

# 控制与决策

Control and Decision

## 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

王芳, 高雅丽, 张政, 华长春

引用本文:

王芳, 高雅丽, 张政, 等. 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(5): 1059–1068.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

### 基于未知系统动态估计的机器人预设性能控制

Unknown system dynamics estimator for prescribed performance control of robotic systems

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1040–1048 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1219>

### 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

*控制与决策*. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

### 纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

*控制与决策*. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

### 一种反向递推正弦干扰观测器的设计方法

Design method of reverse recursive sinusoidal disturbance observer

*控制与决策*. 2021, 36(2): 403–410 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0769>

# 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

王芳<sup>1†</sup>, 高雅丽<sup>1</sup>, 张政<sup>1</sup>, 华长春<sup>2</sup>

(1. 燕山大学理学院, 河北秦皇岛 066004; 2. 燕山大学电气工程学院, 河北秦皇岛 066004)

**摘要:** 针对外界干扰和输出误差约束条件下的四旋翼无人机的跟踪控制问题, 提出预定性能反步跟踪控制策略. 首先, 将四旋翼无人机动力学模型转换为带有外界干扰的严反馈形式; 然后, 利用反步法设计控制器, 通过引入障碍Lyapunov函数保证跟踪误差的预定性能, 设计干扰观测器对外界干扰进行估计, 并通过滤波器估计姿态子系统部分虚拟控制输入的导数; 通过稳定性分析说明所设计的控制器可以保证跟踪误差的有界稳定性, 且跟踪误差一直处于预设边界内; 最后, 通过仿真验证所设计控制策略的有效性.

**关键词:** 四旋翼无人机; 输出误差约束; 反步控制; 干扰观测器; 预定性能控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1249

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 王芳, 高雅丽, 张政, 等. 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1059-1068.

## Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

WANG Fang<sup>1†</sup>, GAO Ya-li<sup>1</sup>, ZHANG Zheng<sup>1</sup>, HUA Chang-chun<sup>2</sup>

(1. School of Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** The quadrotor unmanned tracking control problem in the external disturbance and constraints of the output error is investigated in this paper. Firstly, the dynamics model of the quadrotor UAV is transformed into a strict feedback form with the external disturbances. Then, the backstepping method is used to design the controller, the barrier Lyapunov function is introduced to ensure the prescribed performance of the tracking error, the disturbance observer is designed to estimate the external disturbance, and the derivatives of some virtual control inputs in the attitude subsystem are estimated through the filter. The stability analysis shows that the designed controller can guarantee the bounded stability of the tracking error, and the tracking error remains within the preset boundary. Finally, the simulation results verify the effectiveness of the proposed control strategy.

**Keywords:** quadrotor unmanned; output error constraint; backstepping control; disturbance observer; prescribed performance

## 0 引言

四旋翼无人机是一种具有垂直飞行、悬停、直径小等特点的小型无人机, 能够执行森林火灾监测、交通监管、大气探测、物品运载等飞行任务. 对四旋翼无人机的良好控制是顺利完成这些任务的关键环节. 所以, 四旋翼无人机的控制受到了广泛关注. 由于四旋翼无人机在实际飞行中会受到外界干扰、结构参数不确定等因素的影响, 导致其控制问题具有一定的挑战性.

滑模控制因其具有较强的抗干扰能力而备受人们的青睐, 国内外学者对其展开了研究. 文献[1]针对具有参数不确定和外部干扰的四旋翼无人机姿态控制问题, 提出了一种基于扩张状态观测器的滑模控制; 文献[2]和文献[3]针对在外界扰动影响下的四旋翼无人机姿态控制, 分别提出了基于扩张状态观测器和超螺旋滑模扰动观测器的有限时间滑模控制策略; 文献[4]针对具有参数不确定的四旋翼无人机的控制, 提出了自适应滑模控制策略; 文献[5]针对在外界

收稿日期: 2019-09-04; 修回日期: 2019-11-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61503323); 河北省自然科学基金项目(F2017203130, F2020203105).

责任编辑: 徐胜元.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: wangfang@ysu.edu.cn.

扰动和不确定影响下的四旋翼无人机控制,提出了基于有限时间滑模观测器的鲁棒跟踪控制策略;文献[6]为了提高四旋翼无人机SO(3)控制的动态性能,设计了非奇异积分滑模控制器,使得跟踪误差全局指数渐近稳定.反步控制具有设计简单、应用方便等特点,应用到无人机控制中,也得到了良好的控制效果.文献[7]针对在状态不可测、执行机构故障、控制输入约束和外部干扰影响下的四旋翼无人机跟踪控制问题,提出了结合输出状态观测器、自适应模糊控制的反步控制策略;文献[8]考虑在外界干扰影响下的四旋翼无人机的控制问题,设计了积分饱和反步控制策略;文献[9]和文献[10]针对四旋翼无人机轨迹跟踪控制问题,分别提出了基于状态观测器和自适应动态面的反步跟踪控制策略;文献[11]和文献[12]针对四旋翼无人机的姿态控制问题,分别提出了 $L_1$ 自适应块控反步控制策略和多变量超螺旋算法.除此之外,文献[13]针对具有外部扰动的四旋翼无人机的跟踪控制问题,提出了基于干扰观测器的滑模反步控制策略;文献[14]针对四旋翼无人机的轨迹跟踪和姿态稳定问题,提出了多变量连续输出反馈控制策略.

上述研究都取得了较好的跟踪效果.然而,大多数研究中都是把系统的稳定或渐近稳定作为控制目标,忽略了对系统瞬态性能的考虑.因此,利用预定性能控制(prescribed performance control, PPC),使得四旋翼无人机系统同时兼顾瞬态和稳态性能是一个值得重视的问题.文献[15]提出了预定性能控制方法,主要思想是采用误差转换将带有性能约束的问题转化为无约束问题,然后镇定转换误差从而保证原跟踪误差始终保持在所设定的边界内;文献[16]针对外界干扰下的四旋翼无人机的姿态控制问题,基于跟踪微分器设计了快速时变终端滑模控制器,实现了跟踪误差在有限时间内达到预定性能要求,但是位置系统的预定性能问题没有涉及;文献[17]针对四旋翼无人机系统的预定性能控制问题,提出了动态反步控制策略;文献[18]针对具有未知时变有效载荷和外界干扰的四旋翼无人机跟踪控制问题,设计了鲁棒自适应预定性能控制策略;文献[19]针对具有外界扰动和非线性特性的四旋翼无人机的控制问题,提出了预定性能控制器.

基于以上分析,本文提出基于干扰观测器的新型预定性能控制策略.通过分析四旋翼无人机动力学模型,将其简化为带有外界干扰项的严反馈形式;进一步,针对姿态和位置子系统,在反步控制框架下,分

别设计预定性能反步控制器.为了保证跟踪误差保持在预设的边界内,引入障碍Lyapunov函数;同时,设计干扰观测器对外界干扰进行估计和补偿,并通过滤波器估计姿态子系统虚拟控制输入的导数;结合Lyapunov稳定性理论分析闭环系统的稳定性,证明跟踪误差的有界稳定性,并通过仿真对比验证所提出控制策略的有效性.

