

控制与决策

Control and Decision

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

隋维舜, 段广仁, 张卯瑞

引用本文:

隋维舜, 段广仁, 张卯瑞. 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(5): 1049–1058.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

隋维舜[†], 段广仁, 张卯瑞

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对角速度信息不可测条件下的多航天器系统姿态协同跟踪控制问题, 提出一种基于积分滑模的分布式固定时间姿态协同跟踪控制方法. 基于 bi-limit 齐次性理论设计一种新型的固定时间收敛的积分滑模面. 为估计出不可测的航天器信息, 提出一种固定时间观测器, 同时为减少航天器间的通信信息流, 引入滑模估计器估计领航者的姿态信息. 结合固定时间观测器、滑模估计器和积分滑模方法设计分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制器, 保证各跟随航天器在固定时间内实现对领航者姿态的协同跟踪. 通过代数图论和 Lyapunov 理论证明闭环系统的固定时间稳定性. 通过对比仿真结果验证所提出的控制方法的有效性和优越性.

关键词: 多航天器系统; 姿态协同跟踪; 固定时间控制; 齐次性理论; 积分滑模; 固定时间观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0968

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 隋维舜, 段广仁, 张卯瑞. 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1049-1058.

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

SUI Wei-shun[†], DUAN Guang-ren, ZHANG Mao-rui

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A distributed fixed-time attitude coordination tracking control scheme is proposed based on integral sliding mode for multiple rigid spacecraft on condition of that the angular velocities of members are not available. A novel integral sliding mode is designed based on the bi-limit homogeneous technique, which achieves fixed-time convergence. A fixed-time observer is proposed to obtain an estimation of unmeasurable spacecraft information and a sliding-mode estimator is introduced to estimate the leader's attitude, which reduces the communication flow between spacecraft. By combining the fixed-time observer, the sliding mode estimator and the integral sliding mode method, a distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking controller is designed to guarantee that follower spacecraft simultaneously track the leader's attitude in fixed time. The fixed-time stability of the closed-loop system is ensured by employing the algebraic graph theory and Lyapunov techniques. Simulation comparison results show the effectiveness and superiority of the proposed control scheme.

Keywords: multiple rigid spacecraft; attitude coordination tracking; fixed-time control; homogeneous technique; integral sliding mode; fixed-time observer

0 引言

近年来, 航天器编队协同控制已成为研究的热点问题. 相较于传统单体航天器体积大、结构复杂、维护难度大的劣势, 由多颗相互协同的小型航天器组成的编队系统具有成本低、可靠性高等优势^[1]. 由于分布式合成孔径雷达、三维立体成像等多航天器编队对地观测任务需要各航天器指向地球上的特定位置, 这就必须保证各航天器能跟踪上预设的姿态轨

迹. 因此姿态协同跟踪控制是航天器编队协同控制中的一项重要技术, 近年来吸引了许多学者的关注^[2-4]. 文献[5]考虑了一组深空编队航天器的姿态协同控制问题, 针对无向通信拓扑和有向通信拓扑两种条件分别设计了分布式姿态协同控制律; 文献[6]针对时变通信拓扑条件, 基于滑模方法设计了姿态协同跟踪控制律, 实现了各航天器对期望姿态的跟踪.

有限时间控制具有快速收敛、控制精度高以及

收稿日期: 2019-07-10; 修回日期: 2019-11-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61690210, 61690212).

责任编委: 张国山.

[†]通讯作者. E-mail: suiweishunhit@163.com.

鲁棒性强等特点,因此近年来得到了国内外学者的广泛关注.滑模控制是实现有限时间控制的有效方法,包括终端滑模(TSM)^[7]和高阶滑模(HOSM)^[8].文献[9]利用终端滑模实现了系统状态的有限时间收敛.然而终端滑模无法保证到达段上系统的鲁棒性,抖振也无法完全消除.积分滑模是一种特殊的高阶滑模,由于滑模面中存在积分项,系统状态在初始时刻 $t_0 = 0$ 就在滑动段,省略了到达段,保证了系统的全局鲁棒性.文献[10]利用积分滑模设计自适应姿态协同控制器,解决了存在通信时滞的航天器姿态协同控制问题,然而其收敛时间依赖于系统的初始状态,限制了其在实际航天工程中的应用.为了解决这个问题,文献[11]基于固定时间概念^[12]提出了控制律设计方法,保证可以得到独立于初始条件的收敛时间上界.因此,设计固定时间姿态协同跟踪控制律具有较高的理论价值和工程意义.

在工程应用中,由于受到成本和环境干扰等因素影响,航天器会出现无法携带角速度测量装置或者测量装置出现故障不可用的问题.为了解决这个问题,可以通过设计观测器来估计出角速度信息.文献[13]提出了一种分布式有限时间观测器,结合齐次性理论设计了姿态协同控制律,实现了系统的半全局稳定.然而其无法给出独立于初始条件的收敛时间上界,因此,设计固定时间观测器在工程应用上很有意义.

综合上述分析和讨论,本文提出一种固定时间积分滑模,针对编队航天器的输出反馈姿态协同跟踪控制问题,利用固定时间观测器和滑模估计器,设计基于积分滑模的分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制律.相比已有的研究成果,本文的创新点在于:

1) 本文提出一种观测器,可实现在固定时间内对航天器角速度信息的估计,相比于文献[13]中的有限时间观测器,可给出明确的观测器收敛时间上界;

2) 基于bi-limit齐次性方法设计的积分滑模可以实现系统状态的固定时间稳定,相比于文献[14]中的有限时间结果,可给出独立于初始条件的收敛时间上界,结果更具工程意义;

3) 结合固定时间观测器和滑模估计器,设计分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制器,所设计的控制器不需要邻接航天器的控制输入信息,可减少航天器之间的通信信息流,同时避免代数环问题.

本文所用符号说明: \mathbf{R} 表示实数集合; \mathbf{R}_+ 表示正实数集合; \mathbf{R}^n 和 $\mathbf{R}^{n \times n}$ 分别表示 n 维实向量空间和 $n \times n$ 阶实矩阵集合; $\|\cdot\|$ 表示向量的Euclidean范数;对于任意的 $a \in \mathbf{R}_+$ 和 $x \in \mathbf{R}$,定义函数 $\text{sig}^a(x) = \text{sign}(x)|x|^a$, $\text{sign}(x)$ 表示符号函数, $|\cdot|$ 表示绝对值;对于向量 $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T$,定义 $\text{sig}^a(\mathbf{z}) =$

$(\text{sig}^a(z_1), \text{sig}^a(z_2), \dots, \text{sig}^a(z_n))^T$ 以及 $\text{sign}(\mathbf{z}) = (\text{sign}(z_1), \text{sign}(z_2), \dots, \text{sign}(z_n))^T$.

1 预备知识与问题描述

1.1 航天器姿态运动学与动力学模型

考虑一组航天器包括 n 个跟随航天器和一个领航航天器(标记为0),第 i 个跟随航天器的姿态模型由修正罗德里格参数(modified Rodrigues parameters, MRPs)^[15]描述,其姿态运动学与动力学模型^[16]为

$$\mathbf{J}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -\boldsymbol{\omega}_i^\times \mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{u}_i; \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{T}_i(\mathbf{q}_i) \boldsymbol{\omega}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

其中: $\mathbf{J}_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为惯性矩阵, $\boldsymbol{\omega}_i \in \mathbf{R}^3$ 为第 i 个跟随航天器在本体坐标系下的角速度, $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^3$ 为控制力矩, $\mathbf{q}_i \in \mathbf{R}^3$ 为描述航天器姿态的修正罗德里格参数. $\mathbf{z}^\times \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 定义为对角线元素全为零的反对称矩阵,雅可比矩阵 $\mathbf{T}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 定义为

$$\mathbf{T}_i(\mathbf{q}_i) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \mathbf{q}_i^T \mathbf{q}_i}{2} \mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_i^\times + \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \right), \quad (3)$$

这里 \mathbf{I}_3 为3阶单位矩阵.

定义 $\mathbf{T}_i(\mathbf{q}_i)^{-1} = \mathbf{P}_i(\mathbf{q}_i)$,通过适当的变换,姿态方程(1)和(2)可以转换为如下形式:

$$\ddot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{h}_i + \bar{\mathbf{u}}_i. \quad (4)$$

其中: $\mathbf{h}_i = [\dot{\mathbf{T}}_i \mathbf{P}_i + \mathbf{T}_i \mathbf{J}_i^{-1} (\mathbf{J}_i \mathbf{P}_i \dot{\mathbf{q}}_i)^\times \mathbf{P}_i] \dot{\mathbf{q}}_i$, $\bar{\mathbf{u}}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{J}_i^{-1} \times \mathbf{u}_i$.由于本文的控制律是基于式(4)得到的,因此本文中的方法可以应用到一类二阶非线性系统中.

领航航天器0的姿态轨迹是时变参考轨迹 \mathbf{q}_d 且满足以下假设.

假设1 参考轨迹 \mathbf{q}_d 以及其两阶导数 $\dot{\mathbf{q}}_d$ 和 $\ddot{\mathbf{q}}_d$ 都是有界的且满足 $\sup |\dot{q}_{dm}| \leq \nu_1$, $\sup |\ddot{q}_{dm}| \leq \nu_2$.其中: $m = 1, 2, 3$, ν_1 和 ν_2 均为正常数.

