

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制

刘安东, 秦冬冬

引用本文:

刘安东, 秦冬冬. 基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1273–1280.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1136>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于16方向24邻域改进蚁群算法的移动机器人路径规划

Mobile robots path planning based on 16–directions 24–neighborhoods improved ant colony algorithm

控制与决策. 2021, 36(5): 1137–1146 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0600>

### 基于未知系统动态估计的机器人预设性能控制

Unknown system dynamics estimator for prescribed performance control of robotic systems

控制与决策. 2021, 36(5): 1040–1048 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1219>

### 基于仿生算法改进粒子滤波的SLAM算法精度预测

Accuracy prediction of SLAM algorithm based on bionic algorithm to improve particle filter

控制与决策. 2021, 36(1): 166–172 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0555>

### 凸优化与A\*算法结合的路径避障算法

Convex optimization and A–star algorithm combined path planning and obstacle avoidance algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2907–2914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0351>

### 基于免疫优化的平面Acrobot线性自抗扰鲁棒镇定

Robust stabilization of planar Acrobot using linear active disturbance rejection control with immune optimization

控制与决策. 2020, 35(12): 3053–3058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0289>

# 基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制

刘安东<sup>†</sup>, 秦冬冬

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

**摘要:** 研究多移动机器人协同编队控制问题, 提出一种基于虚拟结构的分布式预测控制算法. 与现有编队控制方法相比, 基于虚拟结构的方法可以使移动团队更加稳定地保持期望编队队形运动, 通过将变换矩阵与虚拟结构相结合可以改善编队结构的灵活性, 从而有效拓展该方法的应用范围. 最后将所提出控制算法与现有编队控制方法进行对比仿真, 结果验证了其有效性.

**关键词:** 多移动机器人; 协同编队控制; 虚拟结构法; 分布式预测控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1136

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 刘安东, 秦冬冬. 基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1273-1280.

## Distributed predictive control of multiple mobile robots based on virtual structure method

LIU An-dong<sup>†</sup>, QIN Dong-dong

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** A distributed predictive control method is proposed for multi-robot systems under virtual structure to deal with the cooperative formation control problem. Compared with the existing formation control methods, the proposed algorithm can make the robot team keep a expected formation more stable. By combining the transformation matrix and virtual structure, the flexible of formation structure can be improved, which effectively extends its application range. Finally, the proposed control algorithm is compared with the existing formation control method to verify its effectiveness.

**Keywords:** multi-robot systems; cooperative formation control; virtual structure method; distributed predictive control

## 0 引言

近年来,编队控制因其在目标跟踪、目标监测和运输等方面的实际应用而受到越来越多的关注<sup>[1-3]</sup>. 与单一轮式移动机器人(wheeled mobile robot, WMR)系统相比,一组移动机器人通过编队方式处理任务在灵活性、鲁棒性和效率等方面具有更加明显的优势. 协同控制是多个移动机器人编队实现各种运动任务的重要途径之一,而协同控制的一个关键问题是设计一种合适的控制算法,使移动机器人团队能够收敛到期望的队形.

近年来,学者们提出了多种有效的控制方法解决多移动机器人的协同控制问题,如领航-跟随、虚拟结构和基于行为等方法<sup>[4-10]</sup>. 领航-跟随法具有便于分析的优点,但是当编队中的领航机器人损毁或者跟

随者不能及时获得领航者信息时,整个编队结构容易被破坏<sup>[4-5]</sup>. 基于行为的方法能够自然地整合多机器人系统中的多个目标,且不会受到编队规模的影响,然而该方法很难从数学上进行定量描述<sup>[6-7]</sup>. 与上述两种方法相比,虚拟结构法将编队结构中的机器人视为刚体的一个节点,能够相对容易地协调机器人之间的行为,并保持编队结构的稳定性. 文献[8]结合虚拟结构法提出了一种输出反馈协同控制方法,使一组具有有限感知范围的独轮式移动机器人能够完成期望的编队跟踪任务. 文献[9]提出了一种利用图刚度求解非平面多智能体编队控制问题的方法,使得所有的智能体通过分布式控制律协同达到编队形. 文献[10]基于虚拟结构法和坐标变换,将多个非完整智能车辆编队控制问题转化为目标跟踪和状态一致稳定问题,

收稿日期: 2019-08-08; 修回日期: 2019-11-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973275); 浙江省自然科学基金项目(LY17F030019); 浙江省科协育才工程项目(2018YCGC018).