## 1 四旋翼无人机模型和问题描述

四旋翼无人机动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{u_1}{m}(\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) - \frac{G_1 \dot{x}}{m}, \\ \ddot{y} = \frac{u_1}{m}(\cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi) - \frac{G_2 \dot{y}}{m}, \\ \ddot{z} = \frac{u_1}{m}(\cos\phi \cos\theta) - g - \frac{G_3 \dot{z}}{m}, \\ \ddot{\phi} = \frac{a}{J_{xx}}u_2 - \frac{G_4 a}{J_{xx}}\dot{\phi}, \\ \ddot{\theta} = \frac{a}{J_{zz}}u_4 - \frac{G_6 a}{J_{zz}}\dot{\psi}, \\ \ddot{\psi} = \frac{a}{J_{yy}}u_3 - \frac{G_5 a}{J_{yy}}\dot{\theta}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\phi$ 、 $\theta$ 、 $\psi$ 、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 分别为四旋翼无人机的俯仰角、滚转角、偏航角和位置; $m$ 为质量; $g$ 为重力加速度; $a$ 为机翼长度; $F_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )为4个旋翼的升力; $A$ 为旋翼受到空气的反扭矩系数与升力系数的比值; $J_{xx}$ 、 $J_{yy}$ 、 $J_{zz}$ 为相对机体坐标系的转动惯量; $G_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ )为空气阻力系数; $U = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T$ 为控制输入.

由式(1)可知,四旋翼无人机模型具有4个控制输入和6个输出,是一个具有强耦合和欠驱动的系统.为了控制器设计的简便性,本文利用双闭环的控制思想,将其的控制分为姿态控制和位置控制.由于在实际飞行中,四旋翼无人机会受到外界环境干扰的影响,模型(1)转化为由以下的姿态系统和位置子系统构成:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_2 + b_1 u_2 + d_1, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_2 x_4 + b_3 u_3 + d_2, \\ \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = a_3 x_6 + b_3 u_4 + d_3; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_7 = x_8, \\ \dot{x}_8 = a_4 x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 - g + d_4, \\ \dot{x}_9 = x_{10}, \\ \dot{x}_{10} = a_5 x_{10} + \frac{u_x}{m} u_1 + d_5, \\ \dot{x}_{11} = x_{12}, \\ \dot{x}_{12} = a_6 x_{12} + \frac{u_y}{m} u_1 + d_6. \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{G_4 a}{J_{xx}}, \quad a_2 = -\frac{G_5 a}{J_{yy}}, \quad a_3 = -\frac{G_6 a}{J_{zz}}, \\ a_4 &= -\frac{G_3}{m}, \quad a_5 = -\frac{G_1}{m}, \quad a_6 = -\frac{G_2}{m}, \\ b_1 &= \frac{a}{J_{xx}}, \quad b_2 = \frac{a}{J_{yy}}, \quad b_3 = \frac{a}{J_{zz}}, \end{aligned}$$

$X =$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}) = (\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}, x, \dot{x}, y, \dot{y}),$$

$d_i (i = 1, 2, \dots, 6)$  表示机体受到的外界干扰。

为了便于下一节进行控制器设计和稳定性分析, 首先给出如下引理和假设。

**引理1** 对于任意的  $|z_i| < k_{b_i}$ , 不等式

$$\log\left(\frac{k_{b_i}^2}{k_{b_i}^2 - z_i^2}\right) \leq \frac{z_i^2}{k_{b_i}^2 - z_i^2}$$

成立<sup>[20]</sup>。

**假设1** 给定的参考信号  $x_d, y_d, z_d$  连续可导。

**假设2** 对于外界干扰  $d_i (i = 1, 2, \dots, 6)$  存在常数  $\zeta$ , 使  $|\dot{d}_i| \leq \zeta_i$  成立。

**假设3** 对于滤波估计的虚拟控制输入的导数  $\dot{\alpha}_{id} (i = 1, 2)$  存在常数  $r_{id}$ , 使  $|\dot{\alpha}_{id}| \leq r_{id}$  成立。

基于上述假设, 本文结合干扰观测器、滤波器、反步控制与障碍 Lyapunov 函数设计预定性能控制器, 使得系统实现: 1) 姿态和位置稳定跟踪其参考指令; 2) 姿态和位置的跟踪误差满足预先设定的瞬态和稳态性能。

## 2 预定性能控制器设计

本节中, 分别针对姿态子系统(2)和位置子系统(3)设计控制器。引入障碍 Lyapunov 函数保证跟踪误差的预定性能, 并通过干扰观测器对外界干扰进行估计, 进而在反步控制框架下设计控制器。

### 2.1 姿态控制器设计

在姿态子系统(2)中, 每两个式子组成的二阶子系统可以作为一个独立的子系统。因此, 姿态子系统的控制可以分解为对俯仰角子系统、滚转角子系统和偏航角子系统的控制。

首先针对俯仰角子系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_1 x_2 + b_1 u_2 + d_1 \end{cases} \quad (4)$$

进行控制器的设计。基于反步法可知, 控制器的设计过程包括两步: 1) 构造障碍 Lyapunov 函数以保证跟踪误差的预定性能并设计虚拟控制输入; 2) 采用干扰观测器处理外界干扰, 并通过滤波器估计虚拟控制输入的导数, 在此基础上设计实际控制输入。详细内容如下。

step 1: 设计虚拟控制输入  $\alpha_1$ 。

俯仰角的跟踪误差定义为

$$z_1 = x_1 - \phi_d. \quad (5)$$

基于式(5), 对  $z_1$  求导, 得

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1 - \dot{\phi}_d, \quad (6)$$

其中  $z_2$  是  $x_2$  的误差信号, 即

$$z_2 = x_2 - \alpha_1. \quad (7)$$

为了保证输出误差性能约束, 选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \log\left(\frac{k_{b_1}^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2}\right), \quad (8)$$

基于式(7),  $V_1$  关于时间的导数为

$$\dot{V}_1 = \frac{z_1}{k_{b_1}^2 - z_1^2} (z_2 + \alpha_1 - \dot{\phi}_d). \quad (9)$$

