

控制与决策

Control and Decision

需求和退货与供应中断相关环境下库存控制

姜山佐, 荣学文

引用本文:

姜山佐, 荣学文. 需求和退货与供应中断相关环境下库存控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(4): 1003–1009.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0980>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

考虑成员企业风险态度的制造商资金约束闭环供应链定价与回收决策

Pricing and recycling decisions of a closed-loop supply chain considering participators' risk attitudes and manufacturer capital constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1239–1248 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1305>

通信中断时的网联车辆协作自适应巡航控制

Cooperative adaptive cruise control of connected vehicles under communication interruption

控制与决策. 2021, 36(4): 933–939 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0837>

通信中断时的网联车辆协作自适应巡航控制

Cooperative adaptive cruise control of connected vehicles under communication interruption

控制与决策. 2021, 36(4): 933–939 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0837>

库存水平影响需求下变质品订购、定价和保鲜技术投资的联合决策

Ordering, pricing and preservation technology investment decision for perishable items with inventory-level-dependent demand

控制与决策. 2020, 35(11): 2578–2588 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0195>

低碳环境下双渠道供应链线上线下广告策略的微分博弈分析

Differential game analysis of online and offline advertising strategies in a dual channel supply chain under low-carbon background

控制与决策. 2020, 35(11): 2707–2714 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1721>

需求和退货与供应中断相关环境下库存控制

娄山佐[†], 荣学文

(山东大学 控制科学与工程学院, 济南 250061)

摘要: 需求和退货与供应中断相关会引发库存剧烈波动, 从而导致库存控制非常困难. 在采用 Markov 调制 Lévy 过程描述库存水平变化条件下, 利用水平穿越法、更新过程和鞅理论确定循环期望时间和费用函数, 据此构建系统长程平均费用率模型. 在此基础上, 通过仿真实验研究需求(退货)与供应中断相关度对最优库存控制策略的影响, 并分析不同中断和退货类型下最优控制策略的变化, 从而为该环境下有效管理库存提供新启示.

关键词: 库存; 中断; 退货; Markov 调制; 水平穿越; Lévy 过程

中图分类号: F253.4; N945.12

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0980

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 娄山佐, 荣学文. 需求和退货与供应中断相关环境下库存控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(4): 1003-1009.

Inventory control under demands and returns dependent supply disruptions

LOU Shan-zuo[†], RONG Xue-wen

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

Abstract: Due to inventory fluctuating violently under demands and returns dependent supply disruptions, it is a very difficult problem to control the inventory effectively. Under the condition that the inventory level process represented as a Markov-modulated Lévy process, the expected cycle time and cost functions are developed by employing level crossing method, renewal process and martingale theories. Subsequently the functions are used to derive the long-run average cost rate model. Finally, the impact of the correlations between the demands M (the returns) and the supply disruptions on the optimal inventory control policies is investigated, and the changes of the optimal policies under different disruption and return types are analyzed. Consequently, some new inventory-management insights are obtained.

Keywords: inventory; disruption; return; Markov-modulated; Level crossing; lévy process

0 引言

目前,我国零售企业运行的环境越来越复杂.一方面受恶劣天气、交通堵塞等供应中断事件影响,企业缺货率超过 10%,远高于国外同行水平^[1];另一方面新消法实施的“七天无理由退货”规定,又导致企业面临大量退货.如 2012 年唯品会退货率高达 18%^[2].更严重的是它们还可能相关,如顾客得知企业供应中断后,会增加需求和减少退货.上述因素相互作用,引发库存剧烈波动,其结果导致企业既增加费用,又降低服务质量.所以,此环境下如何有效控制库存成为近年来的研究热点.

为应对供应中断,人们常采用库存防御策略^[3],此外还结合多源订货^[4]等手段.文献[5]评价了多种策略的防御效果.文献[6]概述了近 20 年取得的成

果后指出,需求与供应状态相关的中断问题亟待解决.对此,文献[7]研究了利用产品替代策略,缓解中断引起的恐慌性购买.为应对退货对库存的影响,研究者也提出许多有效措施,文献[8]给予较详细的综述,并分析了它们的重要性.

总之,针对供应中断和退货单个方面已有很多成果,当系统同时包含两个方面时,由于它们共同作用下库存水平变化呈现复杂的随机波动状态,致使模型构建非常困难,到目前为止检索到与此相关的成果很少.文献[9]研究了退货与供应中断不相关环境下的库存控制问题.另外,针对特殊退货,如回收品,文献[10]研究了供应设施中断环境下闭环供应链网络的设计问题,文献[11]将该问题又推广到需求与定价相关情况,但它们均没涉及库存控制问题.

收稿日期: 2019-07-11; 修回日期: 2019-10-08.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2019YFB1309503).

[†]通讯作者. E-mail: Lshanzuo@163.com.

为解决需求和退货与供应状态相关环境下库存的控制问题,本文采用Markov调制Lévy过程描述库存水平变化,并利用水平穿越方法和多维鞅理论,重点研究模型的构建.在此基础上,通过分析关键因素的影响,给出新环境下的库存管理启示.

