



嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法

张达敏, 徐航, 王依柔, 宋婷婷, 王栋桥

引用本文:

张达敏, 徐航, 王依柔, 等. 嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1173–1180.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1362>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

面向多目标侦察任务的无人机航线规划

UAV trajectory planning for multi-target reconnaissance missions

控制与决策. 2021, 36(5): 1191–1198 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1284>

基于动态行为选择的和声搜索算法

Harmony search algorithm based on dynamic behavior selection

控制与决策. 2021, 36(3): 577–588 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0597>

求解约束优化问题的改进果蝇优化算法及其工程应用

Improved fruit fly optimization algorithm for solving constrained optimization problems and engineering applications

控制与决策. 2021, 36(2): 314–324 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0557>

基于解空间反向跳跃和信息交互强化的新型混合蛙跳算法

A new shuffled frog leaping algorithm based on reverse leaping in solution space and information interaction enhancement

控制与决策. 2021, 36(1): 105–114 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0719>

基于改进多目标优化算法的分布式数据中心负载调度

Multi-objective optimization of energy and performance management in distributed data centers

控制与决策. 2021, 36(1): 159–165 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0702>

嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法

张达敏[†], 徐航, 王依柔, 宋婷婷, 王栎桥

(贵州大学 大数据与信息工程学院, 贵阳 550025)

摘要: 针对鲸鱼优化算法(WOA)容易陷入局部最优解、收敛速度慢等缺陷,提出一种改进鲸鱼优化算法. 首先,利用Circle混沌序列取代原始算法中随机产生的初始种群,提高初始个体的多样性;其次,提出一种逐维小孔成像反向学习策略,增加寻优位置的多样性,提高算法摆脱局部最优的能力;最后,提出融合贝塔分布和逆不完全 Γ 函数的自适应权重,在保留鲸鱼优化算法优点的前提下,协调算法的搜索能力. 通过对10个基准函数进行仿真实验,同时使用Wilcoxon检验、MAE等方法来评价改进后鲸鱼优化算法的性能,实验结果表明,改进算法在求解效率和稳定性等方面都有较大提升,同时,算法的寻优精度和收敛速度也比原始算法更优秀.

关键词: 鲸鱼优化算法; Circle混沌映射; 逐维小孔成像反向学习; 贝塔分布; 自适应权重

中图分类号: TP301

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1362

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 张达敏, 徐航, 王依柔, 等. 嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1173-1180.

Whale optimization algorithm for embedded Circle mapping and one-dimensional oppositional learning based small hole imaging

ZHANG Da-min[†], XU Hang, WANG Yi-rou, SONG Ting-ting, WANG Li-qiao

(College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: Aiming at the disadvantages of the whale optimization algorithm (WOA), such as easy to fall into local optimal solution and slow convergence speed, an improved whale optimization algorithm is proposed. Firstly, Circle chaotic sequence is used to replace the initial population randomly generated in the original algorithm to improve the diversity of the initial individuals. Then, a one-dimensional small hole imaging reverse learning strategy is proposed to increase the diversity of the optimal location and improve the ability of the algorithm to get rid of the local optimum. Finally, the adaptive weights of fusion Beta distribution and inverse incomplete Γ function are proposed which can coordinate the search ability of the algorithm under the premise of retaining the advantages of the whale optimization algorithm. The performance of the improved whale optimization algorithm is evaluated using Wilcoxon test, MAE and other methods through simulation experiments on 10 benchmark functions. The experimental results show that the improved algorithm has a great improvement in solving efficiency and stability, and the optimization accuracy and convergence speed of the algorithm are also better than the original algorithm.

Keywords: whale optimization algorithm; Circle chaotic map; one-dimensional oppositional learning based small hole imaging; Beta distribution; adaptive weight

0 引言

近年来,为解决众多领域中各种各样的最优问题,基于群体合作、物理等模拟自然现象的智能优化算法得到了广泛关注^[1-7]. 这些群体智能优化算法通过模拟群体行为,实现对复杂问题的求解. Mirjalili等^[8]受座头鲸特殊捕猎方式的启发,提出了鲸鱼优化算法(whale optimization algorithm, WOA),WOA通过

不断调整鲸鱼的行进方式,对每个决策变量在某一范围内不断搜索,同时不断改变领导者位置,进而实现寻优过程.

鲸鱼优化算法相比于其他算法具有参数少、原理简单和寻优能力强的优点,很多研究已经证明鲸鱼算法在许多工程领域都有很好的实用效果^[9-11]. 但是该算法仍然存在很多不足,如算法设置的随机参数往

收稿日期: 2019-09-26; 修回日期: 2019-11-23.

基金项目: 贵州省自然科学基金项目(黔科合基础[2017]1047号).

责任编辑: 陈家伟.

[†]通讯作者. E-mail: 1203813362@qq.com.

往导致算法收敛速度慢,不断更新领导者的寻优方式会导致算法容易陷入局部最优,所以一些学者对鲸鱼优化算法进行了改进.文献[12]提出一种基于自适应参数及小生境技术的改进鲸鱼优化算法,改进后的算法能有效提高鲸鱼优化算法求解复杂函数优化问题的性能.文献[13]提出一种基于反向学习自适应的鲸鱼优化算法,有效提高了算法的性能.上述研究成果虽然在一定程度上提高了WOA的性能,但仍存在收敛速度慢、收敛精度不高等问题.

针对WOA的不足,本文提出一种改进鲸鱼优化算法(modified whale optimization algorithm, MWOA).首先利用Circle映射来产生均匀分布的种群,增加初始个体的多样性;然后,提出一种逐维小孔成像反向学习策略,以提高算法的寻优精度和跳出局部最优的能力;最后,提出一个融合贝塔分布和逆不完全 Γ 函数的自适应权重,以协调全局搜索与局部开发阶段.10个基准测试函数的实验结果表明了本文改进算法的有效性.