责任编辑: 毛志忠.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: lad@zjut.edu.cn.

并利用PID算法设计控制器。

分布式模型预测控制 (distributed model predictive control, DMPC) 作为解决协同控制问题的有效方法之一, 被广泛应用于多移动机器人编队控制<sup>[11-14]</sup>。文献[11]结合DMPC方法研究了存在通讯网络时延条件下的多移动机器人编队控制问题, 但该文只考虑了4个移动机器人沿圆形路径串行运动的情形, 编队方式过于单一。文献[12]考虑编队机器人在实际控制过程中由于实际加速度计和速度编码器引起的测量误差以及模型线性化带来误差的影响, 研究了具有模型不确定的多移动机器人系统沿圆弧路径并行运动的编队控制问题。为了减少DMPC策略的计算量, 文献[13]结合事件触发机制提出了一种用于多无人机的编队控制策略。文献[14]针对具有约束条件的多移动机器人领航-跟随协同控制问题, 提出了一种基于广义投影神经网络的非线性DMPC控制策略。然而, 已有的基于DMPC的编队控制方法过于单一, 且无法解决队形变换问题, 导致灵活性较差。

本文针对已有的基于DMPC的编队控制方法过于单一且灵活性较差的问题, 将虚拟结构法与DMPC方法相结合, 研究了多移动机器人的变结构编队控制问题, 主要工作和贡献如下:

1) 针对多移动机器人协同编队控制问题, 提出了一种基于虚拟结构法的分布式预测控制方法, 并给出了保证所提出算法收敛的条件;

2) 结合Sigmoid函数的特性, 利用移动机器人的纵向误差和路径参数调整移动机器人在瞬态跟踪的行为, 通过将趋近角作为约束项引入到目标函数中, 有效提高了机器人的动态跟踪性能;

3) 考虑虚拟结构法受限于刚性结构, 从而只能做刚性运动这一缺点, 提出将变换矩阵与虚拟结构中的偏移向量相结合, 使得虚拟结构能够灵活地实现编队结构的同构变换。

## 1 问题描述

### 1.1 运动学模型

考虑一组非完整移动机器人跟踪一组参考路径的编队控制问题。首先, 定义编队中的第*i*个移动机器人在惯性坐标系 $\{I\}$ 下的坐标为 $q_i = (x_i, y_i, \varphi_i)^T$ , 则移动机器人*i*的运动学模型可以表示为

$$\dot{q}_i = J(q_i)u_i. \quad (1)$$

其中:  $(x_i, y_i)$  为车轮轴中心的位置,  $\varphi_i$  为移动机器人前行方向相对于*X*轴的方向角,  $v_i, \omega_i$  分别为移动机器人*i*的线速度和角速度,  $u_i = (v_i, \omega_i)^T, J(q_i) =$

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi_i & 0 \\ \sin \varphi_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

### 1.2 基于虚拟结构的路径规划

在传统虚拟结构法的基础上, 利用虚拟结构生成参考路径和期望编队结构。首先定义一个作为虚拟结构中心的虚拟参考机器人 (virtual reference wheeled mobile robot, VRWMR) 沿着水平面上预先给定的基线 $\Gamma_0(\tau_0) = \text{col}(q_{r0}(\tau_0), \varphi_{r0}(\tau_0))$ 运动, 其中:  $\tau_0$  为基线路径的路径参数,  $q_{r0}(\tau_0) = [x_{r0}(\tau_0), y_{r0}(\tau_0)]^T$  为VRWMR在惯性坐标系下的期望位置,  $\varphi_{r0}(\tau_0)$  为VRWMR沿基线方向的期望角。在VRWMR上, 通过选择沿基线的切线向量 $X_F$ 和法向量 $Y_F$ 建立Frenet-Serret坐标系。当VRWMR以期望速度运动时, 可以通过引入相对于Frenet-Serret坐标系原点的偏移向量 $l_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 生成一组*n*条路径, 即