1 问题的描述

一零售商销售某种产品,且接受用户退货.设退货无缺陷,经重新包装后进入库存,与新品一样满足用户需求.按习惯,将供应状态变化用不可约连续时间Markov链 $J = \{J(t), t \geq 0\}$ 的状态转移描述.这里, J 有2个状态, $J(t) = 1 (J(t) = 2)$ 表示时间 t 供应商处于供应(中断)状态,其持续时间服从参数为 $\theta_1 (\theta_2)$ 的指数分布.为得到解析解,设此期间用户需求率为 $\mu_1 (\mu_2)$; 退货为到达率 $\lambda_1 (\lambda_2)$ 的复合Poisson过程,其批量大小服从独立参数是 $v_1 (v_2)$ 的指数分布.

订货采用连续盘点 (r, C) 策略,即当库存到达水平 r 时开始订货.假设提前期为0,若 $J = 1$,则供应商立刻将库存补充到水平 C ; 若 $J = 2$,则零售商需要等待,直到供应商中断结束才将库存补充到水平 C . 系统运行过程中,若库存水平为0,则需求丢失,产生缺货费用;若退货超出库容量 C 的限制,则零售商将超出部分打折销售,处理时间忽略不计.设单位产品的退货费(包括产品成本和换包装等费用)、处理费和缺货费及单位时间库存费分别为 c_r, c_d 和 c_π 及 c_h . 订货的固定和可变费用分别为 c_f 和 c_o . 确定 r 和 C , 使零售商的长程平均总费用率最小.

2 模型的构建

由问题描述可知,库存水平 $X = (X(t))_{t \geq 0}$ 是从 C 出发的Markov调制Lévy过程,即

$$X(t) = C - V(t) = C - \sum_{j=1}^2 \int_0^t V_j(\tau) 1_{\{J(\tau)=j\}} d\tau,$$

$$V_j(\tau) = \mu_j - \sum_{n=1}^{N_j(\tau)} D_n^j.$$

其中: $N_j(\tau)$ 为参数 λ_j 的Poisson过程,表示到时间 τ 退货到达批次; D_1^j, D_2^j, \dots 为参数 v_j 的独立指数分布序列,表示每批退货量.

为便于确定退货处理量,下面分析剩余库存空间过程 $W = (W(t))_{t \geq 0}$. 因超出 C 的退货被处理了,故 W 可表为在0点反射的Markov调制Lévy过程,即

$$W(t) = C - X(t) + L(t) = V(t) + L(t).$$

这里,局部时间过程 $L(t) = - \inf_{0 \leq \eta \leq t} \{V(\eta)\}^-$ 给出到

时间 t 的退货处理量. 显然,状态 j 上该过程为

$$L_j(t) = \int_0^t 1_{\{J(s)=j\}} dL(s),$$

且 $L(t) = L_1(t) + L_2(t)$. 由Lévy过程强Markov性可知, W 是一个更新过程,更新点可选中断结束供应商完成补货对应的点. 图1给出了一次循环 $W(t)$ 的典型样本路径.

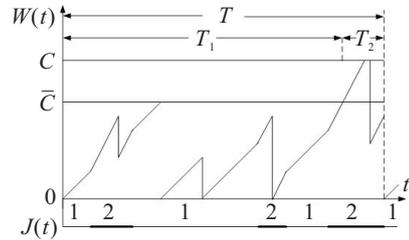


图1 一次循环 $W(t)$ 的典型样本路径

由图1,将 W 一次循环分2个阶段. 第1阶段从更新点出发到 W 在状态2到达 $\bar{C} = C - r$; 自此到状态由2转为1且 W 又回到水平0为第2阶段. 为易于分析,构建两辅助更新过程: 删去 W 第2(1)阶段,粘接第1(2)阶段,得到 $W_1 = (W_1(t))_{t \geq 0} (W_2 = (W_2(t))_{t \geq 0})$. 下面,分别确定2个阶段 W 的有关函数.

若定义 W_1 从水平0出发到达水平 \bar{C} 运行过程为一个子循环,则 W_1 的一次循环可能内嵌多个子循环. 若子循环数为 N ,则由Lévy过程的强Markov性可知, N 服从几何分布. 设子循环运行时间为 τ_1 ,过程 W_1 到达水平 \bar{C} 对应状态是 j 的概率为 p_j ,即

$$\tau_1 = \inf\{t > 0 : W_1(t) = \bar{C} | W_1(0) = 0, J(0) = 1\},$$

$$p_j = P(J(\tau_1) = j), j = 1, 2.$$

则子循环期望数 $E[N] = 1/p_2$. W_1 循环的期望时间为

$$E[T_1] = E[\tau_1]E[N] = E[\tau_1]/p_2.$$

另设 W_2 的循环时间为 T_2 ,由问题描述可知, T_2 服从参数为 θ_2 的指数分布,有 $E[T_2] = 1/\theta_2$. 因此,过程 W 一次循环的期望时间为

$$E[T] = E[T_1] + E[T_2] = E[\tau_1]/p_2 + 1/\theta_2.$$

下面,根据 W 的运行情况构建系统有关费用函数:

1) 库存费用函数. 由更新过程极限定理可知, W_1 和 W_2 的平稳分布函数存在,分别设为 $W_{1,e}$ 和 $W_{2,e}$,一次循环的期望库存费用为

$$E[CH] = c_h \{ (C - E[W_{1,e}])E[T_1] + (C - E[W_{2,e}])E[T_2] \} = c_h \{ (C - E[W_{1,e}])E[\tau_1]/p_2 + (C - E[W_{2,e}])/\theta_2 \}.$$

2) 退货费用函数. 因退货为复合Poisson过程,故

单位时间退货量等于每个状态退货量与对应状态长程时间比例乘积之和, 一次循环的期望退货费用为

$$E[CR] = c_r \left\{ \frac{\lambda_1}{v_1} \frac{\theta_2}{\theta_1 + \theta_2} + \frac{\lambda_2}{v_2} \frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2} \right\} E[T].$$

