

# 控制与决策

Control and Decision

## 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

宋晓娟, 王宏伟, 吕书锋

引用本文:

宋晓娟, 王宏伟, 吕书锋. 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(5): 1078–1086.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

### 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

### 纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

*控制与决策*. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

### 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

*控制与决策*. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

### 一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

*控制与决策*. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

# 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

宋晓娟<sup>1†</sup>, 王宏伟<sup>1</sup>, 吕书锋<sup>2</sup>

(1. 内蒙古工业大学 机械工程学院, 呼和浩特 010051; 2. 内蒙古工业大学 理学院, 呼和浩特 010051)

**摘要:** 研究三轴稳定充液航天器姿态控制过程中存在外部未知干扰、参数不确定和输入饱和的问题, 提出一种抗干扰有限时间滑模控制的姿态机动控制方法. 将部分充液贮箱内液体燃料晃动等效为球摆模型, 采用动量矩守恒定律推导出充液航天器耦合动力学方程. 首先, 设计有限时间积分滑模干扰观测器, 保证控制系统中集总干扰可以在有限时间内被估计; 然后, 基于所设计的干扰观测器, 提出一种抗干扰有限时间快速终端滑模控制策略, 并且证明在该控制律的作用下闭环系统的状态是有限时间稳定的, 而且收敛到指定的快速终端滑模面上. 此外, 通过引入辅助变量补偿控制输入超调量, 克服输入饱和的约束. 仿真结果验证了该控制策略的有效性和鲁棒性.

**关键词:** 充液航天器; 姿态机动; 有限时间控制; 干扰观测器; 滑模控制

中图分类号: V448

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0820

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 宋晓娟, 王宏伟, 吕书锋. 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1078-1086.

## Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

SONG Xiao-juan<sup>1†</sup>, WANG Hong-wei<sup>1</sup>, LYU Shu-feng<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot, 010051, China; 2. College of Science, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China)

**Abstract:** In this paper, the problem of attitude control for three-axis stabilized liquid-filled spacecrafts with unknown external disturbance, uncertain parameters and input saturation is studied, and an attitude maneuver control method based on anti-disturbance finite-time sliding mode control is proposed. The sloshing of liquid fuel in a partially liquid-filled tank is equivalent to a spherical pendulum model, and the coupled dynamic equation of a liquid-filled spacecraft is derived by using the conservation law of momentum moment. A finite-time integral sliding mode disturbance observer is designed firstly to ensure that the lumped disturbances in the control system can be estimated in finite time. Then, based on the designed disturbance observer, an anti-disturbance finite-time fast terminal sliding control strategy is presented, and it is proved that the state of the closed-loop system is finite-time stable under the control law, and converges to the specified fast terminal sliding mode surface. Moreover, input saturation constraint is overcome by introducing auxiliary variables to compensate for overshooting. The simulation results show the effectiveness and robustness of the control strategy.

**Keywords:** liquid filled spacecraft; attitude maneuver; finite-time control; disturbance observer; sliding mode control

## 0 引言

现代航天器通常携带大量的液体燃料用于支撑自身机体完成轨道转移、空间交会和对接等航天任务. 研究晃动动力学与控制系统之间的耦合效应是航天工业面临的主要挑战之一. 液体晃动通常被认为是容器内液体表面的运动. 当携带部分充液贮箱的航天器进行姿态或轨道机动时, 贮箱中的液体燃

料不可避免地会发生晃动. 液体晃动不仅对航天器姿态运动产生重大影响, 甚至诱发不稳定性, 而且也对充液航天器的控制器设计提出了重大挑战<sup>[1-3]</sup>. 以2007年著名的航天X猎鹰1号为例, 它在第2阶段引起的燃料晃动失控, 燃料晃动会影响动力响应, 导致质量分散和能量耗散. 为了减少这些影响, 设计高性能的充液航天器姿态控制器和研究耦合动力学是非

收稿日期: 2019-06-10; 修回日期: 2020-03-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11962020, 11502122, 11862020, 11402126); 内蒙古自然科学基金项目(2019MS05065).

责任编辑: 关治洪.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: xjsong0603@163.com.

常有必要的. 许多研究人员已经研究了液体晃动对航天器姿态控制系统的影响. 在控制系统中, 常采用球摆模型和弹簧-质量模型等线性等效力学模型代替液体晃动. 文献[4]将液体晃动等效为球摆模型, 研究了姿态转换机动过程中带有柔性附件和充液贮箱航天器的分岔和混沌行为; 文献[5]利用等效球摆模型推导了航天器动力学方程, 设计了一种将输入成型技术与反馈线性化方法结合的混合控制策略, 保证了航天器姿态机动的稳定性; 考虑到参数不确定性和外界未知干扰, 文献[6]应用二阶弹簧-质量模型建立了充液航天器的数学模型, 并将自适应滑模控制与输入整形技术相结合, 设计了混合控制方法, 实现了姿态控制任务; 文献[7]研究了低频正弦扰动下充液航天器的姿态调节问题, 并将充液航天器的动力学模型表示为刚体和一个简单球摆模型; 文献[8]将携带部分充液贮箱航天器的晃动质量等效为一个球摆模型, 建立了航天器动力学方程并且研究了自旋航天器的控制稳定性问题.

由于姿态动力学模型是耦合的和非线性的, 而且航天器运行环境通常存在外部未知干扰, 航天器是一个参数不确定系统. 传统的线性控制(如比例微分PD姿态控制)难以提供高精度的快速瞬态响应. 因此, 在外部干扰和参数不确定的条件下, 一些学者提出了许多先进的控制方法, 获得了良好的控制性能, 例如: 反步控制<sup>[9]</sup>、自适应控制<sup>[10]</sup>、滑模控制<sup>[11]</sup>、鲁棒控制<sup>[12]</sup>、最优控制<sup>[13]</sup>、神经网络控制<sup>[14]</sup>和基于观测器<sup>[15]</sup>的控制策略. 上述姿态控制方案均属于渐近稳定的控制律, 意味着收敛速度以指数形式进行收敛. 这使得渐近稳定控制器不能在有限时间将系统状态稳定在平衡位置. 有限时间控制是渐近稳定控制的一个特例, 有限时间控制器与渐近稳定控制器之间的主要区别在于前者可以保证系统状态在有限时间内收敛到平衡点, 所以有限时间收敛的姿态控制律更具有优势. 除了更快的收敛速度外, 有限时间控制下的闭环系统通常表现出更高的精度、更好的抗干扰性能和更好的抗不确定性<sup>[16-17]</sup>. 考虑到这些优点, 近年来一些学者采用有限时间控制方法设计航天器姿态控制器<sup>[18-23]</sup>. 文献[18-19]使用终端滑模控制策略实现了航天器有限时间稳定; 之后文献[20]针对刚体航天器设计了改进的鲁棒控制器, 保证了系统的状态在有限时间内收敛到平衡位置; 为了解决终端滑模控制方法引起的奇异现象, 文献[21]提出了一类用于姿态跟踪系统的滑模控制器, 并引入干扰观测器补偿系统不确定性, 驱使系统的状态在有限时间内收敛到滑模面

上; 此外, 文献[22-23]研究了航天器姿态控制系统中存在外部未知干扰的有限时间姿态控制.