$$\Gamma_i(\tau_i) = \text{col}(q_{ri}(\tau_i), \varphi_{ri}(\tau_i)) = \begin{bmatrix} q_{r0}(\tau_i) + R_F^I(\varphi_{r0}(\tau_i))l_i(x_{ri}(\tau_i), y_{ri}(\tau_i)) \\ \arctan 2(y_{ri}^T(\tau_i)/x_{ri}^T(\tau_i)) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中:  $\varphi_{r0}(\tau_i) = \arctan(y_{ri}^T(\tau_i)/x_{ri}^T(\tau_i))$ ,  $x_{ri}^T(\tau_i)$  为 $x_{ri}(\tau_i)$ 对 $\tau_i$ 的一阶导数,  $y_{ri}^T(\tau_i)$  为 $y_{ri}(\tau_i)$ 对 $\tau_i$ 的一阶导数。

从Frenet-Serret坐标系 $\{F\}$ 到惯性坐标系 $\{I\}$ 的旋转矩阵为

$$R_F^I(\varphi_{r0}(\tau_i)) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{r0}(\tau_i)) & -\sin(\varphi_{r0}(\tau_i)) \\ \sin(\varphi_{r0}(\tau_i)) & \cos(\varphi_{r0}(\tau_i)) \end{bmatrix},$$

偏移向量定义为

$$l_i(x_{ri}(\tau_i), y_{ri}(\tau_i)) = \begin{bmatrix} f_{xi}(x_{ri}(\tau_i), y_{ri}(\tau_i)) \\ f_{yi}(x_{ri}(\tau_i), y_{ri}(\tau_i)) \end{bmatrix},$$

其中 $f_{xi}(\cdot)$ 和 $f_{yi}(\cdot)$ 为与编队结构相关的偏移函数。

由以上分析可知, 当VRWMR以期望速度 $\dot{\tau}_0(t)$ 沿基线 $\Gamma_0(\tau_0)$ 运动时, 虚拟编队结构中的移动机器人也以相应的速度 $\dot{\tau}_i(t)$ 沿路径 $\Gamma_i(\tau_i)$ 运动。当编队结构中所有路径参数达到同步时, 第*i*个虚拟移动机器人将会位于编队结构指定的位置上, 则协同编队的控制目标转化为设计控制器使得第*i*个移动机器人跟踪上参考路径 $\Gamma_i(\tau_i)$ 上的虚拟移动机器人。综上所述, 多移动机器人编队控制问题可以描述为如下两个任务:

1) 路径跟踪任务。确保每一个实际移动机器人能够跟踪上相应的虚拟移动机器人, 并以与其路径相切的线速度沿路径运动, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q_{ei}\| = 0,$$

其中 $q_{ei}$ 为移动机器人与参考移动机器人之间的位姿误差量。

2) 编队同步任务. 保证所有路径参数 $\tau_i(t)$ 同步, 从而维持期望的虚拟编队结构, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\tau_i(t) - \tau_j(t)| = 0.$$

### 1.3 路径跟踪误差模型

移动机器人 $i$ 在坐标系 $\{B_i\}$ 上的跟踪误差向量可以表示为

$$q_{ei} = [x_{ei}, y_{ei}, \varphi_{ei}]^T = R_I^B(\varphi_i)(q_{ri} - q_i) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ri} - x_i \\ y_{ri} - y_i \\ \varphi_{ri} - \varphi_i \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中: $q_i = [x_i, y_i, \varphi_i]^T$ 为机器人的状态向量, $q_{ri} = [x_{ri}, y_{ri}, \varphi_{ri}]^T$ 为虚拟机器人在惯性坐标系下的状态向量。

根据式(1), 虚拟机器人 $i$ 的速度向量定义为 $u_{ri} = (v_{ri}, \omega_{ri})^T$ . 进而, 对式(3)进行求导并进行整理可得