1.2 代数图论

本文引入代数图论描述编队航天器之间的通信拓扑关系,无向图 $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{A})$ 由有限非空点集 $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$,边集 $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{V} \times \mathbf{V}$ 和邻接矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 组成.其中:点 v_i 表示第 i 个跟随航天器,无向图中的边 $(v_i, v_j) \in \boldsymbol{\varepsilon}$ 表示 v_j 可以获取 v_i 的信息,反之亦然,即 $(v_i, v_j) \in \boldsymbol{\varepsilon} \Leftrightarrow (v_j, v_i) \in \boldsymbol{\varepsilon}$.定义 $\mathbf{N}_i = \{v_j \in \mathbf{V} : (v_i, v_j) \in \boldsymbol{\varepsilon}\}$ 为 v_i 的邻接集合,邻接矩阵元素 a_{ij} 定义为:当 $(v_j, v_i) \in \boldsymbol{\varepsilon}$ 时, $a_{ij} = 1$,否则 $a_{ij} = 0$,另外令 $a_{ii} = 0$.如果任意两点 i 与 j 之间都存在路径,则称图 \mathbf{G} 为连通图.本文中的图 \mathbf{G} 假设为无向连通图.图 \mathbf{G} 的Laplacian矩阵定义为 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$,其中 $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$, $d_i = \sum_{j \in \mathbf{N}_i} a_{ij}$.由于存在一个领航航天器,定义 $\bar{\mathbf{G}}$ 为领航航天器与跟随航天器组成的图.定义矩阵 $\mathbf{B} = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$

为领航航天器与跟随航天器之间的邻接矩阵,当 v_i 可以直接获取领航航天器的信息时, $b_i = 1$,反之 $b_i = 0$.进一步定义矩阵 $H = L + B$.

1.3 定义与引理

考虑如下系统:

$$\dot{z} = g(t, z), z(0) = z_0. \tag{5}$$

其中: $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T \in \mathbf{R}^n, g: \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n, g = (g_1(z), g_2(z), \dots, g_n(z))^T$ 为非线性向量场.假设原点是系统(5)的一个平衡点,并假设(5)的解起始于 $t_0 = 0$ 时刻, $z(t, z_0)$ 是以 z_0 为初始条件的解.定义 $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T \in \mathbf{R}^n$ 为权值向量,其中 $r_i > 0$,对于任意 $\varepsilon > 0, \Gamma_\varepsilon^r(z) = [\varepsilon^{r_1} z_1, \varepsilon^{r_2} z_2, \dots, \varepsilon^{r_n} z_n]^T$ 为扩张映射.

定义1^[11] 如果系统(5)的原点全局渐近稳定并且任意解 $z(t, z_0)$ 在有限时刻内到达平衡点,即 $z(t, z_0) = 0, \forall t \geq T(z_0)$,其中 $T: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$ 为收敛时间函数,则系统(5)的原点是全局有限时间稳定的;进一步地,如果 $T(z_0)$ 是有界的,即 $\exists T_{\max} > 0: T(z_0) \leq T_{\max}, \forall z_0 \in \mathbf{R}^n$,则系统(5)的原点是固定时间稳定的.

定义2^[17] 如果对于 $k \in \mathbf{R}$,所有的 $z \in \mathbf{R}^n$ 和任意给定的 $\varepsilon > 0$,函数 $V(z): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 满足 $V(\Gamma_\varepsilon^r(z)) = \varepsilon^k V(z)$,则称 $V(z)$ 相对于权值向量 r 是齐次的,且齐次度为 k ;如果对于每个 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$,向量场 $g(z): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 都满足 $g_i(\Gamma_\varepsilon^r(z)) = \varepsilon^{k+r_i} g_i(z)$,则称 $g(z)$ 相对于权值向量 r 是齐次的,且齐次度为 k .

定义3^[18] 令 $r_p = [r_{p,1}, r_{p,2}, \dots, r_{p,n}]^T \in \mathbf{R}^n$ 为权值向量, $k_p \in \mathbf{R}$ 为齐次度,如果函数 $V(z), V_p(z): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 是连续的且不恒为零,且对于任意紧集 $C \in \mathbf{R}^n \setminus \{0\}$ 都满足 $\lim_{\varepsilon \rightarrow p} \max_{z \in C} |\varepsilon^{-k_p} V(\Gamma_\varepsilon^{r_p}(z)) - V_p(z)| = 0$,则称 $V(z)$ 相对于 (r_p, k_p, V_p) 在 p -limit ($p = 0$ 或 ∞)下是齐次的,其中 V_p 是趋近函数;令 $g(z), g_p(z): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为向量场,如果对于每个 $i \in \{1, 2, \dots, n\}, k_p + r_{p,i} > 0$ 成立并且函数 $g_i(z)$ 相对于 $(r_p, k_p + r_{p,i}, g_{p,i})$ 在 p -limit ($p = 0$ 或 ∞)下是齐次的,则称 $g(z)$ 相对于 (r_p, k_p, g_p) 在 p -limit ($p = 0$ 或 ∞)下是齐次的,其中 g_p 是趋近向量场.

定义4^[18] 如果一个函数(或者向量场)在0-limit和 ∞ -limit下同时都是齐次的,则称其在bi-limit下是齐次的.

引理1^[11] 考虑系统(5),如果存在一个连续的径向无界函数 $V: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$ 满足:1) $V(z) = 0 \Leftrightarrow z = 0$;2) 系统的任意解 $z(t)$ 满足 $D^*V(z(t)) \leq -(\alpha V^p(z(t)) + \beta V^q(z(t)))^k$,其中 α, β, p, q, k 为正实

数且 $pk < 1, qk > 1, D^*V(t)$ 表示函数 $V(t)$ 的右上导数, $D^*V(t) = \limsup_{h \rightarrow 0^+} \frac{V(t+h) - V(t)}{h}$.则系统(5)的原点是固定时间稳定的,收敛时间 $T(z_0)$ 满足

$$T(z_0) \leq \frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(qk-1)}, \forall z_0 \in \mathbf{R}^n. \tag{6}$$

引理2^[18] 考虑系统(5),如果 $g(z)$ 在bi-limit下相对于 (r_0, k_0, g_0) 和 $(r_\infty, k_\infty, g_\infty)$ 是齐次的,并且系统 $\dot{z} = g(z), \dot{z}_0 = g_0(z)$ 和 $\dot{z}_\infty = g_\infty(z)$ 的原点都是全局渐近稳定的,则以下结论成立:

1) 当 $k_\infty > 0 > k_0$ 时,系统(5)的原点是固定时间稳定的;

2) 如果实数 d_{V_0} 和 d_{V_∞} 分别满足 $d_{V_0} > \max_{1 \leq i \leq n} r_{0,i}$ 和 $d_{V_\infty} > \max_{1 \leq i \leq n} r_{\infty,i}$,则存在一个连续正定函数

$V(z)$ 满足函数 $\frac{\partial V}{\partial z_i}$ 在bi-limit下相对于 $(r_0, d_{V_0} - r_{0,i}, \frac{\partial V_0}{\partial z_i})$ 和 $(r_\infty, d_{V_\infty} - r_{\infty,i}, \frac{\partial V_\infty}{\partial z_i})$ 是齐次的, $\frac{\partial V}{\partial z} g(z)$ 是负定的,且满足

$$\frac{\partial V}{\partial z} g(z) \leq -k_v \Lambda \left(V^{\frac{d_{V_0} + k_0}{d_{V_0}}}, V^{\frac{d_{V_\infty} + k_\infty}{d_{V_\infty}}} \right). \tag{7}$$

其中: k_v 为正实数;函数 $\Lambda: \mathbf{R}_+^2 \rightarrow \mathbf{R}_+$ 定义为 $\Lambda(a, b) = \frac{a}{1+a}(1+b), a, b \in \mathbf{R}_+$.

1.4 问题描述

考虑一个由 n 个跟随航天器与一个领航航天器组成的航天器系统,定义姿态跟踪误差 e_{1i} 和 e_{2i} 为

$$e_{1i} = q_i - q_d, e_{2i} = \dot{q}_i - \dot{q}_d. \tag{8}$$

则由式(4)可得

$$\dot{e}_{1i} = e_{2i}, \dot{e}_{2i} = h_i - \ddot{q}_d + \ddot{u}_i. \tag{9}$$

针对多航天器固定时间姿态协同跟踪控制问题,本文将在角速度信息不可测的限制条件下设计分布式输出反馈姿态协同跟踪控制律,使得姿态跟踪误差 e_{1i} 和 e_{2i} 在固定时间内收敛到零,即实现各跟随航天器对领航航天器姿态轨迹 q_d 的协同跟踪.

2 固定时间积分滑模面设计

首先,本文将文献[18]的固定时间状态反馈结果由标量形式推广到矢量形式,且推广是非平凡的.

