

控制与决策

Control and Decision

考虑社会网络邻接关系的群体判断矩阵决策方法

楚俊峰, 刘议聪, 王应明

引用本文:

楚俊峰, 刘议聪, 王应明. 考虑社会网络邻接关系的群体判断矩阵决策方法[J]. *控制与决策*, 2021, 36(4): 983–992.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0817>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于策略权重的模糊多属性决策方法

Strategic weight manipulation in fuzzy multiple attribute decision making

控制与决策. 2021, 36(5): 1259–1267 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0542>

社会网络环境下利益抗争的群策略研究

Group strategy in struggling for interests under social network

控制与决策. 2021, 36(1): 206–215 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0497>

专家交互情境下不完备群组DEMATEL决策方法

Incomplete group DEMATEL decision-making method under expert interaction context

控制与决策. 2020, 35(12): 3066–3072 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0353>

社会网络视角下允许弃权的群决策权力分布

Power analysis of voting games with abstention based on social networks

控制与决策. 2020, 35(11): 2599–2608 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0346>

考虑时间序列的动态大群体应急决策方法

Dynamic large group emergency decision-making method considering time series

控制与决策. 2020, 35(11): 2609–2618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0088>

考虑社会网络邻接关系的群体判断矩阵决策方法

楚俊峰^{1,2†}, 刘议聪¹, 王应明^{1,2}

(1. 福州大学 经济与管理学院, 福州 350116; 2. 福州大学 决策科学研究所, 福州 350116)

摘要: 随着社会化媒体的快速发展, 社会化因素已经成为影响群体决策过程及其结果的重要因素. 针对群体决策者的判断信息以残缺判断矩阵形式给出, 且考虑群体决策者社会网络邻接关系的群体决策问题, 提出可行的解决方法. 首先, 提出一种基于决策者相似性程度和社会网络距离的残缺判断矩阵补全方法; 然后, 提出考虑决策者社会网络影响力的群体共识交互决策模型, 该交互模型不仅考虑群体决策者之间的社会邻接关系, 而且可以在较大程度上保存决策者给定的原始判断信息; 最后, 通过一个物流企业选择存储仓库的算例验证所提出算法的可行性和优势.

关键词: 社会网络; 邻接关系; 判断矩阵; 共识; 群体决策

中图分类号: C934

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0817

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 楚俊峰, 刘议聪, 王应明. 考虑社会网络邻接关系的群体判断矩阵决策方法[J]. 控制与决策, 2021, 36(4): 983-992.

Group preference relations decision making approach based on social network adjacency relations

CHU Jun-feng^{1,2†}, LIU Yi-cong¹, WANG Ying-ming^{1,2}

(1. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China; 2. Decision Sciences Institute, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China)

Abstract: With the rapid development of social media, social factors have become an important factor to affect the group decision making process and its result. For the group decision-making problems where decision information is given by incomplete preference relations, this paper proposes effective solutions. Firstly, we propose a repairing method based on the similarity degree between any two decision makers and social network distances. Then, we propose the social network influence based group interactive consensus model. The model not only considers the social adjacency relation between group decision makers, but also can save the original judgment information given by decision makers on a large extent. Finally, an example of logistics enterprises choosing storage warehouse is given to illustrate the feasibility and advantages of the proposed approach.

Keywords: social network; adjacency relations; preference relations; consensus; group decision making

0 引言

1976年著名运筹学家Satty^[1]提出了层次分析法(AHP), 至此以后, 判断矩阵作为一种常用的决策判断信息, 在群体决策领域得到了广泛的研究和应用. 但是, 由于受决策个体自身经验、能力、知识结构等因素的限制, 以及对评价对象的了解程度不同, 可能使得决策个体用于评价备选方案的判断矩阵残缺不全, 因此, 基于残缺判断矩阵的群决策方法逐步受到重视^[2-7]. 对残缺判断矩阵的补全是决策过程中

的重要步骤, 已经有较多的学者对其进行了研究. 刘红彬等^[8]提出了在已知 $n-1$ 个特殊元素的条件下, 残缺互补判断矩阵中缺失元素的补全方法; 尔古打机等^[9]提出了对数均值诱导偏差矩阵模型; 刘卫峰等^[10]提出了非线性规划模型; 许叶军等^[11]提出了二次规划模型用于补全残缺矩阵中的元素; Chen等^[12]提出了基于加性一致性的残缺判断矩阵的补全方法, 得到的完整判断矩阵同时满足加性一致性和有序一致性; Liu等^[13]将区间判断矩阵进行拆分, 然后

收稿日期: 2019-06-09; 修回日期: 2019-11-20.

基金项目: 教育部人文社科青年基金项目(19YJC630022); 福州大学科研启动项目(GXRC201905); 国家自然科学基金项目(61773123).

责任编辑: 唐万生.

†通讯作者. E-mail: chujunfeng1987@163.com.

提出了基于目标规划的残缺区间判断矩阵补全方法; Alonso等^[14]提出了残缺判断矩阵可以完全补全的充分条件和无法完全补全的条件; Fedrizzi等^[15]建立了最小化全局非一致性指标的优化模型估计缺失元素; Chiclana等^[16]定义了模糊偏好关系的积型一致性,并基于此提出了估计残缺模糊偏好关系缺失元素的方法; Herrera-Viedma等^[17]提出了一种基于加性传递性的残缺判断矩阵的交互补全方法,该方法只利用决策个体提供的信息.已有的涉及群体决策问题的残缺判断矩阵补全方法中,都是基于残缺判断矩阵本身的信息,建立复杂的数学模型进行补全,这样会增加计算的复杂程度.但是在实际的群体决策当中,提供残缺判断矩阵的决策者往往会参考其他决策者的判断信息,特别是与其熟悉或者兴趣相近的决策者.于是,群体决策者之间的社会网络关系也可以作为重要的因素,实现对决策者残缺判断矩阵的补全.

在群体决策过程中,协调不同决策者的看法和意见,以形成群体的看法和意见,是群体决策研究的重点,这类决策问题称为群体共识问题.随着信息技术的不断发展,决策者之间进行信息交流越来越方便,并且伴随着社会化媒体的兴起,决策者之间的联系越来越紧密,这样就产生了社会网络环境下的群体决策问题.社会网络邻接关系作为最为常见的社会网络特征之一,影响群体共识决策的达成过程以及决策结果,在群体决策当中应该作为重要影响因素考虑.徐选华等^[18]引入访问控制中的信任机制,建立了直接信任度和推荐信任度,构建了决策偏好二元相似度的相聚模型;李胜利等^[19]提出了一种尽可能减少元素间共识补偿的共识度量方法,在此基础上建立了基于信任关系的共识调整模型; Brunelli等^[20]使用社会网络中影响力的强度度量决策者的重要性,提出了考虑特征向量中心度的灵活共识决策模型; Chu等^[21]在解决模糊偏好关系群体决策问题时,考虑了社会网络分析中的决策者威望因素; Ramón等^[22]针对结构化社会网络中的异构的专家群体,提出了一种基于模糊集理论的群体决策交互方法; Kamis等^[23]根据决策专家间的偏好信息定义了无向加权偏好网络,在此基础上提出了基于聚类的共识反馈算法; Gupta^[24]提出了基于决策者的影响与群体网络的信息扩散的群体共识达成模型; Morente-Molinera等^[25]提出了基于决策者观点的主观群体共识模型.现有的研究在群体达成共识的过程中,较少考虑到决策专家在社会网络当中的影响力因素,而且需要动态调整若干决策

者的原始判断信息,甚至是所有群体决策者的判断信息,这样就会造成原始判断信息的丢失,降低最终决策结果的合理性.