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ei} \\ \dot{y}_{ei} \\ \dot{\varphi}_{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_i y_{ei} - v_i + v_{ri} \cos(\varphi_{ri} - \varphi) \\ -\omega_i x_{ei} + v_{ri} \sin(\varphi_{ri} - \varphi) \\ \omega_{ri} - \omega_i \end{bmatrix}. \quad (4)$$

由于虚拟移动机器人 $i$ 的线速度与路径 $\Gamma_i(\tau_i)$ 是相切的, 结合微分平坦方法, 式(4)可以写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ei} \\ \dot{y}_{ei} \\ \dot{\varphi}_{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_i y_{ei} - v_i + \bar{v}_{ri} \dot{\tau}_i \cos(\varphi_{ri} - \varphi) \\ -\omega_i x_{ei} + \bar{v}_{ri} \dot{\tau}_i \sin(\varphi_{ri} - \varphi) \\ \bar{\omega}_{ri} \dot{\tau}_i - \omega_i \end{bmatrix}. \quad (5)$$

定义如下状态和输入向量:

$$\dot{q}_{ei} = [\dot{x}_{ei} \quad \dot{y}_{ei} \quad \dot{\varphi}_{ei}]^T, \\ u_{ei} = \begin{bmatrix} -v_i + \bar{v}_{ri} \dot{\tau}_i \cos(\varphi_{ri} - \varphi) \\ \bar{\omega}_{ri} \dot{\tau}_i - \omega_i \end{bmatrix}.$$

进一步, 在平衡点( $x_i = 0, y_i = 0$ )附近线性化离散化可得

$$q_{ei}(k+1) = g_{1i}(q_{ei}(k)) + h_{1i}(q_{ei}(k))u_{ei}(k). \quad (6)$$

其中

$$g_{1i}(q_{ei}(k)) = \begin{bmatrix} x_{ei} \\ y_{ei} \\ \varphi_{ei} \end{bmatrix} + T \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{ri} \dot{\tau}_i y_{ei} \\ -\bar{\omega}_{ri} \dot{\tau}_i + \bar{v}_{ri} \dot{\tau}_i d\varphi_{ei} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ h_{1i}(q_{ei}(k)) = T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$T$ 为采样周期。

## 2 基于DMPC的编队同步控制

### 2.1 路径跟踪与同步控制算法设计

在给出分布式算法的设计之前, 首先给出分布系统控制框图如图1所示. 在分布式系统中, 移动机器人 $i$ 利用DMPC控制给出的最优控制量和相邻子系统的控制量 $\bar{u}_l(k)$ 优化自身的状态量。

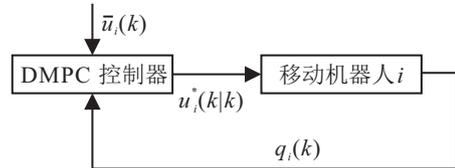


图1 DMPC控制框图

不失一般性, 假设每条参考路径都是唯一、规则且连续变化的<sup>[15]</sup>. 同时, 为了在瞬态路径跟踪过程中使机器人更快地收敛到期望路径上, 定义如下形式的趋近角函数<sup>[16]</sup>:

$$\delta_i(y_{ei}, \dot{\tau}_0) = -\text{sign}(\dot{\tau}_0) \varphi_a \tanh(k_\delta y_{ei}), \quad (7)$$

其中 $k_\delta$ 为收敛系数且 $k_\delta > 0$ . 由式(7)可知, 机器人与路径参考目标点之间较大的纵向误差 $y_{ei}$ 将带来较大的趋近角 $\delta_i$ , 即给移动机器人带来较大的指向路径的运动趋势. 由于本文仅考虑移动机器人沿前向运动的情况, 即 $\dot{\tau}_0 > 0$ , 趋近角 $\delta_i(y_{ei}, \dot{\tau}_0)$ 可以简化为

$$\delta_i = \delta_i(\xi^T q_{ei}) = -\varphi_a \tanh(k_\delta \xi^T q_{ei}).$$

其中: $\xi = [0 \quad 1 \quad 0]^T, 0 < \varphi_a \leq \pi/2$ . 将上式进行离散化并在平衡点附近进行一阶泰勒展开, 可得

$$\delta(k+1) = g_{2i}(q_{ei}(k)) + h_{2i}(q_{ei}(k))u_{ei}(k). \quad (8)$$

其中

$$g_{2i}(q_{ei}(k)) = -4\varphi_a k_\delta \xi^T g_{1i}(q_{ei}(k)), \\ h_{2i}(q_{ei}(k)) = -4\varphi_a k_\delta \xi^T h_{1i}(q_{ei}(k)).$$