由式(9)设计虚拟控制输入为

$$\alpha_1 = \dot{\phi}_d - c_1 z_1. \quad (10)$$

将式(10)代入(9), 可得

$$\dot{V}_1 = -c_1 \frac{z_1^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2} + \frac{z_1 z_2}{k_{b_1}^2 - z_1^2}. \quad (11)$$

step 2: 设计实际控制输入  $u_2$ 。

基于式(7), 对  $z_2$  求导, 得

$$\dot{z}_2 = a_1 x_2 + b_1 u_2 + d_1 - \dot{\alpha}_1, \quad (12)$$

其中外界干扰  $d_1$  通过如下干扰观测器进行估计:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_1 = p_1 + l_1 z_2, \\ \dot{p}_1 = -l_1 (a_1 x_2 + b_1 u_2 + \hat{d}_1 - \dot{\alpha}_1). \end{cases} \quad (13)$$

$l_1 > 0$ ;  $\hat{d}_1$  是对  $d_1$  的估计, 估计误差为

$$\tilde{d}_1 = d_1 - \hat{d}_1. \quad (14)$$

对  $\hat{d}_1$  求导, 结合式(13)和(14), 得

$$\dot{\tilde{d}}_1 = \dot{p} + l_1 \dot{z}_2 = l_1 \tilde{d}_1, \quad (15)$$

由式(14)和(15)得  $\dot{\tilde{d}}_1 = \dot{d}_1 - \dot{\hat{d}}_1 = \dot{d}_1 - l_1 \tilde{d}_1$ 。

同时, 设计如下滤波器估计  $\dot{\alpha}_1$ :

$$\dot{\alpha}_{1d} = \frac{-(\alpha_{1d} - \alpha_1)}{\tau_1}. \quad (16)$$

其中:  $\tau_1$  是正常数;  $\alpha_{1d}$  是对  $\alpha_1$  的估计, 滤波估计误差为  $e_{1d} = \dot{\alpha}_{1d} - \dot{\alpha}_1$ .

选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_2 = \frac{1}{2}z_2^2 + V_1,$$

$V_2$  关于时间的导数为

$$\dot{V}_2 = z_2(a_1x_2 + b_1u_2 + d_1 - \dot{\alpha}_1) + \dot{V}_1. \quad (17)$$

设计俯仰角子系统的控制输入为

$$u_2 = \frac{1}{b_1} \left( -a_1x_2 - c_2z_2 - \hat{d}_1 + \dot{\alpha}_{1d} - \frac{z_1}{k_{b_1}^2 - z_1^2} \right), \quad (18)$$

代入式(17), 得

$$\dot{V}_2 = -c_1 \frac{z_1^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2} - c_2z_2^2 + z_2\tilde{d}_{l1} + z_2e_{1d}. \quad (19)$$

选取如下 Lyapunov 函数:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}\tilde{d}_{l1}^2 + \frac{1}{2}e_{1d}^2, \quad (20)$$

$V_3$  对时间求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -c_1 \frac{z_1^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2} - c_2z_2^2 + z_2\tilde{d}_1 + \tilde{d}_1\dot{\tilde{d}}_1 + e_{1d}\dot{e}_{1d} \leq \\ & -c_1 \log \left( \frac{k_{b_1}^2}{k_{b_1}^2 - z_1^2} \right) - \left( c_2 - \frac{1}{2} \right) z_2^2 - (l_1 - 1)\tilde{d}_1^2 - \\ & \left( \frac{1}{2\tau_1} - \frac{1}{4} \right) e_{1d}^2 + \frac{1}{2}\zeta_1^2 + \frac{1}{4}r_{1d}^2 \leq \\ & -\rho_1V_3 + M_1. \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$\rho_1 = \min \left\{ c_1, c_2 - \frac{1}{2}, l_1 - 1, \frac{1}{2\tau_1} - \frac{1}{4} \right\},$$

$$M_1 \geq \frac{1}{2}\zeta_1^2 + \frac{1}{4}a_1^2.$$

只要满足  $c_2 > \frac{1}{2}, l_1 > 1, \tau_1 < 2$ , 可得四旋翼无人机俯仰角跟踪误差是有界的.

在式(21)的两边同时乘  $e^{\rho_1 t}$  并积分, 可得

$$\int_0^t (e^{\rho_1 t'} V_3)' dt \leq \int_0^t (M_1 e^{\rho_1 t'}) dt. \quad (22)$$

化简式(22), 结合式(20), 得

$$0 \leq V_3 \leq \left( V_3(0) - \frac{M_1}{\rho_1} \right) e^{-\rho_1 t} + \frac{M_1}{\rho_1}. \quad (23)$$

结合式(20), 由式(23)可知俯仰角的跟踪误差满足

$$|z_1| \leq k_{b_1} \sqrt{1 - e^{-2(V_3(0) - \frac{M_1}{\rho_1})e^{-\rho_1 t} - 2\frac{M_1}{\rho_1}}} \leq k_{b_1}. \quad (24)$$

由式(24)可知, 俯仰角的跟踪误差可以保持在预设边界内.

针对滚转角子系统

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_2x_4 + b_3u_3 + d_2, \end{cases} \quad (25)$$

类似于控制输入  $u_2$  的设计过程, 选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_4 = \frac{1}{2} \log \left( \frac{k_{b_3}^2}{k_{b_3}^2 - z_3^2} \right), \quad V_5 = \frac{1}{2}z_4^2 + V_4.$$

设计干扰观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_2 = p_2 + l_2z_4, \\ \dot{p}_2 = -l_2(a_2x_4 + b_2u_3 + \hat{d}_2 - \dot{\alpha}_2). \end{cases} \quad (26)$$

其中:  $l_2 > 0; \hat{d}_2$  是对外界干扰  $d_2$  的估计, 估计误差为  $\tilde{d}_2 = d_2 - \hat{d}_2$ .

设计滤波器

$$\dot{\alpha}_{2d} = \frac{-(\alpha_{2d} - \alpha_2)}{\tau_2}. \quad (27)$$

其中:  $\tau_2$  是正常数;  $\alpha_{2d}$  是对  $\alpha_2$  的估计, 滤波估计误差为  $e_{2d} = \dot{\alpha}_{2d} - \dot{\alpha}_2$ .

设计控制输入  $u_3$  为

$$u_3 = \frac{1}{b_2} \left( -a_2x_4 - c_4z_4 - \hat{d}_2 + \dot{\alpha}_{2d} - \frac{z_3}{k_{b_3}^2 - z_3^2} \right). \quad (28)$$

选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_6 = V_5 + \frac{1}{2}\tilde{d}_2^2 + \frac{1}{2}e_{2d}^2, \quad (29)$$

类似于  $\dot{V}_3$  的分析过程, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_6 = & -c_3 \frac{z_3^2}{k_{b_3}^2 - z_3^2} - c_4z_4^2 + z_4\tilde{d}_2 + \tilde{d}_2\dot{\tilde{d}}_2 + e_{2d}\dot{e}_{2d} \leq \\ & -c_3 \log \left( \frac{k_{b_3}^2}{k_{b_3}^2 - z_3^2} \right) - \left( c_4 - \frac{1}{2} \right) z_4^2 - (l_2 - 1)\tilde{d}_2^2 - \\ & \left( \frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{4} \right) e_{2d}^2 + \frac{1}{2}\zeta_2^2 + \frac{1}{4}r_{2d}^2 \leq \\ & -\rho_2V_6 + M_2. \end{aligned} \quad (30)$$

其中

$$\rho_2 = \min \left\{ c_3, c_4 - \frac{1}{2}, l_2 - 1, \frac{1}{2\tau_2} - \frac{1}{4} \right\},$$

$$M_2 \geq \frac{1}{2}\zeta_2^2 + \frac{1}{4}r_{2d}^2.$$

只要满足  $c_4 > \frac{1}{2}, l_2 > 1, \tau_2 < 2$ , 可得滚转角的跟踪误差是有界的.