通过上述分析,针对现有研究存在的不足,及社会网络环境下的残缺判断矩阵群体决策的研究较少,本文利用群体决策者之间的社会网络的邻接关系,对残缺判断矩阵进行补全,该方法可以充分结合社会网络中其他决策者的判断信息.同时提出基于决策者影响力的群体共识模型,该模型不仅能结合群体决策者的社会邻接关系,而且还能有效减少原始判断信息的丢失.

1 预备知识

本节介绍判断矩阵和残缺判断矩阵基本定义.

定义1^[26] 记 $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\} (n \geq 2)$ 是一组有限方案集合, Y_i 表示第 i 个方案. 针对方案集 Y , 给出一个矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times n}$ 来描述方案的相对优劣关系, $r_{ij} \in [0, 1]$ 表示方案 Y_i 优于方案 Y_j 的程度, 且有:

- 1) $r_{ij} = 0.5$, 表示方案 Y_i 与方案 Y_j 同等重要;
- 2) $0 \leq r_{ij} < 0.5$ 表示方案 Y_j 比方案 Y_i 重要 ($Y_j \succ Y_i$), 且 r_{ij} 越小, Y_j 比 Y_i 越重要;
- 3) $0.5 < r_{ij} \leq 1$ 表示方案 Y_i 比方案 Y_j 重要 ($Y_i \succ Y_j$), 且 r_{ij} 越大, Y_i 比 Y_j 越重要.

若矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times n}$ 满足: 1) $r_{ii} = 0.5, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$; 2) $r_{ij} + r_{ji} = 1, \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$. 则称矩阵 R 为互补判断矩阵, 在本文中简称为判断矩阵, 也称作“偏好关系”(preference relation).

在实际的决策过程中很容易出现决策专家由于知识水平有限或者决策背景较为复杂而对某些判断没有把握, 或者对某些问题不方便发表自己的意见的情况. 这时得到的判断矩阵的元素是有空缺的, 这种判断矩阵称为残缺判断矩阵.

定义2^[27] 设 $R = (r_{ij})_{n \times n}$ 是一个判断矩阵, 如果 R 中的若干元素未知(未知元素成对出现, 关于主对角线对称), 已知元素仍然满足定义1中的互补性, 则称 R 为残缺判断矩阵. 用 $\Delta = [\delta_{ij}]_{n \times n}$ 表示残缺判断矩阵 R 的指示矩阵. 其中: $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & q_{ij} = \phi; \\ 1, & q_{ij} \neq \phi; \end{cases}$ ϕ 表示元素未知.

需要特别指出的是, 由于判断矩阵是互反判断矩阵, 如果决策者无法判定 Y_i 优于 Y_j 的程度, 则可以认定其同样无法判定 Y_j 优于 Y_i 的程度, 即如果 $\delta_{ij} = 0$, 则 $\delta_{ji} = 0$.

2 基于社会网络邻接关系的残缺判断矩阵补全

记 $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\} (n \geq 2)$ 是一组有限方案集合, Y_i 表示第 i 个方案. $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 是由 m 个决策专家组成的专家组, m 个决策专家 e_1, e_2, \dots, e_m 之间的邻接矩阵为 A . 需要说明的是, 为了研究方便, 这里假设决策专家 e_1, e_2, \dots, e_m 之间的社会网络关系为非加权有向关系, 且是强连通的. $Q_k = [q_{ijk}]_{n \times n} (k = 1, 2, \dots, m)$ 表示决策者 $e_k (k = 1, 2, \dots, m)$ 针对备选方案集 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ 给出的带有残缺信息的判断矩阵.

根据二者对应的残缺判断矩阵之间的相似程度度量这两位决策者在待解决问题的评价之间的相似程度.

定义3 记 $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$ 为 m 个决策专家针对备选方案集 $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ 给定的 n 维判断矩阵, $Q_s = [q_{ijs}]_{n \times n}$ 和 $Q_t = [q_{ijt}]_{n \times n}$ 分别为第 s 和第 t 个 $(s, t \in \{1, 2, \dots, m\})$ 决策专家给定的判断矩阵. Q_s 和 Q_t 对应的指示矩阵分别为 $\Delta_s = [\delta_{ijs}]_{n \times n}, \Delta_t = [\delta_{ijt}]_{n \times n}$. 这里: 记 $FU = \{(i, j) | i \in \{1, 2, \dots, n-1\}, j = i+1\}$ 为 n 维残缺判断矩阵主对角线上方的元素位置; 记 $IM_{st} = \{(i, j) | \delta_{ijs} \cdot \delta_{ijt} = 1, i \in \{1, 2, \dots, n-1\}, j = i+1\}$ 为 Q_s 和 Q_t 中主对角线上方同时已知的元素的位置; 记 $EM_{st} = \{(i, j) | \delta_{ijs} \cdot \delta_{ijt} = 0, i \in \{1, 2, \dots, n-1\}, j = i+1\}$ 为 Q_s 和 Q_t 中主对角线上方至少有一个矩阵中存在空缺元素的位置. 显然有 $IM_{st} \cup EM_{st} = FU$. 那么残缺判断矩阵 Q_s 与 Q_t 之间的相似程度定义为

$$(Q_s, Q_t) = \frac{1}{\#IM_{st}} \sum_{(i,j) \in IM_{st}} (1 - |q_{ijs} - q_{ijt}|). \quad (1)$$

其中: $\#IM$ 为集合 IM 中元素的个数, 并且容易得到 $S(Q_s, Q_t) = S(Q_t, Q_s)$.

对于所有的决策专家 $\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, 根据其对应的残缺判断矩阵 $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$ 及式(1)计算两两之间的相似程度, 构造决策专家相似程度矩阵 $S = [S_{st}]_{m \times m} = S(Q_s, Q_t), s \neq t$. 由于 $S(Q_s, Q_t) = S(Q_t, Q_s), S$ 是对称矩阵.

在一个社交网络中, 用节点之间的距离度量用户之间的熟悉程度, 且距离越大熟悉程度越低, 如果节点之间有直接连接的路径, 则这两个节点之间的熟悉程度设定为1. 由于这里研究的是强连通的有向图, 节点之间有可能存在多条路径的情况, 为了避免推荐信息的损失, 将所有路径产生的推荐信息都考虑进

去.