由式(2)可知, 参考路径 $\Gamma_i(\tau_i)$ 是路径参数 $\tau_i$ 的函数, 为了实现实际编队结构与虚拟编队结构之间的协调, 将路径参数更新律设置为

$$\tau_i(k+1) = \tau_i(k) + g_i(u_i(k), v_{ri}, \omega_{ri}), \quad (9)$$

其中 $g_i(u_i(k), v_{ri}, \omega_{ri})$ 是与 $u_i(k), v_{ri}, \omega_{ri}$ 相关的函数. 当路径参数 $\tau_i$ 同步时, 所有虚拟移动机器人将会位于编队结构的指定位置上. 在上述分析的基础上, 为了改善移动机器人的瞬态跟踪性能且保证所有路径参数达到同步, 将趋近角和路径参数同步约束引入到预测性能指标, 则第 $i$ 个移动机器人的目标函数定义为

$$J_i(k) = \sum_{j=1}^M \|q_i(k+j|k) - \delta'_i(k+j)\|_{R_i}^2 +$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{l \in h_i} w_{il} (\tau_i(k+j|k) - \tau_i(k+j|k) - \tau_{il})^2 + \sum_{j=0}^{N-1} \|u_{ei}(k+j|k)\|_{S_i}^2. \quad (10)$$

其中:  $q_i(k+j|k)$  和  $u_{ei}(k+j|k)$  分别为  $q_i(k+j)$  和  $u_{ei}(k+j)$  在  $k$  时刻的预测值,  $M$  和  $N$  分别为预测时域和控制时域,  $\delta'_i(k+j) = [0 \ 0 \ \delta_i(k+j)]^T$ ,  $R_i > 0$ ,  $S_i > 0$  为给定的权重矩阵,  $w_{il}$  为给定的权重参数,  $\tau_i(k+j|k)$  为路径参数  $\tau_i(k+j)$  的预测值,  $h_i$  为第  $i$  个移动机器人邻居的集合.

**注1** 在现有的编队控制方法中<sup>[17-18]</sup>, 很少关注移动机器人的瞬态跟踪行为, 使得移动机器人的动态跟踪性能较差. 本文将设计的趋近角作为约束条件引入到目标函数中, 用纵向误差和路径参数调整移动机器人在瞬态跟踪时的行为, 能够有效改善机器人的跟踪性能. 另外, 文献<sup>[17-18]</sup>仅研究了队形不变情况下的多移动机器人的编队控制问题, 本文在其基础上研究了多移动机器人动态编队控制问题.

根据式(3)和  $\tau_i$  的定义, 不失一般性, 选择如下线性函数:

$$g_i(u_i(k), v_{ri}, \omega_{ri}) = \kappa Z [u_i(k) + [v_{ri} \ \omega_{ri}]^T]. \quad (11)$$

其中:  $\kappa$  为给定的标量参数;  $Z = [z_1, z_2]$ ,  $z_1$  和  $z_2$  为可选择的常量. 如果  $g_i$  取决于  $u_i$  和  $v_{ri}$ , 则  $Z = [z_1, 0]$ ; 如果  $g_i$  取决于  $u_i$  和  $\omega_{ri}$ , 则  $Z = [0, z_2]$ .