考虑以下系统的固定时间稳定性:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = v_{\text{nom}}. \tag{10}$$

其中: $x_1, x_2 \in \mathbf{R}^3$ 为状态变量; $v_{\text{nom}} \in \mathbf{R}^3$ 为控制输入,且有

$$v_{\text{nom}} = -\sigma_1 \|x_1\|^{\gamma_1-1} x_1 - \sigma_1' x_1 - \sigma_1'' \|x_1\|^{\gamma_1'-1} x_1 - \sigma_2 \|x_2\|^{\gamma_2-1} x_2 - \sigma_2' x_2 - \sigma_2'' \|x_2\|^{\gamma_2'-1} x_2. \tag{11}$$

这里: $\sigma_i, \sigma_i', \sigma_i''$ 为正常数,定义 $\gamma \in (0, 1), \gamma_i, \gamma_i' (i =$

1, 2) 分别为

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{2-\gamma}, \gamma_2 = \gamma, \gamma'_1 = \frac{4-3\gamma}{2-\gamma}, \gamma'_2 = \frac{4-3\gamma}{3-2\gamma}. \quad (12)$$

然后定义 $\mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = [\mathbf{x}_2^T, \mathbf{v}_{\text{nom}}^T]^T$ 为闭环系统(10)的向量场, 进一步地定义两个向量场 $\mathbf{f}_{s_0}(\mathbf{x}) = [\mathbf{x}_2^T, \mathbf{v}_{\text{nom}0}^T]^T$ 和 $\mathbf{f}_{s_\infty}(\mathbf{x}) = [\mathbf{x}_2^T, \mathbf{v}_{\text{nom}\infty}^T]^T$. 其中: $\mathbf{v}_{\text{nom}0} = -\sigma_1 \|\mathbf{x}_1\|^{\gamma_1-1} \mathbf{x}_1 - \sigma_2 \|\mathbf{x}_2\|^{\gamma_2-1} \mathbf{x}_2$, $\mathbf{v}_{\text{nom}\infty} = -\sigma'_1 \|\mathbf{x}_1\|^{\gamma'_1-1} \mathbf{x}_1 - \sigma'_2 \|\mathbf{x}_2\|^{\gamma'_2-1} \mathbf{x}_2$. 由于对于任意 $\gamma \in (0, 1)$, $0 < \gamma_i < 1 < \gamma'_i < 2 (i = 1, 2)$ 都成立, 分别选择 $\mathbf{f}_{s_0}(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{f}_{s_\infty}(\mathbf{x})$ 作为 $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ 在 0-limit 和 ∞ -limit 下的趋近函数. 考虑向量场 $\mathbf{f}_{s_0}(\mathbf{x})$ 并定义 $\mathbf{r}_{s_0} = \left[\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{1}{1-\gamma}, \frac{1}{1-\gamma}, \frac{1}{1-\gamma} \right]^T$, 可得向量场 $\mathbf{f}_{s_0}(\mathbf{x})$ 是齐次的且具有负的齐次度 $k_{s_0} = -1$. 类似地, 定义 $\mathbf{r}_{s_\infty} = \left[\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{3-2\gamma}{1-\gamma}, \frac{3-2\gamma}{1-\gamma}, \frac{3-2\gamma}{1-\gamma} \right]^T$, 可得向量场 $\mathbf{f}_{s_\infty}(\mathbf{x})$ 是齐次的且具有正的齐次度 $k_{s_\infty} = 1$. 进一步可验证闭环系统(10)的向量场 $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ 在 bi-limit 下相对于 $(\mathbf{r}_{s_0}, k_{s_0}, \mathbf{f}_{s_0}(\mathbf{x}))$ 和 $(\mathbf{r}_{s_\infty}, k_{s_\infty}, \mathbf{f}_{s_\infty}(\mathbf{x}))$ 是齐次的.

命题1 考虑系统(10), 如果 $\sigma_i, \sigma'_i, \sigma''_i$ 均为正常数, $\gamma \in (0, 1)$ 且 γ_i, γ'_i 分别满足式(12), 则系统(10)的原点是固定时间稳定的, 并且收敛时间的上界为

$$T_f = \frac{2}{k_v(1-\vartheta_1)} + \frac{2}{k_v(\vartheta_2-1)}. \quad (13)$$

其中: $\vartheta_1 = \frac{d_{V_0} + k_{s_0}}{d_{V_0}}, \vartheta_2 = \frac{d_{V_\infty} + k_{s_\infty}}{d_{V_\infty}}, k_v$ 为正常数, $k_{s_0} = -1, k_{s_\infty} = 1, d_{V_0} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{1}{1-\gamma}\right), d_{V_\infty} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{3-2\gamma}{1-\gamma}\right)$.

证明 首先证明闭环系统(10)全局渐近稳定. 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{\sigma_1}{\gamma_1+1} \|\mathbf{x}_1\|^{\gamma_1+1} + \frac{\sigma'_1}{2} \|\mathbf{x}_1\|^2 + \frac{\sigma''_1}{\gamma'_1+1} \|\mathbf{x}_1\|^{\gamma'_1+1} + \frac{\|\mathbf{x}_2\|^2}{2}. \quad (14)$$

对 V_1 求导可得

$$\dot{V}_1 = -\sigma_2 \|\mathbf{x}_2\|^{\gamma_2+1} - \sigma'_2 \|\mathbf{x}_2\|^2 - \sigma''_2 \|\mathbf{x}_2\|^{\gamma'_2+1}. \quad (15)$$

因此由拉塞尔不变集原理^[19]可知闭环系统(10)的原点是全局渐近稳定的.

然后证明 $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ 在 0-limit 和 ∞ -limit 下的趋近系统都是全局渐近稳定的. 对于系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_{s_0}(\mathbf{x})$, 考虑 Lyapunov 函数 $V_0 = \frac{\sigma_1}{\gamma_1+1} \|\mathbf{x}_1\|^{\gamma_1+1} + \frac{\|\mathbf{x}_2\|^2}{2}$, 可以得到 $\dot{V}_0 = -\sigma_2 \|\mathbf{x}_2\|^{\gamma_2+1}$. 类似地, 对于系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_{s_\infty}(\mathbf{x})$, 考虑 Lyapunov 函数 $V_\infty = \frac{\sigma''_1}{\gamma'_1+1} \|\mathbf{x}_1\|^{\gamma'_1+1} + \frac{\|\mathbf{x}_2\|^2}{2}$, 可以得到 $\dot{V}_\infty = -\sigma''_2 \|\mathbf{x}_2\|^{\gamma'_2+1}$. 因此由拉塞

尔不变集原理^[19]可知系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_{s_0}(\mathbf{x})$ 和系统 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_{s_\infty}(\mathbf{x})$ 都是全局渐近稳定的. 考虑系统(10)的 bi-limit 齐次性, 由引理2可知系统(10)的原点是固定时间稳定的.

最后给出收敛时间的上界. 由引理2可知, 存在连续正定的 Lyapunov 函数 V_2 满足:

$$\dot{V}_2 \leq -k_v A(V_2^{\vartheta_1}, V_2^{\vartheta_2}). \quad (16)$$

其中: $\vartheta_1 = \frac{d_{V_0} + k_{s_0}}{d_{V_0}}, \vartheta_2 = \frac{d_{V_\infty} + k_{s_\infty}}{d_{V_\infty}}, k_{s_0} = -1, k_{s_\infty} = 1, d_{V_0} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{1}{1-\gamma}\right) > 1, d_{V_\infty} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{3-2\gamma}{1-\gamma}\right) > 1$. 则对于任意 $\gamma \in (0, 1)$, 可得 $0 < \vartheta_1 < 1 < \vartheta_2$. 利用文献[20]中的方法分析可得收敛时间 T_f 满足 $T_f \leq \frac{2}{k_v(1-\vartheta_1)} + \frac{2}{k_v(\vartheta_2-1)}$. \square

基于以上分析, 设计积分滑模面 $\mathbf{s}_v \in \mathbf{R}^3$ 如下:

$$\mathbf{s}_v(t) = \mathbf{x}_2(t) - \mathbf{x}_2(t_0) - \int_{t_0}^t \mathbf{v}_{\text{nom}}(\tau) d\tau. \quad (17)$$

其中: \mathbf{v}_{nom} 的形式如式(11)所示, 很明显积分滑模(17)满足条件 $\mathbf{s}_v(t_0) = \mathbf{0}$. 当 $\mathbf{s}_v(t) = \mathbf{0}$ 时, 可得 $\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{v}_{\text{nom}}$, 由命题1可知系统状态 \mathbf{x}_1 和 \mathbf{x}_2 在固定时间 T_f 内收敛到零. 因此, 积分滑模面(17)可以实现固定时间收敛.

基于姿态跟踪误差(8)和滑模面(17), 针对编队中第 i 个航天器的滑模面 $\mathbf{s}_i \in \mathbf{R}^3$ 设计为

$$\mathbf{s}_i(t) = \mathbf{e}_{2i}(t) - \mathbf{e}_{2i}(t_0) - \int_{t_0}^t \mathbf{v}_{\text{nom}i}(\tau) d\tau, \quad (18)$$

其中 $\mathbf{v}_{\text{nom}i} = -\sigma_1 \|\mathbf{e}_{1i}\|^{\gamma_1-1} \mathbf{e}_{1i} - \sigma'_1 \mathbf{e}_{1i} - \sigma''_1 \|\mathbf{e}_{1i}\|^{\gamma'_1-1} \times \mathbf{e}_{1i} - \sigma_2 \|\mathbf{e}_{2i}\|^{\gamma_2-1} \mathbf{e}_{2i} - \sigma'_2 \mathbf{e}_{2i} - \sigma''_2 \|\mathbf{e}_{2i}\|^{\gamma'_2-1} \mathbf{e}_{2i}$. 由上述分析可知, 当 $\mathbf{s}_i(t) = \mathbf{0}$ 时, \mathbf{e}_{1i} 和 \mathbf{e}_{2i} 在固定时间 T_f 内收敛到零.

3 固定时间输出反馈协同跟踪控制器设计

本文设计的控制系统包括固定时间滑模估计器、固定时间状态观测器和固定时间积分滑模控制器. 首先, 引入分布式固定时间滑模估计器以估计领航者的姿态 \mathbf{q}_d 及其导数 $\dot{\mathbf{q}}_d$; 然后, 通过设计固定时间状态观测器估计出跟随航天器不可测量的状态 $\dot{\mathbf{q}}_i$; 最后, 设计固定时间积分滑模控制器, 实现所有跟随航天器姿态在固定时间内保持协同并跟踪领航者.