3) 处理费用函数. 针对第1阶段, 状态 j 的期望退货处理量为 $\ell_j = E L_j(\tau_1), j = 1, 2$; 针对第2阶段, 退货处理量为 $E[\Gamma]$, 则一次循环的期望退货处理费用为

$$E[CD] = c_d \{ E[L(\tau_1)] E[N] + E[\Gamma] \} = c_d \{ (\ell_1 + \ell_2) / p_2 + E[\Gamma] \}.$$

4) 短缺费用函数. 短缺仅发生在第2阶段, 设期望短缺量为 $E[II]$, 则一次循环的期望短缺费用为

$$E[CS] = c_\pi E[II].$$

5) 补货费用函数. 第1阶段子循环的补货量为 \bar{C} , 设第2阶段结束前库存水平为 $W_2(T_2^-)$, 那么补货量为 $E[W_2(T_2^-)]$, 一次循环的期望补货费用为

$$E[CO] = (c_f + c_o \bar{C})(E[N] - 1) + (c_f + c_o E[W_2(T_2^-)]) = c_f / p_2 + c_o \{ \bar{C} p_1 / p_2 + E[W_2(T_2^-)] \}.$$

基于更新报酬定理, 构建长程平均费用率模型

$$TC(r, C) = \frac{E[CH] + E[CR] + E[CD] + E[CS] + E[CO]}{E[T]}.$$

显然, 要求最优的 r 和 C , 需先确定第1阶段函数 $p_j, \ell_j, E[\tau_1]$ 和 $E[W_{1,e}]$ 以及第2阶段函数 $E[\Gamma], E[II], E[W_{2,e}]$ 和 $E[W_2(T_2^-)]$.

3 模型中有关函数的确定

3.1 第1阶段有关函数的确定

由于 W_1 是 Markov 调制 Lévy 过程, 用传统方法很难求得待定函数. Kella-Whitt 鞅是求解有关 Lévy 过程问题的有效工具, 下面简要说明, 详情请参见文献 [12].

设 $V(t)$ 是一个 Markov 调制 Lévy 过程, $\{Y(t)\}_{t \geq 0}$ 是适应于 $V(t)$ 且在有限时间内有界的变差过程. 令 $Z(t) = V(t) + Y(t)$, 则

$$M(\alpha, t) = \int_0^t e^{\alpha Z(s)} \mathbf{1}_{J(s)} ds F(\alpha) + e^{\alpha Z(0)} \mathbf{1}_{J(0)} - e^{\alpha Z(t)} \mathbf{1}_{J(t)} + \alpha \int_0^t e^{\alpha Z(s)} \mathbf{1}_{J(s)} dY(s) \quad (1)$$

是 0 均值 (行) 向量鞅. 其中: $\mathbf{1}_j$ 为第 j 个分量为 1 余为 0 的 n 维行向量, $F(\alpha) = Q + \text{diag}(\varphi_1(\alpha), \dots, \varphi_n(\alpha))$ 为 $V(t)$ 的矩阵指数, Q 为 J 的状态转移速率阵; $\varphi_j(\alpha)$

为 $V_j(t)$ 的 Lévy 指数.

针对本文问题, 若取 $Y(t) = L(t)$, 则 $Z(t) = W_1(t)$. 过程 $L(t)$ 仅在 $W_1(t) = 0$ 时变化, 故式 (1) 简化为

$$M(\alpha, t) = \int_0^t e^{\alpha W_1(s)} \mathbf{1}_{J(s)} ds F(\alpha) + e^{\alpha W_1(0)} \mathbf{1}_{J(0)} - e^{\alpha W_1(t)} \mathbf{1}_{J(t)} + \alpha \int_0^t \mathbf{1}_{J(s)} dL(s). \quad (2)$$

因此, 这里

$$Q = \begin{bmatrix} -\theta_1 & \theta_1 \\ \theta_2 & -\theta_2 \end{bmatrix},$$

$$\varphi_j(\alpha) = \log E e^{\alpha V_j(t)} = \mu_j \alpha - \lambda_j \alpha / (v_j + \alpha), \quad j = 1, 2.$$

矩阵指数为

$$F(\alpha) = \begin{bmatrix} -\theta_1 + \varphi_1(\alpha) & \theta_1 \\ \theta_2 & -\theta_2 + \varphi_2(\alpha) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

利用上述 Kella-Whitt 鞅确定待求函数. 首先, 由式 (2), 对 τ_1 用最优抽样定理得到

$$E \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W_1(t)} \mathbf{1}_{J(t)} dt F(\alpha) + E e^{\alpha W_1(0)} \mathbf{1}_{J(0)} - E e^{\alpha W_1(\tau_1)} \mathbf{1}_{J(\tau_1)} + \alpha E \int_0^{\tau_1} \mathbf{1}_{J(t)} dL(t) = \mathbf{0}. \quad (4)$$

由 $\det(F(\alpha)) = 0$, 求得 4 个根 α_m 及满足 $F(\alpha_m) \mathbf{h}^{[m]} = \mathbf{0}$ 的右列向量 $\mathbf{h}^{[m]} = [h_1^{[m]}, h_2^{[m]}]^T, m = 1, 2, 3, 4$. 取式 (4) 中 $\alpha = \alpha_m$, 右乘 $\mathbf{h}^{[m]}$, 得到

$$h_1^{[m]} - e^{\alpha_m \bar{C}} (p_1 h_1^{[m]} + p_2 h_2^{[m]}) + \alpha_m (\ell_1 h_1^{[m]} + \ell_2 h_2^{[m]}) = 0, \quad m = 1, 2, 3, 4. \quad (5)$$