令

$$\begin{aligned} \bar{q}_{ei}(k) &= [q_{ei}(k+1|k) \ \dots \ q_{ei}(k+M|k)]^T, \\ \bar{u}_{ei}(k) &= [u_{ei}(k+1|k) \ \dots \ u_{ei}(k+N-1|k)]^T, \\ \bar{\delta}'_i(k) &= [\delta'_i(k+1) \ \dots \ \delta'_i(k+M)]^T, \\ g'_{2i} &= [0 \ 0 \ g_{2i}]^T, \\ \bar{v}_i(k) &= \underbrace{[[v_{ri} \ \omega_{ri}]^T \ \dots \ [v_{ri} \ \omega_{ri}]^T]^T}_N, \\ h'_{2i} &= [0, 0, h_{2i}]^T, \\ \Pi_{il} &= \underbrace{[\tau_{il} \ \dots \ \tau_{il}]^T}_N, \bar{S}_i = \text{diag}(S_i \ \dots \ S_i), \\ \bar{W}_{il} &= \text{diag}(w_{il} \ \dots \ w_{il}), \bar{R}_i = \text{diag}(\bar{R}_i \ \dots \ \bar{R}_i), \\ G_{1i} &= [g_{1i}^T(q_{ei}(k|k)) \ \dots \ g_{1i}^T(q_{ei}(k+M-1|k))]^T, \\ G_{2i} &= [g_{2i}^T(q_{ei}(k|k)) \ \dots \ g_{2i}^T(q_{ei}(k+M-1|k))]^T, \\ H_{1i} &= \begin{bmatrix} h_{1i}(q_{ei}(k|k)) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & h_{1i}(q_{ei}(k+N-1|k)) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$H_{2i} = \begin{bmatrix} h'_{2i}(q_{ei}(k|k)) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & h'_{2i}(q_{ei}(k+N-1|k)) \end{bmatrix},$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} kZ & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ kZ & \dots & kZ \end{bmatrix},$$

则系统的预测输出方程可以表示为

$$\bar{q}_{ei}(k) = G_{1i} + H_{1i} \bar{u}_{ei}(k), \quad (12)$$

趋近角的预测方程为

$$\bar{\delta}'_i(k) = G_{2i} + H_{2i} \bar{u}_{ei}(k). \quad (13)$$

将式(12)和(13)代入(10), 目标函数可以转化为

$$J_i(k) = \|\bar{q}_{ei}(k)\|_{\bar{R}_i}^2 + \sum_{l \in h_i} \|H_3 \bar{u}_{ei}(k) + \Theta_{il}\|_{\bar{W}_{il}}^2 + \|\bar{u}_{ei}(k)\|_{\bar{S}_i}^2 - 2\bar{q}_{ei}^T(k) \bar{R}_i \bar{\delta}'(k) + \|\bar{\delta}'(k)\|_{\bar{R}_i}^2. \quad (14)$$

其中  $\Theta_{il} = F\tau_i(k) + H_3 \bar{v}_{ri} - H_3(\bar{u}_l(k) + \bar{v}_{rl}(k)) - F\tau_l(k) - \Pi_{il}$ . 因此, 第  $i$  个移动机器人的控制目标转化为求解如下最小化问题:

$$\min_{\bar{u}_{ei}(k)} J_i(k). \quad (15)$$

显然, 优化问题(15)是一个含有不同移动机器人信息的局部优化问题, 且可以对每个移动机器人进行分布式并行处理. 对于这类含有不同移动机器人信息的优化问题, 一般采用纳什优化策略进行求解. 由于优化问题(15)是一个QP问题, 根据一阶 Karush-Kuhn-Tucker 条件, 可以得出式(15)的解为

$$\bar{u}_{ei}^*(k) = - \left( H_i \hat{R}_i H_i^T + \bar{S}_i + \sum_{l \in h_i} H_3^T \bar{W}_{il} H_3 \right)^{-1} \times \left( G_i \hat{R}_i H_i^T + \sum_{l \in h_i} H_3^T \bar{W}_{il} \Theta_{il} \right). \quad (16)$$

**注2** 纳什优化策略是一种迭代策略. 该策略在每个采样时刻寻找各子系统的局部最优控制量. 如果所有子系统的终止条件都被满足, 则终止迭代; 否则, 每个子系统继续寻找局部问题的最优控制量并传递给其相邻子系统, 进而利用相邻子系统更新后的控制量解决自身的局部优化问题, 直到全局系统将收敛到纳什平衡点. 在多移动机器人编队控制过程中, 控制器之间进行通信和交换控制量的目的是以迭代的方式求得每个移动机器人的最优控制量.