3.1 固定时间滑模估计器设计

在航天器编队飞行任务中, 通常只有部分跟随航天器可以直接接收到领航者的信息, 其他跟随航天器需要邻接航天器的信息来完成跟踪领航者的任务. 如果跟随航天器的控制器直接需要相邻编队成员的控制输入信息, 则会产生代数环问题. 为了解决这个问题, 本文引入分布式固定时间滑模估计器对领航者的姿态 \mathbf{q}_d 及其导数 $\dot{\mathbf{q}}_d$ 进行估计, 使所有跟随航

天器直接对 \mathbf{q}_d 和 $\dot{\mathbf{q}}_d$ 进行跟踪.

与文献[21]设计类似,本文构造如下的固定时间滑模估计器(关于估计器的收敛性证明,可参考文献[21]):

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}}_{di} = -\beta_1^{-\frac{1}{a_2}} \text{sig}^{\frac{1}{a_2}}(\boldsymbol{\xi}_i + \alpha_1 \text{sig}^{a_1}(\boldsymbol{\xi}_i)) - \delta_1 \text{sign}(\boldsymbol{\xi}_i), \quad (19)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\psi}}}_{di} = -\beta_1^{-\frac{1}{a_2}} \text{sig}^{\frac{1}{a_2}}(\boldsymbol{\psi}_i + \alpha_1 \text{sig}^{a_1}(\boldsymbol{\psi}_i)) - \delta_2 \text{sign}(\boldsymbol{\psi}_i). \quad (20)$$

其中: $\hat{\mathbf{q}}_{di}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{di}$ 分别是 \mathbf{q}_d 和 $\dot{\mathbf{q}}_d$ 的估计值, $\boldsymbol{\xi}_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{\mathbf{q}}_{di} - \hat{\mathbf{q}}_{dj}) + b_i(\hat{\mathbf{q}}_{di} - \mathbf{q}_d)$, $\boldsymbol{\psi}_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_{di} - \hat{\boldsymbol{\psi}}_{dj}) + b_i(\hat{\boldsymbol{\psi}}_{di} - \dot{\mathbf{q}}_d)$, $\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0, 1 < a_2 < 2, a_1 > a_2, \delta_1$ 和 δ_2 为正常数. 由文献[21]可知 $\hat{\mathbf{q}}_{di} - \mathbf{q}_d$ 和 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{di} - \dot{\mathbf{q}}_d$ 将在固定时间 T_0 内收敛到零,收敛时间 T_0 为

$$T_0 \leq \frac{2a_2\beta_1^{\frac{1}{a_2}}}{\zeta_1^{\frac{1}{a_2}}(a_2 - 1)} + \frac{2a_2\beta_1^{\frac{1}{a_2}}}{(\alpha_1\zeta_2)^{\frac{1}{a_2}}(a_1 - a_2)}. \quad (21)$$

其中

$$\zeta_1 = (3n)^{\frac{1-a_2}{2}} (2\lambda_{\min}(H))^{\frac{a_2+1}{2}},$$

$$\zeta_2 = (3n)^{\frac{2-a_1-a_2}{2}} (2\lambda_{\min}(H))^{\frac{a_1+a_2}{2}}.$$

定义姿态误差 $\boldsymbol{\theta}_{1i}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{2i}$ 分别为

$$\boldsymbol{\theta}_{1i} = \mathbf{q}_i - \hat{\mathbf{q}}_{di}, \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\theta}_{2i} = \dot{\mathbf{q}}_i - \hat{\boldsymbol{\psi}}_{di}. \quad (23)$$

因此 $\boldsymbol{\theta}_{1i}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{2i}$ 在固定时间 T_0 之后分别等于 \mathbf{e}_{1i} 和 \mathbf{e}_{2i} .

注1 由文献[22]可知分离原理适用于本文中的系统,因此估计器和控制器可分开独立设计. 由于 $\hat{\mathbf{q}}_{di}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{di}$ 在固定时间 T_0 内分别收敛到 \mathbf{q}_d 和 $\dot{\mathbf{q}}_d$, 在控制器的设计中 \mathbf{q}_d 和 $\dot{\mathbf{q}}_d$ 可用估计信息 $\hat{\mathbf{q}}_{di}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{di}$ 替代.

3.2 固定时间观测器设计

当航天器无法使用角速度测量装置或者角速度测量装置出现故障时,跟随航天器的信息 $\dot{\mathbf{q}}_i$ 无法获取. 为了解决这个问题,本文设计固定时间观测器来估计未知信息 $\dot{\mathbf{q}}_i$.

令 $\mathbf{z}_{1i} = \hat{\mathbf{q}}_i - \mathbf{q}_i, \mathbf{z}_{2i} = \hat{\boldsymbol{\psi}}_i - \dot{\mathbf{q}}_i$, 针对每个跟随航天器,设计固定时间观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{q}}}_i = \hat{\boldsymbol{\psi}}_i - \eta_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_1-1} \mathbf{z}_{1i} - \eta_2 \mathbf{z}_{1i} - \eta_3 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda'_1-1} \mathbf{z}_{1i}, \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\psi}}}_i = \bar{\mathbf{u}}_i - \mu_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_2-1} \mathbf{z}_{1i} - \mu_2 \mathbf{z}_{1i} - \mu_3 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda'_2-1} \mathbf{z}_{1i} + \mathbf{h}_i(\mathbf{q}_i, \hat{\boldsymbol{\psi}}_i). \end{cases} \quad (24)$$

其中: $\hat{\mathbf{q}}_i$ 和 $\hat{\boldsymbol{\psi}}_i$ 分别为 \mathbf{q}_i 和 $\dot{\mathbf{q}}_i$ 的估计值, $\eta_i, \mu_i (i = 1, 2, 3)$ 为正常数, $\lambda_i, \lambda'_i (i = 1, 2)$ 满足如下关系:

$$\frac{1}{2} < \lambda_1 < 1, \lambda'_1 > 1, \lambda_2 = 2\lambda_1 - 1, \lambda'_2 = 2\lambda'_1 - 1. \quad (25)$$

由式(4)和观测器(24)可得其误差动态系统为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_{1i} = \mathbf{z}_{2i} - \eta_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_1-1} \mathbf{z}_{1i} - \eta_2 \mathbf{z}_{1i} - \eta_3 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda'_1-1} \mathbf{z}_{1i}, \\ \dot{\mathbf{z}}_{2i} = -\mu_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_2-1} \mathbf{z}_{1i} - \mu_2 \mathbf{z}_{1i} - \mu_3 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda'_2-1} \mathbf{z}_{1i} - \mu_2 \mathbf{z}_{1i} + \mathbf{h}_i(\mathbf{q}_i, \hat{\boldsymbol{\psi}}_i) - \mathbf{h}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i). \end{cases} \quad (26)$$

受文献[23]中观测器启发,可得如下定理.

定理1 考虑多航天器编队系统(1)、(2)和固定时间观测器(24),如果参数 $\lambda_i, \lambda'_i (i = 1, 2)$ 满足条件(25),且下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \mu_1 > \eta_1, \mu_3 > \eta_3, \frac{\mu_2}{\eta_2} - \frac{3}{2}\rho > 0, \\ \eta_2 - \frac{\mu_2}{\eta_2} - \frac{\rho}{2} - \frac{\eta_1\eta_2}{4} - \frac{\eta_2\eta_3}{4} > 0, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 ρ 为正实数,则观测器的误差动态系统(26)是固定时间稳定的,并且收敛时间 T_1 满足

$$T_1 \leq \frac{2}{k_v(1 - \epsilon_1)} + \frac{2}{k_v(\epsilon_2 - 1)}. \quad (28)$$

其中: $\epsilon_1 = \frac{d_{V_0} + k_0}{d_{V_0}}, \epsilon_2 = \frac{d_{V_\infty} + k_\infty}{d_{V_\infty}}$, k_v 为正实数,

$$k_0 = -1, k_\infty = 1, d_{V_0} > \max\left(\frac{1}{1 - \gamma_1}, \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1}\right),$$

$$d_{V_\infty} > \max\left(\frac{1}{\gamma'_1 - 1}, \frac{\gamma'_1}{\gamma'_1 - 1}\right).$$

证明 证明过程将分为3步:1)证明闭环系统(26)全局渐近稳定;2)证明闭环系统(26)在0-limit下的趋近系统具有负齐次度且全局渐近稳定;3)证明闭环系统(26)在 ∞ -limit下的趋近系统具有正齐次度且全局渐近稳定. 最后根据引理2可得闭环系统(26)是固定时间稳定的.

step 1: 证明闭环系统(26)全局渐近稳定. 选取 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V_3 = & \frac{2\mu_1}{1 + \lambda_2} \|\mathbf{z}_{1i}\|^{1+\lambda_2} + \frac{2\mu_3}{1 + \lambda'_2} \|\mathbf{z}_{1i}\|^{1+\lambda'_2} + \\ & \frac{1}{2}(\mathbf{z}_{2i} - \eta_2 \mathbf{z}_{1i})^T (\mathbf{z}_{2i} - \eta_2 \mathbf{z}_{1i}) + \frac{1}{2} \mathbf{z}_{2i}^T \mathbf{z}_{2i}. \end{aligned} \quad (29)$$

由文献[24]中的引理2可知

$$\|\mathbf{h}_i(\mathbf{q}_i, \hat{\boldsymbol{\psi}}_i) - \mathbf{h}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)\| \leq \rho \|\hat{\boldsymbol{\psi}}_i - \dot{\mathbf{q}}_i\|. \quad (30)$$