进一步可知滚转角的跟踪误差满足

$$|z_3| \leq k_{b_3} \sqrt{1 - e^{-2(V_6(0) - \frac{M_2}{\rho_2})e^{-\rho_2 t} - 2\frac{M_2}{\rho_2}}} \leq k_{b_3}. \quad (31)$$

由式(31)可知, 滚转角的跟踪误差可以保持在预设边

界内.

针对偏航角子系统

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = a_3x_6 + b_3u_4 + d_3, \end{cases} \quad (32)$$

类似于控制输入  $u_2$  的设计过程, 选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_7 = \frac{1}{2} \log\left(\frac{k_{b_5}^2}{k_{b_5}^2 - z_5^2}\right), \quad V_8 = \frac{1}{2}z_6^2 + V_7.$$

设计干扰观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_3 = p_3 + l_3z_6, \\ \dot{p}_3 = -l_3(a_3x_6 + b_3u_4 + \hat{d}_3 - \dot{\alpha}_3). \end{cases} \quad (33)$$

其中:  $l_3 > 0$ ;  $\hat{d}_3$  是对外界干扰  $d_3$  的估计, 估计误差为  $\tilde{d}_3 = d_3 - \hat{d}_3$ .

设计控制输入  $u_4$  为

$$u_4 = \frac{1}{b_3} \left( -a_3x_6 - c_6z_6 - \hat{d}_3 + \dot{\alpha}_3 - \frac{z_5}{k_{b_5}^2 - z_5^2} \right). \quad (34)$$

选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_9 = V_8 + \frac{1}{2}\tilde{d}_3^2, \quad (35)$$

类似于  $\dot{V}_3$  的分析过程, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_9 = & -c_5 \frac{z_5^2}{k_{b_5}^2 - z_5^2} - c_6z_6^2 + z_6\tilde{d}_3 + \tilde{d}_3\dot{\tilde{d}}_3 + e_{3d}\dot{e}_{3d} \leq - \\ & c_5 \log\left(\frac{k_{b_5}^2}{k_{b_5}^2 - z_5^2}\right) - \left(c_6 - \frac{1}{2}\right)z_6^2 - \\ & (l_3 - 1)\tilde{d}_3^2 + \frac{1}{2}\zeta_3^2 \leq \\ & -\rho_3V_9 + M_3. \end{aligned} \quad (36)$$

其中

$$\rho_3 = \min\left\{c_5, c_6 - \frac{1}{2}, l_3 - 1\right\}, \quad M_3 \geq \frac{1}{2}\zeta_3^2.$$

只要满足  $c_6 > \frac{1}{2}, l_3 > 1$ , 可得偏航角的跟踪误差是有界的.

进一步可得偏航角的跟踪误差满足

$$|z_5| \leq k_{b_5} \sqrt{1 - e^{-2(V_9(0) - \frac{M_3}{\rho_3})e^{-\rho_3 t} - 2\frac{M_2}{\rho_3}}} \leq k_{b_5}. \quad (37)$$

由式(37)可知, 偏航角的跟踪误差可以保持在预设边界内.

**注1** 文献[19]提出的四旋翼无人机预定性能控制器, 将性能不等式约束转化为等式约束, 利用泰勒多项式代替转换误差, 使得只有系统初始条件已知的前提下才可保证所设计的控制器满足预先设定的瞬态和稳态性能, 存在一定的局限性. 为避免此问

题, 本文通过引入障碍 Lyapunov 函数, 可以直接保证系统的预定性能.

**注2** 本文通过滤波器估计姿态子系统中部分虚拟控制输入的导数, 避免了直接对通过水平控制量反解求出的姿态角期望值的二次求导.

## 2.2 位置控制器设计

类似于姿态子系统的控制, 位置子系统的控制可以分解为对高度子系统、 $x$  位置和  $y$  位置的控制.

针对高度子系统

$$\begin{cases} \dot{x}_7 = x_8, \\ \dot{x}_8 = a_4x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m}u_1 - g + d_4, \end{cases} \quad (38)$$

同2.1节, 控制器的设计过程包括两步: 1) 构造障碍 Lyapunov 函数以保证跟踪误差的预定性能, 并设计虚拟控制输入; 2) 采用干扰观测器处理外界干扰. 具体详情如下.

step 1: 设计虚拟控制输入  $\alpha_4$ .

高度的跟踪误差定义为

$$z_7 = x_7 - z_d. \quad (39)$$

基于式(39), 对  $z_7$  求导, 得

$$\dot{z}_7 = z_8 + \alpha_4 - \dot{z}_d, \quad (40)$$

其中  $z_8$  是  $x_8$  的误差信号, 即

$$z_8 = x_8 - \alpha_4. \quad (41)$$

为了保证输出误差性能约束, 选取如下障碍

Lyapunov 函数:

$$V_{10} = \frac{1}{2} \log\left(\frac{k_{b_7}^2}{k_{b_7}^2 - z_7^2}\right), \quad (42)$$

基于式(40),  $V_{10}$  关于时间的导数为

$$\dot{V}_{10} = \frac{z_7}{k_{b_7}^2 - z_7^2}(z_8 + \alpha_4 - \dot{z}_d). \quad (43)$$

由式(43)设计虚拟控制输入  $\alpha_4$  为

$$\alpha_4 = \dot{z}_d - c_7z_7. \quad (44)$$

将式(44)代入(43), 可得

$$\dot{V}_{10} = -c_7 \frac{z_7^2}{k_{b_7}^2 - z_7^2} + \frac{z_7z_8}{k_{b_7}^2 - z_7^2}. \quad (45)$$

step 2: 设计实际控制输入  $u_1$ .