两个决策者 e_s 和 $e_t (s, t \in \{1, 2, \dots, m\} \text{ 且 } s \neq t)$, 在二者所在的社会网络 A 中, e_s 到 e_t 有 $l^{(s,t)} (l^{(s,t)} \geq 1)$ 条路径可到达, 路径记为 $P_1^{(s,t)}, P_2^{(s,t)}, \dots, P_l^{(s,t)}$, 长度分别记为 $|P_1^{(s,t)}|, |P_2^{(s,t)}|, \dots, |P_l^{(s,t)}|$. 由于节点之间的距离越大熟悉程度越低, 为了方便计算和表达, e_s 与 e_t 之间的熟悉程度 f_{st} 可以表示为

$$f_{st} = F(e_s, e_t) = \frac{1}{2^{|P_1^{(s,t)}|-1}} + \frac{1}{2^{|P_2^{(s,t)}|-1}} + \dots + \frac{1}{2^{|P_l^{(s,t)}|-1}}. \quad (2)$$

对于所有的决策者, 可以构造出彼此之间的熟悉程度矩阵 $F = (f_{ij})_{m \times m}$. 值得注意的是, $F(e_s, e_t) \neq F(e_t, e_s)$, 从而矩阵 F 不能被认为是一定对称的.

对于决策专家 $e_k (k = 1, 2, \dots, m)$ 对应的残缺判断矩阵 $Q_k = [q_{ijk}]_{n \times n}$, 如果元素 q_{ijk} 缺失, 并且其他决策专家 $\{e_1, e_2, \dots, e_m\} \setminus \{e_k\}$ 对应的残缺判断矩阵 $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\} \setminus \{Q_k\}$ 中对应位置元素完整, 则 Q_k 中缺失的元素可以通过 $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\} \setminus \{Q_k\}$ 提供的信息进行估计, 得到一个数值元素, 记为 q_{ijk}^* . 为了确定 q_{ijk}^* , 首先要确定其他提供估计信息的专家的权重, 从实际情况出发, 可以认为提供信息的专家的重要性与缺失信息专家之间的熟悉程度和相似程度成正比, 即提供信息的专家的权重可以由下式确定:

$$w_{kh} = \frac{S(Q_k, Q_h) \cdot F(e_k, e_h)}{\sum_{i \neq k} S(Q_k, Q_i) \cdot F(e_k, e_i)}, \quad h \in \{1, 2, \dots, m\} \setminus \{k\}. \quad (3)$$

从而可以得到 q_{ijk} 的估计值 q_{ijk}^* 为

$$q_{ijk}^* = \sum_{h=1, h \neq k}^m w_{kh} q_{ijh} = \sum_{h=1, h \neq k}^m \frac{S(Q_k, Q_h) \cdot F(e_k, e_h)}{\sum_{i=1, i \neq k}^m S(Q_k, Q_i) \cdot F(e_k, e_i)} q_{ijh}. \quad (4)$$

在解决实际问题过程中, 常常遇到矩阵中的某一个位置存在多个决策者缺失判断信息的情况, 针对这种常见的情形, 将式(4)进行扩展, 以进行缺失信息的补全.

定理1 运用式(4)进行补全, 得到的矩阵仍然是判断矩阵.

证明 对于缺失的元素 q_{ijk}^* 和 q_{jik}^* , 根据式(3)和(4)进行补全, 可以得到

$$q_{ijk}^* + q_{jik}^* =$$

$$\begin{aligned} & \sum_{h=1, h \neq k}^m \frac{S(Q_k, Q_h) \cdot F(e_k, e_h)}{\sum_{i=1, i \neq k}^m S(Q_k, Q_i) \cdot F(e_k, e_i)} q_{ijh} + \\ & \sum_{h=1, h \neq k}^m \frac{S(Q_k, Q_h) \cdot F(e_k, e_h)}{\sum_{i=1, i \neq k}^m S(Q_k, Q_i) \cdot F(e_k, e_i)} q_{jih} = \\ & \sum_{h=1, h \neq k}^m \frac{S(Q_k, Q_h) \cdot F(e_k, e_h)}{\sum_{i=1, i \neq k}^m S(Q_k, Q_i) \cdot F(e_k, e_i)} (q_{ijh} + q_{jih}) = \\ & \sum_{h=1, h \neq k}^m \frac{S(Q_k, Q_h) \cdot F(e_k, e_h)}{\sum_{i=1, i \neq k}^m S(Q_k, Q_i) \cdot F(e_k, e_i)} = 1. \end{aligned}$$

同理,可以得到 $\bar{q}_{ijk}^* + \bar{q}_{jik}^* = 1$, 即运用式(4)进行补全, 得到的矩阵仍然满足互补性, 即为判断矩阵. \square

对于一个判断矩阵, 需要进行一致性分析与调整, 这样才能依据判断矩阵做出合理有效的决策, 本文借助于文献[28]中的方法对判断矩阵进行可接受一致性调整, 具体理论和过程省略. 同时, 为了简化本文的数学符号, 将补全后并且进行一致性调整后的 m 个判断矩阵仍然记为 $Q_k = [q_{ijk}]_{n \times n}, k = 1, 2, \dots, m$.

3 考虑决策者影响力的群体判断矩阵交互共识模型

在群体决策过程中, 通常需要各个决策者达成一定程度的共识. 群体达成共识的过程是一个交互的动态过程, 在由群体决策者构成的社会网络中, 要考虑社会网络邻接关系这个重要因素的作用.

3.1 基于影响力的群体判断矩阵

在一个社会网络中, 如果一个节点被其他节点连接, 则可以认为该节点对连接的节点有影响. 在强连通的有向社会网络中, 对于一个节点, 计算其余的所有节点对其熟悉程度, 就可以得到该节点的社会影响力, 简称为“影响力”.

定义4 在一个强连通的有向社会网络中, f_{ik} 是式(2)中计算得到的熟悉程度, 那么节点 e_k 的影响力强度 $\text{In}(e_k)$ 可以定义为

$$\text{In}(e_k) = \frac{\sum_{i \in \{1, 2, \dots, m\} \setminus k} f_{ik}}{\sum_{k=1}^m \sum_{i \in \{1, 2, \dots, m\} \setminus k} f_{ik}}, k = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

对所有单个决策者对应的判断矩阵进行加权, 可以得到群体判断矩阵. 假设所有决策专家的知识水平相当, 其重要性只与社会关系相关, 且对于影响力大的

决策者给予较大的权重, 为此可以采用诱导有序加权(IOWA)算子对各个决策者的判断矩阵进行集成.

定义5^[29] 设 $\text{IOWA}_w: R^m \rightarrow R$ 为 m 维映射, $W = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$ 是与 IOWA_w 相关联的权重向量, 且满足 $w_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, m, \sum_{i=1}^m w_i = 1$, 设 $(\langle u_1, a_1 \rangle, \langle u_2, a_2 \rangle, \dots, \langle u_m, a_m \rangle)$ 为 m 个二维数组, 令

$$\text{IOWA}_W(\langle u_1, a_1 \rangle, \langle u_2, a_2 \rangle, \dots, \langle u_m, a_m \rangle) = \sum_{i=1}^m w_i a_{\sigma(i)},$$

其中 $\sigma(i)$ 是 u_1, u_2, \dots, u_m 中按照从大到小顺序排列的第 i 个大的数的下标, 则称映射(函数)是由 u_1, u_2, \dots, u_m 产生的 m 维诱导有序加权算术平均算子, 简称为 IOWA 算子, u_i 称为 a_i 的诱导值.

综上, 对于所有决策专家的判断矩阵, 采用 IOWA 算子进行加权, 可以得到基于影响力的群体判断矩阵.