1 鲸鱼优化算法

鲸鱼被认为是地球上最大的哺乳动物,它们可以思考、选择和合作.然而,最引人注意的是它们的狩猎技巧,座头鲸为了完成狩猎,沿螺旋上升的圆产生特殊的气泡,最终包围邻近海洋表面的鱼群,以最佳方式捕捉猎物,WOA就是模拟这种特殊捕食方式的智能优化算法,可以将这种捕食方式描述为包围猎物、泡泡网捕食、随机搜索3个阶段.

1) 包围猎物.

在WOA中,鲸鱼群每头鲸鱼的位置代表一个可行解,在求解实际问题时,鲸鱼寻找猎物并包围他们,由于猎物初始的位置是未知的,WOA假设当前最优解为目标猎物,在确定了最佳搜索代理后,其他鲸鱼根据该位置来更新自己的位置,这个阶段的鲸鱼行为表述如下:

$$X(t+1) = X^*(t) - A \cdot D. \quad (1)$$

其中: $D = |C \cdot X^*(t) - X(t)|$; $X(t)$ 为当前位置; $X^*(t)$ 为当前最优位置向量; t 为当前迭代次数; A 、 C 定义如下:

$$A = 2ar_1 - a, \quad (2)$$

$$C = 2r_2. \quad (3)$$

r_1 和 r_2 为 $[0, 1]$ 之间的随机数; a 为随迭代次数增加由2递减到0的参数,定义为

$$a = 2 - 2t/T, \quad (4)$$

T 为最大迭代次数.

2) 泡泡网捕食.

在泡泡网攻击过程中,座头鲸同时使用两种策略:缩小包围圈和螺旋旋转,即在螺旋行进时缩小包围圈.在鲸鱼算法中,通过降低式(4)中的 a 值来实现收缩环绕机制.由式(2)可知,此时 A 是 $[-a, a]$ 区间内的随机值,当 A 在 $[-1, 1]$ 区间随机取值时,更新位置 $X(t+1)$ 在 $X(t)$ 与 $X^*(t)$ 之间徘徊,这样就实现了对猎物的包围.螺旋行进公式如下所示:

$$X(t+1) = D' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X^*(t). \quad (5)$$

其中: $D' = |X^*(t) - X(t)|$ 表示鲸鱼与猎物之间的距离; b 为定义螺旋方程的常量,本文取 $b = 1$, l 为 $[-1, 1]$ 之间的随机数.

座头鲸收缩包围的同时沿着螺旋形路径向猎物游动,为了同步这两种行为,WOA假设在此时狩猎过程中选择螺旋旋转和缩小包围圈两种方式的概率都为0.5,泡泡网捕食模型表示为

$$X(t+1) = \begin{cases} X^*(t) - A \cdot D, & p < 0.5; \\ D' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X^*(t), & p \geq 0.5. \end{cases} \quad (6)$$

其中 p 为 $[0, 1]$ 之间的随机数.

3) 搜索猎物.

在搜索猎物阶段,当 A 满足 $|A| \geq 1$ 时,鲸鱼通过彼此的位置来更新自身位置,这种方式迫使鲸鱼远离猎物所在位置,使算法获得了一定的全局寻优能力,数学模型如下:

$$X(t+1) = X_{\text{rand}}(t) - A \cdot D_{\text{rand}}. \quad (7)$$

其中: $D_{\text{rand}} = |C \cdot X_{\text{rand}}(t) - X(t)|$, X_{rand} 表示从群体中随机选择鲸鱼的位置向量.

2 改进鲸鱼算法

2.1 混沌序列初始化

群体初始化对当前大多数智能优化算法的效率有很大影响,均匀分布的种群可以适度地扩大算法的搜索范围,从而提高算法的收敛速度和求解精度.在WOA种群初始化时,由于没有任何先验条件可以使用,大部分算法都是在搜索空间内随机生成初始种群,这种随机生成的群体位置容易导致鲸鱼位置分布不均匀,搜索范围不广.匡芳君等^[14]提出利用Tent混沌来初始化种群,使个体尽可能均匀分布在搜索空间中,从而提高了蜂群算法的性能.混沌具有不可预测、非周期等特点,可以利用这种特点来提高算法的性能.其主要思想是利用混沌的特性,将变量映射到混沌变量空间的取值区间内,最后将解线性地转化到优化变量空间.目前,优化领域中存在多种不同的混

沌映射^[15],主要有Tent映射、Circle映射和Gauss映射等. 本文采用Circle混沌映射来生成初始群体, Circle映射定义如下:

$$x_{i+1} = \text{mod}\left(x_i + 0.2 - \left(\frac{0.5}{2\pi}\right) \sin(2\pi x_i), 1\right). \quad (8)$$

利用Circle映射产生初始种群,相比于随机分布的种群,改进后的种群初始位置分布更加均匀,扩大了鲸鱼群在空间中的搜索范围,增加了群体位置的多样性,一定程度上改善了算法容易陷入局部极值的缺陷,从而提高了算法的寻优效率.

2.2 逐维小孔成像反向学习

针对大多数智能优化算法容易陷入局部极值的缺点,有学者在智能优化算法改进中运用了反向学习的方法,反向学习之后的解能更准确到达最优解附近^[16]. 基于这种思想,本文提出一种逐维小孔成像反向学习策略,通过结合小孔成像反向学习与逐维反向学习策略^[17],对一个可行解逐维求反向解,使得算法获得摆脱局部极值的能力.

WOA在求解高维函数时,首先更新解的维度信息,再通过计算目标函数适应度进行评价,但各维度间相互干扰,往往会影响算法的收敛速度和精度. 因此,受光学定律的启发,本文提出一种逐维小孔成像反向学习策略:一是为了降低各维度之间的相互干扰;二是为了增加算法寻优位置的多样性,帮助算法扩大探索区域,从而增加算法跳出局部最优区域的概率. 逐维小孔成像原理示意如图1所示.