干扰抑制性能和控制输入饱和问题是姿态控制器设计中需要考虑的重要问题. 为了增强系统的抗干扰性能, 一种有效的方法是将前馈补偿项与传统的反馈部分相结合, 但是, 航天器系统很难测量外部未知干扰. 另外一种可行的方法是设计干扰估计技术. 干扰观测器被认为是一种估算干扰的自适应鲁棒技术, 并已在实际工程实践中得到广泛应用<sup>[24-25]</sup>. 文献[12, 26-27]提出了一种基于滑模干扰观测器的控制策略. 此外, 由于航天器机载执行器的物理限制, 几乎所有的执行器都会受到输入非线性的影响, 如饱和、死区、反冲和滞后等. 控制输入饱和是实际姿态控制系统的主要控制问题之一, 这可能导致航天器姿态出现不可接受的性能退化, 甚至导致系统的不稳定. 由于输入信号的幅值受先验固定常数的限制, 设计具有输入饱和的姿态控制器具有实际意义和理论意义, 是一个具有挑战性的问题. 一些学者已经解决了执行器输入饱和的姿态控制问题<sup>[11, 28-31]</sup>.

本文研究三轴稳定充液航天器控制系统中同时存在外部未知干扰、参数不确定和控制输入饱和的问题. 本文的主要研究内容为: 1) 将部分充液贮箱内液体晃动等效为球摆模型, 采用动量矩守恒定律推导出航天器耦合动力学方程; 2) 针对控制系统中存在集总扰动, 包括外部未知干扰、参数不确定以及状态变量与液体晃动位移变量的耦合项, 设计有限时间积分滑模干扰观测器, 可以在有限时间内估计集总扰动; 3) 与干扰观测器结合设计有限时间快速终端滑模控制策略, 保证系统的状态在有限时间稳定在平衡位置上, 并且到达快速终端滑模面上; 4) 考虑执行机构存在饱和约束, 引入辅助变量补偿控制输入幅值的超调量, 可有效克服控制输入的饱和约束.

## 1 充液航天器动力学建模

### 1.1 姿态动力学方程描述

为了避免参数带来的奇异性, 本文使用欧拉四元数描述航天器姿态动力学方程

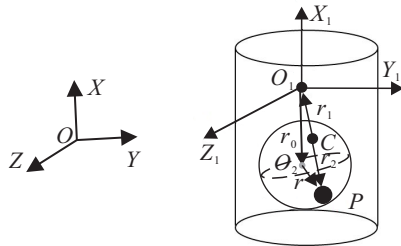
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q} \end{bmatrix} = 1/2 \begin{bmatrix} -q^T \\ G(q) \end{bmatrix} \omega. \quad (1)$$

其中:  $[q_0, q]^T = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$  满足条件  $q_0^2 + q^T q = 1$ ; 航天器角速度矢量  $\omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ ;  $G(q) = q_0 I_3 + q^\times$ ,  $q^\times$  为叉乘矩阵, 定义为

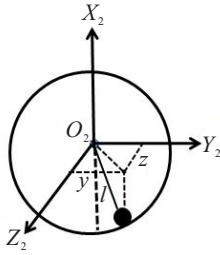
$$\begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

1.2 建立航天器的数学模型

航天器模型如图1所示.



(a) 航天器的二体模型



(b) 液体晃动的等效球摆模型

图1 充液航天器系统动力学模型

$O\text{-}XYZ$ 为惯性坐标系,  $O_1\text{-}X_1Y_1Z_1$ 为航天器本体坐标系,  $O_2\text{-}X_2Y_2Z_2$ 为球摆坐标系. 假设  $O_1$  为刚体部分的质心, 摆球悬挂点为贮箱中心  $O_2$ , 使球摆悬挂点  $O_2$  位于航天器本体坐标系的  $O_1X_1$  轴上, 摆球的摆长为  $l$ , 摆球质量为  $m_p$ , 摆球相对于  $O_1$  的位移矢量为  $r_p$ ,  $O_1$  到  $O_2$  的位移矢量为  $r_0$ . 假设图1中摆球质量的位置为  $P$  点,  $O_1$  与  $P$  点连线上的一点  $C$  是主刚体与球摆所组成的系统的质心.  $C$  到  $O_1$  的位移矢量为  $r_1$ ,  $C$  到  $P$  的位移矢量为  $r_2$ .  $P$  点相对于摆球悬挂点  $O_2$  的位移矢量为  $r$ ,  $r$  关于  $O_2$  的坐标可以表示为

$$r = [-\sqrt{l^2 - y^2 - z^2}, y, z]^T. \tag{2}$$

由于受摆的长度和贮箱尺寸的限制, 摆球运动的自由度是2维, 考虑液体晃动为小幅度晃动, 所以摆球振动幅度也为小幅度振动, 即  $y, z \ll l$ , 因此有近似关系  $x \approx -l$ . 则式(2)可以写成

$$r = [-l, y, z]^T. \tag{3}$$

定义描述液体晃动的广义坐标  $\eta = [y, z]^T$ , 主刚体的名义转动惯量和质量分别为  $J$  和  $m_b$ , 则系统相对于  $C$  点的总动量矩表示为

$$H = J\omega + \mu m_b r_p^\times (\omega^\times r_p + \dot{r}_p). \tag{4}$$

其中:  $\mu = \frac{m_p}{m_b + m_p}$ ;  $r_p = r_0 + r$ ,  $r_0 = [r_x, 0, 0]^T$ . 则将式(4)写成矩阵形式为

$$H = J_b\omega + h_p. \tag{5}$$

其中:  $J_b = J - \mu m_b r_p^\times r_p^\times$ ;  $h_p = \mu m_b r_p^\times \dot{r}$ . 将动量矩守