基于式(38), 对  $z_8$  进行求导, 得

$$\dot{z}_8 = a_4x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m}u_1 - g + d_4 - \dot{\alpha}_4, \quad (46)$$

其中外界干扰  $d_4$  通过如下干扰观测器进行估计:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_4 = p_4 + l_4z_8, \\ \dot{p}_4 = -l_4 \left( a_4x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m}u_1 - g + \hat{d}_4 - \dot{\alpha}_4 \right). \end{cases} \quad (47)$$

其中:  $l_4 > 0$ ;  $\hat{d}_4$  是对  $d_4$  的估计, 估计误差为

$$\tilde{d}_4 = d_4 - \hat{d}_4. \quad (48)$$

对  $\hat{d}_4$  求导, 结合 (47) 和 (48), 得

$$\dot{\hat{d}}_4 = \dot{p}_4 + l_4 \dot{z}_8 = l_4 \tilde{d}_4, \quad (49)$$

由式 (48) 和 (49) 得  $\dot{\tilde{d}}_4 = \dot{d}_4 - \dot{\hat{d}}_4 = \dot{d}_4 - l_4 \tilde{d}_4$ .

选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_{11} = \frac{1}{2} z_8^2 + V_{10},$$

$V_{11}$  关于时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{11} = z_8 \left( a_4 x_8 + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 - \right. \\ \left. g + \hat{d}_4 - \dot{\alpha}_4 \right) + \dot{V}_{10}. \end{aligned} \quad (50)$$

设计高度子系统的控制输入为

$$\begin{aligned} u_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} \left( -a_4 x_8 - c_8 z_8 + \right. \\ \left. g - \hat{d}_4 + \dot{\alpha}_4 - \frac{z_7}{k_{b_7}^2 - z_7^2} \right), \end{aligned} \quad (51)$$

代入式 (50), 得

$$\dot{V}_{11} = -c_7 \frac{z_7^2}{k_{b_7}^2 - z_7^2} - c_8 z_8^2 + z_8 \tilde{d}_4. \quad (52)$$

选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_{12} = V_{11} + \frac{1}{2} \tilde{d}_4^2, \quad (53)$$

$V_{12}$  关于时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{12} = -c_7 \frac{z_7^2}{k_{b_7}^2 - z_7^2} - c_8 z_8^2 + z_8 \tilde{d}_4 + \tilde{d}_4 \dot{\tilde{d}}_4 \leq \\ -c_7 \log \left( \frac{k_{b_7}^2}{k_{b_7}^2 - z_7^2} \right) - \left( c_8 - \frac{1}{2} \right) z_8^2 - \\ (l_4 - 1) \tilde{d}_4^2 + \frac{1}{2} \zeta_4^2 \leq \\ -\rho_4 V_{12} + M_4, \end{aligned} \quad (54)$$

其中

$$\rho_4 = \min \left\{ c_7, c_8 - \frac{1}{2}, l_4 - 1 \right\}, M_4 \geq \frac{1}{2} \zeta_4^2.$$

只要满足  $c_8 > \frac{1}{2}$ ,  $l_4 > 1$ , 可得四旋翼无人机高度跟踪误差是有界的.

进一步可得高度的跟踪误差满足

$$|z_7| \leq k_{b_7} \sqrt{1 - e^{-2(V_{12}(0) - \frac{M_4}{\rho_4}) e^{-\rho_4 t} - 2 \frac{M_4}{\rho_4}}} \leq k_{b_7}. \quad (55)$$

由式 (55) 可知, 高度的跟踪误差可以保持在预设边界内.

针对  $x$  位置

$$\begin{cases} \dot{x}_9 = x_{10}, \\ \dot{x}_{10} = a_5 x_{10} + \frac{u_x}{m} u_1 + d_5, \end{cases} \quad (56)$$

类似于  $u_1$  的设计过程, 选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_{13} = \frac{1}{2} \log \left( \frac{k_{b_9}^2}{k_{b_9}^2 - z_9^2} \right), V_{14} = \frac{1}{2} z_{10}^2 + V_{13}.$$

设计干扰观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_5 = p_5 + l_5 z_{10}, \\ \dot{p}_5 = -l_5 \left( a_5 x_{10} + \frac{u_x}{m} u_1 + \hat{d}_5 - \dot{\alpha}_5 \right). \end{cases} \quad (57)$$

其中:  $l_5 > 0$ ;  $\hat{d}_5$  是对外界干扰  $d_5$  的估计, 估计误差为  $\tilde{d}_5 = d_5 - \hat{d}_5$ .

设计控制输入  $u_x$  为

$$u_x = \frac{m}{u_1} \left( -a_5 x_{10} - c_{10} z_{10} - \hat{d}_5 + \dot{\alpha}_5 - \frac{z_9}{k_{b_9}^2 - z_9^2} \right). \quad (58)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V_{15} = V_{14} + \frac{1}{2} \tilde{d}_5^2, \quad (59)$$

类似于  $\dot{V}_{12}$  的分析过程, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{15} = -c_9 \frac{z_9^2}{k_{b_9}^2 - z_9^2} - c_{10} z_{10}^2 + z_{10} \tilde{d}_5 + \tilde{d}_5 \dot{\tilde{d}}_5 \leq \\ -c_9 \log \left( \frac{k_{b_9}^2}{k_{b_9}^2 - z_9^2} \right) - \left( c_{10} - \frac{1}{2} \right) z_{10}^2 - \\ (l_5 - 1) \tilde{d}_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_5^2 \leq \\ -\rho_5 V_{15} + M_5. \end{aligned} \quad (60)$$

其中

$$\rho_5 = \min \left\{ c_9, c_{10} - \frac{1}{2}, l_5 - 1 \right\}, M_5 \geq \frac{1}{2} \zeta_5^2.$$

只要满足  $c_{10} > \frac{1}{2}$ ,  $l_5 > 1$ , 可得  $x$  位置跟踪误差是有界的.

进一步可得  $x$  位置的跟踪误差满足

$$|z_9| \leq k_{b_9} \sqrt{1 - e^{-2(V_{15}(0) - \frac{M_5}{\rho_5}) e^{-\rho_5 t} - 2 \frac{M_5}{\rho_5}}} \leq k_{b_9}. \quad (61)$$

由式 (61) 可知,  $x$  位置的跟踪误差可以保持在预设边界内.

针对  $y$  位置

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12}, \\ \dot{x}_{12} = a_6 x_{12} + \frac{u_y}{m} u_1 + d_6, \end{cases} \quad (62)$$

类似于  $u_1$  的设计过程, 选取如下障碍 Lyapunov 函数:

$$V_{16} = \frac{1}{2} \log \left( \frac{k_{b_{11}}^2}{k_{b_{11}}^2 - z_{11}^2} \right), V_{17} = \frac{1}{2} z_{12}^2 + V_{16}.$$

设计干扰观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_6 = p_6 + l_6 z_{12}, \\ \dot{p}_6 = -l_6 \left( a_6 x_{12} + \frac{u_y}{m} u_1 + \hat{d}_6 - \dot{\alpha}_6 \right). \end{cases} \quad (63)$$

其中:  $l_6 > 0$ ;  $\hat{d}_6$  是对外界干扰  $d_6$  的估计, 估计误差为  $\tilde{d}_6 = d_6 - \hat{d}_6$ .