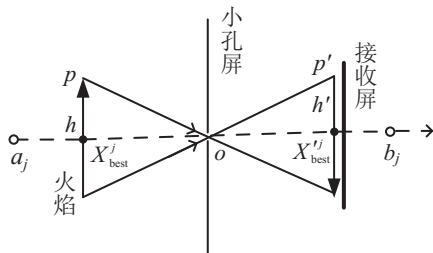


图1 小孔成像反向学习示意

假设某一空间中,有一个高度为 h 的火焰 p 在 X 轴上的投影为 X_{best}^j (第 j 维最优解),坐标轴的上下限为 a_j 、 b_j (第 j 维解的上下限),在基点 o 上放置一个有小孔的小孔屏,火焰通过小孔可以在接收屏上得到一个高度为 h' 的倒像 p' ,此时在 X 轴上得到通过小孔成像产生的一个反向点 X'^j_{best} (第 j 维解的反向解). 所以由小孔成像原理可以得出

$$\frac{(a_j + b_j)/2 - X_{\text{best}}^j}{X'^j_{\text{best}} - (a_j + b_j)/2} = \frac{h}{h'}. \quad (9)$$

令 $h/h' = n$,通过变换得到 X'^j_{best} ,表达式为

$$X'^j_{\text{best}} = \frac{(a_j + b_j)}{2} + \frac{(a_j + b_j)}{2n} - \frac{X_{\text{best}}^j}{n}. \quad (10)$$

当 $n = 1$ 时,可得

$$X'^j_{\text{best}} = (a_j + b_j) - X_{\text{best}}^j. \quad (11)$$

由式(11)可以看出,当 $n = 1$ 时,每维的逐维小孔成像反向学习就是一般反向学习策略,通过改变接收屏与小孔屏的距离来调整调节因子 n ,从而可以得到位置更好的个体. 通过对算法保留下来的最优解进行逐维小孔成像反向学习,将各维度的值映射到空间中得到反向解,避免了各维度之间的干扰,同时也扩大了算法的搜索范围,从而改善算法的性能. 改进后的算法每迭代一次,都通过式(10)进行位置筛选,某一维度的值经过反向学习之后与其他维度的值组成新的解,通过比较各个适应度值来进行筛选,进而确定最优解. 利用这种方式不断求得更好的解,用这种精英保留的方式来进行下一维的反向学习更新,直到各维度更新结束. 与一般反向学习相比,本文选择的是当前种群中保留的最优个体进行逐维反向学习,一定程度上降低了算法陷入局部最优的可能性,同时本文所提策略中 a_j 和 b_j 是动态变化的,相比于固定边界的反向学习策略具有更加准确的搜索范围,从而提高了算法的优化效率.

2.3 融合贝塔分布和逆不完全 Γ 函数的权重

在WOA中,惯性权重对算法性能具有很明显的影响:当惯性权重大于1时,随着迭代的进行算法会很快发散;当惯性权重小于0时,将导致算法很快停滞. 通常情况下,在算法初期主要注重全局探索,以确保算法快速到达最优解附近,此时权重应该较大;而在算法后期,主要侧重于局部开发,此时需要适当减小相邻两代之间的关联,在最优解附近进行精确搜索,因此权重应该较小. WOA在进行全局搜索和局部开发时,权重是固定不变的,导致鲸鱼群只能停留在最优解附近,不能精确地找到最优解,同时在WOA中没有考虑算法迭代过程中 X_{rand} 随机性的影响. 因此,本文提出一种融合贝塔分布^[18]和逆不完全 Γ 函数^[19]的惯性因子调整方法

$$\omega = \omega_{\min} + \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\lambda} \times \text{gammaincinc}\left(\lambda, 1 - \frac{t}{T}\right) + \sigma B(b_1, b_2). \quad (12)$$

其中: $\omega_{\max} = 0.9$, $\omega_{\min} = 0.4$; $\text{gammaincinv}(\lambda, a)$ 为逆不完全 Γ 函数 $\gamma(\lambda, a) = \int_0^a e^{-t} t^{a-1} dt$ 的Matlab调用函数; λ ($\lambda \geq 0$)为随机变量,本文取 $\lambda = 0.1$; $B(b_1, b_2)$ 表示服从贝塔分布的随机数, $b_1 = 1$, $b_2 = 2$; σ 为惯性权重调整因子,本文取 $\sigma = 0.1$,用来控制惯性权重 ω 的偏移程度,使其能够更好地平衡算法的全局搜索与局部开发能力; t 为当前迭代次数, T 为算

法最大迭代次数,此时 $a = 1 - t/T$.

本文权值的前两项用来控制 ω 从 0.9 非线性递减到 0.4,进而协调全局搜索与局部开发阶段;第 3 项利用贝塔分布调整 ω 整体取值的分布,使权值的选取更加合理.由式(12)可知,本文改进权重在总体上随着迭代次数的增加而非线性递减,满足整个搜索过程权重的变化,同时,在该式中加入了服从贝塔分布的随机数,一方面在迭代前期,权值变化太快时也可能产生较大的权值,一定程度上增强了算法的全局搜索能力;另一方面到迭代后期,权重系数随着迭代次数增加而减小,而且变化比较平稳,此时加入服从贝塔分布的随机数可使算法有机会获得较大的权值,实现权重的动态变化,从而提高算法的收敛速度.结合 WOA 位置更新公式, MWOA 公式定义如下:

$$X(t+1) = \omega \cdot X^*(t) - A \cdot D, |A| < 1, p < 0.5; \quad (13)$$

$$X(t+1) = \omega \cdot X_{\text{rand}} - A \cdot D_{\text{rand}}, |A| \geq 1, p < 0.5; \quad (14)$$

$$X(t+1) = D' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + \omega X^*(t), p \geq 0.5. \quad (15)$$