对 V_3 沿系统轨线(26)求导并利用式(30)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -2\mu_1\eta_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_1+\lambda'_2} - (\mu_1\eta_2 - \eta_1\eta_2) \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_2+1} - \\ & 2\mu_1\eta_3 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_2+\lambda'_1} - 2\mu_3\eta_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda'_2+\lambda_1} - \\ & (\eta_2\mu_3 - \eta_2\eta_3) \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda'_2+1} - 2\mu_3\eta_3 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda'_1+\lambda'_2} - \\ & \left(\frac{\mu_2}{\eta_2} - \frac{3}{2}\rho\right) \|\mathbf{z}_{2i}\|^2 - \left(\eta_2 - \frac{\mu_2}{\eta_2} - \frac{\rho}{2} - \frac{\eta_1\eta_2}{4} - \frac{\eta_2\eta_3}{4}\right) \|\mathbf{z}_{2i} - \eta_2 \mathbf{z}_{1i}\|^2. \end{aligned} \quad (31)$$

当参数 η_i, μ_i 满足条件(27)时,由式(31)可得闭环系统(26)是全局渐近稳定的.

step 2: 证明闭环系统(26)在0-limit下的趋近系统具有负齐次度 k_0 且全局渐近稳定. 定义 f_o 为系统(26)的向量场,该系统可以写成

$$\begin{cases} \dot{z}_{1i} = z_{2i} - \eta_1 \|z_{1i}\|^{\lambda_1-1} z_{1i} + \hat{g}_1(z_{1i}, z_{2i}), \\ \dot{z}_{2i} = -\mu_1 \|z_{1i}\|^{\lambda_2-1} z_{1i} + \hat{g}_2(z_{1i}, z_{2i}). \end{cases} \quad (32)$$

其中: $\hat{g}_1(z_{1i}, z_{2i}) = -\eta_2 z_{1i} - \eta_3 \|z_{1i}\|^{\lambda_1-1} z_{1i}$, $\hat{g}_2(z_{1i}, z_{2i}) = -\mu_2 z_{1i} - \mu_3 \|z_{1i}\|^{\lambda_2-1} z_{1i} + h_i(q_i, \hat{v}_i) - h_i(q_i, \hat{q}_i)$. 然后定义如下系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1i} = z_{2i} - \eta_1 \|z_{1i}\|^{\lambda_1-1} z_{1i}, \\ \dot{z}_{2i} = -\mu_1 \|z_{1i}\|^{\lambda_2-1} z_{1i}. \end{cases} \quad (33)$$

定义 f_{o0} 为系统(33)的向量场. 由于 $1/2 < \lambda_1 < 1, \lambda_2 = 2\lambda_1 - 1$,可以验证系统(33)是齐次的且关于权重向量 $r_0 = \left[\frac{1}{1-\lambda_1}, \frac{1}{1-\lambda_1}, \frac{1}{1-\lambda_1}, \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1}, \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1}, \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1} \right]^T$ 具有负的齐次度 $k_0 = -1$. 另外,由 $0 < \lambda_1, \lambda_2 < 1, \lambda'_1, \lambda'_2 > 1$ 可得 $k_0 + \frac{1}{1-\lambda_1} = \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1} < \frac{1}{1-\lambda_1} < \frac{\lambda'_1}{1-\lambda_1}, k_0 + \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{1-\lambda_1} < \frac{1}{1-\lambda_1} < \frac{\lambda'_2}{1-\lambda_1}$. 因此可以验证

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left| \frac{\hat{g}_{1m}(\varepsilon^{\frac{1}{1-\lambda_1}} z_{1im}, \varepsilon^{\frac{\lambda_1}{1-\lambda_1}} z_{2im})}{\varepsilon^{k_0 + \frac{1}{1-\lambda_1}}} \right| = 0, \quad (34)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left| \frac{\hat{g}_{2m}(\varepsilon^{\frac{1}{1-\lambda_1}} z_{1im}, \varepsilon^{\frac{\lambda_1}{1-\lambda_1}} z_{2im})}{\varepsilon^{k_0 + \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1}}} \right| \leq 0, \quad (35)$$

其中 $m = 1, 2, 3$. 由上述两式可以验证系统(26)的向量场 f_o 在0-limit下关于 (r_0, k_0, f_{o0}) 是齐次的. 然后选择Lyapunov函数 $V_4 = \frac{\mu_1}{1+\lambda_2} \|z_{1i}\|^{1+\lambda_2} + \frac{1}{2} z_{2i}^T z_{2i}$, 并对其求导可得 $\dot{V}_4 \leq -\mu_1 \eta_1 \|z_{1i}\|^{\lambda_1+\lambda_2}$. 因此,由拉塞尔不变集原理可知系统(33)是全局渐近稳定的.

step 3: 证明闭环系统(26)在 ∞ -limit下的趋近系统具有正齐次度 k_∞ 且全局渐近稳定. 闭环系统(26)可以写成

$$\begin{cases} \dot{z}_{1i} = z_{2i} - \eta_3 \|z_{1i}\|^{\lambda_1-1} z_{1i} + \hat{f}_1(z_{1i}, z_{2i}), \\ \dot{z}_{2i} = -\mu_3 \|z_{1i}\|^{\lambda_2-1} z_{1i} + \hat{f}_2(z_{1i}, z_{2i}). \end{cases} \quad (36)$$

其中: $\hat{f}_1(z_{1i}, z_{2i}) = -\eta_1 \|z_{1i}\|^{\lambda_1-1} z_{1i} - \eta_2 z_{1i}$, $\hat{f}_2(z_{1i}, z_{2i}) = -\mu_1 \|z_{1i}\|^{\lambda_2-1} z_{1i} - \mu_2 z_{1i} + h_i(q_i, \hat{v}_i) - h_i(q_i, \hat{q}_i)$. 然后定义如下系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_{1i} = z_{2i} - \eta_3 \|z_{1i}\|^{\lambda_1-1} z_{1i}, \\ \dot{z}_{2i} = -\mu_3 \|z_{1i}\|^{\lambda_2-1} z_{1i}. \end{cases} \quad (37)$$

定义 $f_{o\infty}$ 为系统(37)的向量场. 由于 $\lambda'_1 > 1, \lambda'_2 = 2\lambda'_1 - 1$,可以验证系统(37)是齐次的,且相对于权重向量 $r_\infty = \left[\frac{1}{\lambda'_1-1}, \frac{1}{\lambda'_1-1}, \frac{1}{\lambda'_1-1}, \frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1}, \frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1} \right]^T$

$\left. \frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1} \right]^T$ 具有正的齐次度 $k_\infty = 1$. 另外,由 $0 < \lambda_1, \lambda_2 < 1, \lambda'_1, \lambda'_2 > 1$ 可得 $k_\infty + \frac{1}{\lambda'_1-1} = \frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1} > \frac{1}{\lambda'_1-1} > \frac{\lambda_1}{\lambda'_1-1}, k_\infty + \frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1} = \frac{2\lambda'_1-1}{\lambda'_1-1} > \frac{1}{\lambda'_1-1} > \frac{\lambda_2}{\lambda'_1-1}$. 因此可以验证

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \left| \frac{\hat{f}_{1m}(\varepsilon^{\frac{1}{\lambda'_1-1}} z_{1im}, \varepsilon^{\frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1}} z_{2im})}{\varepsilon^{k_\infty + \frac{1}{\lambda'_1-1}}} \right| = 0, \quad (38)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \left| \frac{\hat{f}_{2m}(\varepsilon^{\frac{1}{\lambda'_1-1}} z_{1im}, \varepsilon^{\frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1}} z_{2im})}{\varepsilon^{k_\infty + \frac{\lambda'_1}{\lambda'_1-1}}} \right| \leq 0. \quad (39)$$

由上述两式可以验证系统(26)的向量场 f_o 在 ∞ -limit下关于 $(r_\infty, k_\infty, f_{o\infty})$ 是齐次的. 然后选择Lyapunov函数 $V_5 = \frac{\mu_3}{1+\lambda'_2} \|z_{1i}\|^{1+\lambda'_2} + \frac{1}{2} z_{2i}^T z_{2i}$, 并对其求导可得 $\dot{V}_5 \leq -\mu_3 \eta_3 \|z_{1i}\|^{\lambda'_1+\lambda'_2}$. 因此,由拉塞尔不变集原理可知系统(37)是全局渐近稳定的.

综合上面的分析,由引理2可知系统(26)是固定时间稳定的. 另外,类似于命题1中的分析,可以计算出收敛时间 $T_1 \leq \frac{2}{k_v(1-\epsilon_1)} + \frac{2}{k_v(\epsilon_2-1)}$, 其中 $\epsilon_1 = \frac{dV_0+k_0}{dV_0}, \epsilon_2 = \frac{dV_\infty+k_\infty}{dV_\infty}, k_0 = -1, k_\infty = 1, dV_0 = \max\left(\frac{1}{1-\gamma_1}, \frac{\gamma_1}{1-\gamma_1}\right), dV_\infty = \max\left(\frac{1}{\gamma'_1-1}, \frac{\gamma'_1}{\gamma'_1-1}\right)$. \square

3.3 控制器设计

定义 $\hat{e}_{1i} = \hat{q}_i - \hat{q}_{di} = z_{1i} + q_i - \hat{q}_{di} = z_{1i} + \theta_{1i}$, $\hat{e}_{2i} = \hat{v}_i - \hat{v}_{di} = z_{2i} + \hat{q}_i - \hat{v}_{di} = z_{2i} + \theta_{2i}$.