设计控制输入  $u_y$  为

$$u_y = \frac{m}{u_1} \left( -a_6 x_{12} - c_{12} z_{12} - \hat{d}_6 + \dot{\alpha}_6 - \frac{z_{11}}{k_{b_{11}}^2 - z_{11}^2} \right). \quad (64)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V_{18} = V_{17} + \frac{1}{2} \tilde{d}_6^2. \quad (65)$$

类似于  $\dot{V}_{12}$  的分析过程, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{18} = & -c_{11} \frac{z_{11}^2}{k_{b_{11}}^2 - z_{11}^2} - c_{12} z_{12}^2 + z_{12} \tilde{d}_6 + \tilde{d}_6 \dot{\tilde{d}}_6 \leq \\ & -c_{11} \log \left( \frac{k_{b_{11}}^2}{k_{b_{11}}^2 - z_{11}^2} \right) - \left( c_{12} - \frac{1}{2} \right) z_{12}^2 - \\ & (l_6 - 1) \tilde{d}_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_6^2 \leq \\ & -\rho_5 V_{18} + M_5. \end{aligned} \quad (66)$$

其中

$$\rho_6 = \min \left\{ c_{11}, c_{12} - \frac{1}{2}, l_6 - 1 \right\},$$

$$M_6 \geq \frac{1}{2} \zeta_6^2.$$

只要满足  $c_{12} > \frac{1}{2}, l_6 > 1$ , 可得  $y$  位置跟踪误差是有界的.

进一步可得  $y$  位置的跟踪误差满足

$$|z_{11}| \leq k_{b_{11}} \sqrt{1 - e^{-2(V_{18}(0) - \frac{M_6}{\rho_6}) e^{-\rho_6 t} - 2 \frac{M_6}{\rho_6}}} \leq k_{b_{11}}. \quad (67)$$

由式(67)可知,  $y$  位置的跟踪误差可以保持在预设边界内.

**注3** 文献[16-19]仅考虑了四旋翼无人机姿态子系统的预定性能控制, 本文同时考虑了位置和姿态子系统的预定性能控制, 使得其跟踪误差一直处于预设边界内, 提高了跟踪误差精度, 保证了系统的瞬态及稳态性能. 虽然文献[18]同时考虑了四旋翼无人机位置和姿态子系统的预定性能控制, 但是控制器设计复杂. 本文的控制器设计简单, 使得其跟踪误差一直处于预设边界内, 且跟踪误差精度更高.

### 2.3 滚转角和俯仰角期望值的反解

由四旋翼无人机的动力学方程可知, 其水平控制通道与俯仰、滚转控制通道联系紧密. 在双闭环控制器设计中, 通过水平控制量反解出期望俯仰角和期望滚转角, 即

$$\begin{cases} u_x = \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi, \\ u_y = \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi, \end{cases} \quad (68)$$

其中  $u_x, u_y$  分别是  $x, y$  方向的控制输入. 针对四旋翼无人机定点飞行的特点设期望偏航角为  $\phi_d = 0 \text{ rad}$ , 则由式(50)可以反解得到期望俯仰角  $\phi_d$  和期望滚转角  $\theta_d$ , 即

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin(u_x \sin(-\psi) - u_y \cos(-\psi)), \\ \theta_d = \arcsin \left( \frac{u_x \cos(-\psi) + u_y \sin(-\psi)}{\cos \phi_d} \right). \end{cases} \quad (69)$$

### 3 仿真分析

为了更好地体现第2节中所设计的控制策略的有效性, 本节进行仿真验证. 仿真中, 在设计参数相同的条件下, 与不考虑预定性能的情形进行对比.

初始飞行条件设置为  $x(0) = 0, y(0) = 1, z(0) = 0.01$ , 位置参考指令选取为  $x_d = \sin\left(\frac{\pi}{25}t\right), y_d = \cos\left(\frac{\pi}{25}t\right), z_d = \frac{1}{6}t$ , 偏航角参考指令选取为  $\psi_d = 0 \text{ rad}$ , 外界干扰设定为  $d_i = 0.01\left(\frac{\pi}{25}t\right) (i = 1, 2, \dots, 6)$ . 其中, 四旋翼无人机模型参数和控制器参数分别由表1和表2给出.

表1 四旋翼无人机模型参数

变量	数值	变量	数值
$m/\text{kg}$	2	$J_{yy}/(\text{kg}/\text{m}^2)$	1.25
$g/(\text{m}/\text{s}^2)$	9.81	$J_{zz}/(\text{kg}/\text{m}^2)$	2.5
$a/\text{m}$	0.2	$G_1 \sim G_3/(\text{kg}/\text{s})$	0.01
$J_{xx}/(\text{kg}/\text{m}^2)$	1.25	$G_4 \sim G_6/(\text{kg}/\text{s})$	0.012

表2 控制器参数

变量	数值	变量	数值	变量	数值
$c_1, c_2$	5	$c_{11}$	0.3	$k_{b_9}$	0.002
$c_3$	3	$c_{12}$	0.6	$k_{b_{11}}$	0.005
$c_4$	1.2	$l_1 \sim l_6$	1.005	$-k_{b_1}$	-0.0005
$c_5, c_6$	0.8	$\tau_1 \sim \tau_2$	1.9	$-k_{b_3}$	-0.015
$c_7$	0.3	$k_{b_1}$	0.0005	$-k_{b_5}$	-0.0003
$c_8$	25	$k_{b_3}$	0.015	$-k_{b_7}$	-0.06
$c_9$	0.001	$k_{b_5}$	0.0003	$-k_{b_9}$	-0.002
$c_{10}$	0.51	$k_{b_7}$	0.06	$-k_{b_{11}}$	-0.005

仿真结果如图1~图5所示. 图1和图2为考虑预定性能(with prescribed performance, with PP)与不考虑预定性能(without prescribed performance, without PP)的姿态跟踪效果, 图3和图4为位置的跟踪效果. 图1显示了对姿态角参考指令的稳定跟踪. 图2显示跟踪误差  $e_\phi$  和  $e_\theta$  在5s内实现了稳定, 且一直保持在预先设定的边界内(图2中虚线所示); 而不考虑预定性能的情形中  $e_\theta$  在15s内实现稳定,  $e_\phi$  和  $e_\psi$  则在50s内仍无法实现稳定.