算法总结如下.

**step 1:** 初始化. 在  $k = 0$  时刻, 设置迭代次数  $p = 0$ , 定义移动机器人  $i$  的状态矩阵  $q_i(k)$ , 输入矩阵  $u_i^p(k)$  和路径参数  $\tau_i$ .

step 2: 信息交互. 移动机器人  $i$  将自己的状态信息  $q_i(k)$  和控制信息  $u_i^p(k)$  通过无线网络发送给处于其邻域中的移动机器人  $l (l \in h_i)$ , 并获得其状态  $q_l(k)$  和控制信息  $u_l^p(k)$ .

step 3: 局部优化. 每一个机器人通过式 (15) 求出各自的局部最优解.

step 4: 收敛性验证. 给定误差精度  $\varepsilon_i$ , 如果所有子系统均满足如下条件:

$$\|\bar{u}_{ei}^{p+1}(k) - \bar{u}_{ei}^p(k)\| \leq \varepsilon_i, \quad i \in (1, 2, \dots, N),$$

则令  $\bar{u}_{ei}^*(k) = \bar{u}_{ei}^p(k)$  并结束迭代, 转至 step 5, 否则令  $p = p + 1$ , 转至 step 2 继续执行.

step 5: 执行. 将最优控制输入  $\bar{u}_{ei}^*(k)$  的第 1 个元素  $u_{ei}^*(k|k)$  通过无线网络传递其邻域内的移动机器人, 并令下一时刻的初始控制输入  $\bar{u}_{ei}^0(k+1) = \bar{u}_{ei}^*(k)$ .

step 6: 滚动时域. 令  $p = 0, k = k + 1$ , 转至 step 2 继续执行.

## 2.2 算法收敛性分析

本节对所提出分布式算法的收敛性进行分析. 为了分析方便, 首先给出如下定义:

$$\Omega_i = H_i \hat{R}_i H_i^T + \bar{S}_i + \sum_{l \in h_i} H_3^T \bar{W}_{il} H_3,$$

$$\Xi_i = G_i \hat{R}_i H_i^T, \quad W_{il} = \sum_{l \in h_i} H_3^T \bar{W}_{il} H_3,$$

$$\Phi_i =$$

$$\sum_{l \in h_i} H_3^T \bar{W}_{il} (F \tau_l(k) + H_3 \bar{v}_{ri} - H_3 \bar{v}_{rl}(k) - F \tau_l(k)),$$

单个移动机器人的预测控制器 (16) 可写成如下形式:

$$\bar{u}_{ei}^*(k) = -\Omega_i^{-1} \left( \Xi_i + \Phi_i + \sum_{l \in h_i} W_{il} \bar{u}_l(k) \right). \quad (17)$$

**定理 1** 如果系统满足

$$\lambda |\Omega^{-1} W_{il}| < 1,$$

则所提出分布式编队控制算法是收敛的.

**证明** 根据式 (17) 和算法 1, 移动机器人  $i$  控制器的迭代关系可表示为

$$\bar{u}_{ei}^{p+1}(k) = -\Omega_i^{-1} \left( \Xi_i + \Phi_i + \sum_{l \in h_i} W_{il} \bar{u}_l^p(k) \right). \quad (18)$$

由式 (18) 可知, 全局系统的控制策略可以表示为

$$U^{p+1}(k) = -\Omega^{-1} (\Xi + \Phi + W U^p(k)). \quad (19)$$

其中

$$U(k) = [\bar{u}_{e1}^T(k) \quad \dots \quad \bar{u}_{eN}^T(k)]^T,$$

$$\Omega = \text{diag}\{\Omega_1 \quad \dots \quad \Omega_N\},$$

$$\Xi = \text{diag}\{\Xi_1 \quad \dots \quad \Xi_N\},$$

$$\Phi = [\Phi_1^T \quad \dots \quad \Phi_N^T],$$

$$W = \begin{cases} W_{il}, & i \neq j; \\ 0, & i = j. \end{cases}$$

由于  $q_{ei}(k)$ 、 $\tau_i(k)$  和  $\tau_l(k)$  在  $k$  时刻的值是已知的,  $\Xi_i + \Phi_i$  在每次迭代时都是一个常数, 将全局系统的迭代方程转化为