求解式 (5), 可得

$$[p_1, p_2, \ell_1, \ell_2]^T = B^{-1} \phi. \quad (6)$$

其中

$$\phi = [h_1^{[1]}, h_1^{[2]}, h_1^{[3]}, h_1^{[4]}]^T, \quad B = \begin{bmatrix} h_1^{[1]} e^{\alpha_1 \bar{C}} & h_2^{[1]} e^{\alpha_1 \bar{C}} & -\alpha_1 h_1^{[1]} & -\alpha_1 h_2^{[1]} \\ h_1^{[2]} e^{\alpha_2 \bar{C}} & h_2^{[2]} e^{\alpha_2 \bar{C}} & -\alpha_2 h_1^{[2]} & -\alpha_2 h_2^{[2]} \\ h_1^{[3]} e^{\alpha_3 \bar{C}} & h_2^{[3]} e^{\alpha_3 \bar{C}} & -\alpha_3 h_1^{[3]} & -\alpha_3 h_2^{[3]} \\ h_1^{[4]} e^{\alpha_4 \bar{C}} & h_2^{[4]} e^{\alpha_4 \bar{C}} & -\alpha_4 h_1^{[4]} & -\alpha_4 h_2^{[4]} \end{bmatrix}.$$

然后, 利用已得到的 p_j 和 ℓ_j , 化简式 (4), 得到

$$E \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W_1(t)} \mathbf{1}_{J(t)} dt F(\alpha) = [\psi_1(\alpha), \psi_2(\alpha)]. \quad (7)$$

其中: $\psi_1(\alpha) = p_1 e^{\alpha \bar{C}} - 1 - \alpha \ell_1, \psi_2(\alpha) = p_2 e^{\alpha \bar{C}} - \alpha \ell_2$.

将式 (3) 给出的 $F(\alpha)$ 代入 (7), 求得

$$E \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W_1(t)} \mathbf{1}_{\{J(t)=j\}} dt = \frac{\psi_j(\alpha) \varphi_i(\alpha) - \theta_i (\psi_1(\alpha) + \psi_2(\alpha))}{\varphi_1(\alpha) \varphi_2(\alpha) - \theta_1 \varphi_2(\alpha) - \theta_2 \varphi_1(\alpha)}.$$

$$i, j = 1, 2, i \neq j. \tag{8}$$

令式(8)中 $\alpha \rightarrow 0$, 对等式右边用 L'Hopital 法则得到

$$E \int_0^{\tau_1} 1_{\{J(t)=j\}} dt = \frac{\theta_i(\bar{C} - \ell_1 - \ell_2) - (-1)^j p_2 \left(\mu_i - \frac{\lambda_i}{v_i} \right)}{\theta_1 \left(\mu_2 - \frac{\lambda_2}{v_2} \right) + \theta_2 \left(\mu_1 - \frac{\lambda_1}{v_1} \right)},$$

$$i, j = 1, 2, i \neq j. \tag{9}$$

由式(9)可求得

$$E[\tau_1] = E \int_0^{\tau_1} 1_{\{J(t)=1\}} dt + E \int_0^{\tau_1} 1_{\{J(t)=2\}} dt = \frac{(\theta_1 + \theta_2)(\bar{C} - \ell_1 - \ell_2) + p_2(\mu_2 - \mu_1 + \lambda_1/v_1 - \lambda_2/v_2)}{\theta_1(\mu_2 - \lambda_2/v_2) + \theta_2(\mu_1 - \lambda_1/v_1)}.$$

$$\tag{10}$$

另由时间 T_1 内 W_1 子循环数服从几何分布可得

$$E \int_0^{T_1} e^{\alpha W_1(t)} dt = \frac{E \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W_1(t)} dt}{p_2}. \tag{11}$$

进而由更新过程的遍历定理及式(11)和 $E[T_1] = E[\tau_1]/p_2$, 得到

$$E[e^{\alpha W_{1,e}}] = \frac{E \int_0^{T_1} e^{\alpha W_1(t)} dt}{E[T_1]} = \frac{\sum_{j=1}^2 E \int_0^{\tau_1} e^{\alpha W_1(t)} 1_{\{J(t)=j\}} dt}{E[\tau_1]}.$$

$$\tag{12}$$

将式(8)和(10)代入(12)即可确定其值.

在此基础上, 可求得

$$E[W_{1,e}] = \frac{d}{d\alpha} \{E[e^{\alpha W_{1,e}}]\}_{\alpha=0}. \tag{13}$$

式(13)利用(12)容易求得, 但结果冗长且繁琐, 考虑空间限制在此省略. 至此, 确定出第1阶段待定的全部函数, 即式(6)、(10)和(13).

