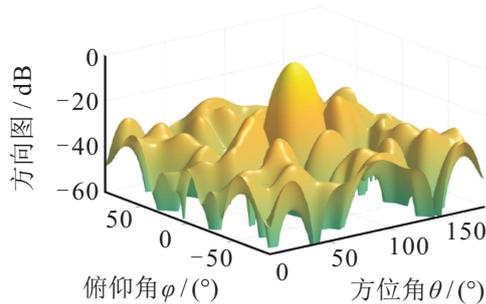


图10 两子阵交错稀疏方向图

4 结论

本文针对混合MIMO相控阵雷达常规的子阵分割带来的孔径损失问题, 提出了交错稀疏的子阵设计方法. 基于最大化输出SINR准则构建了交错稀疏的目标函数, 利用序列凸近似方法, 将非凸的目标函数转换为凸函数并求解, 从而对每个子阵元的位置进行确定. 仿真实验表明, 在不增加物理成本的前提下, 交错稀疏子阵设计在一定程度上弥补了子阵分割的孔径损失问题, 增强了发射相干增益, 降低了方向图旁瓣, 提高了DOA估计精度.

参考文献(References)

[1] Hassanien A, Vorobyov S A. Phased-MIMO radar: A tradeoff between phased-array and MIMO radars[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3137-3151.

[2] Hassanien A, Vorobyov S A, Yoon Y S, et al. Two-stage based design for phased-MIMO radar with improved coherent transmit processing gain[C]. Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). Toronto: IEEE Press, 2014: 45-49.

[3] Deligiannis A, Lambbotharan S, Chambers J A. Beamforming for fully-overlapped two-dimensional phased-MIMO radar[C]. IEEE Radar Conference. Arlington: IEEE Press, 2015: 599-604.

[4] La Manna M, Fuhrmann D R. Target location estimation performance evaluation for a 2D Hybrid-MIMO Radar[C]. IEEE Radar Conference. Seattle: IEEE, 2017: 1603-1607.

[5] La Manna M, Fuhrmann D R. Cramér-Rao lower bounds comparison for 2D hybrid-MIMO and MIMO radar[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2017, 11(2): 404-413.

[6] Hassanien A, Vorobyov S A. Research on 2D sparse array optimization algorithms for multiple transmit beam and multiple receive beam radar — Phased-MIMO radar with limited number of transmit power amplifiers[R]. Yongin: Samsung Thales Co. Ltd., 2014: 1-22.

[7] Deligiannis A, Chambers J A, Lambbotharan S. Transmit beamforming design for two-dimensional phased-MIMO radar with fully-overlapped subarrays[C]. Sensor Signal Processing for Defence (SSPD). Edinburgh: IEEE, 2014: 1-4.

[8] Ismail N E D, Mahmoud S H, Hafez A S, et al. A new phased MIMO radar partitioning schemes[C]. IEEE Aerospace Conference. Big Sky: IEEE, 2014: 1-7.

[9] Alieldin A, Huang Y, Saad W M. Optimum partitioning of a phased-mimo radar array antenna[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2017, 16: 2287-2290.

[10] Khan W, Qureshi I M, Basit A, et al. Hybrid phased MIMO radar with unequal subarrays[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015, 14: 1702-1705.

[11] Khan W, Qureshi I M, Basit A, et al. MIMO-frequency diverse array radar with unequal subarrays for improved range-angle dependent beamforming[J]. Wireless Personal Communications, 2017, 97(2): 1967-1984.

[12] Maguid E, Yulevich I, Yannai M, et al. Multifunctional interleaved geometric-phase dielectric metasurfaces[J]. Light: Science & Applications, 2017, 6(8): e17027.

[13] Cummings I T, Schulz T J, Havens T C, et al. Optimizing the information-theoretic partitioning of simultaneous transmit and receive phased arrays[C]. IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting. Boston: IEEE, 2018: 565-566.