定义6 记 $\{Q_k = (q_{ijk})_{n \times n}; k = 1, 2, \dots, m\}$ 是 m 个决策者 $\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 给出的判断矩阵, 根据式(5)计算得到 m 个决策者对应的影响力强度 $\{\text{In}(e_1), \text{In}(e_2), \dots, \text{In}(e_m)\}$, 则基于影响力的群体判断矩阵 $Q = (q_{ij})_{n \times n}$ 可以定义为

$$Q = (q_{ij})_{n \times n} = \left(\sum_{k=1}^m w_T^{\sigma(k)} q_{ij\sigma(k)} \right)_{n \times n}. \quad (6)$$

式(6)中, 与 IOWA_w 对应的权重向量 $W_T = (w_T^{\sigma(1)}, w_T^{\sigma(2)}, \dots, w_T^{\sigma(m)})^T$ 可以通过以下方式确定:

$$w_T^{\sigma(k)} = Q\left(\frac{T(\sigma(k))}{T(\sigma(m))}\right) - Q\left(\frac{T(\sigma(k-1))}{T(\sigma(m))}\right). \quad (7)$$

其中: $T(\sigma(k)) = \sum_{l=1}^k \text{In}(e_{\sigma(l)}), \sigma = \{1, 2, \dots, m\}$ 的置换, 使 $\text{In}(e_{\sigma(l)})$ 是 $\{\text{In}(e_1), \text{In}(e_2), \dots, \text{In}(e_m)\}$ 中第 l 大的值; Q 是基本区间单调函数(basic unit-interval monotone membership function)^[29], 且满足 $Q: [0, 1] \rightarrow [0, 1], Q(0) = 0, Q(1) = 1$, 如果 $x > y$, 则 $Q(x) \geq Q(y)$.

容易验证 $Q = (q_{ij})_{n \times n} = (w_T^k q_{ijk})_{n \times n}$ 仍然是一个判断矩阵. 为了表述精确, 称 $Q = (q_{ij})_{n \times n}$ 为基于影响力的群体判断矩阵, 以下简称群体判断矩阵.

3.2 群体交互共识模型

文献[28]将个体判断矩阵与群体判断矩阵的距离作为度量个体共识性的程度.

定义7^[28] 记 Q_1, Q_2, \dots, Q_m 为 m 个 n 维判断矩阵, $Q_k = [q_{ijk}]_{n \times n}$ 为第 k 个判断矩阵, Q 为群体判

断矩阵, 则 Q_k 对应的群体共识指标可以定义为

$$GCI(Q_k) = d(Q_k, Q) = \frac{1}{n(n-1)/2} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |q_{ijk} - q_{ij}|. \quad (8)$$

如果 $GCI(Q_k) = 0$, 则第 k 个决策专家具有完全的群体共识性; 否则, $GCI(Q_k)$ 越小, 第 k 个决策专家距离群体判断矩阵越接近. 在现实决策过程中, 完全群体共识性几乎达不到, 这时可以由权威决策专家或者其他具有决定权利的对象预先设定一个阈值 β ($\beta \in (0, 1]$), 如果第 k 个决策专家的群体共识指标 $GCI(Q_k)$ 满足 $GCI(Q_k) \leq \beta$, 则称该决策专家达到满意群体共识性.

在处理具体实际的群决策问题时, 事前并不能保证每个决策者都能达到满意群体共识性, 即存在判断矩阵 Q_k 对应的群体共识指标满足 $GCI(Q_k) > \beta$. 此时, 需要某些决策者根据自己当前的共识指标修正自己的判断矩阵, 以使所有决策者都达到满意群体共识. 为此设计以下算法, 对部分判断矩阵中的元素进行调整, 得到新的判断矩阵, 从而达到群体满意共识.

算法1 决策专家满意共识性调整算法.

输入: m 个决策专家经过可接受一致性调整后的判断矩阵 Q_1, Q_2, \dots, Q_m , 专家权重向量 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$, $\sum_{k=1}^m \lambda_k = 1$, 预先设定的满意共识性指标 $\beta \in (0, 1]$, 最大迭代次数 $\xi_{\max} > 1$, 调节参数 $0 < \tau < 1$;

输出: 调整后的满足满意共识性指标的判断矩阵, 记为 $\overline{Q_1}, \overline{Q_2}, \dots, \overline{Q_m}$, 及其对应的满意共识指标 $GCI(\overline{Q_1}), GCI(\overline{Q_2}), \dots, GCI(\overline{Q_m})$, 迭代次数 ξ .

step 1: 初始化迭代次数和初始迭代判断矩阵, 令 $\xi = 0, Q_k^{(0)} = [q_{ijk}^{(0)}]_{n \times n} = [q_{ij}]_{n \times n}$.

step 2: 计算 $Q_1^{(\xi)}, Q_2^{(\xi)}, \dots, Q_m^{(\xi)}$ 对应的群体判断矩阵, 其中 $q_{ij}^{(\xi)} = \lambda_1 q_{ij1}^{(\xi)} + \lambda_2 q_{ij2}^{(\xi)} + \dots + \lambda_m q_{ijm}^{(\xi)}$.

step 3: 计算每个判断矩阵对应的满意共识性指标 $GCI(Q_k^{(\xi)})$, $k = 1, 2, \dots, m$.

如果 $\forall k \in \{1, 2, \dots, m\}$, 都有 $GCI(Q_k^{(\xi)}) \leq \beta$ 或者 $\xi \geq \xi_{\max}$, 则转到 step 5, 否则进入到下一步.

step 4: 若 $\max_{k \in \{1, 2, \dots, m\}} \{GCI(Q_k^{(\xi)})\} = GCI(Q_h^{(\xi)})$, 则转到 step 2.

step 5: 令 $\overline{Q_k} = Q_k^{(\xi)}$. 输出调整后的判断矩阵 $\overline{Q_1}, \overline{Q_2}, \dots, \overline{Q_m}$, 相应的满意共识指标 $GCI(\overline{Q_1}), GCI(\overline{Q_2}), \dots, GCI(\overline{Q_m})$, 迭代次数 ξ .

step 6: 结束.

如果存在 $\max_{k \in \{1, 2, \dots, m\}} GCI(Q_k^{(\xi)}) > \beta$, 则为了最大限度地保存个体决策者的原始判断信息, 通过算法 1 中的 step 4 对个体判断矩阵的某些特定元素进行调整, 这里将需要调整的元素记为 (h, r, s) . 其中: h 是需要调整的个体判断矩阵, r 是第 h 个判断矩阵中的第 r 行, s 是第 r 行的第 s 列. h 和 r 可以表示如下:

$$h = \arg \max_{h \in \{1, 2, \dots, m\}} GCI(Q_h^{(\xi)}), \quad (9)$$

$$r = \arg \max_{r \in \{1, 2, \dots, n-1\}} \left\{ \frac{1}{n-r} \sum_{j=r+1}^n |q_{rjh}^{(\xi)} - q_{rj}^{(\xi)}| \right\}. \quad (10)$$

在算法 1 中, 如果 $\max_{k \in \{1, 2, \dots, m\}} GCI(Q_k^{(\xi)}) > \beta$, 则对于式 (9) 和 (10) 中确定的 h 和 r , 有如下定理成立.