恒定律应用于式(5), 产生如下矩阵形式:

$$J_b\dot{\omega} + \delta^T \ddot{\eta} = -\omega^\times (J_b\omega + \delta^T \dot{\eta}) - \dot{J}\omega + d(t) + u. \tag{6}$$

其中:  $\delta = \mu m_b \begin{bmatrix} -z & 0 & k \\ y & -k & 0 \end{bmatrix}$ ,  $k = r_x - l$ ;  $u$  为作用在航天器上的控制力矩;  $d(t)$  为航天器收到的外部未知干扰. 推导摆球动力学方程, 假设  $C$  点在空间中是静止的, 球摆关于系统质心  $C$  的动力学方程表示为

$$\mu m_b a_p = T_0 + T_g. \tag{7}$$

其中:  $T_0 = -\left[\frac{\partial R}{\partial y}, \frac{\partial R}{\partial z}\right]^T$  为球摆所受到的黏性力矩, 瑞利耗散函数  $R = c_1 \dot{y}^2 + c_2 \dot{z}^2$ ,  $c_1, c_2$  为燃料黏性系数;  $T_g = \left[\frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right]^T$  为球摆受到的惯性力矩,  $U = m_p g \sqrt{l^2 - y^2 - z^2}$  为势能函数,  $g$  为航天器惯性加速度的大小.  $P$  点的绝对加速度表示为

$$a_p = (1 - \mu) \frac{d^2 r_p}{dt^2} = (1 - \mu) [\ddot{r} + \dot{\omega}^\times r_p + 2\omega^\times \dot{r} + \omega^\times (\omega^\times r_p)]. \tag{8}$$

考虑航天器执行姿态机动, 将方程(7)写成矩阵形式, 假设液体为小幅度晃动, 可将式(6)和(7)作线性化处理, 即省略掉方程(6)和(7)中的高阶小量. 为了控制系统简述方便, 对于方程(7)引入新的变量  $\psi$ , 充液航天器动力学方程表示为

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \psi - M^{-1}\delta\omega, & (9a) \\ \dot{\omega} = J^{-1}(-\omega^\times J\omega + \bar{d}(t) + u), & (9b) \\ \dot{\psi} = -(C\psi + K\eta - CM^{-1}\delta\omega), & (9c) \\ \psi = \dot{\eta} + M^{-1}\delta\omega. & (9d) \end{cases}$$

其中:  $M = \mu m_b \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = M^{-1} \begin{bmatrix} 2c_1 & 0 \\ 0 & 2c_2 \end{bmatrix}$ ,  $K = m_p M^{-1} \begin{bmatrix} g/l & 0 \\ 0 & g/l \end{bmatrix}$ .  $\bar{d}(t) = d(t) - \Delta J\dot{\omega} - \omega^\times (\Delta J\omega + \delta^T \psi) + \delta^T (C\psi + K\eta - CM^{-1}\delta\omega)$  为姿态机动控制系统式(9b)的集总扰动,  $\Delta J$  为不确定惯性矩阵. 集总扰动包括外部未知干扰、航天器转动惯量的参数不确定性以及系统状态变量与液体晃动位移变量之间的耦合项. 控制系统中控制力矩存在饱和约束, 即  $|u(t)| \leq \bar{u}_m$ , 其中  $\bar{u}_m$  为执行机构提供的最大输出幅值.

2 有限时间收敛控制器设计与稳定性分析

针对机动控制系统(9)存在集总扰动, 首先设计有限时间积分滑模干扰观测器进行有效补偿. 将有限时间控制技术结合干扰观测器, 设计抗干扰有限时

间滑模控制律,实现航天器姿态机动的稳定性,同时通过引入辅助变量解决控制输入饱和的问题.在开始设计控制器之前,首先回忆一些随后控制器设计和分析中用到的引理.为了控制设计方便,定义如下符号:

$$\text{sign}^\gamma(x) = |x_1|^\gamma \text{sign}(x_1) + |x_2|^\gamma \text{sign}(x_2) + \dots + |x_n|^\gamma \text{sign}(x_n). \quad (10)$$

其中:  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n, 0 < \gamma < 1, \text{sign}(\cdot)$  为符号函数.

**引理1**<sup>[31]</sup> 如果存在  $0 < p < 1$ , 则不等式  $\sum_{i=1}^3 |x_i|^{1+p} \geq \left(\sum_{i=1}^3 |x_i|^2\right)^{1+p/2}$  成立.

**引理2**<sup>[31]</sup> 对于任何实数  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 存在  $0 < b < 1$  使不等式  $(|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)^b \leq |x_1|^b + |x_2|^b + \dots + |x_n|^b$  成立.

**引理3**<sup>[27]</sup> 考虑如下系统:

$$\dot{x} = f(x), f(0) = 0, x \in R.$$

1)  $V(x)$  是正定函数; 2) 存在任何实数  $a > 0, b > 0$  和  $0 < \alpha < 1$ , 以及原点的一个开放区域  $U_0 \in U$ , 这样  $V(x) + a^\alpha V(x) + bV(x) \leq 0$ . 假设存在一个连续函数  $V(x)$ , 如果满足条件 1) 和 2), 则系统在有限时间后稳定在原点. 特别地, 如果  $U = U_0 = R^n$ , 则系统是全局有限时间稳定的.

**引理4**<sup>[32]</sup>  $J \in R^{3 \times 3}$  是一个正定对称矩阵,  $J$  的最大和最小奇异值分别为  $\bar{\lambda}_J$  和  $\underline{\lambda}_J$ , 对于任意  $x \in R^3$ , 不等式  $\|x^\times Jx\| \leq (\bar{\lambda}_J^2 - \underline{\lambda}_J^2)^{\frac{1}{2}} \|x\|^2$  成立.

**引理5**<sup>[27]</sup> 考虑如下系统:

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \dots, \dot{x}_n = u.$$

如果控制器设计为  $u = -k_1 \text{sign}(x_1)|x_1|^{\alpha_1} - k_2 \text{sign}(x_2)|x_2|^{\alpha_2} - k_n \text{sign}(x_n)|x_n|^{\alpha_n}$ , 则闭环系统是全局有限时间稳定的. 其中:  $\alpha_{i-1} = (\alpha_i \alpha_{i-1}) / (2\alpha_{i+1} - \alpha_i), i = 1, 2, \dots, n, \alpha_n = \alpha, \alpha_{n+1} = 1, \alpha \in (1 - \varepsilon, 1), \varepsilon \in (0, 1); k_1, k_2, \dots, k_n$  保证  $s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1$  是 Hurwitz.