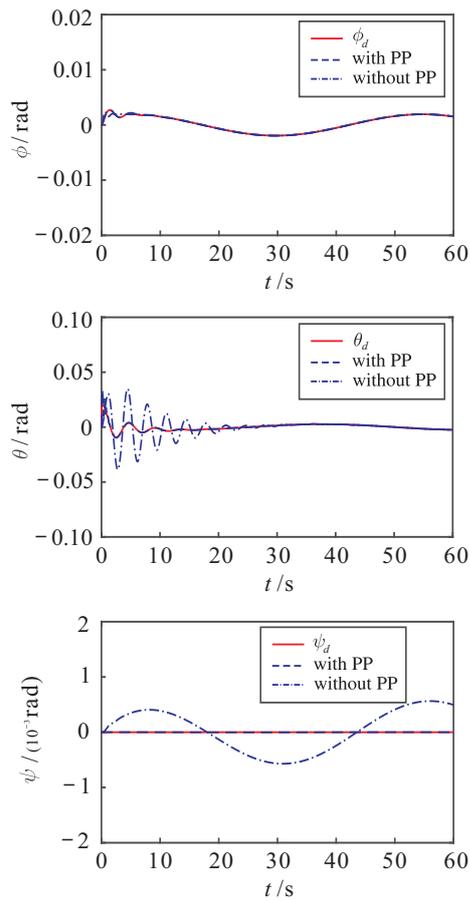


图1 姿态跟踪曲线

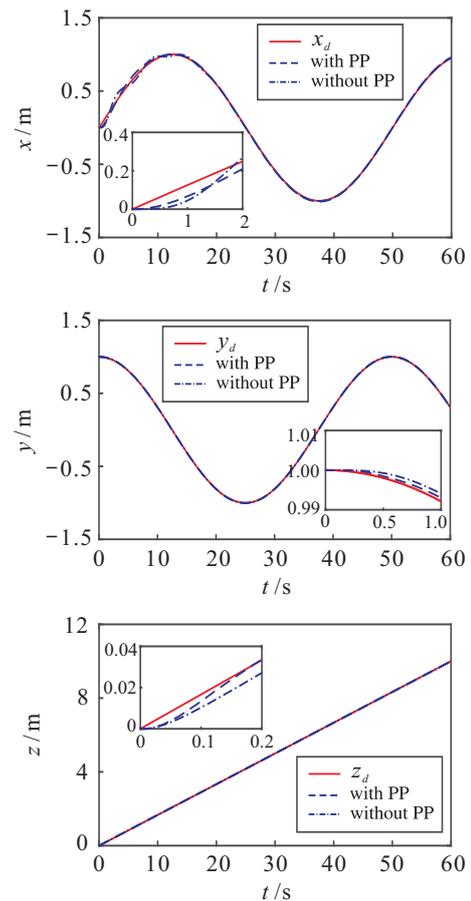


图3 位置跟踪曲线

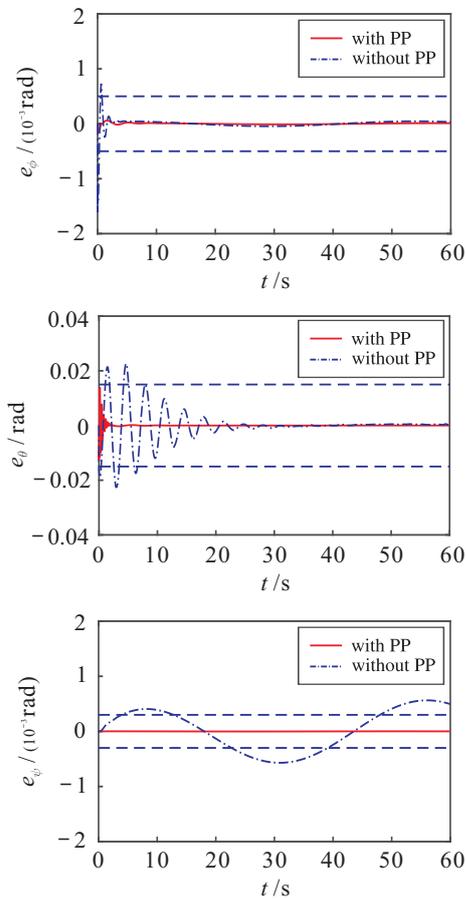


图2 姿态跟踪误差曲线

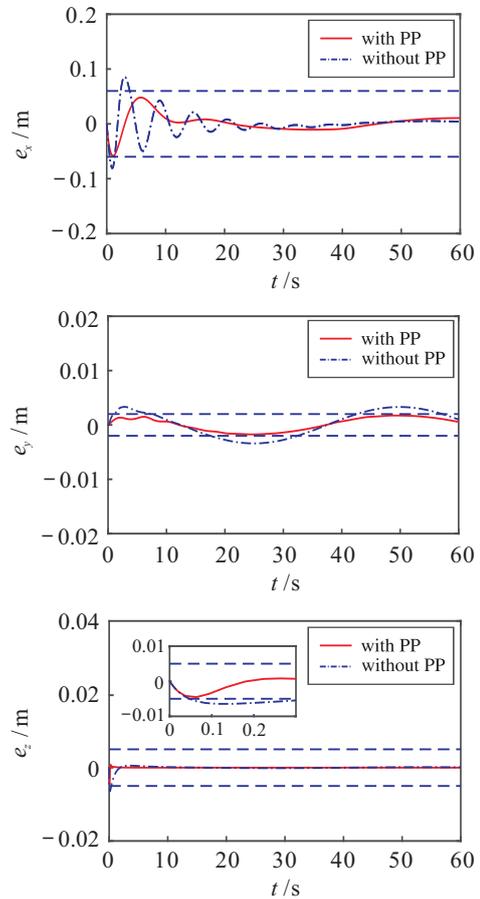


图4 位置跟踪误差曲线

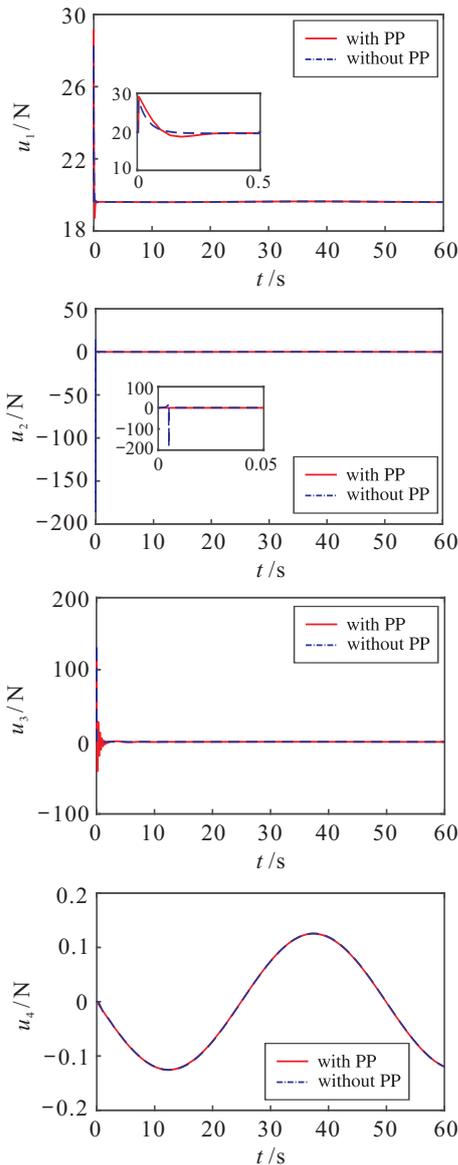


图5 控制输入曲线

图3显示了对位置参考指令的稳定跟踪. 图4显示跟踪误差 $e_x$ 、 $e_z$ 分别在15s、0.5s内实现了稳定,且跟踪误差一直保持在预先设定的边界内(图中虚线所示), $e_y$ 虽然在50s内实现了稳定,但跟踪误差也一直保持在预先设定的边界内;而不考虑预定性能的情形下跟踪误差 $e_x$ 、 $e_y$ 在50s内仍无法实现稳定, $e_z$ 在1s内实现了稳定.