基于积分滑模、滑模估计器和固定时间观测器,设计固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制器如下:

$$u_i = J_i P_i \bar{u}_i, \quad (40)$$

$$\bar{u}_i = -l_1 \|s_i\|^{p_1-1} s_i - l_2 \|s_i\|^{g_1-1} s_i -$$

$$h_i(q_i, \hat{v}_i) + v_{nomi} + \dot{\hat{v}}_{di}. \quad (41)$$

其中: l_1, l_2 为正常数; p_1, g_1 满足 $0 < p_1 < 1, 1 < g_1 < 2$,且有

$$s_i = \hat{e}_{2i}(t) - \hat{e}_{2i}(t_0) - \int_{t_0}^t v_{nomi}(\tau) d\tau, \quad (42)$$

$$v_{nomi} = -(\sigma_1 \|\hat{e}_{1i}\|^{\gamma_1-1} \hat{e}_{1i} + \sigma'_1 \hat{e}_{1i} + \sigma''_1 \|\hat{e}_{1i}\|^{\gamma'_1-1} \hat{e}_{1i}) - (\sigma_2 \|\hat{e}_{2i}\|^{\gamma_2-1} \hat{e}_{2i} + \sigma'_2 \hat{e}_{2i} + \sigma''_2 \|\hat{e}_{2i}\|^{\gamma'_2-1} \hat{e}_{2i}). \quad (43)$$

定理2 考虑多航天器系统(1)和(2),如果假设1成立,滑模估计器如式(19)和(20)所示,观测器和控制器分别如式(24)和(40)所示,且初始条件满足

$$s_i^T(0) s_i(0) + \hat{e}_{1i}^T(0) \hat{e}_{1i}(0) + \hat{e}_{2i}^T(0) \hat{e}_{2i}(0) \leq V_M, \quad (44)$$

其中 V_M 为任意正常数,则各跟随航天器的跟踪误差 e_{1i} 和 e_{2i} 在固定时间 T_s 内收敛到零,且收敛时间 $T_s \leq T_f + T_0 + T_1 + T_2$,这里 T_f, T_0 和 T_1 分别如式(13)、(21)和(28)所示, $T_2 \leq \frac{2^{\frac{1-p_1}{2}}}{l_1(1-p_1)} + \frac{2^{\frac{1-g_1}{2}}}{l_2(g_1-1)}$.

证明 由滑模估计器的结果可知, \hat{q}_{di} 和 \hat{v}_{di} 可以在固定时间内分别估计出 q_d 和 \dot{q}_d ,在 T_0 时间之后式(42)和(43)中的 \hat{e}_{1i} 和 \hat{e}_{2i} 分别等于 $z_{1i} + e_{1i}$ 和 $z_{2i} + e_{2i}$. 因此只需针对每个跟随航天器系统设计控制律使得误差系统(9)固定时间稳定.

在 T_0 时间之后,针对第 i 个航天器,对滑模面(42)求导可得

$$\dot{s}_i = -l_1 \|s_i\|^{p_1-1} s_i - l_2 \|s_i\|^{g_1-1} s_i - \mu_1 \|z_{1i}\|^{\gamma_2-1} z_{1i} - \mu_2 z_{1i} - \mu_3 \|z_{1i}\|^{\gamma_2-1} z_{1i}, \quad (45)$$

选取Lyapunov函数

$$V_{6i} = \frac{1}{2} (s_i^T s_i + \hat{e}_{1i}^T \hat{e}_{1i} + \hat{e}_{2i}^T \hat{e}_{2i}), \quad (46)$$

由于 $0 < p_1 < 1, 1 < g_1 < 2, \|s_i\|^{p_1} < 1 + \|s_i\|, \|s_i\|^{g_1} < 1 + \|s_i\|^2$,对 V_{6i} 沿系统轨线求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{6i} \leq & -l_1 \|s_i\|^{p_1+1} - l_2 \|s_i\|^{g_1+1} - \eta_2 \|\hat{e}_{1i}\|^2 - \\ & \sigma_2 \|\hat{e}_{2i}\|^{\gamma_2+1} - \sigma_2' \|\hat{e}_{2i}\|^2 - \sigma_2'' \|\hat{e}_{2i}\|^{\gamma_2'+1} + \\ & \frac{l_2}{2} \|s_i\|^4 + \frac{\sigma_1''}{2} \|\hat{e}_{1i}\|^4 + \chi_1 \|s_i\|^2 + \\ & \chi_2 \|\hat{e}_{1i}\|^2 + \chi_3 \|\hat{e}_{2i}\|^2 + \chi_4. \end{aligned} \quad (47)$$

其中: $\chi_1 = 1 + \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + l_1), \chi_2 = \frac{1}{2}(3 + 3\eta_2 + \eta_1 + \eta_3 + \sigma_1 + \sigma_1'), \chi_3 = 3.5 + \frac{1}{2}(l_1 + l_2 + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \sigma_1 + \sigma_1' + \sigma_1''), \chi_4 = (\mu_1 + \mu_2 + \frac{\eta_1}{2} + \frac{\eta_2}{2}) \|z_{1i}\|^2 + (\mu_3 + \frac{\eta_3}{2}) \|z_{1i}\|^4 + \mu_1^2 + \mu_2^2 + \frac{1}{2}(\eta_1^2 + \eta_3^2 + l_1^2 + l_2^2 + \sigma_1^2 + \sigma_1'^2)$. 由于观测器(24)保证了观测误差 z_{1i} 在固定时间 T_1 内收敛到零, z_{1i} 是有界的,进一步可知 χ_4 是有界的. 构造如下紧集:

$$\Omega = \{(s_i, \hat{e}_{1i}, \hat{e}_{2i}) | s_i^T s_i + \hat{e}_{1i}^T \hat{e}_{1i} + \hat{e}_{2i}^T \hat{e}_{2i} \leq V_M\}, \quad (48)$$

并且令 $L_V = \chi_1 \|s_i\|^2 + \chi_2 \|\hat{e}_{1i}\|^2 + \chi_3 \|\hat{e}_{2i}\|^2 + \frac{l_2}{2} \|s_i\|^4 + \frac{\sigma_1''}{2} \|\hat{e}_{1i}\|^4 + \chi_4$,则在紧集 Ω 中 L_V 是有界的,满足 $\|L_V\| \leq L_M$,其中 L_M 为正常数. 由此可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{6i} \leq & -l_1 \|s_i\|^{p_1+1} - l_2 \|s_i\|^{g_1+1} - \eta_2 \|\hat{e}_{1i}\|^2 - \sigma_2 \times \\ & \|\hat{e}_{2i}\|^{\gamma_2+1} - \sigma_2' \|\hat{e}_{2i}\|^2 - \sigma_2'' \|\hat{e}_{2i}\|^{\gamma_2'+1} + L_M. \end{aligned} \quad (49)$$

因此,只要下列条件之一成立,则 $\dot{V}_{6i} < 0$:

$$\begin{aligned} \|s_i\| & > \left(\frac{L_M}{l_1}\right)^{\frac{1}{p_1+1}}, \|s_i\| > \left(\frac{L_M}{l_2}\right)^{\frac{1}{g_1+1}}, \\ \|\hat{e}_{1i}\| & > \left(\frac{L_M}{\eta_2}\right)^{\frac{1}{2}}, \|\hat{e}_{2i}\| > \left(\frac{L_M}{\sigma_2}\right)^{\frac{1}{\gamma_2+1}}, \end{aligned}$$

$$\|\hat{e}_{2i}\| > \left(\frac{L_M}{\sigma_2'}\right)^{\frac{1}{2}}, \|\hat{e}_{2i}\| > \left(\frac{L_M}{\sigma_2''}\right)^{\frac{1}{\gamma_2'+1}}, \quad (50)$$

即意味着 s_i, \hat{e}_{1i} 和 \hat{e}_{2i} 是一致最终有界的.

由于 z_{1i} 和 z_{2i} 在固定时间 T_1 内收敛到零,在 T_1 时间之后 \hat{e}_{1i} 和 \hat{e}_{2i} 分别等于 e_{1i} 和 e_{2i} ,式(45)可写为

$$\dot{s}_i = -l_1 \|s_i\|^{p_1-1} s_i - l_2 \|s_i\|^{g_1-1} s_i, \quad (51)$$

其中 s_i 变为滑模面(18). 然后选择Lyapunov函数 $V_{7i} = \frac{1}{2} s_i^T s_i$,对其求导可得

$$\dot{V}_{7i} = -2^{\frac{p_1+1}{2}} l_1 V_{7i}^{\frac{p_1+1}{2}} - 2^{\frac{g_1+1}{2}} l_2 V_{7i}^{\frac{g_1+1}{2}}. \quad (52)$$

由引理1可知,如果状态脱离滑模面 $s_i(t) = 0$,则它会在固定时间 T_2 内重新回到滑模面上,并且

$$T_2 \leq \frac{2^{\frac{1-p_1}{2}}}{l_1(1-p_1)} + \frac{2^{\frac{1-g_1}{2}}}{l_2(g_1-1)}. \quad (53)$$

进一步地,当 $s_i(t) = 0$ 时,由命题1可知 e_{1i} 和 e_{2i} 会在固定时间 T_f 内收敛到零. 因此,基于以上分析可知 e_{1i} 和 e_{2i} 可在固定时间 T_s 内收敛到零, $T_s \leq T_0 + T_1 + T_2 + T_f$. \square

注2 由定理2可知,控制律(40)只利用航天器姿态信息 q_i 就实现了多航天器对领航者姿态的固定时间跟踪,解决了航天器角速度不可测量条件下的协同跟踪控制问题. 相较于文献[13]中的有限时间观测器,本文设计的观测器(24)保证了观测误差在固定时间内收敛到零,更有利于预测航天器姿态的收敛时间,有较大的工程意义.