**注1** 引理3也可用于快速终端滑模控制的有限时间稳定, 到达平衡位置的时间可以表示为

$$t_r = 1/\alpha(1 - \alpha) \ln \frac{aV_3^{1-\alpha}(x_0) + b}{b}.$$

**假设1** 外部干扰是有界变量以及液体燃料晃动在整个机动过程中是有界变量, 这样存在一个正常数  $d_m$ , 满足  $\|\bar{d}(t)\| \leq d_m$ . 集总扰动对时间的一阶导数也是有界变量, 存在一个正常数  $\bar{d}_m$ , 满足  $\|\dot{\bar{d}}(t)\| \leq \bar{d}_m$ .

**假设2** 正定对称惯性矩阵满足不等式  $\|J\| \leq \varpi$ , 其中  $\varpi$  是惯性矩阵范数的已知上界.

### 2.1 有限时间积分滑模干扰观测器设计

为了补偿集总扰动, 设计有限时间积分滑模干扰观测器

$$s_0 = J\omega - v, \quad (11)$$

$$\dot{v} = -\omega^\times J\omega + u(t) + \hat{d}(t), \quad (12)$$

$$s_{1i} = \dot{s}_{0i} + \int_0^t [k_{1i} \text{sig}^{\alpha_{1i}}(s_{0i}) + k_{2i} \text{sig}^{\alpha_{2i}}(\dot{s}_{0i})] ds, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}(t) = & k_{1i} \text{sig}^{\alpha_{1i}}(s_{0i}) + k_{2i} \text{sig}^{\alpha_{2i}}(\dot{s}_{0i}) + \\ & \lambda_{1i} \text{sig}^\beta(s_{1i}) + \lambda_{2i} s_{1i} + L_i \text{sign}(s_{1i}). \end{aligned} \quad (14)$$

其中:  $s_0 = [s_{01}, s_{02}, s_{03}]^T; k_{1i}, k_{2i}, \alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \lambda_{1i}, \lambda_{2i}, L_i (i = 1, 2, 3)$  均为正整数,  $\alpha_{2i} = \alpha_{1i} / (1 + \alpha_{1i}), 0 < \alpha_{1i} < 1; L_i \geq \sup_{t \geq 0} |\dot{\bar{d}}_i|, \hat{d}(t)$  为  $\bar{d}(t)$  的估计值.

**注2** 式(13)中的积分项保证了滑模观测器的有限时间收敛性能. 此外, 根据式(14), 通过一个积分运算得到估计的  $\bar{d}(t)$ , 该积分运算可以有效地减弱颤振效应.

**定理1** 存在集总扰动的航天器姿态机动控制系统(9), 设计式(11)~(14)形式的干扰观测器, 可以保证集总扰动在有限时间内被估计, 即估计误差  $\tilde{d}(t) = \bar{d}(t) - \hat{d}(t)$  在有限时间内达到.

**证明** 由式(11)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{s}_0 = & J\dot{\omega} - \dot{v} = \\ & -\omega^\times J\omega + u + \bar{d}(t) - \\ & [-\omega^\times J\omega + u + \hat{d}(t)] = \tilde{d}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

将式(13)对时间求导数, 求导后整理可得

$$\dot{s}_{1i} = -\lambda_{1i} \text{sig}^\beta(s_{1i}) - \lambda_{2i} s_{1i} - L_i \text{sign}(s_{1i}) + \dot{\bar{d}}(t). \quad (16)$$

为了证明干扰观测误差的稳定性, 考虑 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^T s_1. \quad (17)$$

将  $V_1$  对时间求一阶导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & s_1^T \dot{s}_1 = \\ & - \sum_{i=1}^3 s_{1i} [\lambda_{1i} \text{sig}^\beta(s_{1i}) + \\ & \lambda_{2i} s_{1i} + L_i \text{sign}(s_{1i}) - \dot{\bar{d}}(t)] \leq \\ & - \sum_{i=1}^3 [\lambda_{1i} \text{sig}^{\beta+1}(s_{1i}) + \lambda_{2i} s_{1i}^2 + \end{aligned}$$

$$L_i \|s_{1i}\| - \dot{\hat{d}}(t) \|s_{1i}\| \leq - \sum_{i=1}^3 [\lambda_{1i} \text{sig}^{\beta+1}(s_{1i}) + \lambda_{2i} s_{1i}^2] \leq 2^{(\beta+1)/2} \lambda_1 V_1^{(\beta+1)/2} - \lambda_2 V_1. \quad (18)$$

其中:  $\lambda_1 = \min\{\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}\}$ ,  $\lambda_2 = \min\{\lambda_{21}, \lambda_{22}, \lambda_{23}\}$ . 根据引理3和式(18)可以得出系统的状态在有限时间  $t_r$  到达滑动模态  $s_1$ . 当滑动模态  $s_1 = 0$  达到时, 式(13)可以写成

$$\ddot{s}_{0i} = -k_{1i} \text{sig}^{\alpha_{1i}}(s_{0i}) - k_{2i} \text{sig}^{\alpha_{2i}}(\dot{s}_{0i}). \quad (19)$$

根据引理5可以得到  $s_0$  在有限时间  $t_r$  收敛到0. 由以上分析可知, 设计的有限时间积分滑模干扰观测器可以在有限时间有效估计  $\bar{d}(t)$ .  $\square$

## 2.2 抗干扰有限时间滑模控制律设计

### 2.2.1 快速终端滑模面的选取

相比简单的线性滑模面和终端滑模面而言, 快速终端滑模面能够减少收敛时间, 本文选取快速终端滑模面为

$$s = \omega + k_1 q + k_2 \text{sig}^r(q). \quad (20)$$

其中:  $k_1, k_2$  为正常数,  $0 < r < 1$ .