鲸鱼算法的模型简单,相比于传统算法,鲸鱼优化算法寻优能力更强,但是在整个进化过程中主要通过搜索包围、螺旋更新位置、随机选择鲸鱼位置来实现寻优.算法在迭代时不断更新领导者的位置,这样的领导者更新方式会导致算法进行到某一代陷入局部最优,进而使算法陷入停滞.虽然一些改进算法利用混沌理论和反向学习增加了算法跳出局部最优的概率,通过加入惯性权重来平衡算法的全局搜索和局部开发能力,但本质来说都是对单一的进化策略进行改进.因此,本文通过结合混沌映射理论、逐维小孔成像反向学习策略、融合贝塔分布和逆不完全 Γ 函数的权重来优化算法的寻优效率,提高算法的稳定性,以期在每次迭代过程中获得更好的优化结果.

2.4 改进算法步骤

综合上述改进方法,本文所提出的改进鲸鱼优化算法步骤如下.

step 1: 设置种群大小 $N = 30$, 最大迭代次数 $T = 1000$.

step 2: 在搜索空间中按照 Circle 映射生成初始种群.

step 3: 计算种群中每个个体的适应度值并记录最优位置 $X(t)$.

step 4: 按照式(12)更新参数 ω , 同时更新 a 、 A 、 C 、 l 等参数.

step 5: 比较 $|A|$ 的大小,将随机生成的 p 值与 0.5 作比较,选择相应的位置更新公式.若 $p < 0.5$ 且 $|A| < 1$,则按照式(13)更新当前个体位置;若 $p < 0.5$ 且 $|A| \geq 1$,则按照式(14)随机搜索猎物;若 $p \geq 0.5$,则按照式(15)更新当前位置.

step 6: 对于 step 5 中保存下来的解,根据式(10)进行逐维小孔成像反向学习,某一维度的解经过小孔成像反向学习之后与其他维的值组成新的解,再根据目标函数适应度评价该新解.若解的质量优于之前的解,则保留该维度进行小孔成像反向学习的更新结果;反之,保留小孔成像反向学习之前的解的信息.利用这种方式将各维度更新完毕.

step 7: 判断算法是否达到最大迭代次数,若达到,则停止计算,并输出最优位置和适应度值;反之,重复执行 step 4 ~ step 6.

改进算法流程如图 2 所示.

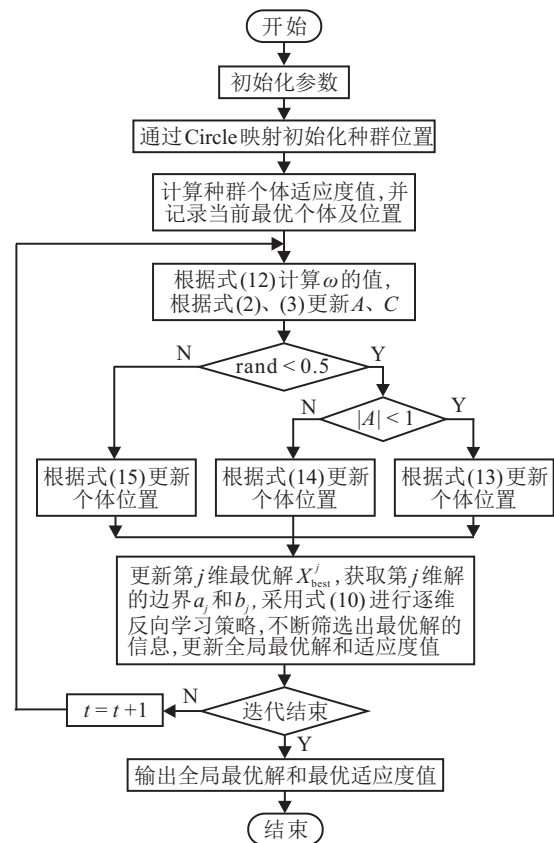


图2 改进算法流程

3 仿真实验和结果分析

为了验证本文所提出算法的鲁棒性和每个改进点的效果,将改进鲸鱼优化算法(MWOA)与鲸鱼优化算法(WOA)、樽海鞘算法(SSA)、灰狼算法(GWO)、加入 Circle 映射的鲸鱼优化算法(CWOA)、加入逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法(OWOA)、加入自适应权重的鲸鱼优化算法(WWOA)同时在 10 个典型的

基准测试函数(见表1)下进行30次对比实验,进而客观地反映算法改进的有效性.

本文实验环境均为Window10系统,16G运行内存和2.9GHz CPU,编程语言为Matlab R2014b,实验最大迭代次数为1000,种群个数为30,各算法的主要参数设置如表2所示.

表1 基准测试函数

编号	函数名	维度	搜索区域	理论值
f_1	Sphere	10	$[-100, 100]$	0
f_2	Schwefel 2.22	50	$[-10, 10]$	0
f_3	Schwefel 1.2	200	$[-100, 100]$	0
f_4	Schwefel 2.21	30	$[-100, 100]$	0
f_5	Rosenbrock	10	$[-30, 30]$	0
f_6	Quartic	30	$[-1.28, 1.28]$	0
f_7	Ackley	40	$[-32, 32]$	0
f_8	Griewank	20	$[-600, 600]$	0
f_9	Penalized1	100	$[-50, 50]$	0
f_{10}	Penalized2	80	$[-50, 50]$	0

表2 算法主要参数

算法	主要参数
WOA	$a_{\max} = 2, a_{\min} = 0$
MWOA	$\omega_{\max} = 0.9, \omega_{\min} = 0.4, n = 12\,000,$ $\sigma = 0.1, \lambda = 0.1, b_1 = 1, b_2 = 2$
OWOA	$n = 12\,000, \lambda = 0.1$
WWOA	$\omega_{\max} = 0.9, \omega_{\min} = 0.4, \sigma = 0.1, b_1 = 1, b_2 = 2$
GWO	$a_{\max} = 2, a_{\min} = 0$