注3 本文中的控制律(40)实现了各跟随航天器的姿态跟踪误差 e_{1i} 和 e_{2i} 在固定时间 T_s 内收敛到零. 然而,控制律中缺乏协同项,姿态跟踪误差在收敛到零后,编队成员的姿态协同一致性不理想^[25]. 为了改善控制器的性能,将在下一步工作中对具有协同项的固定时间输出反馈控制律进行研究.

4 仿真验证

为验证本文提出的分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制律的有效性,进行如下的仿真研究. 考虑一组由4个跟随航天器和一个领航航天器组成的编队系统,其通信拓扑关系如图1所示.

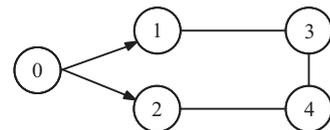


图1 通信拓扑关系

4个跟随航天器的惯性矩阵^[5]分别为

$$\begin{aligned} J_1 &= [1, 0.1, 0.1; 0.1, 0.1, 0.1; 0.1, 0.1, 0.9] \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ J_2 &= [1.5, 0.2, 0.3; 0.2, 0.9, 0.4; 0.3, 0.4, 2.0] \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ J_3 &= [0.8, 0.1, 0.2; 0.1, 0.7, 0.3; 0.2, 0.3, 1.1] \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \end{aligned}$$

$J_4 = [1.2, 0.3, 0.7; 0.3, 0.9, 0.2; 0.7, 0.2, 1.4] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

各跟随航天器的初始姿态分别为: $\mathbf{q}_1(0) = [0.75, -0.8, 0.6]^T$, $\mathbf{q}_2(0) = [1.05, 0.8, -0.2]^T$, $\mathbf{q}_3(0) = [-0.6, 0.8, 0.8]^T$, $\mathbf{q}_4(0) = [-0.5, -0.73, 1.05]^T$, 初始角速度取为 $\boldsymbol{\omega}_i(0) = [0, 0, 0]^T$. 各观测器的初始状态取为 $\hat{\mathbf{q}}_1(0) = [0.55, -0.68, 0.42]^T$, $\hat{\mathbf{q}}_2(0) = [0.7, 1, -0.5]^T$, $\hat{\mathbf{q}}_3(0) = [-0.72, 0.875, 0.69]^T$, $\hat{\mathbf{q}}_4(0) = [-0.25, -0.89, 1.25]^T$, $\hat{\mathbf{v}}_i(0) = [0, 0, 0]^T$.

领航航天器的姿态轨迹为 $\mathbf{q}_d = [0.2 \cos(0.5t), 0.2 \sin(0.5t), 0.3]^T$. 滑模估计器(19)和(20)的初始状态和参数均按照文献[21]选取.

观测器(24)的参数为 $\eta_1 = \eta_3 = 0.25$, $\eta_2 = 2$, $\lambda_1 = \frac{2}{3}$, $\lambda'_1 = \frac{3}{2}$, $\mu_1 = \mu_3 = 0.5$, $\mu_2 = 4$, $\lambda_2 = \frac{1}{3}$, $\lambda'_2 = 2$. 控制律(40)的参数为 $l_1 = l_2 = 0.5$, $p_1 = \frac{3}{3}$, $g_1 = \frac{9}{7}$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.1$, $\sigma'_1 = \sigma'_2 = 0.075$, $\sigma''_1 = \sigma''_2 = 0.2$, $\gamma_1 = \frac{3}{7}$, $\gamma_2 = \frac{3}{5}$, $\gamma'_1 = \frac{11}{7}$, $\gamma'_2 = \frac{11}{9}$.

为了验证本文所提方法的快速收敛性, 针对有限时间控制方法进行对比仿真, 其中观测器根据文献[13]选为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{q}}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i - \eta_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_1-1} \mathbf{z}_{1i}, \\ \dot{\hat{\mathbf{v}}}_i = \bar{\mathbf{u}}_i - \mu_1 \|\mathbf{z}_{1i}\|^{\lambda_2-1} \mathbf{z}_{1i} + \mathbf{h}_i(\mathbf{q}_i, \hat{\mathbf{v}}_i). \end{cases} \quad (54)$$

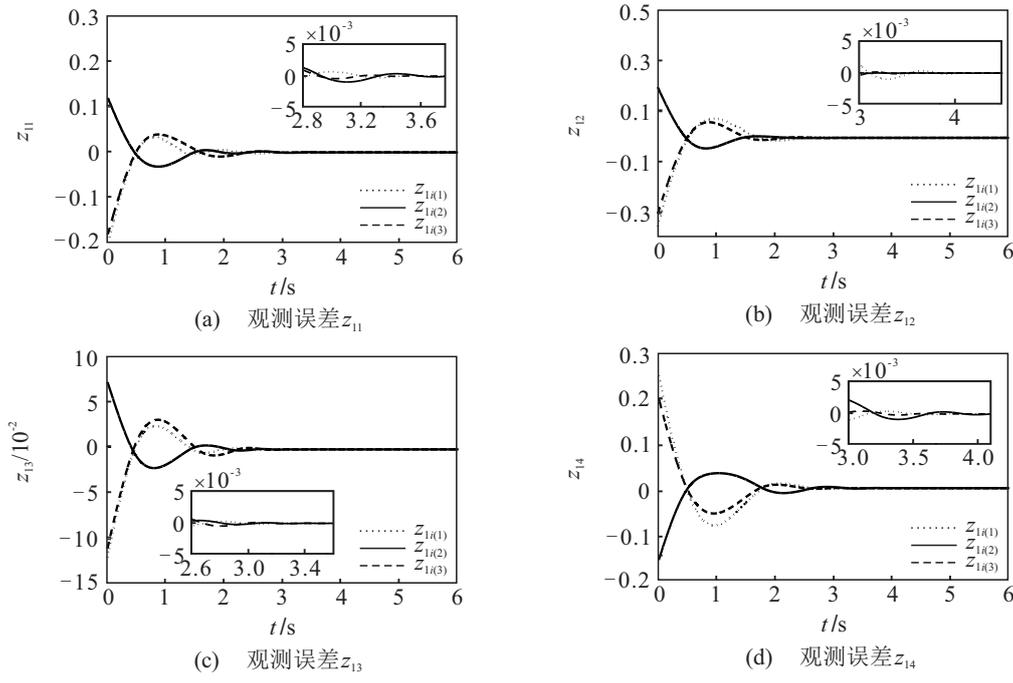


图2 观测器(24)的观测误差

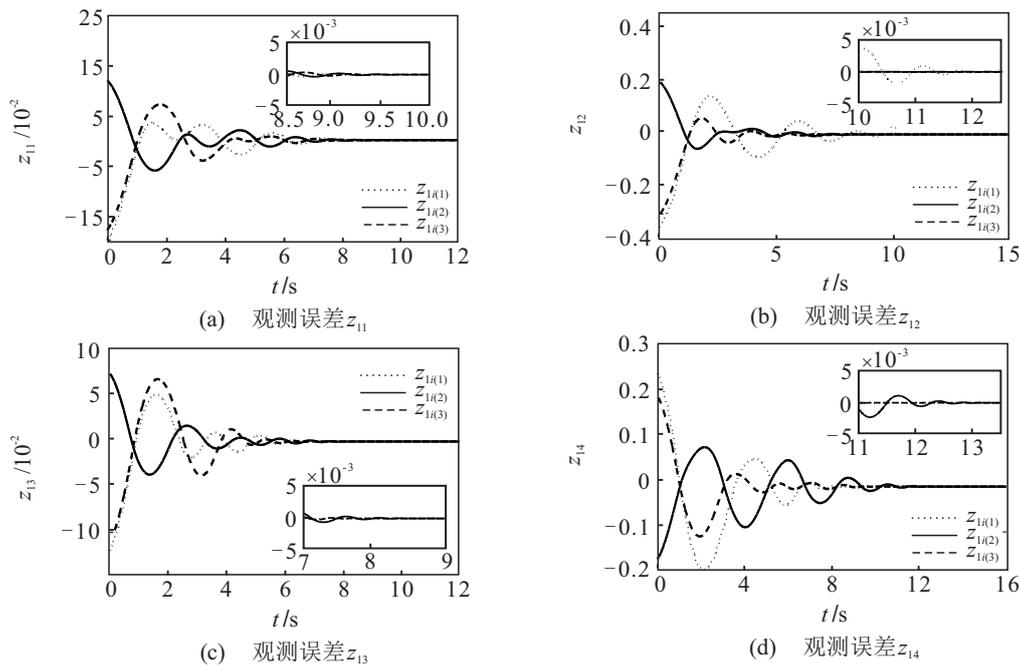


图3 观测器(54)的观测误差

滑模面根据文献[26]选为

$$s_i = \hat{e}_{2i}(t) - \hat{e}_{2i}(t_0) - \int_{t_0}^t \mathbf{v}_{nomi}(\tau) d\tau, \quad (55)$$

这里 $\mathbf{v}_{nomi} = -\sigma_1 \|\hat{e}_{1i}\|^{\gamma_1-1} \hat{e}_{1i} - \sigma_2 \|\hat{e}_{2i}\|^{\gamma_2-1} \hat{e}_{2i}$. 控制器设计为

$$\bar{\mathbf{u}}_i = -l_1 \|s_i\|^{p_1-1} s_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{q}_i, \hat{\mathbf{v}}_i) + \mathbf{v}_{nomi} + \dot{\hat{\mathbf{v}}}_i. \quad (56)$$

两种方法的参数选取完全一致.