3.2 第2阶段有关函数的确定

过程 W_2 是从水平 \bar{C} 出发, 在区间 $[0, C]$ 内运行的 Lévy 过程. 为求该阶段待定函数, 需先确定 W_2 的稳态分布函数. 将 $[0, C]$ 分解为 $[0, \bar{C}]$ 和 $[\bar{C}, C]$. 若用 $f(\cdot)$ 表示 W_2 的稳态密度函数, $f_1(\cdot)$ 和 $f_2(\cdot)$ 分别表示 W_2 在 $[\bar{C}, C]$ 和 $[0, \bar{C}]$ 的稳态密度函数, 则有

$$f(x) = f_1(x)I_{[\bar{C}, C]}(x) + f_2(x)I_{[0, \bar{C}]}(x).$$

其中: $I_\Omega(x)$ 为指示函数, $x \in \Omega$ 时, $I_\Omega(x) = 1$, $x \notin \Omega$ 时, $I_\Omega(x) = 0$. 显然在水平 C 上, 概率 $P_0 = P(W_2 = C) > 0$.

下面, 用水平穿越法^[13] 确定 P_0 、 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$.

W_2 的稳态密度等于其上穿(或下穿)水平 x 的长程平均数, 由 PASTA 原则, 使 W_2 系统点轨迹上穿和下穿某一水平速率相等, 构建一系列平衡方程.

针对 $W_2 \in [\bar{C}, C]$, 构建速率平衡方程

$$\mu_2 f_1(x) = \lambda_2 \int_x^C e^{-v_2(y-x)} f_1(y) dy + \theta_2 \int_x^C f_1(y) dy + \lambda_2 e^{-v_2(C-x)} P_0 + \theta_2 P_0. \tag{14}$$

其中: 等式左边为需求引起系统点上穿水平 x 速率; 右边第1项为量大于 $y - x$ 退货到达, 引起位于 $y \in (x, C]$ 的系统点下穿水平 x 速率; 第2项为供应商中断结束, 引起位于 $y \in (x, C]$ 系统点下穿水平 x 速率; 第3和第4项分别为量大于 $C - x$ 退货到达和供应商中断结束, 引发位于水平 C 上系统点下穿水平 x 速率.

定义微分算子 $\langle D \rangle = d/dx$. 对式(14)两边运用 $\langle D \rangle \langle D - v_2 \rangle$, 得到

$$\mu_2 f_1''(x) - (\mu_2 v_2 - \lambda_2 - \theta_2) f_1'(x) - v_2 \theta_2 f_1(x) = 0. \tag{15}$$

式(15)对应的特征方程为

$$\mu_2 \omega^2 - (v_2 \mu_2 - \lambda_2 - \theta_2) \omega - \theta_2 v_2 = 0. \tag{16}$$

求解式(16), 得到两根如下:

$$\omega_1 = \frac{\mu_2 v_2 - \lambda_2 - \theta_2 + \sqrt{(\mu_2 v_2 - \lambda_2 - \theta_2)^2 + 4\theta_2 \mu_2 v_2}}{2\mu_2},$$

$$\omega_2 = \frac{\mu_2 v_2 - \lambda_2 - \theta_2 - \sqrt{(\mu_2 v_2 - \lambda_2 - \theta_2)^2 + 4\theta_2 \mu_2 v_2}}{2\mu_2}.$$

得到式(15)的通解为

$$f_1(x) = A_1 e^{\omega_1 x} + A_2 e^{\omega_2 x}, \tag{17}$$

其中 A_1 和 A_2 为待定常数.

针对 $W_2 \in [0, \bar{C}]$, 构建速率平衡方程

$$\mu_2 f_2(x) + \theta_2 \int_0^x f_2(y) dy = \lambda_2 \int_x^{\bar{C}} e^{-v_2(y-x)} f_2(y) dy + \lambda_2 \int_{\bar{C}}^C e^{-v_2(y-x)} f_1(y) dy + \lambda_2 P_0 e^{-v_2(C-x)}.$$

$$\tag{18}$$

参考式(14)的说明, 式(18)构建不难理解, 此略.

同理, 对式(18)两边运用 $\langle D \rangle \langle D - v_2 \rangle$, 可得

$$f_2(x) = B_1 e^{\omega_1 x} + B_2 e^{\omega_2 x}, \tag{19}$$

其中 B_1 和 B_2 为待求常数.

下面求常数 P_0 、 A_1 、 A_2 、 B_1 和 B_2 . 将式(17)代入(14), 令 x 分别取 C 和 \bar{C} , 可得

$$(\lambda_2 + \theta_2) P_0 - \mu_2 e^{\omega_1 C} A_1 - \mu_2 e^{\omega_2 C} A_2 = 0, \tag{20}$$

$$(\lambda_2 e^{-v_2 r} + \theta_2) P_0 - \sum_{j=1}^2 \left\{ \left[\mu_2 e^{\omega_j \bar{C}} \frac{\theta_2 (e^{\omega_j C} - e^{\omega_j \bar{C}})}{\omega_j} - \frac{\lambda_2 (e^{\omega_j C - v_2 r} - e^{\omega_j \bar{C}})}{\omega_j - v_2} \right] A_j \right\} = 0. \quad (21)$$

将式(17)和(19)代入(18), 令 x 分别取 0 和 \bar{C} , 可得

$$\lambda_2 e^{-v_2 C} P_0 + \sum_{j=1}^2 \left\{ \left[\frac{\lambda_2}{\omega_j - v_2} (e^{(\omega_j - v_2) C} - e^{(\omega_j - v_2) \bar{C}}) \right] A_j + \left[\frac{\lambda_2}{\omega_j - v_2} (e^{(\omega_j - v_2) \bar{C}} - 1) - \mu_2 \right] B_j \right\} = 0, \quad (22)$$

$$\lambda_2 e^{-v_2 r} P_0 + \sum_{j=1}^2 \left\{ \left[\frac{\lambda_2}{\omega_j - v_2} (e^{(\omega_j C - v_2 r)} - e^{\omega_j \bar{C}}) \right] A_j - \left[\mu_2 e^{\omega_j \bar{C}} + \frac{\theta_2 (e^{\omega_j \bar{C}} - 1)}{\omega_j} \right] B_j \right\} = 0. \quad (23)$$