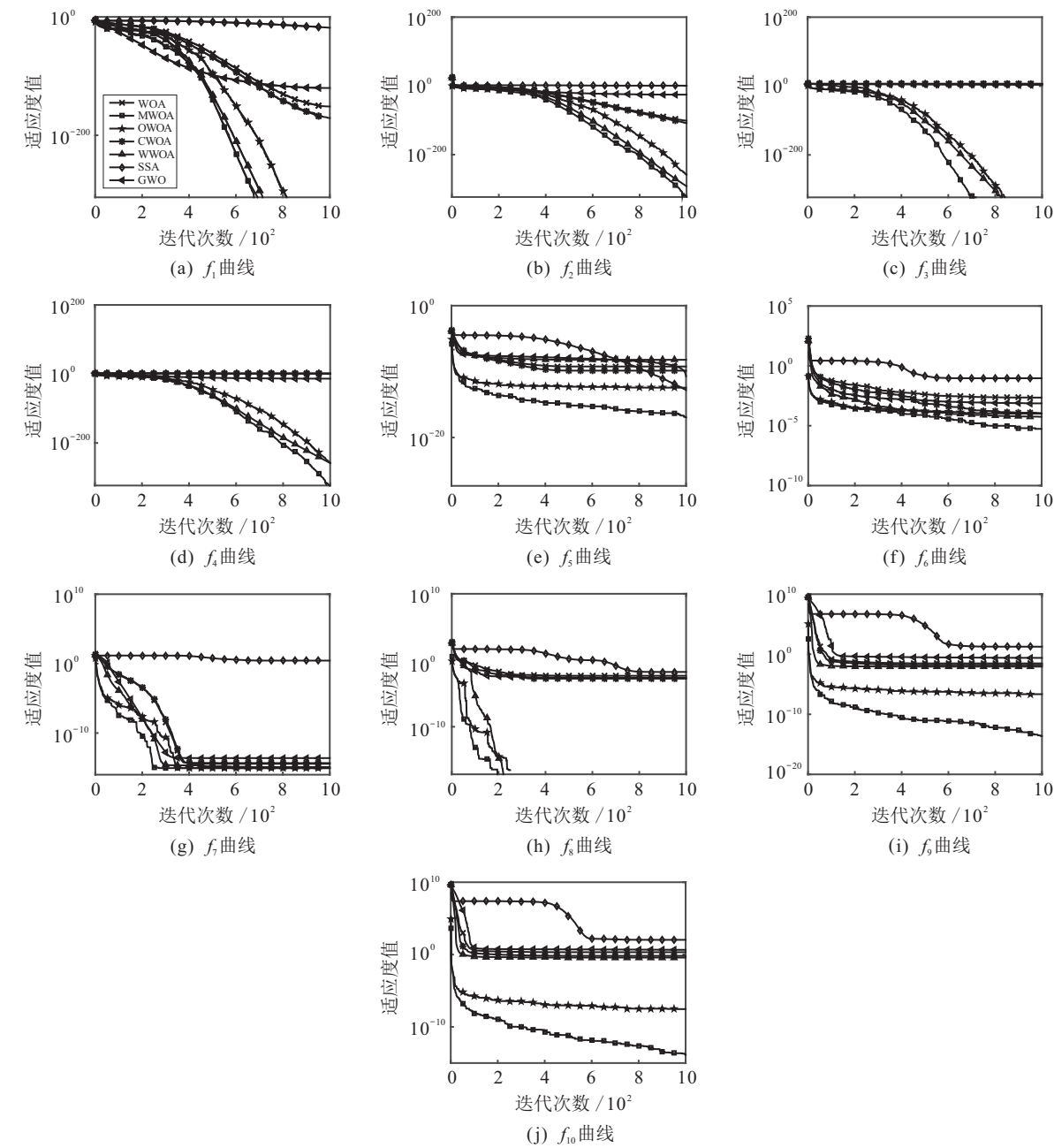


图3 测试函数平均收敛曲线

采用表1所示的10个测试函数进行实验,由于算法维度也是影响算法寻优性能的一个重要因素,表1中设置 $f_1 \sim f_{10}$ 的维度从10维到200维变化,同时验证算法在低维和高维的求解能力,从而更加全面地体现算法的有效性.

首先,为了体现实验的准确性,图3给出了10个测试函数运行30次的平均收敛曲线,图例均同图3(a),其中纵坐标取10的对数.通常单峰函数用来评价算法的开发能力,多峰函数用来评价算法的搜索能力,图3(a)~(f)所示为单峰函数的平均收敛曲线,图3(g)~(j)为多峰函数的平均收敛曲线.由于加入逐维小孔成像反向学习策略、Circle映射和自适应权重,

算法更容易跳出局部最优区域,MWOA在求解单峰和多峰函数时收敛速度和收敛精度都比其他算法优秀,进而反映了改进算法的有效性.