定理2 对于式 (9) 和 (10), 如果存在

$$\max_{k \in \{1, 2, \dots, m\}} GCI(Q_k^{(\xi)}) > \beta,$$

这里 $h = \arg \max_{h \in \{1, 2, \dots, m\}} GCI(Q_h^{(\xi)})$, 则有

$$\max_{r \in \{1, 2, \dots, n-1\}} \left\{ \frac{1}{n-r} \sum_{j=r+1}^n |q_{rjh}^{(\xi)} - q_{rj}^{(\xi)}| \right\} > \beta,$$

其中有下式成立:

$$r = \arg \max_{r \in \{1, 2, \dots, n-1\}} \left\{ \frac{1}{n-r} \sum_{j=r+1}^n |q_{rjh}^{(\xi)} - q_{rj}^{(\xi)}| \right\},$$

$$\max_{j=r+1, r+2, \dots, n} \{ |q_{rjh}^{(\xi)} - q_{rj}^{(\xi)}| \} > \beta.$$

那么可采用反证法对此结论进行证明, 具体过程略去.

由定理 2 可以看出, 最不满足满意共识水平的判断矩阵是判断矩阵内部存在部分元素造成的. 定理 2 可以在理论上保证在判断矩阵的内部可以找到影响满意共识水平的元素对, 这就可以确定调整未达到满意共识判断矩阵中元素的方法, 为了使算法步骤更加容易理解, 将寻找需要调整元素的方法设计成一个新的算法, 记为如下算法.

算法2 确定未达到满意共识个体判断矩阵中需要调整的元素.

输入: 算法 1 中确定的需要调整的第 h ($h = 1, 2, \dots, m$) 个专家的判断矩阵 Q_h 上三角矩阵中的第 r ($r = 1, 2, \dots, n-1$) 行, 记作 $Q_{(h,r)} = [q_{r(r+1)h}, q_{r(r+2)h}, \dots, q_{rnh}]$;

输出: 需要调整的元素集合, 记为 $\{(h, r, s_{\sigma(r+1)}), (h, r, s_{\sigma(r+2)}), \dots, (h, r, s_{\sigma(n)})\}$.

step 1: 设定初始迭代次数 η 和初始迭代判断矩阵 $q_{rjh}^{(0)} = q_{rjh}$.

step 2: 计算第 h 个决策专家的第 r 行中的每

个元素到相应群体判断矩阵元素之间的距离,得到一个距离序列集合,记作 $\{d(q_{r(r+1)h}^{(\eta)}, q_{r(r+1)}), d(q_{r(r+2)h}^{(\eta)}, q_{r(r+2)}), \dots, d(q_{rnh}^{(\eta)}, q_{rn})\}$, 其中 $d(q_{rjh}^{(\eta)}, q_{rj}) = |q_{rjh}^{(\eta)} - q_{rj}|, j = r + 1, r + 2, \dots, n$.

对计算出来的距离序列 $d(q_{r(r+1)h}^{(\eta)}, q_{r(r+1)}), d(q_{r(r+2)h}^{(\eta)}, q_{r(r+2)}), \dots, d(q_{rnh}^{(\eta)}, q_{rn})$, 按照从大到小进行排列,得到

$$d(q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)}, q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}) \geq d(q_{r\sigma(r+2)h}^{(\eta)}, q_{r\sigma(r+2)}^{(\eta)}) \geq \dots \geq d(q_{r\sigma(n)h}^{(\eta)}, q_{r\sigma(n)}^{(\eta)}).$$

其中: $\{\sigma(r+1), \sigma(r+2), \dots, \sigma(n)\}$ 是对集合 $\{r + 1, r + 2, \dots, n\}$ 的置换,并且满足

$$\sigma(r+1) \geq \sigma(r+2) \geq \dots \geq \sigma(n).$$

step 3: 由定理2可知

$$d(q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)}, q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}) > \beta,$$

则可以对 $q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)}$ 按照以下方式进行调整:

$$q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta+1)} = \tau q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)} + (1 - \tau) q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}.$$

step 4: 如果满足条件

$$d(q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta+1)}, q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}) + \sum_{i=r+2}^n d(q_{r\sigma(i)h}^{(\eta)}, q_{r\sigma(i)}^{(\eta)}) \leq \beta(n - r),$$

则进入 step 5, 否则记 $\eta = \eta + 1$, 回到 step 2.

step 5: 需要调整的元素记为 $\{q_{r\sigma(r+1)h}^{(\xi+1)}, q_{r\sigma(r+2)h}^{(\xi+1)}, \dots, q_{r\sigma(r+u)h}^{(\xi+1)}\}$.

step 6: 结束.

对于未达到满意共识性的个体判断矩阵,经过算法2的调整,该判断矩阵的群体共识指标逐渐接近满意共识阈值.

定理3 在算法2的 step 3 中,第 h 个判断矩阵在调整过程中,其满意共识性指标是不断减小的,即 $GCI(Q_h^{(\eta)}) > GCI(Q_h^{(\eta+1)})$ 成立.

证明 由 $q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta+1)} = \tau q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)} + (1 - \tau) q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}, q_{r\sigma(i)h}^{(\eta+1)} = q_{r\sigma(i)h}^{(\eta)}, i = r + 1, r + 2, \dots, n$, 可以得到

$$\begin{aligned} GCI(Q_h^{(\eta)}) - GCI(Q_h^{(\eta+1)}) &= \frac{1}{n(n-1)/2} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |q_{ijk}^{(\eta)} - q_{ij}^{(\eta)}| - \frac{1}{n(n-1)/2} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |q_{ijk}^{(\eta+1)} - q_{ij}^{(\eta+1)}| = \frac{1}{n(n-1)/2} (|q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)} - q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}| - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &|(\tau + (1 - \tau)\lambda_h)(q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)} - q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)})| = \frac{(1 - \tau)(1 - \lambda_h)}{n(n-1)/2} |q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)} - q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}|. \end{aligned}$$

由于 $0 < \tau < 1, 0 < \lambda_k < 1 (k = 1, 2, \dots, m)$, 且 $d(q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)}, q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}) > \beta$, 有

$$\begin{aligned} GCI(Q_h^{(\eta)}) - GCI(Q_h^{(\eta+1)}) &= \frac{(1 - \tau)(1 - \lambda_h)}{n(n-1)/2} |q_{r\sigma(r+1)h}^{(\eta)} - q_{r\sigma(r+1)}^{(\eta)}| > 0. \end{aligned}$$

从而 $GCI(Q_h^{(\eta)}) > GCI(Q_h^{(\eta+1)})$. \square

定理3是从理论的角度保证实施算法1和算法2后,判断矩阵的群体共识指标是得到改进的.在实际的操作过程中,设置适当的阈值和调整参数可以使得整个群体决策者达到满意的共识水平.算法1和算法2可以自动执行而不需要决策者参与到达成满意共识的过程,于是可以视为一种无监督自动化的调整方法.如果所有个体的群体共识经过算法1和算法2的调整都小于一个预设的阈值 β , 则说明群体达到满意共识.文献[30]指出,阈值 β 的选取要根据待解决的具体问题而定:如果待解决的问题造成的后果非常重要,则共识阈值水平要设置得低一些,通常不高于0.2;如果待解决的问题造成的后果不是很重要,则此时的共识阈值水平设置成0.5左右即可.