另外, W_2 的密度函数还需满足下列标准条件:

$$P_0 + \int_0^{\bar{C}} f_2(y) dy + \int_{\bar{C}}^C f_1(y) dy = 1. \quad (24)$$

将式(17)和(19)代入(24), 得到

$$P_0 + \sum_{j=1}^2 \left[\frac{(e^{\omega_j C} - e^{\omega_j \bar{C}})}{\omega_j} A_j + \frac{(e^{\omega_j \bar{C}} - 1)}{\omega_j} B_j \right] = 1. \quad (25)$$

由式(20)~(23)和(25)构成的方程组, 可求得 P_0, A_1, A_2, B_1 和 B_2 , 从而得到 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$.

利用得到的 $P_0, f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 求待定函数. 首先根据退货是到达率为 λ_2 的复合 Poisson 过程, 得到退货超出容量 C 限制的有效到达率为

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} = & \lambda_2 \left\{ P_0 e^{-v_2 C} + \int_{\bar{C}}^C e^{-v_2 y} f_1(y) dy + \int_0^{\bar{C}} e^{-v_2 y} f_2(y) dy \right\} = \\ & \lambda_2 \left\{ P_0 e^{-v_2 C} + \sum_{j=1}^2 \left[\frac{(e^{(\omega_j - v_2) C} - e^{(\omega_j - v_2) \bar{C}})}{\omega_j - v_2} A_j + \frac{(e^{(\omega_j - v_2) \bar{C}} - 1)}{\omega_j - v_2} B_j \right] \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

退货批量服从参数为 v_2 的指数分布, 求得超出存储容量 C 条件下退货的期望处理量为

$$E[\Gamma] = \bar{\lambda} \left(\frac{1}{v_2} \right) \left(\frac{1}{\theta_2} \right). \quad (27)$$

然后根据 W_2 在水平 C 上概率 P_0 等于零售商发生短缺的长程时间比例, 求得期望短缺量为

$$E[II] = P_0 \mu_2 \left(\frac{1}{\theta_2} \right). \quad (28)$$

求得稳态 W_2 的期望为

$$\begin{aligned} E[W_{2,e}] = & P_0 C + \int_0^{\bar{C}} x f_2(x) dx + \int_{\bar{C}}^C x f_1(x) dx = \\ & P_0 C + \sum_{j=1}^2 \left\{ \left[\left(C - \frac{1}{\omega_j} \right) e^{\omega_j C} - \left(\bar{C} - \frac{1}{\omega_j} \right) e^{\omega_j \bar{C}} \right] \frac{A_j}{\omega_j} + \left[\left(\bar{C} - \frac{1}{\omega_j} \right) e^{\omega_j \bar{C}} + \frac{1}{\omega_j} \right] \frac{B_j}{\omega_j} \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

最后, 由于 T_2 服从指数分布, 根据 PASTA 原理可知, $W_2(T_2^-)$ 的分布函数与 W_2 的平稳分布相同, 有

$$E[W_2(T_2^-)] = E[W_{2,e}]. \quad (30)$$

至此, 确定出第2阶段待定的全部函数, 即式(27)~(30).

4 仿真及分析

利用前文得到的函数, 构建系统优化模型如下:

$$\begin{aligned} \min \text{TC}(r, C) = & \frac{E[\text{CH}] + E[\text{CR}] + E[\text{CD}] + E[\text{CS}] + E[\text{CO}]}{E[T]}, \\ \text{s.t. } & r < C. \end{aligned}$$

显然, 上式是带约束条件的非线性优化函数, 利用 Matlab 可确定其最优解.

仿真目的是分析新环境下系统参数变化对最优控制策略 r^* 和 C^* 及费用 TC^* 的影响. 因没有需求(退货)与供应中断间函数可供使用, 借鉴常用的需求和价格乘法模式, 定义需求率和供应中断间关系为

$$\mu_2 = \mu_1 e^{\delta \rho / (1 + \rho)}.$$

其中 δ 为需求与供应中断的相关度, ρ 为中断强度(即平均中断时间与供应时间之比 θ_1 / θ_2). 同样, 定义退货率和供应中断关系为

$$\gamma_2 = \gamma_1 e^{-\varepsilon \rho / (1 + \rho)},$$

其中 ε 为退货与供应中断的相关度. 显然, 若 δ 和 ε 等于 0, 则有 $\mu_2 = \mu_1, \gamma_2 = \gamma_1$, 表示需求和退货与供应中断不相关. 实验参数基本值为: $\mu_1 = 50, v_1 = 0.15, \theta_1 = 0.25, \gamma_1 = 0.3, c_r = 6, c_o = 3, c_\pi = 18, c_h = 0.5, c_f = 50, c_d = 15$.

针对需求与中断相关情况, 研究中断强度和类型变化的影响. 这里, 中断类型变化通过给定中断强度 $\rho = 1$ 调整恢复率 θ_2 值实现. 其他参数取基本值, 图2和图3分别给出了系统的最优结果.