其次,考虑到最优值、最差值和平均值通常反映算法的寻优能力和有效性,标准差可以反映算法的稳定性,对于求解单峰函数 $f_1 \sim f_6$,如表3所示,MWOA在4个函数的求解中多项指标都达到了理论值0,其余2个虽然没有达到理论值,但MWOA的各项评价指标都优于其他算法.由于WOA容易陷入局部最优解,在算法中加入了混沌映射、逐维小孔成像反向学习策略和自适应权重,帮助算法获得了一定程度的跳出局部最优解的能力,使得OWOA和WWOA同样达

表3 测试函数结果对比

函数	算法	最优值	最差值	均值	标准差	耗时/s	函数	算法	最优值	最差值	均值	标准差	耗时/s
f_1	MWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	1.133 5	f_6	MWOA	9.59e-07	1.08e-05	5.46e-06	3.11e-06	3.636 7
	OWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	1.093 8		OWOA	9.72e-07	3.14e-04	1.00e-04	9.05e-05	3.548 8
	CWOA	6.64e-179	4.67e-169	4.09e-170	0.00e+00	0.765 7		CWOA	7.02e-06	1.96e-04	1.09e-04	5.87e-05	1.874 4
	WWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.792 0		WWOA	4.11e-06	1.81e-04	5.59e-05	5.00e-05	1.949 6
	WOA	1.57e-159	2.39e-148	1.16e-149	4.72e-149	0.738 1		WOA	2.14e-05	1.05e-02	2.24e-03	2.68e-03	1.842 4
	SSA	3.64e-10	1.19e-09	6.22e-10	2.10e-10	0.229 3		SSA	3.61e-02	1.84e-01	9.21e-02	3.34e-02	0.402 4
	GWO	3.30e-124	1.55e-115	8.22e-117	3.01e-116	0.177 4		GWO	1.72e-04	1.34e-03	7.36e-04	2.94e-04	0.408 0
f_2	MWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	4.637 0	f_7	MWOA	8.88e-16	8.88e-16	8.88e-16	0.00e+00	5.497 8
	OWOA	7.03e-299	1.85e-257	6.15e-259	0.00e+00	4.518 0		OWOA	8.88e-16	8.88e-16	8.88e-16	0.00e+00	5.531 9
	CWOA	1.69e-114	3.40e-108	5.64e-109	8.08e-109	2.893 8		CWOA	8.88e-16	7.99e-15	4.68e-15	2.07e-15	2.333 3
	WWOA	7.22e-298	4.34e-291	1.62e-292	0.00e+00	3.027 9		WWOA	8.88e-16	4.44e-15	1.24e-15	1.08e-15	2.426 5
	WOA	3.44e-105	5.17e-101	2.84e-102	1.01e-101	2.841 7		WOA	8.88e-16	7.99e-15	3.73e-15	2.36e-15	2.302 4
	SSA	7.82e-01	1.06e+01	4.40e+00	2.60e+00	0.372 6		SSA	1.75e+00	5.56e+00	2.71e+00	8.13e-01	0.426 0
	GWO	8.09e-27	9.29e-26	3.09e-26	1.91e-26	0.421 0		GWO	1.87e-14	3.29e-14	2.47e-14	4.29e-15	0.426 8
f_3	MWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	38.287 0	f_8	MWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	2.549 7
	OWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	38.098 8		OWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	2.523 4
	CWOA	3.85e+05	6.99e+05	6.18e+05	8.40e+04	17.598 5		CWOA	0.00e+00	5.12e-02	1.71e-03	9.35e-03	1.353 5
	WWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	18.081 4		WWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	1.377 1
	WOA	5.32e+06	6.50e+06	5.92e+06	3.84e+05	17.570 7		WOA	0.00e+00	5.63e-02	4.64e-03	1.44e-02	1.324 1
	SSA	6.79e+04	3.23e+05	1.78e+05	6.44e+04	8.432 8		SSA	1.23e-08	9.08e-02	1.75e-02	1.91e-02	0.342 4
	GWO	3.33e+02	1.32e+04	3.89e+03	3.51e+03	8.806 3		GWO	0.00e+00	2.38e-02	2.27e-03	5.68e-03	0.288 8
f_4	MWOA	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	0.00e+00	2.740 8	f_9	MWOA	1.17e-19	3.07e-13	2.41e-14	5.72e-14	30.589 5
	OWOA	6.76e-291	2.72e-257	9.06e-259	0.00e+00	2.645 8		OWOA	1.08e-07	3.72e-07	2.23e-07	8.09e-08	30.249 1
	CWOA	3.27e-04	7.89e+00	3.05e+00	2.64e+00	1.836 6		CWOA	7.02e-03	3.67e-02	1.56e-02	5.91e-03	6.236 1
	WWOA	6.03e-277	1.56e-257	5.93e-259	0.00e+00	1.918 2		WWOA	2.97e-03	1.08e-02	8.65e-03	1.95e-03	6.341 9
	WOA	3.49e+01	6.86e+01	4.96e+01	9.65e+00	1.807 9		WOA	2.33e-02	5.28e-02	2.97e-02	8.05e-03	6.196 2
	SSA	1.42e+00	1.38e+01	8.26e+00	2.94e+00	0.315 7		SSA	1.19e+01	3.18e+01	1.80e+01	4.94e+00	1.537 7
	GWO	4.07e-16	2.18e-13	2.09e-14	4.39e-14	0.328 1		GWO	1.73e-01	3.41e-01	2.46e-01	4.77e-02	1.611 1
f_5	MWOA	7.60e-23	5.11e-15	3.94e-16	9.77e-16	1.173 9	f_{10}	MWOA	1.67e-18	8.76e-14	1.33e-14	2.46e-14	25.819 6
	OWOA	6.13e-14	1.35e-08	2.07e-09	3.09e-09	1.123 2		OWOA	1.64e-08	5.00e-08	2.87e-08	1.00e-08	23.475 1
	CWOA	1.99e-06	2.44e-05	1.63e-05	6.55e-06	0.759 5		CWOA	4.55e-01	7.98e-01	6.60e-01	1.01e-01	5.092 6
	WWOA	8.09e-04	1.24e-02	4.82e-03	2.85e-03	0.785 0		WWOA	1.32e-01	4.63e-01	3.83e-01	7.45e-02	5.181 2
	WOA	9.74e-05	2.56e-04	1.43e-04	4.95e-05	0.730 3		WOA	1.74e+00	2.92e+00	2.12e+00	3.39e-01	5.057 7
	SSA	1.74e-10	1.21e-09	6.25e-10	2.56e-10	0.231 9		SSA	9.67e+01	1.16e+02	1.08e+02	5.74e+00	1.257 2
	GWO	3.05e-07	1.50e-06	8.51e-07	3.20e-07	0.170 0		GWO	3.98e+00	5.28e+00	4.48e+00	3.51e-01	1.335 3