对于决策者 e_1, e_2, \dots, e_m 对应的判断矩阵,对其进行可接受一致性调整后,经过算法1和算法2进行满意共识性调整,这些判断矩阵会在一定程度上发生改变.在具体决策过程中,改变判断矩阵往往会产生一定的成本(时间成本、经济成本等),于是对于满意共识性调整阶段,可以通过定义以下的偏差程度度量判断矩阵在实施算法1和算法2前后的改变情况.

定义8 记 $\{Q_k = (q_{ijk})_{n \times n}; k = 1, 2, \dots, m\}$ 是 m 个决策者 e_1, e_2, \dots, e_m 给出的判断矩阵,其经过算法1和算法2调整后,达到满意共识性,此时的判断矩阵记为 $\{\overline{Q}_k = (\overline{q}_{ijk})_{n \times n}; k = 1, 2, \dots, m\}$. 那么对于 Q_k , 其共识调整前后改变程度称为 Q_k 与 \overline{Q}_k 之间的偏差程度,定义为

$$MR(Q_k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |q_{ijk} - \overline{q}_{ijk}|. \tag{11}$$

对于这 m 个决策者总体而言,满意共识达到之前与达到之后的平均偏差程度定义为

$$MR = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |q_{ijk} - \overline{q}_{ijk}|. \tag{12}$$

可以认为偏差程度越大,需要付出的成本越高,反之越低.于是,可以通过这个指标选择合适的调整

参数 τ , 以保证迭代次数和偏差程度在合理的范围.

4 基于社会网络邻接关系的群体判断矩阵决策流程

对于经过算法1和算法2调整后得到的个体判断矩阵, 通过式(6)得到的群体判断矩阵仍然记为 $Q = [q_{ij}]_{n \times n}$. 方案 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 的优先排序向量 $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T$ 可以由下式计算:

$$\theta_i = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n q_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

可以将基于社会网络邻接关系的群体判断矩阵的决策过程总结如下.

step 1: 明确决策问题.

step 2: 根据决策专家之间的残缺模糊判断矩阵, 采用式(1)计算得到决策专家之间的相似程度矩阵 S . 根据决策专家之间的邻接矩阵, 由式(2)计算决策专家之间的熟悉程度, 得到熟悉程度矩阵 F .

step 3: 根据式(4)补全决策专家的残缺模糊判断矩阵, 得到具有完整信息的模糊判断矩阵.

step 4: 对于给定的可接受一致性阈值 α , 采用文献[28]提出的算法对不满足可接受一致性的判断矩阵进行调整, 使得step 3中获得的判断矩阵都达到可接受一致性.

step 5: 根据式(5)和(7)计算出决策专家权重, 再根据式(6)得到基于影响力的群体判断矩阵.

step 6: 根据式(8)计算每个模糊判断矩阵的共识性指标, 设定阈值 β , 对算法1和算法2进行调整, 以达到满意共识性的要求.

step 7: 通过式(6)得到群体判断矩阵, 再根据式(13)得到方案优先排序向量, 并对方案进行排序.

step 8: 结束.

5 算例分析与讨论

下面运用一个具体算例展示基于网络邻接关系的群体判断矩阵决策流程, 以体现所提出决策方法的有效性.

5.1 算例

某物流企业由于业务的拓展, 拟筹划新建立2个存储仓库应对未来新增的业务量, 现在有6个备选厂址可以选择, 分别为 Y_1, Y_2, \dots, Y_6 . 为了选择合适的厂址, 该企业聘请了6位专家顾问 e_1, e_2, \dots, e_6 对 Y_1, Y_2, \dots, Y_6 进行评估并最终选择2个厂址, 对专家认为越合适的厂址, 给予越大的资金投入. 经过调查, 决策专家 e_1, e_2, \dots, e_6 之间的社会关系如图1所示.

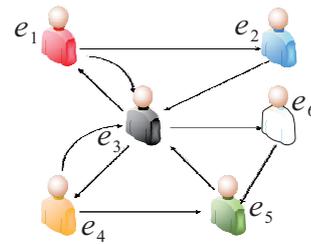


图1 决策专家之间的社会关系网络

需要从6个备选方案 $Y_1 \sim Y_6$ 中选择2个最优方案, 且每个决策者针对备选方案的判断信息 $Q_1 \sim Q_6$ 以残缺判断矩阵的形式给出, 有

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & \phi & 0.2 & 0.6 & 0.7 & 0.8 \\ \phi & 0.5 & \phi & 0.6 & 0.9 & 0.7 \\ 0.8 & \phi & 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.7 & 0.5 & \phi & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.9 & \phi & 0.5 & 0.7 \\ 0.2 & 0.3 & 0.9 & 0.8 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & \phi & 0.5 & 0.6 & 0.6 \\ 0.7 & 0.5 & 0.4 & \phi & 0.2 & 0.3 \\ \phi & 0.6 & 0.5 & 0.5 & 0.4 & \phi \\ 0.5 & \phi & 0.5 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.4 & 0.8 & 0.6 & 0.4 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.7 & \phi & 0.3 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Q_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.6 & \phi & 0.1 & 0.4 \\ 0.4 & 0.5 & 0.3 & 0.6 & 0.3 & 0.6 \\ 0.4 & 0.7 & 0.5 & 0.6 & 0.1 & 0.6 \\ \phi & 0.4 & 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.6 \\ 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.8 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Q_4 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.5 & 0.2 & 0.9 & \phi & 0.4 \\ 0.9 & 0.8 & 0.5 & \phi & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.1 & \phi & 0.5 & 1.0 & 0.8 \\ 0.2 & \phi & 0.9 & 0 & 0.5 & 0.6 \\ 0.2 & 0.6 & 0.9 & 0.2 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Q_5 = \begin{bmatrix} 0.5 & \phi & 0.3 & 0.6 & 0.6 & 0.7 \\ \phi & 0.5 & 0.1 & \phi & 0.8 & 0.4 \\ 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.3 & \phi & 0.2 \\ 0.4 & \phi & 0.7 & 0.5 & 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.2 & \phi & 0.5 & 0.5 & 0.7 \\ 0.3 & 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Q_6 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.6 & 0.3 & \phi & 0.8 \\ 0.9 & 0.5 & 0.2 & 0.4 & 0.1 & 0.7 \\ 0.4 & 0.8 & 0.5 & 0.3 & 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 & 0.7 & 0.5 & 0.7 & 0.2 \\ \phi & 0.9 & 0.4 & 0.3 & 0.5 & 0.6 \\ 0.2 & 0.3 & 0.6 & 0.8 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}$$

step 1: 决策问题已明确给出.

step 2: 根据式(1)得到决策专家之间的相似程度矩阵 S , 再根据式(2) 计算得到决策者之间的熟悉程度矩阵 F .

step 3: 使用式(4)将个体残缺判断矩阵补全, 得到完整的判断矩阵, 仍然记为 $Q_1 \sim Q_6$.