图2表明, 随着 δ 或 ρ 增加, r^*, C^* 和 TC^* 均增大. 其原因是, 增大 δ 或 ρ , 均导致需求率 μ_2 增加, 为避免产生较大短缺和订货费用, 零售商提高 r^* 和 C^* , 由此引起 TC^* 增大.

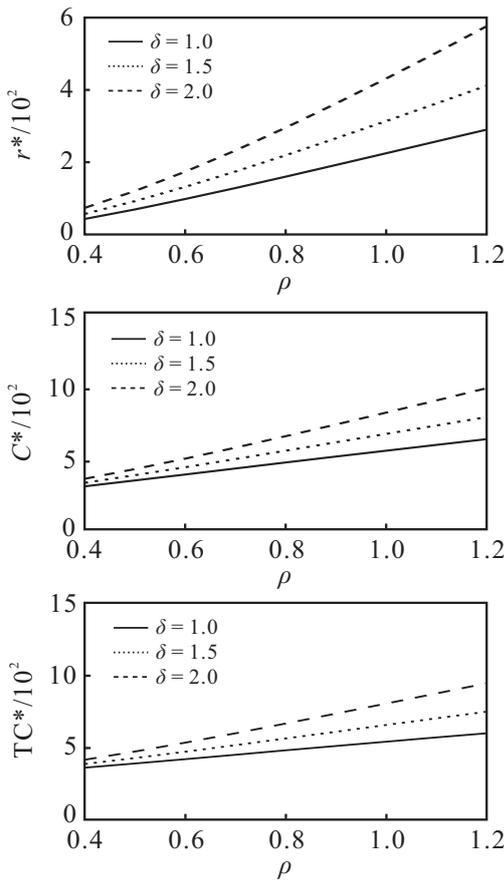


图2 δ 和 ρ 变化对应的最优库存策略和费用

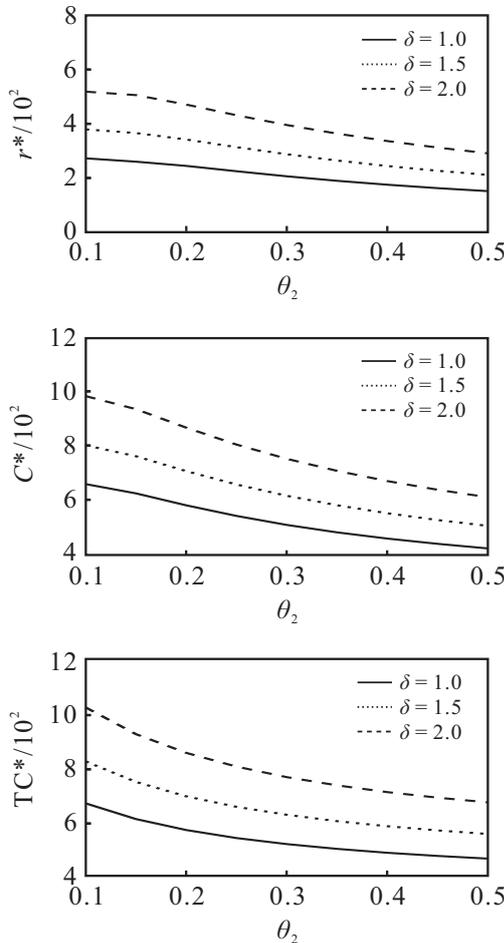


图3 δ 和 θ_2 变化对应的最优库存策略和费用

对比图2和3可知,中断类型变化不改变 δ 对 r^* 、 C^* 和 TC^* 的影响趋势.但随着 θ_2 增大, r^* 、 C^* 和 TC^* 均趋于减小.其理由是,随着 θ_2 从小到大变化,中断类型由频率低持续时间长转为频率高持续时间短,供应商能从中断中较快恢复,零售商不需保持较高库存防御中断造成的短缺,故 r^* 和 C^* 均逐渐降低, TC^* 也随之减小.

针对退货与中断相关情况,研究退货率和退货类型变化的影响.参考上面分析,退货率的影响易得,此处不再赘述.下面分析退货类型影响.类型变化通过给定退货率=0.2调整参数 v_2 实现.其他参数取基本值,图4给出了最优结果.