到了理论效果,从而验证了本文所提出改进思想的可行性;同时由图3(a)~(f)可知,MWOA的收敛速度和收敛精度明显优于其他几个算法,而且随着维度的增加,MWOA仍然可以达到理论值,进一步表明了本文所提出改进策略的有效性.值得注意的是,OWOA、CWOA等算法在多个单峰函数求解中,寻优精度仍然优于WOA、GWO、SSA算法,说明不同的改进策略对算法的性能都有促进作用.对于多峰函数,算法的寻优精度并没有单峰函数高,在求解多峰函数 f_8 时,多个算法都达到了理论值,但此时MWOA的评价指标都比其他算法要好;对于 f_7 、 f_9 和 f_{10} ,虽然没有达到理论值,但是相比于其他算法,MWOA的最优值、最差值等指标都更好,进一步验证了加入改进策略的有效性和稳定性.

再次,从平均耗时来看,如表3所示,在相同维度下,GWO和SSA的耗时最短,WOA次之,加入一种改进策略的CWOA、OWOA、WWOA三种算法在相同维度下平均时长都比WOA要大,而MWOA耗时是最多的.这是由于在WOA中加入改进策略之后,算法搜索区域更广,找到的解更多,导致算法寻优时间变长,但均在合理范围以内.

另外,通常算法运行30次后的均值、标准差不会与每次运行结果进行比较,仅根据均值和标准差来评价一个算法的性能往往不够准确.为了体现算法改进的鲁棒性和公平性,利用统计检验来评估所提出改进算法相比于其他算法的优越性,因此,采用Wilcoxon统计检验在5%的显著水平下进行.表4列出了10个测试函数的MWOA运行结果与其他6个算法的Wilcoxon秩和检验中计算的 p 值,即当 $p < 0.05$ 时,就可以被认为是拒绝零假设的有力验证^[20].

表4 测试函数 Wilcoxon秩和检验 p 值

函数	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
f_1	Na	1.21e-12	Na	1.21e-12	1.21e-12	1.21e-12
f_2	1.72e-12	1.72e-12	1.72e-12	1.72e-12	1.72e-12	1.72e-12
f_3	Na	1.21e-12	Na	1.21e-12	1.21e-12	1.21e-12
f_4	1.21e-12	1.21e-12	1.21e-12	1.21e-12	1.21e-12	1.21e-12
f_5	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
f_6	3.35e-08	8.15e-11	3.20e-09	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
f_7	Na	7.06e-11	8.14e-02	8.73e-08	1.21e-12	6.84e-13
f_8	Na	3.34e-01	Na	8.15e-02	1.21e-12	2.16e-02
f_9	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
f_{10}	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11	3.02e-11
+/- = +/- 6/4/0 9/0/1 6/3/1 9/0/1 10/0/0 10/0/0						

由于MWOA不能与自身进行比较,将MWOA与OWOA、CWOA、WWOA等进行比较,分别记为 p_1 、 p_2 、 p_3 等,其中Na指不适用,表示相应算法在秩和检验中

没有数据与自身进行比较,“+”、“-”、“=”表示MWOA的性能优于、劣于和相当于所对比的算法.通过分析表4中的结果可以发现,MWOA的 p 值基本都小于0.05,表明该算法的性能在统计上是显著的,从而表明MWOA比其他算法拥有更好的优越性.

最后,所有算法的定量分析都是基于10个基准测试函数的平均误差(mean absolute error, MAE),通过对算法进行排序,可以有效验证算法的性能指标^[21].表5所示为基准测试函数的MAE排序,MAE计算公式如下所示:

$$MAE = \sum_{i=1}^{N_f} |m_i - o_i| / N_f. \quad (16)$$

其中: m_i 表示算法求解结果的平均值, o_i 表示每个基准测试函数的理论值, N_f 表示所采用测试函数个数.

表5 算法MAE排名

算法	MAE	排名
MWOA	5.455e-07	1
OWOA	1.006e-05	2
WWOA	0.039 631 9	3
GWO	389.683 6	4
SSA	17 848.906	5
CWOA	61 775.573	6
WOA	592 422.5	7

由表5可知,MWOA的MAE排名为第一,相比于其他对比算法,MWOA表现出最小的MAE,从而再一次表明了改进策略的有效性.

4 结 论

为了改善WOA的性能,本文首先引进Circle映射使初始种群均匀分布,增加了种群的多样性;然后受光学原理的启发,提出了一种逐维小孔成像反向学习机制,在保留原算法优点的基础上,一定程度上改善了原始算法容易陷入局部最优的缺陷;最后,在算法中加入融合贝塔分布和逆不完全 Γ 函数的自适应权重,平衡了算法在迭代时的搜索开发能力.经10个基准测试函数求解实验,并通过Wilcoxon检验、平均误差等验证了改进算法具有更高的寻优性能,同时也表明了本文算法具有较好的稳定性.在未来研究中,计划将改进算法用于认知无线电频谱分配问题中,通过实际问题进一步验证算法性能.