step 4: 设定可接受一致性的阈值 0.2, 平衡参数取为 0.4, 采用文献[28]提出的可接受一致性判断矩阵方法对相应的判断矩阵 (Q_1 和 Q_4) 进行调整, 使得所有的判断矩阵都达到可接受一致性指标.

step 5: 根据式(5)和(7)计算出决策专家的权重. 根据式(5)计算得到每个决策者 e_1, e_2, \dots, e_6 的影响力, 分别为

$$\ln(e_1) = 0.2184, \ln(e_2) = 0.1379, \ln(e_3) = 0.2069, \ln(e_4) = 0.2126, \ln(e_5) = 0.1264, \ln(e_6) = 0.0977.$$

在本算例中, 假设该决策问题的指导专家具有一定的风险偏好, 于是可以根据文献[31]的研究成果选取基本单调区间函数 $Q = r^{1/2}$, 再根据式(7)计算得到决策者 e_1, e_2, \dots, e_6 对应的权重向量

$$W_T = (0.4673, 0.0821, 0.1422, 0.1892, 0.0691, 0.0501)^T.$$

值得指出的是, 具有最大影响力的专家 e_1 被赋予最大的权重, 是具有相近影响力水平的专家 e_3 和 e_4 对应的权重的 2~4 倍, 这体现了决策指导者对风险的偏好.

于是可以根据式(6)计算得到基于影响力的群体判断矩阵.

step 6: 根据式(8)计算得到 Q_1, Q_2, \dots, Q_6 的共识性指标, 分别为

$$\begin{aligned} GCI(Q_1) &= 0.0559, GCI(Q_2) = 0.1008, \\ GCI(Q_3) &= 0.1928, GCI(Q_4) = 0.0705, \\ GCI(Q_5) &= 0.1421, GCI(Q_6) = 0.1798. \end{aligned}$$

设定满意共识性指标的阈值为 $\beta = 0.1$, 平衡参数 τ 取 0.65, 实施算法 1 和算法 2 进行满意共识调整, 得到新的判断矩阵. 其中: Q_1 和 Q_4 完全保持不

变, Q_2, Q_3, Q_5 和 Q_6 中的部分元素进行调整.

综合上述步骤可知 Q_2, Q_3, Q_5 和 Q_6 中的部分元素进行调整以使得每个决策专家对应的判断矩阵达到满意共识性指标.

step 7: 通过式(6)得到群体判断矩阵 Q , 根据式(13)得到方案优先排序向量

$$\Theta = (1.0255, 1.1297, 0.8546, 1.0553, 0.9490, 0.9791).$$

根据上述优先排序向量, 对方案 $Y_1 \sim Y_6$ 进行排序: $Y_2 \succ Y_4 \succ Y_1 \succ Y_6 \succ Y_5 \succ Y_3$, 于是 Y_2 是最优的方案.

step 8: 结束.

5.2 分析讨论

若使用文献[28]的方法, 对上述同样的原始判断矩阵进行调整以达到满意共识性, 则得到的判断矩阵除了 Q_1 没有变化, 其余的所有判断矩阵除对角线外的所有元素都进行了调整. 与本文提出的共识调整算法(算法 1 和算法 2)对比, 文献[28]每次调整都需要调整某个判断矩阵(标粗的元素为被调整的元素), 而本文提出的共识调整算法在每次调整步骤中, 只调整某个判断矩阵某一行的几个元素. 在这个算例中, 对 Q_2 的调整表现得尤为突出, 本文提出的调整算法仅仅调整了原始判断矩阵中第 2 行的第 5 个元素(及其关于主对角线对称位置上的元素)就达到了满意共识性, 而文献[28]调整了 Q_2 中除了主对角线外的全部元素, 完全改变了原始判断矩阵. 利用式(11)将本文共识调整算法(算法 1 和算法 2)与采用文献[28]共识调整算法得到的判断矩阵与调整前的判断矩阵之间的偏差程度进行比较(如图 2 所示), 可以明显看出, 本文提出的调整算法(算法 1 和算法 2)更能保持原始判断信息. 这样就使得在决策过程中, 以尽可能少的调整成本达到群体共识.

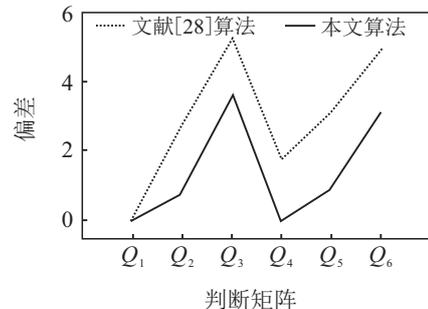


图 2 共识调整后判断矩阵对应的偏差程度

与此同时, 在算法 2 中, 选取不同调整参数 τ , 达到满意共识所需要的迭代次数也就不同, 得到判断矩

阵的偏差程度也不同,如图3所示.

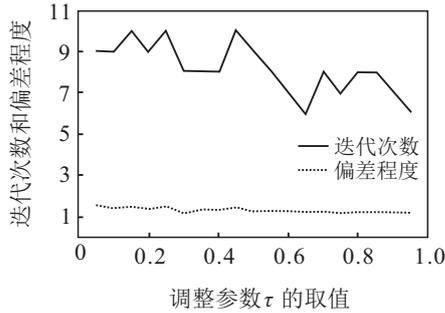


图3 不同调整参数 τ 对应的迭代次数和偏差程度

取不同的调整参数 τ 会造成每个判断矩阵达成共识的过程不同(迭代次数和共识性指标的变化). 在本文算例中,选取 $\tau = 0.65$ 可以使得迭代次数和平均偏差程度都达到满意水平. 经过大量的仿真分析,在实际应用中,建议调整参数 τ 的取值在 $0.5 \sim 0.7$ 之间.

特别值得注意的是,通过大量的仿真分析发现,满意一致性的判断矩阵在经过算法1和算法2调整后,绝大部分仍然满足满意一致性,甚至有些判断矩阵的一致性指标还得到了改进,如图4所示.

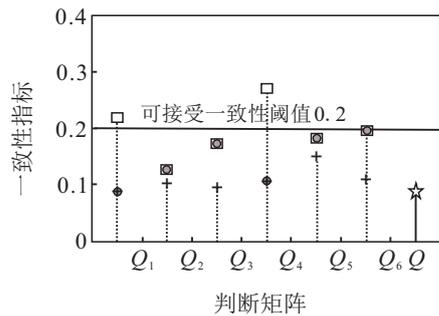


图4 判断矩阵在不同阶段对应的一致性指标

在图4中,正方形表示可接受一致性调整之前,圆形表示可接受一致性调整之后及满意共识调整之前,十字表示达到满意共识调整之后,五角星表示达到满意共识调整之后的群体判断矩阵 Q . 由于一致性只与决策者个人相关,并不能严格保证所有的判断矩阵在经过算法1和算法2调整以后,一定满足满意一致性指标. 同时,这也是文献[32]提出的共识决策框架的不足之处,但是该框架有着广泛的应用. 本文提出的共识交互算法(算法1和算法2)虽然不能完全解决上述不足之处,但其不仅有效利用了群体决策者的社会网络邻接关系,而且还能有效保持原有判断信息.