**引理6**<sup>[21]</sup> 对于航天器姿态机动控制系统(1)和(9), 考虑当快速终端滑模面  $s(t) = 0$  达到时, 角速度  $\omega$  和姿态  $q$  在有限时间内达到平衡位置.

**注3** 如果存在动态状态反馈控制律, 使得闭环系统(1)和(9)的轨迹可以在有限时间  $T_R$  被驱动在滑模面  $s(t) = 0$  上, 则状态  $\omega$  和  $q$  在有限时间  $T_S$  内将沿滑模面收敛到原点. 因此, 姿态机动稳定目标可以用时间上限  $T = T_R + T_S$  实现.

### 2.2.2 有限时间快速终端滑模控制器设计与稳定性分析

设计的有限时间快速终端滑模控制律为

$$u = -k_3 s - k_4 \text{sig}^r(s) - \frac{s}{\|s\|} (\chi + \theta) - \hat{d}(t). \quad (21)$$

其中:  $\chi = (\bar{\lambda}_J^2 - \underline{\lambda}_J^2)^{1/2} \|\omega\|$ ,  $\theta = \left[ \frac{1}{2} k_1 + \frac{1}{2} k_2 r \times \|\text{diag}(|q|^{r+1})\| \right] \|E(q)\| \|\omega\|$ .

**定理2** 利用式(20)给出的滑模面, 在控制器(21)的作用下, 闭环系统(1)和(9)的轨迹可以在有限时间内被驱动到滑动面上, 并最终会收敛到原点.

**证明** 考虑Lyapunov函数

$$V_3 = \frac{1}{2} s^T J s. \quad (22)$$

式(22)满足  $\frac{1}{2} \bar{\lambda}_J \|s\|^T \leq V_3 \leq \frac{1}{2} \underline{\lambda}_J \|s\|^T$ . 将式(22)沿

着滑模面对时间求一阶导数并结合引理4得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= s^T J \dot{s} = s^T [-\omega^\times J \omega + \bar{d}(t) + u + k_1 J \dot{q} + k_2 r \|\text{diag}(|q|^{r+1})\| \dot{q}] \leq \\ & \|\omega^\times J \omega\| \|s\| + \left[ \frac{1}{2} k_1 + \frac{1}{2} k_2 r \|\text{diag}(|q|^{r+1})\| \right] \times \\ & \|J\| \|\omega\| \|E(q)\| \|s\| + s^T \bar{d}(t) + s^T u \leq \\ & (\bar{\lambda}_J^2 - \underline{\lambda}_J^2)^{1/2} \|\omega\|^2 \|s\| + \left[ \frac{1}{2} k_1 + \frac{1}{2} k_2 r \|\text{diag}(|q|^{r+1})\| \right] \|J\| \|\omega\| \|E(q)\| \|s\| + \\ & s^T \bar{d}(t) + s^T u. \end{aligned} \quad (23)$$

将控制律式(21)代入(23), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq (\bar{\lambda}_J^2 - \underline{\lambda}_J^2)^{1/2} \|\omega\|^2 \|s\| + \left[ \frac{1}{2} k_1 + \frac{1}{2} k_2 r \|\text{diag}(|q|^{r+1})\| \right] \|J\| \|\omega\| \|E(q)\| \|s\| + \\ & s^T \bar{d}(t) + s^T \left[ -k_3 s - k_4 \text{sig}^r(s) - \frac{s}{\|s\|} (\chi + \theta) - \hat{d}(t) \right] + s^T \bar{d}(t). \end{aligned} \quad (24)$$

因为干扰观测器可以经过有限时间估计  $\bar{d}(t)$ , 估计误差  $\tilde{d}(t)$  在有限时间能够收敛到0, 将式(24)结合假设2可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq -k_3 s^T s - k_4 s^T \text{sig}^r(s) = -k_3 s^T s - k_4 s^T \text{sig}^r(s) \sum_{i=1}^3 |s_i|^{r+1} \leq \\ & -k_3 \|s\|^2 - k_4 (\|s\|^2)^{(r+1)/2} \leq -\zeta V_3 - \xi V_3^{(r+1)/2}. \end{aligned} \quad (25)$$

其中:  $\zeta = 2k_3/\bar{\lambda}_J$ ,  $\xi = 2^{(r+1)/2} \bar{\lambda}_J$ .

根据引理3和注1, 闭环系统的轨迹在有限时间到达滑模面  $s(t) = 0$ . 根据定理2, 在控制律(21)的作用下, 系统状态  $\omega = 0$  和  $q = 0$  以及  $q_0 = 1$  分别在有限时间内到达.  $\square$

### 2.2.3 输入饱和的抗干扰有限时间控制

在实践中遇到的一个重要问题是执行器的输入饱和问题. 就理论上而言, 要求执行器在期望的控制方案下产生快速且足够大的控制力矩, 但是由于实际执行器的有限幅度和转换速率限制, 这将很难实现. 期望的控制信号将使执行器迅速饱和, 随后执行器的饱和会降低系统性能甚至导致闭环系统不稳定. 因此, 研究具有执行器输入饱和、鲁棒性强的有限时间控制律是非常重要的.

当执行器饱和时, 航天器姿态机动控制系统(9)

可以写成

$$\dot{\omega} = J^{-1}(-\omega^\times J\omega + \text{sat}(u) + \bar{d}(t)). \quad (26)$$

其中:  $\text{sat} = [\text{sat}(u_1), \text{sat}(u_1), \text{sat}(u_1)]^T$  表示实际的控制力矩矢量,  $\text{sat}(u)$  定义为

$$\text{sat}(u) = \begin{cases} u_{\max}, & u > u_{\max}; \\ u, & u_{\min} \leq u \leq u_{\max}; \\ u_{\min}, & u < u_{\min}. \end{cases} \quad (27)$$

定义辅助变量  $\Delta_u$  为

$$\Delta_u = \begin{cases} u_{\max} - u, & u > u_{\max}; \\ 0, & u_{\min} \leq u \leq u_{\max}; \\ u_{\min} - u, & u < u_{\min}. \end{cases} \quad (28)$$

根据式(27)和(28),可以得到

$$\text{sat}(u) = \Delta_u + u. \quad (29)$$

式(9b)可以写成

$$\dot{\omega} = J^{-1}(-\omega^\times J\omega + u + T_d(t)), \quad (30)$$

其中  $T_d(t) = \Delta_u + \bar{d}(t)$ . 根据定理1, 集总扰动  $T_d(t)$  在有限时间内会被有限时间积分滑模干扰观测器有效估计. 因此输入饱和的有限时间控制器为

$$u = -k_3 s - k_4 \text{sig}^r(s) - \frac{s}{\|s\|} (\chi + \theta) - \hat{T}_d(t), \quad (31)$$

其中  $\hat{T}_d(t)$  为  $T_d(t)$  的估计值.