参考文献(References)

- [1] Sharma V, Grover A. A modified ant colony optimization algorithm (Maco) for energy efficient wireless sensor networks[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2016, 127(4): 2169-2172.
- [2] Mirjalili S, Mirjalili S M, Lewis A. Grey wolf

- optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69(3): 46-61.
- [3] Tilahun S L, Ngnotchouye J M T. Firefly algorithm for discrete optimization problems: A survey[J]. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2017, 21(2): 535-545.
- [4] Wang Y, Cao J, Qiu Z Y. A novel feature selection algorithm based on crow search algorithm[J]. *Journal of Jilin University: Science Edition*, 2019, 57(4): 869-874.
- [5] Wang G G, Gandomi A H, Alavi A H, et al. A hybrid method based on krill herd and quantum-behaved particle swarm optimization[J]. *Neural Computing & Applications*, 2016, 27(4): 989-1006.
- [6] Geem Z W, Kim J H, Loganathan G V. A new heuristic optimization algorithm: Harmony search[J]. *Simulation*, 2001, 76(2): 60-68.
- [7] 王稼磊, 张会红, 汪鹏君, 等. 基于参数自适应布谷鸟算法的RM电路面积优化[J]. *计算机应用研究*, 2018, 35(9): 2689-2691.
(Wang J L, Zhang H H, Wang P J, et al. RM circuit area optimization based on cuckoo search with adaptive parameters[J]. *Application Research of Computers*, 2018, 35(9): 2689-2691.)
- [8] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95(5): 51-67.
- [9] 尚猛, 康建英, 曹峻玮, 等. 基于改进鲸鱼优化算法的物流配送中心选址策略[J]. *计算机应用与软件*, 2019, 36(6): 254-259.
(Shang M, Kang J Y, Cao J W, et al. Location strategy of logistics distribution center based on improved whale optimization algorithm[J]. *Computer Applications and Software*, 2019, 36(6): 254-259.)
- [10] 岳晓宇, 彭显刚, 林俐. 鲸鱼优化支持向量机的短期风电功率预测[J]. *电力系统及其自动化学报*, 2020, 32(2): 146-150.
(Yue X Y, Peng X G, Lin L. Short-term wind power prediction of whale optimized support vector machine[J]. *Proceedings of the CSU-EPSA*, 2020, 32(2): 146-150.)
- [11] Zeng B, Wang M Y, Gao L, et al. Improved whale swarm algorithm and its application in steelmaking continuous casting scheduling[J]. *Journal of Zhengzhou University: Engineering Science*, 2018, 39(6): 14-22.
- [12] 刘亮, 何庆. 一种求解函数优化问题的改进鲸鱼优化算法[J]. *计算机应用研究*, 2020, 37(4): 1004-1009.
(Liu L, He Q. Improved whale optimization algorithm for solving function optimization problems[J]. *Application Research of Computers*, 2020, 37(4): 1004-1009.)
- [13] Niu P F, Wu Z L, Ma Y P, et al. Prediction of steam turbine heat consumption rate based on whale optimization algorithm[J]. *CIESC Journal*, 2017, 68(3): 1049-1057.
- [14] 匡芳君, 徐蔚鸿, 金忠. 自适应Tent混沌搜索的人工蜂群算法[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(11): 1502-1509.
(Kuang F J, Xu W H, Jin Z. Artificial bee colony algorithm based on self-adaptive tent chaos search[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(11): 1502-1509.)
- [15] Arora S, Anand P. Chaotic grasshopper optimization algorithm for global optimization[J]. *Neural Computing and Applications*, 2019, 31(8): 4385-4405.
- [16] Park S Y, Lee J J. Stochastic opposition-based learning using a beta distribution in differential evolution[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(10): 2184-2194.
- [17] 黄闽茗, 何庆, 文熙. 基于逐维反向学习的动态适应布谷鸟算法[J]. *计算机应用研究*, 2020, 37(4): 1015-1019.
(Huang M M, He Q, Wen X. Dynamically adaptive cuckoo search algorithm based on dimension by opposition-based learning[J]. *Application Research of Computers*, 2020, 37(4): 1015-1019.)
- [18] 黄洋, 鲁海燕, 许凯波, 等. 一种动态调整惯性权重的简化均值粒子群优化算法[J]. *小型微型计算机系统*, 2018, 39(12): 2590-2595.
(Huang Y, Lu H Y, Xu K B, et al. Simplified mean particle swarm optimization algorithm with dynamic adjustment of inertia weight[J]. *Journal of Chinese Computer Systems*, 2018, 39(12): 2590-2595.)
- [19] 王梦娜, 王秋萍, 王晓峰. 基于Iterative映射和单纯形法的改进灰狼优化算法[J]. *计算机应用*, 2018, 38(S2): 16-20.
(Wang M N, Wang Q P, Wang X F. Improved grey wolf optimization algorithm based on Iterative mapping and simplex method[J]. *Journal of Computer Applications*, 2018, 38(S2): 16-20.)
- [20] 张新明, 王霞, 康强. 改进的灰狼优化算法及其高维函数和FCM优化[J]. *控制与决策*, 2019, 34(10): 2073-2084.
(Zhang X M, Wang X, Kang Q. Improved grey wolf optimizer and its application to high-dimensional function and FCM optimization[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(10): 2073-2084.)
- [21] 张达敏, 陈忠云, 辛梓芸, 等. 基于疯狂自适应的樽海鞘群算法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(9): 2112-2120.
(Zhang D M, Chen Z Y, Xin Z Y, et al. Salp swarm algorithm based on craziness and adaptive[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(9): 2112-2120.)

作者简介

张达敏(1967—), 男, 教授, 博士, 从事计算机应用技术、认知无线电、信号与信息处理等研究, E-mail: 1203813362@qq.com;

徐航(1995—), 男, 硕士生, 从事认知无线电、智能优化算法的研究, E-mail: 1518818139@qq.com;

王依柔(1994—), 女, 硕士生, 从事认知无线电、智能优化算法的研究, E-mail: 2570329488@qq.com;

宋婷婷(1995—), 女, 硕士生, 从事认知无线电、智能优化算法的研究, E-mail: 1564648970@qq.com;

王栎桥(1996—), 男, 硕士生, 从事软件无线电、计算机应用技术的研究, E-mail: 2440814146@qq.com.

(责任编辑: 李君玲)