6 结论

本文针对社会网络情境下,群体决策信息以残缺判断矩阵给定的群体决策问题进行了研究,提出了基于决策者相似性程度和熟悉程度的残缺判断矩阵补

全方法. 该方法从决策者所在的社会网络出发,充分利用社会网络邻接关系,对残缺的判断信息进行补全,得到的矩阵仍然是判断矩阵,并且提出了基于决策者社会网络影响力的群体交互共识模型. 该方法可以利用群体决策者在网络中的影响力因素,在迭代的过程中,每次只需要调整某个判断矩阵中某一行的部分元素,就能在很大程度上减少原始判断信息的丢失. 在未来的研究中,可以增加群体决策者的规模,考虑网络社区因素在大规模群体决策中的影响.

参考文献(References)

- [1] Saaty T L. The analytic hierarchy process[M]. New York: McGraw, 1980: 49-70.
- [2] Xu Z S. Goal programming models for obtaining the priority vector of incomplete fuzzy preference relation[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2004, 36(3): 261-270.
- [3] Wang Y M. On fuzzy multiattribute decision-making models and methods with incomplete preference information[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 151(2): 285-301.
- [4] Atiq-ur-Rehman R, Kerre E E, Ashraf S. Group decision making by using incomplete fuzzy preference relations based on T-consistency and the order consistency[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2015, 30(2): 120-143.
- [5] Meng F Y, Chen X H. A new method for group decision making with incomplete fuzzy preference relations[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 73: 111-123.
- [6] Vetschera R. Deriving rankings from incomplete preference information: A comparison of different approaches[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 258(1): 244-253.
- [7] Meng F Y, Chen X H. An approach to incomplete multiplicative preference relations and its application in group decision making[J]. Information Sciences, 2015, 309(7): 119-137.
- [8] 刘红彬, 蔡建峰. 基于乘性一致性残缺互补判断矩阵的决策方法[J]. 运筹与管理, 2013, 22(2): 111-117. (Liu H B, Cai J F. Decision making method based on multiplicative consistent incomplete reciprocal judgment matrix[J]. Operations Research and Management Science, 2013, 22(2): 111-117.)
- [9] 尔古打机, 寇纲, 杜义飞. 不完全信息下非常规突发事件应急决策缺失数据处理模型[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(3): 702-713. (Ergu D J, Kou G, Du Y F. Missing data processing model for unconventional emergency decision making under incomplete information[J]. Systems Engineering-Theory Practice, 2015, 35(3): 702-713.)
- [10] 刘卫锋, 何霞. 一种基于残缺语言判断矩阵的群决策模型[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(13): 114-117. (Liu W F, He X. Group decision-making model based

- on incomplete linguistic judgment matrices[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2013, 49(13): 114-117.)
- [11] 许叶军, 达庆利. 残缺互补判断矩阵排序方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(1): 95-99.
(Xu Y J, Da Q L. Methods for priority of incomplete complementary judgement matrices[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(1): 95-99.)
- [12] Chen S M, Lin T E, Lee L W. Group decision making using incomplete fuzzy preference relations based on the additive consistency and the order consistency[J]. *Information Sciences*, 2014, 259(13): 1-15.
- [13] Liu F, Zhang W G, Wang Z X. A goal programming model for incomplete interval multiplicative preference relations and its application in group decision-making[J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 218(3): 747-754.
- [14] Alonso S, Chiclana F, Herrera F, et al. A learning procedure to estimate missing values in fuzzy preference relations based on additive consistency[C]. *Modeling Decisions for Artificial Intelligence*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2004: 227-238.
- [15] Fedrizzi M, Giove S. Incomplete pairwise comparison and consistency optimization[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 183(1): 303-313.
- [16] Chiclana F, Herrera-Viedma E, Alonso S, et al. Cardinal consistency of reciprocal preference relations: A characterization of multiplicative transitivity[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, 17(1): 14-23.
- [17] Herrera-Viedma E, Chiclana F, Herrera F, et al. Group decision-making model with incomplete fuzzy preference relations based on additive consistency[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2007, 37(1): 176-189.
- [18] 徐选华, 王兵, 周艳菊. 基于信任机制的不完全信息大群体决策方法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(4): 577-585.
(Xu X H, Wang B, Zhou Y J. Method for large group decision making with incomplete decision preference information based on trust mechanism[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(4): 577-585.)
- [19] 李胜利, 魏翠萍, 宋燕红. 基于信任关系和互补判断矩阵的群决策方法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(5): 1240-1246.
(Li S L, Wei C P, Song Y H. Group decision making method for fuzzy complementary judgement matrices based on trust relationships[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(5): 1240-1246.)
- [20] Brunelli M, Fedrizzi M. Fuzzy m-ary adjacency relations in social network analysis: Optimization and consensus evaluation[J]. *Information Fusion*, 2014, 17: 36-45.
- [21] Chu J F, Liu X W, Wang Y M. Social network analysis based approach to group decision making problem with fuzzy preference relations[J]. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2016, 31(3): 1271-1285.
- [22] Ramón Soto C, Robles-Baldenegro M E, López V. MQDM: An iterative fuzzy method for group decision making in structured social networks[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2017, 32(5): 17-30.
- [23] Kamis N H, Chiclana F, Levesley J. Preference similarity network structural equivalence clustering based consensus group decision making model[J]. *Applied Soft Computing*, 2018, 67(11): 706-720.
- [24] Gupta M. Consensus building process in group decision making—an adaptive procedure based on group dynamics[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(3): 1923-1933.
- [25] Morente-Molinera J A, Kou G, Samuylov K, et al. Carrying out consensual group decision making processes under social networks using sentiment analysis over comparative expressions[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2019, 165(8): 335-345.
- [26] Tanino T. Fuzzy preference relations in group decision making[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1984, 12(2): 117-131.
- [27] Xu Z S. A procedure for decision making based on incomplete fuzzy preference relation[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2005, 4(3): 175-189.
- [28] Wu Z B, Xu J P. A concise consensus support model for group decision making with reciprocal preference relations based on deviation measures[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2012, 206(8): 58-73.
- [29] Yager R R, Filev D P. Induced ordered weighted averaging operators[J]. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 1999, 29(2): 141-150.
- [30] Herrera-Viedma E, Martínez L, Mata F, et al. A consensus support system model for group decision-making problems with multigranular linguistic preference relations[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2005, 13(5): 644-658.
- [31] Chiclana F, Herrera-Viedma E, Herrera F, et al. Some induced ordered weighted averaging operators and their use for solving group decision-making problems based on fuzzy preference relations[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 182(1): 383-399.
- [32] Chiclana F, Mata F, Martínez L, et al. Integration of a consistency control module within a consensus model[J]. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 2008, 16(4): 35-53.

作者简介

楚俊峰(1987—), 男, 讲师, 博士生, 从事群体决策理论与方法、社会网络分析方法、个性化推荐系统的研究, E-mail: chujunfeng1987@163.com;

刘议聪(1997—), 女, 硕士生, 从事群体决策理论的研究, E-mail: liuyicong28@163.com;

王应明(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与方法、证据推理和数据包络分析等研究, E-mail: ymwang@fzu.edu.cn.