[14] Sandi E, Zulkiffi F Y, Rahardjo E T. A hybrid

- technique using combinatorial cyclic difference sets and binomial amplitude tapering for linear sparse array antenna design[J]. *Advanced Electromagnetics*, 2016, 5(3): 73-79.
- [15] Saudi E, Zulkifli F Y, Rahardjo E T. A hybrid technique linear sparse array antenna design approach[C]. *International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP)*. Hobart: IEEE, 2015: 1-3.
- [16] Poli L, Oliveri G, Hannan M A, et al. DS-based thinned planar arrays with arbitrary non-square lattice[C]. *The 10th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*. Davos: IEEE, 2016: 1-3.
- [17] Poli L, Rocca P, Salucci M, et al. Reconfigurable thinning for the adaptive control of linear arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(10): 5068-5077.
- [18] Demir Ö T, Tuncer T E. Optimum discrete transmit beamformer design[J]. *Digital Signal Processing*, 2015, 36: 57-68.
- [19] Wang X R, Amin M, Wang X H, et al. Sparse array quiescent beamformer design combining adaptive and deterministic constraints[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(11): 5808-5818.
- [20] Imani S, Nayebi M M, Ghorashi S A. Colocated MIMO radar SINR maximization under ISL and PSL constraints[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(3): 422-426.
- [21] Wang X R, Aboutanios E, Amin M G. Slow radar target detection in heterogeneous clutter using thinned space-time adaptive processing[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2016, 10(4): 726-734.
- [22] Hendrix E M T, Boglárka G. *Introduction to nonlinear and global optimization*[M]. New York: Springer, 2010: 1-5.
- [23] 李卫国, 张宏伟, 梁锡军. 投资组合优化模型的一个序列凸近似算法[J]. *大连理工大学学报*, 2017, 57(3): 321-326.
(Li W G, Zhang H W, Liang X J. A sequential convex approximation algorithm for portfolio optimization model[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2017, 57(3): 321-326.)
- [24] Hong L J, Yang Y, Zhang L. Sequential convex approximations to joint chance constrained programs: A Monte Carlo approach[J]. *Operations Research*, 2011, 59(3): 617-630.
- [25] 邵立珍, 赵方园, 胡广大. 一种求解线性控制系统可达集的数值方法[J]. *控制与决策*, 2017, 32(3): 541-546.
(Shao L Z, Zhao F Y, Hu G D. A numerical method for reachable sets of linear control systems[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(3): 541-546.)
- [26] Boyd S, Vandenberghe L. *Convex optimization*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [27] 王布宏, 刘巧鸽, 刘帅琦, 等. 十字形二维稀疏混合 MIMO 相控阵雷达收发阵列设计[J]. *控制与决策*, 2020, 35(12): 2875-2882.
(Wang B H, Liu Q G, Liu S Q, et al. Joint design of transceiver array for cross-shaped two-dimensional sparse hybrid MIMO phased array radar[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(12): 2875-2882.)
- [28] 程天昊, 王布宏, 蔡斌, 等. 二维混合 MIMO 相控阵雷达的嵌套阵列结构设计[J]. *系统工程与电子技术*, 2019, 41(3): 541-548.
(Cheng T H, Wang B H, Cai B, et al. Nested array structure design of two dimensional hybrid MIMO phased radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(3): 541-548.)

作者简介

王布宏 (1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事阵列信号处理、信息安全等研究, E-mail: hongwks@aliyun.com;

程天昊 (1996—), 男, 硕士生, 从事阵列信号处理的研究, E-mail: m18691805592@163.com;

李夏 (1991—), 男, 博士生, 从事阵列信号处理的研究, E-mail: bkspade@163.com;

刘帅琦 (1992—), 女, 助教, 硕士, 从事阵列信号处理的研究, E-mail: 452156104@qq.com;

刘巧鸽 (1995—), 女, 硕士生, 从事阵列信号处理的研究, E-mail: 18829292513@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)