**定理3** 考虑航天器姿态机动控制系统(1)和(9), 设计式(11)~(14)的有限时间干扰观测器和式(31)的有限时间控制律. 在设计观测器和控制器的作用下, 以下的结果可以实现:

- 1) 控制律会在有限时间内驱使滑模面  $s = 0$ .
- 2) 航天器角速度  $\omega$  和姿态四元数  $[q_0, q]^T$  在有限时间内到达期望的平衡位置.
- 3) 通过有限时间积分滑模干扰观测器的有效补偿, 可以有效防止执行器输出力矩饱和.

定理3的证明与定理1和定理2的证明过程一样, 此略.

### 3 数值仿真

为了验证所提出控制方法的有效性, 应用充液航天器控制系统(1)和(9)进行数值仿真研究. 航天器名义转动惯量为

$$J = \begin{bmatrix} 503 & 0 & 0 \\ 0 & 385 & -5 \\ 0 & -5 & 420 \end{bmatrix}.$$

假设航天器受到的外部干扰为

$$d(t) = 0.03 \begin{bmatrix} 2 + \sin(0.3t) \\ 3 + \cos(0.4t) \\ 1 + \sin(0.3t) \end{bmatrix} + 0.002 \text{rand}(3, 1),$$

其中  $\text{rand}(3, 1)$  为任意高斯白噪声. 不确定惯性矩阵为

$$\Delta J = \text{diag}\{0.01 \sin(0.1t), 0.02 \cos(0.2t), 0.03 \sin(0.3t)\}.$$

液体燃料相关参数选取为  $m_b = 100 \text{ kg}$ ,  $m_p = 0.1 m_b$ ,  $l = 0.228 \text{ m}$ ,  $r_x = 1.2 \text{ m}$ ,  $c_1 = c_2 = 0.05$ , 假设航天器位于地球轨道高度  $800 \text{ km}$  处,  $g$  等于当地的重力加速度, 选取  $g = 7.689 \text{ m/s}^2$ . 干扰观测器相关参数选取为:  $k_{11} = k_{21} = k_{31} = 3$ ,  $k_{12} = k_{22} = k_{32} = 2$ ,  $\alpha_{11} = \alpha_{21} = \alpha_{31} = 0.7$ ,  $\lambda_{11} = \lambda_{21} = \lambda_{31} = 3$ ,  $\lambda_{12} = \lambda_{22} = \lambda_{32} = 2$ ,  $\beta = 0.7$ ,  $L_1 = L_2 = L_3 = 150$ . 控制器设计参数选取为:  $r = 0.6$ ,  $k_1 = 0.1$ ,  $k_2 = 0.1$ ,  $k_3 = 20$ ,  $k_4 = 10$ ,  $\varpi = 12$ . 仿真结果如图2~图13所示.

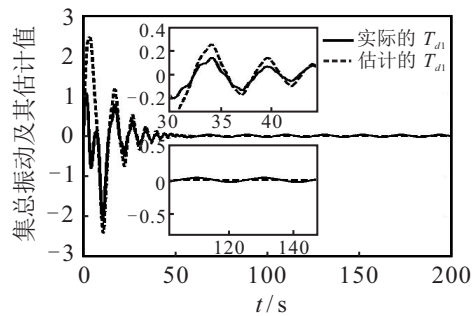


图2 集总扰动  $T_{d1}$  及其估计值时间历程(情形1)

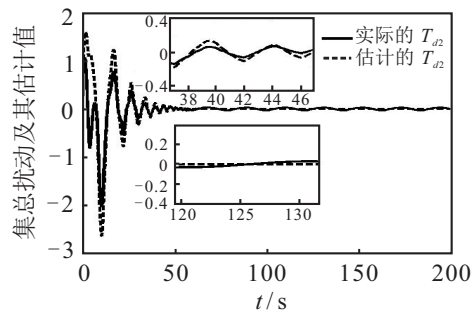


图3 集总扰动  $T_{d2}$  及其估计值时间历程(情形1)

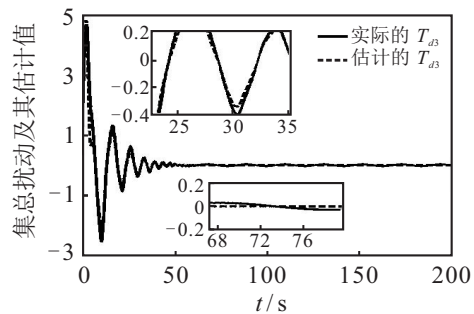


图4 集总扰动  $T_{d3}$  及其估计值时间历程(情形1)

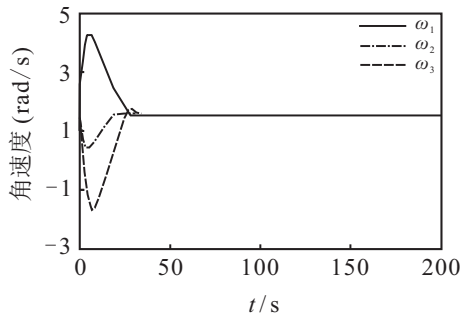


图5 角速度时间历程(情形1)

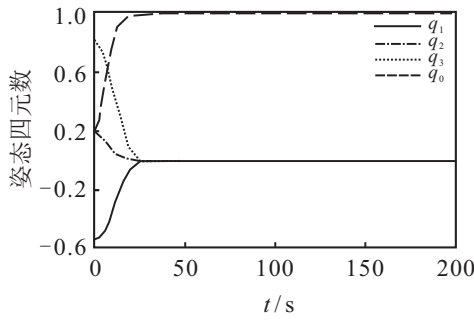


图6 姿态四元数时间历程(情形1)

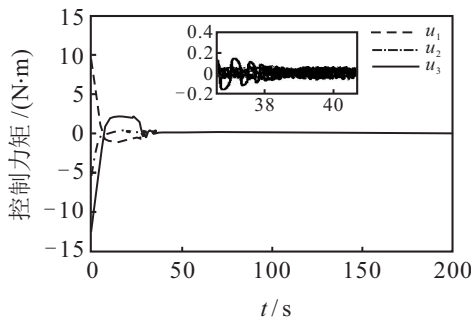


图7 控制力矩时间历程(情形1)