仿真结果如图2~图5所示. 图2和图3分别为观测器(24)和(54)的观测误差曲线,可以看到本文提

出的固定时间观测器(24)的观测误差在5s之内收敛到零,而有限时间观测器(54)的观测误差收敛时间大于7s,这说明本文设计的观测器具有更快的收敛性能. 图4和图5分别为控制器(41)和控制器(56)的姿态跟踪误差 e_{1i} 的结果,可以看出,本文提出的控制器的姿态跟踪误差在26s内收敛到精度为 $|e_{1i(m)}| \leq 5 \times 10^{-3}$ 的区间内,而控制器(56)所需时间大于28s,这说明本文中的控制器具有更快的收敛速度,验证了所提出的分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制律的有效性和优越性.

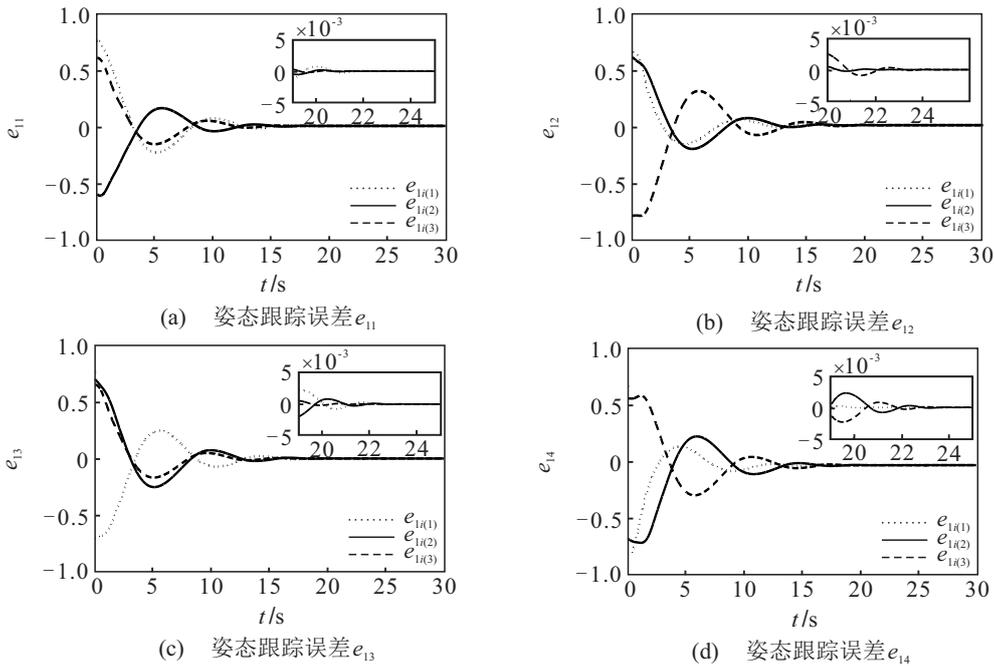


图4 控制器(41)的姿态跟踪误差

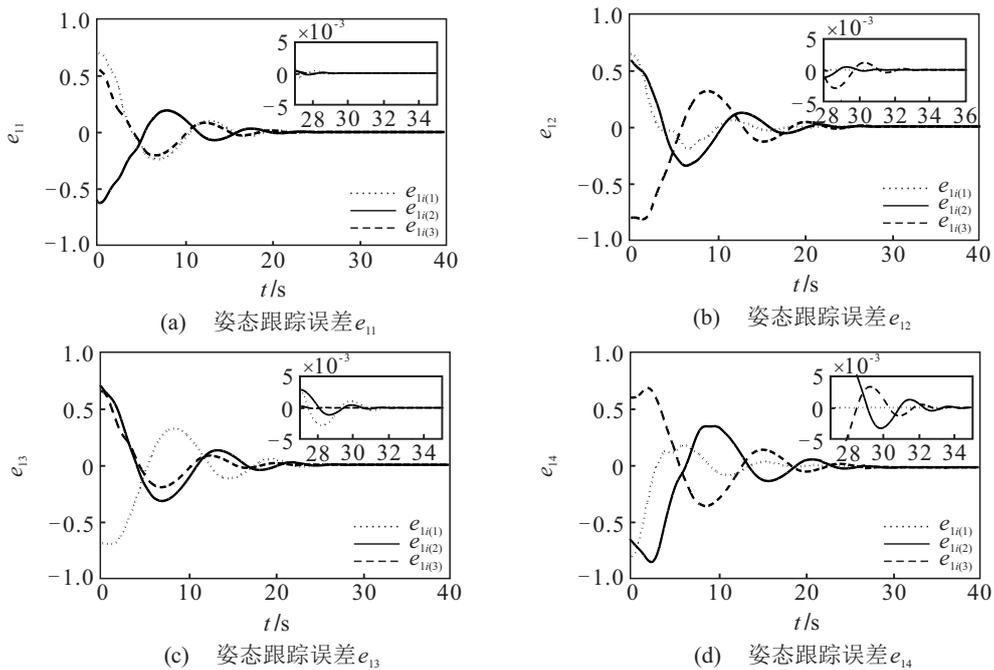


图5 控制器(56)的姿态跟踪误差

5 结论

本文针对多航天器系统姿态协同跟踪控制问题,在角速度信息不可测的条件下提出了一种分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制方法.为估计出不可测量的航天器信息,提出了一种固定时间观测器,同时,为减少航天器间的通信信息流以及避免代数环问题,引入了滑模估计器.基于所提出的固定时间积分滑模,设计分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制器,保证跟随航天器对领航者的跟踪误差在固定时间内收敛到零.对比仿真结果验证了所提方法的有效性和优越性.

下一步的工作主要考虑存在输入受限的多航天器系统固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制问题.

参考文献(References)

- [1] Beard R W, Lawton J, Hadaegh F Y. A coordination architecture for spacecraft formation control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2001, 9(6): 777-790.
- [2] Xu C, Wu B L, Cao X B, et al. Distributed adaptive event-triggered control for attitude synchronization of multiple spacecraft[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95(4): 2625-2638.
- [3] Guo Y, Guo J H, Li A J, et al. Attitude coordination control for formation flying spacecraft based on the rotation matrix[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2017, 30(5): 04017051.
- [4] Zou A M. Distributed attitude synchronization and tracking control for multiple rigid bodies[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(2): 478-490.
- [5] Ren W. Distributed attitude alignment in spacecraft formation flying[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2007, 21(2/3): 95-113.
- [6] Liang H Z, Sun Z W, Wang J Y. Robust decentralized attitude control of spacecraft formations under time-varying topologies, model uncertainties and disturbances[J]. Acta Astronautica, 2012, 81(2): 445-455.
- [7] Li X, Song S, Guo Y. Robust finite-time tracking control for euler-lagrange systems with obstacle avoidance[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 93(2): 443-451.
- [8] Levant A. Principles of 2-sliding mode design[J]. Automatica, 2007, 43(4): 576-586.
- [9] Ma R Z, Zhang G S, Krause O. Fast terminal sliding-mode finite-time tracking control with differential evolution optimization algorithm using integral chain differentiator in uncertain nonlinear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(2): 625-639.
- [10] Zhang J, Hu Q L, Xie W B. Integral sliding mode-based attitude coordinated tracking for spacecraft formation with communication delays[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(15): 3254-3266.
- [11] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [12] Andrieu V, Praly L, Astolfi A. Homogeneous approximation recursive observer design and output feedback[J]. Siam Journal on Control and Optimization, 2008, 47(4): 1814-1850.
- [13] Zou A M, de Ruiter A H J, Kumar K D. Distributed finite-time velocity-free attitude coordination control for spacecraft formations[J]. Automatica, 2016, 67: 46-53.
- [14] Tiwari P M, Janardhanan S, Un Nabi M. Rigid spacecraft attitude control using adaptive integral second order sliding mode[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 42: 50-57.
- [15] Shuster M D. A survey of attitude representations[J]. Journal of Astronautical Sciences, 1993, 41(4): 439-517.
- [16] Huges P C. Spacecraft attitude dynamics[M]. Hoboken: Wiley, 1986: 1-35.
- [17] Hong Y, Huang J, Xu Y S. On an output feedback finite-time stabilization problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(2): 305-309.
- [18] Tian B L, Zuo Z Y, Yan X M, et al. A fixed-time output feedback control scheme for double integrator systems[J]. Automatica, 2017, 80: 17-24.
- [19] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. The 3rd edition. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2005: 101-135.
- [20] Lu W L, Liu X W, Chen T P. A note on finite-time and fixed-time stability[J]. Neural Networks, 2016, 81: 11-15.
- [21] Sui W S, Duan G R, Hou M Z, et al. Distributed fixed-time attitude synchronization control for multiple rigid spacecraft[J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2019, 17(5): 1117-1130.
- [22] Davila J, Fridman L, Levant A. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(11): 1785-1789.
- [23] Huang Y, Jia Y M. Fixed-time consensus tracking control of second-order multi-agent systems with inherent nonlinear dynamics via output feedback[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 91(2): 1289-1306.
- [24] Shim H I, Son Y H, Seo J. Semi-global observer for multi-output nonlinear systems[J]. Systems & Control Letters, 2001, 42(3): 233-244.
- [25] Guo Y. Finite-time coordination control for formation flying spacecraft[D]. Harbin: School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, 2016: 51-52.
- [26] Zong Q, Zhao Z, Zhang J. Higher order sliding mode control with self-tuning law based on integral sliding mode[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(7): 1282-1289.

作者简介

隋维舜(1989—),男,博士生,从事多航天器编队、滑模控制的研究, E-mail: suiweishunhit@163.com;

段广仁(1962—),男,教授,博士生导师,从事控制系统的参数化设计、鲁棒控制等研究, E-mail: g.r.duan@hit.edu.cn;

张卯瑞(1964—),男,教授,博士生导师,从事优化控制、电液伺服控制等研究, E-mail: zhangmaorui@hit.edu.cn.