由图5可知,两种情形下的控制输入的变化曲线都比较平滑. 从仿真结果可以看出:采用基于预定性能的控制策略,跟踪误差始终未超出预设上下界的限制,满足预设的瞬态和稳态要求,且系统响应速度快;而不考虑预定性能的控制策略,不能保证跟踪误差在设定的边界内运动,且存在较大的稳态误差.

#### 4 结论

本文针对四旋翼无人机存在外界干扰和输出误差约束影响下的跟踪控制,提出了基于干扰观测

器的预定性能反步控制器. 该控制策略通过引入障碍Lyapunov函数,使得跟踪误差一直保持在预先设定的边界内,提高了跟踪精度,得到了理想的控制效果. 仿真对比的结果表明,所提出的控制策略实现了四旋翼无人机的稳定跟踪控制,且稳态和瞬态性能明显优于不考虑预定性能情形下的控制策略. 下一步的工作是对本方案进行相应的实验验证,从而更好地说明所提出控制策略的有效性和可行性.

#### 参考文献(References)

- [1] Pukdeboon C. Extended state observer-based third-order sliding mode finite-time attitude tracking controller for rigid spacecraft[J]. Science China Information Sciences, 2018, 62(1): 12206.
- [2] Hua C C, Wang K, Chen J N, et al. Tracking differentiator and extended state observer-based nonsingular fast terminal sliding mode attitude control for a quadrotor[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 94(1): 343-354.
- [3] Liu H B, Wang H P, Sun J. Attitude control for QTR using exponential nonsingular terminal sliding mode control[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2019, 30(1): 191-200.
- [4] Zeglache S, Mekki H, Bouguerra A, et al. Actuator fault tolerant control using adaptive RBFNN fuzzy sliding mode controller for coaxial octorotor UAV[J]. ISA Transactions, 2018, 80(9): 267-278.
- [5] Rios H, Falcon R, Gonzalez O A, et al. Continuous sliding-mode control strategies for quadrotor robust tracking: Real-time application[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(2): 1264-1272.
- [6] 刘锦涛, 吴文海, 李静, 等. 四旋翼无人机SO(3)滑模变结构姿态控制器设计[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1057-1064.  
(Liu J T, Wu W H, Li J, et al. Sliding mode variable structure attitude controller design of quadrotor UAVs on SO(3)[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1057-1064.)
- [7] Zheng F, Zhen Z, Gong H. Observer-based backstepping longitudinal control for carrier-based UAV with actuator faults[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2017, 28(2): 322-337.
- [8] Zhou L H, Dou J X, Zhang J Q, et al. Trajectory tracking control for a quadrotor UAV based on improved backstepping[J]. Journal of Northeastern University, 2018, 39(1): 66-70.
- [9] Shao X L, Liu J, Cao H L, et al. Robust dynamic surface trajectory tracking control for a quadrotor UAV via extended state observer[J]. International Journal of

- Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(7): 2700-2719.
- [10] 沈智鹏, 曹晓明. 输入受限四旋翼飞行器的模糊自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(7): 1401-1408.  
(Shen Z P, Cao X M. Fuzzy adaptive dynamic surface trajectory tracking control for quadrotor UAV with input constraints[J]. Control and Decision, 2019, 34(7): 1401-1408.)
- [11] 甄红涛, 齐晓慧, 李杰, 等. 四旋翼无人机  $L_1$  自适应块控反步姿态控制器设计[J]. 控制与决策, 2014, 29(6): 1076-1082.  
(Zhen H T, Qi X H, Li J, et al. Quadrotor UAV  $L_1$  adaptive block backstepping attitude controller[J]. Control and Decision, 2014, 29(6): 1076-1082.)
- [12] Tian B L, Liu L H, Lu H C, et al. Multivariable finite time attitude control for quadrotor UAV: Theory and experimentation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(3): 2567-2577.
- [13] Zhang Z, Wang F, Guo Y, et al. Multivariable sliding mode backstepping controller design for quadrotor UAV based on disturbance observer[J]. Science China Information Sciences, 2018, 61(11): 112207.
- [14] Tian B L, Lu H C, Zuo Z Y. Multivariable finite-time output feedback trajectory tracking control of quadrotor helicopters[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(1): 281-295.
- [15] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(9): 2090-2099.
- [16] 常绍平, 师五喜, 郭建川. 基于预定性能的四旋翼飞行器姿态控制[J]. 计算机仿真, 2017, 34(7): 73-78.  
(Chang S P, Shi W X, Guo J C. Attitude control for quadrotor UAV with prescribed performance[J]. Computer Simulation, 2017, 34(7): 73-78.)
- [17] Lu B, Ma J, Xie Y, et al. Dynamic inversion control with guaranteed transient and steady state performances for UAV systems[C]. The 34th Chinese Control Conference. Hangzhou: IEEE, 2015: 371-376.
- [18] Hua C C, Chen J N, Guan X P. Adaptive prescribed performance control of QUAVs with unknown time-varying payload and wind gust disturbance[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(14): 6323-6338.
- [19] 陈龙胜, 宁晓明. 四旋翼无人机预设性能非线性PI串级姿态控制[J]. 应用科学学报, 2019, 37(1): 137-150.  
(Chen L S, Ning X M. Nonlinear PI cascade attitude control with prescribed performance for a quadrotor UAV[J]. Journal of Applied Sciences, 2019, 37(1): 137-150.)
- [20] Li D P, Liu Y J, Tong S, et al. Neural networks-based adaptive control for nonlinear state constrained systems with input delay[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1249-1258.

#### 作者简介

王芳(1984—), 女, 副教授, 博士, 从事复杂系统控制及应用、飞行系统控制等研究, E-mail: wangfang@ysu.edu.cn;

高雅丽(1993—), 女, 硕士生, 从事无人机编队控制理论及其应用的研究, E-mail: 18833594860@163.com;

张政(1993—), 男, 硕士, 从事无人机轨迹跟踪控制及应用的研究, E-mail: 751885614@qq.com;

华长春(1979—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性动力系统的控制及应用、基于数据驱动的故障诊断和容错控制等研究, E-mail: cch@ysu.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)