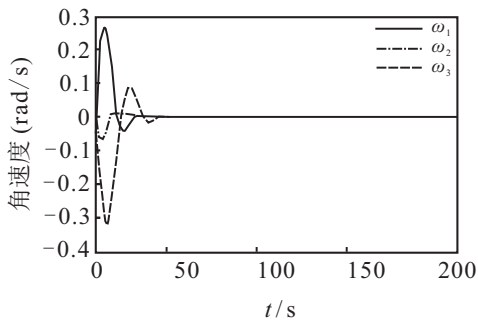


图8 角速度时间历程(情形2)

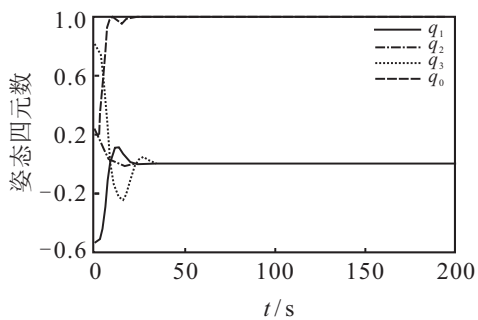


图9 姿态四元数时间历程(情形2)

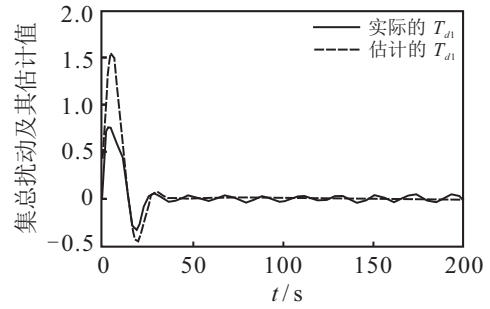


图10 集总扰动 $T_{d1}$ 及其估计值时间历程(情形2)

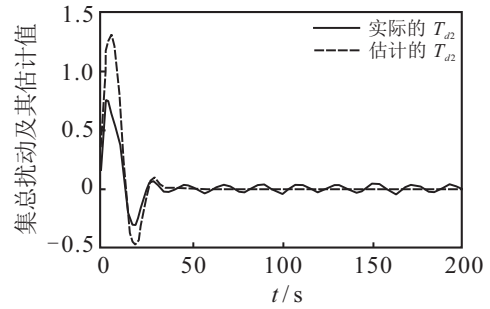


图11 集总扰动 $T_{d2}$ 及其估计值时间历程(情形2)

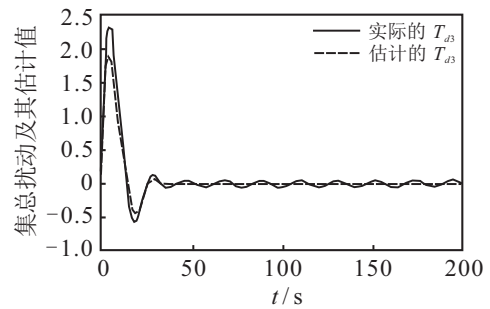


图12 集总扰动 $T_{d3}$ 及其估计值时间历程(情形2)

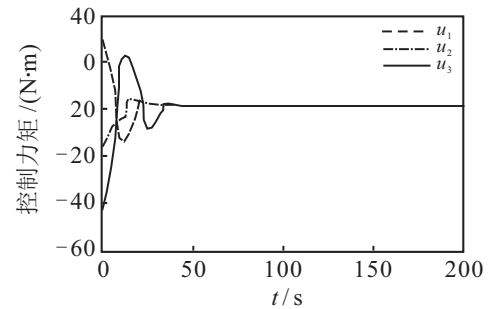


图13 控制力矩时间历程(情形2)

情形1 采用本文提出的控制策略(31).

情形2 采用文献[30]提出的基于二阶干扰观测器的有限时间滑模控制策略,同时考虑在控制器仿真过程中加入高斯白噪声.控制器为  $u = -k_2 \text{sig}(s)^\alpha - J_0 \zeta_1 - \frac{s}{\|s\|} \mu_1 \|\omega\| - \beta k^2 \tanh(s/p^2)$ . 其中具体的控制参数可以参考文献[30].

仿真分析如下:

1) 图2~图4给出了实际的集总扰动及其估计的集总扰动时间历程,可以看出,航天器控制系统中集总扰动可以被有限时间积分滑模观测器有效估计,

而且在稳态响应区间干扰估计误差精确, 拥有良好的观测性能, 从而消除未知干扰对姿态机动的影响, 增强了系统的鲁棒性. 图10~图12给出了文献[30]中在二阶干扰观测器的作用下集总扰动及其估计值的时间历程, 从图10~图12可以看出, 文献[30]设计的二阶干扰观测器在稳态响应区间观测误差较大, 观测误差精度较低.

2) 图5和图6给出了考虑输入饱和情况下航天器角速度和姿态四元数时间历程, 图8和图9给出了在文献[30]设计的控制律作用下, 角速度和姿态四元数的时间历程. 可以看出, 在角速度和四元数到达稳态区间的过渡过程中, 其瞬态响应存在不期望的较大幅度抖动.

3) 图7给出了控制力矩时间历程, 图13给出了文献[30]中控制力矩输出时间历程. 可以看出, 输出力矩幅值远远超出了本文控制器的力矩幅值, 若引入能量指标  $\int_0^t \|u(t)\| dt$ , 则容易得出, 图7所示的情况完成姿态机动任务所需要的能量较少.

## 4 结 论

本文以三轴稳定充液航天器为研究对象, 将充液贮箱内液体晃动等效为球摆模型, 采用动量矩守恒定律推导出航天器耦合动力学方程. 针对在轨航天器姿态机动过程中存在外部未知干扰、参数不确定和控制输入饱和的问题, 提出了一种饱和抗干扰有限时间快速终端滑模控制策略, 经过理论证明和仿真研究得到如下的结论:

1) 设计的有限时间积分滑模干扰观测器在有限时间内能有效观测系统中的集总扰动, 增强了系统的鲁棒性. 同时, 设计的观测器可以有效补偿执行器输入饱和的不利影响.

2) 将干扰观测器结合有限时间快速终端滑模控制的抗干扰控制策略可以保证闭环系统是有限时间稳定的, 数值仿真验证了本文控制策略的有效性.