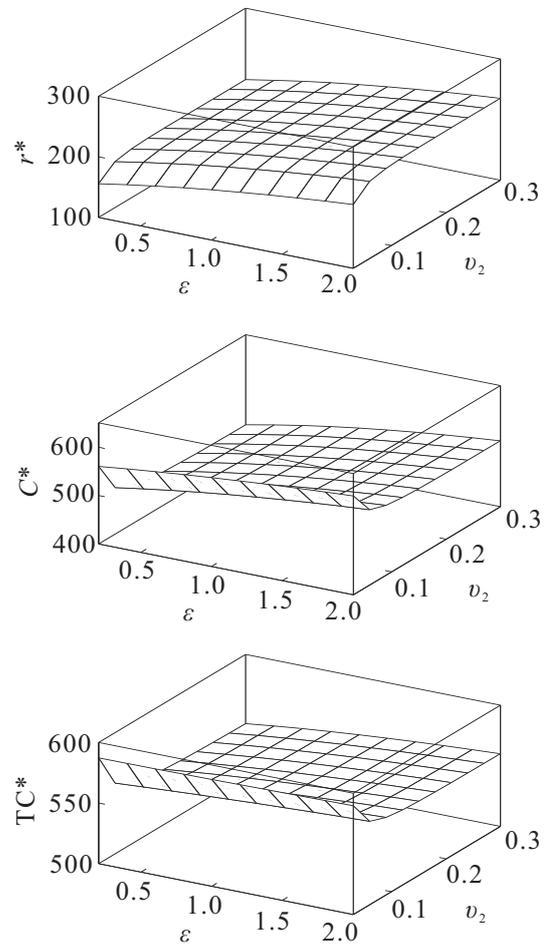


图4 ϵ 和 v_2 变化对应的最优库存策略和费用

由图4可知:当 ϵ 增加时, r^* 、 C^* 和 TC^* 均趋于增大;当 v_2 增加时, r^* 和 C^* 分别在增大和下降后趋于稳定.其原因是,随着 ϵ 增加, γ_2 逐渐减少,由此导致净需求率不断增大,故 r^* 、 C^* 和 TC^* 趋于增大.当 γ_2 固定时,随着 v_2 从小到大变化,状态2上退货类型从批次小批量大转为批次大批量小.此时,退货造成库存超出容量限制的概率不断减小,故 C^* 逐渐降低,退货处理费和库存费也趋于减小.在中断持续时间不变的条件下,短缺费占总费用比例逐渐升高.为减轻短

缺影响, r^* 趋于增大, 上述费用的降低又导致 TC^* 不断减小. 当 v_2 较大时, 退货引发库存超出容量限制概率很小, 故 C^* 和 r^* 及 TC^* 变化趋于稳定.

费用参数的影响符合人们预期, 即 c_h 或 c_o 增加时, r^* 和 C^* 均减小; c_π 增加时, r^* 和 C^* 均增大. 而增加 c_f 或 c_d , r^* 减小, C^* 增大. 又因为退货是不可控的, 故 c_r 变化对控制策略无影响. 上述参数增加均导致 TC^* 增大, 考虑空间限制, 仿真结果省略.

5 结 论

需求和退货与供应中断相关环境下的库存控制非常困难. 本文通过将库存水平变化表示为 Markov 调制 Lévy 过程, 利用水平穿越、更新过程、多维鞅理论和方法, 研究了系统长程平均总费用率模型的构建, 并通过仿真实验得到如下管理启示: 最优库存控制策略和费用, 既与需求和中断相关度有关, 又与退货和中断相关度及退货类型有关. 另外, 供应中断强度和类型均会对系统产生影响, 当中断强度增大或中断类型由频率高持续短转为频率低持续时间长时, 系统最优订货和存储水平及费用均趋于增大.

在此基础上, 可结合备用或多源采购中断防御策略进行研究, 以期更好地满足实际需求.

参考文献(References)

- [1] 如何降低零售业的缺货率[EB/OL]. (2014-04-06) [2019-05-08]. <http://www.chinawuliu.com.cn/xsyj/200507/04/134312.shtml>.
- [2] 石俊. 应对高退货率唯品会逆势提价物流[EB/OL]. (2014-05-06) [2019-05-08]. <http://www.eeo.com.cn/2013/0717/246681.shtml>.
- [3] Lucker F, Seifert R W, Bicer I. Roles of inventory and reserve capacity in mitigating supply chain disruption risk[J]. *International Journal of Production Research*, 2019, 57(4): 1238-1249.
- [4] Azad N, Hassini E. Recovery strategies from major supply disruptions in single and multiple sourcing networks[J]. *European Journal of Operational Research*, 2019, 275(2): 481-501.
- [5] Kamalahmadi M, Parast M M. An assessment of supply

chain disruption mitigation strategies[J]. *International Journal of Production Economics*, 2017, 184(2): 210-230.

- [6] Snyder L V, Atan Z, Peng P, et al. OR/MS models for supply chain disruptions: A review[J]. *IIE Transactions*, 2016, 48(2): 89-109.
- [7] Tsao Y C, Raj P V, Yu V. Product substitution in different weights and brands considering customer segmentation and panic buying behavior[J]. *Industrial Marketing Management*, 2019, 77(2): 209-220.
- [8] Tran T, Gurnani H, Desiraju R. Optimal design of return policies[J]. *Marketing Science*, 2018, 37(4): 649-667.
- [9] 娄山佐, 田新诚. 随机供应中断和退货环境下库存问题的建模与控制[J]. *自动化学报*, 2014, 40(11): 2436-2444.
(Lou S Z, Tian X C. Modeling and control for inventory problems under stochastic supply disruptions and returns[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(11): 2436-2444.)
- [10] Torabi S A, Namdar J, Hatefi S M, et al. An enhanced possibilistic programming approach for reliable closed-loop supply chain network design[J]. *International Journal of Production Research*, 2016, 54(5): 1358-1387.
- [11] Avili M G, Naeini S G J, Moghaddam R T, et al. A fuzzy pricing model for a green competitive closed-loop supply chain network design in the presence of disruptions[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2018, 188(3): 425-442.
- [12] Asmussen A, Kella O. A multi-dimensional martingale for Markov additive processes and its applications[J]. *Advance in Applied Probability*, 2000, 32(2): 376-393.
- [13] Brill P H. Level crossing methods in stochastic models[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2008: 300-346.

作者简介

娄山佐(1964—), 男, 副教授, 从事复杂系统建模与仿真、库存控制、优化算法等研究, E-mail: Lshanzuo@163.com;

荣学文(1973—), 男, 教授, 从事仿生机器人机构设计与优化、液压伺服传动技术等研究, E-mail: rongxw@sdu.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)