3) 由于快速终端滑模面存在奇异性问题, 本文并没有考虑奇异性问题, 同时本文并未考虑执行器的故障问题, 这两个问题是今后课题研究的主要内容之一.

## 参考文献(References)

[1] 李青, 王天舒, 马兴瑞. 充液航天器液体晃动和液固耦合动力学的研究与应用[J]. 力学进展, 2012, 42(4): 472-481.  
(Li Q, Wang T S, Ma X R. Reviews on liquid sloshing dynamics and liquid-structure coupling dynamics in

liquid-filled spacecrafts[J]. *Advances in Mechanics*, 2012, 42(4): 472-481.)

[2] 岳宝增, 宋晓娟. 具有刚-柔-液-控耦合的航天器动力学研究进展[J]. *力学进展*, 2013, 43(1): 163-173.  
(Yue B Z, Song X J. Advances in rigid-flexible-liquid-control coupling dynamics of spacecraft[J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(1): 163-173.)

[3] 岳宝增, 祝乐梅. 携带晃动燃料柔性航天器姿态机动中的同宿环分叉研究[J]. *宇航学报*, 2011, 32(5): 991-997.  
(Yue B Z, Zhu L M. Homoclinic ring bifurcation in attitude maneuver of flexible spacecraft with sloshing fuel[J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(5): 991-997.)

[4] Yue B Z. Heteroclinic bifurcations in completely liquid-filled spacecraft with flexible appendage[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2008, 51(1/2): 317-327.

[5] Yue B Z, Zhu L M. Hybrid control of liquid-filled spacecraft maneuvers by dynamic inversion and input shaping[J]. *AIAA Journal*, 2014, 52(3): 618-626.

[6] Song X J, Lu S F. Attitude maneuver control of liquid-filled spacecraft with unknown inertia and disturbances[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2019, 25(8): 1460-1469.

[7] Zhang H H, Wang Z G. Attitude control and sloshing suppression for liquid-filled spacecraft in the presence of sinusoidal disturbance[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 383: 64-75.

[8] Kang J Y, Cochran J E Jr. Resonant motion of a spin-stabilized thrusting spacecraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(3): 356-365.

[9] Jiang Y, Hu Q L, Ma G F. Adaptive backstepping fault-tolerant control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbances and actuator failures[J]. *ISA Transactions*, 2010, 49(1): 57-69.

[10] Thakur D, Srikant S, Akella M R. Adaptive attitude-tracking control of spacecraft with uncertain time-varying inertia parameters[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 38(1): 41-52.

[11] Bustan D, Pariz N, Hosseini Sani S K. Robust fault-tolerant tracking control design for spacecraft under control input saturation[J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 1073-1080.

[12] Miao Y, Wang F, Liu M. Anti-disturbance backstepping attitude control for rigid-flexible coupling spacecraft[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 50729-50736.

[13] Park Y. Robust and optimal attitude control of spacecraft with inertia uncertainties using minimal kinematic parameters[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 54: 276-285.

[14] Zou A M, Dev Kumar K, Hou Z G. Quaternion-based

- adaptive output feedback attitude control of spacecraft using Chebyshev neural networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(9): 1457-1471.
- [15] Akella M R, Thakur D, Mazenc F. Partial Lyapunov strictification: Smooth angular velocity observers for attitude tracking control[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(3): 442-451.
- [16] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2000, 38(3): 751-766.
- [17] Li S H, Du H B, Lin X Z. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics[J]. Automatica, 2011, 47(8): 1706-1712.
- [18] Hu Q L, Li B, Zhang A H. Robust finite-time control allocation in spacecraft attitude stabilization under actuator misalignment[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 73(1/2): 53-71.
- [19] Wang J Y, Sun Z W. 6-DOF robust adaptive terminal sliding mode control for spacecraft formation flying[J]. Acta Astronautica, 2012, 73: 76-87.
- [20] Jin E D, Sun Z W. Comments on the paper: Robust controllers design with finite time convergence for rigid spacecraft attitude tracking control[J]. Aerospace Science and Technology, 2008, 12(4): 324-330.
- [21] Lu K F, Xia Y Q, Zhu Z, et al. Sliding mode attitude tracking of rigid spacecraft with disturbances[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(2): 413-440.
- [22] Ding S H, Li S H. Stabilization of the attitude of a rigid spacecraft with external disturbances using finite-time control techniques[J]. Aerospace Science and Technology, 2009, 13(4/5): 256-265.
- [23] Du H B, Li S H. Finite-time attitude stabilization for a spacecraft using homogeneous method[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(3): 740-748.
- [24] Sun H B, Guo L. Neural network-based DOBC for a class of nonlinear systems with unmatched disturbances[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2017, 28(2): 482-489.
- [25] Sun H B, Li S H, Sun C Y. Finite time integral sliding mode control of hypersonic vehicles[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 73(1): 229-244.
- [26] Chen M, Yu J. Disturbance observer-based adaptive sliding mode control for near-space vehicles[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 82(4): 1671-1682.
- [27] Sun H B, Hou L L, Zong G D, et al. Composite anti-disturbance attitude and vibration control for flexible spacecraft[J]. IET Control Theory and Applications, 2017, 11(14): 2383-2390.
- [28] Sun L, Huo W, Jiao Z X. Adaptive backstepping control of spacecraft rendezvous and proximity operations with input saturation and full-state constraint[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(1): 480-492.
- [29] Zhang B Q, Song S M. Robust attitude coordination control of formation flying spacecraft under control input saturation[J]. International Journal of Innovative Computing, Information & Control, 2011, 7(7): 4223-4235.
- [30] Hu Q, Li B, Qi J. Disturbance observer based finite-time attitude control for rigid spacecraft under input saturation[J]. Aerospace Science and Technology, 2014, 39: 13-21.
- [31] Zou A M, De Ruiter A H J, Kumar K D. Disturbance observer-based attitude control for spacecraft with input MRS[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(1): 384-396.

### 作者简介

宋晓娟(1983—),女,副教授,博士,从事航天器动力学建模及其姿态控制等研究, E-mail: xjsong0603@163.com;

王宏伟(1993—),男,硕士生,从事充液航天器建模及其姿态控制的研究, E-mail: whw374998346@163.com;

吕书锋(1983—),男,副教授,博士,从事机械结构动力学等研究, E-mail: shufenglv@163.com.

(责任编辑: 闫妍)