$$U^{p+1}(k) = -\Omega^{-1} (\Xi + \Phi) - \Omega^{-1} (W_{il} U^p(k)).$$

上式第 1 项为常值, 因此当  $\Omega^{-1} W_{il}$  的特征根处于单位圆内, 即满足  $\lambda |\Omega^{-1} W_{il}| < 1$  时, 本文所提出算法收敛.  $\square$

**注 3** 因为  $\Omega$  和  $W_{il}$  的取值由  $H_i \hat{R}_i H_i^T$ 、 $\bar{S}_i$  和  $\sum_{l \in h_i} H_3^T \bar{W}_{il} H_3$  等决定, 而  $H_i$ 、 $H_3$  在每个时刻的值都是已知的, 所以可以通过调整  $\bar{S}_i$ 、 $\bar{W}_{il}$ 、 $\hat{R}_i$  的值使得定理 1 成立.

## 3 仿真验证与分析

为了验证所提出算法的有效性, 考虑 3 个完全相同的移动机器人的编队控制问题, 并与文献 [17] 中的编队方法进行对比. 移动机器人  $i$  的相关参数选取如下: 初始速度为  $u_i = 0.2 \text{ m/s}$ ,  $\omega_i = 0 \text{ rad/s}$ . 3 个移动机器人的初始位置和方向角设置如下:  $q_1 = [2 \ 0.5 \ 0.48]^T$ ,  $q_2 = [3 \ 0 \ 0.3]^T$ ,  $q_3 = [2 \ 0.5 \ 0.5]^T$ .

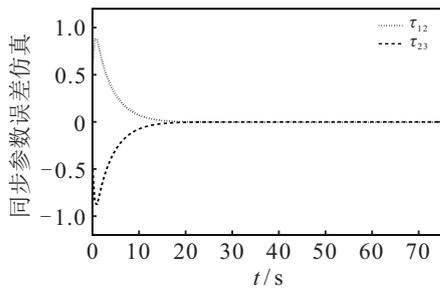
利用基线路径和偏移向量生成一组参考路径, 其中基线路径选为正弦函数的形式, 有

$$\Gamma_0(x_{r0}, y_{r0}, \varphi_{r0}) = [\tau_0 \ 2 \sin(0.1\tau_0)]^T. \quad (20)$$

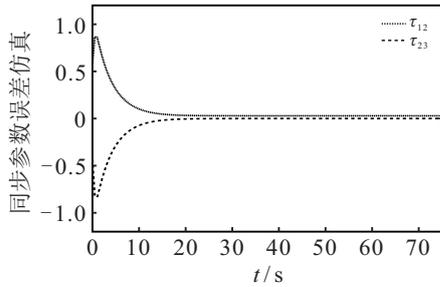
假设移动机器人 2 与 VRWRM 重合, 并位于三角形的顶点位置, 虚拟移动机器人与 VRMWR 之间的初始偏移向量定义为

$$l_1 = [6 \ 6\sqrt{3}]^T, \quad l_2 = [6 \ 6\sqrt{3}]^T. \quad (21)$$

因此, 可以通过式 (2)、(20) 和 (21) 获得期望参数路径. 由选取的偏移向量可知, 期望的虚拟结构是一个边长为 12 的等边三角形, 路径参数初始值设置为  $\tau_0(0) = \tau_2(0) = 0$ ,  $\tau_1(0) = 1$ ,  $\tau_3(0) = 0.95$ . 采样周期为  $T = 0.5 \text{ s}$ . 式 (11) 中的参数设置为  $\zeta = 1.89$ ,  $Z = [-0.85 \ -3.3]$ . DMPC 的预测时域  $M = 2$ , 控制时域  $N = 1$ . 移动机器人 1 的相关权重矩阵为  $R_1 = 100I$ ,  $S_1 = 12.8I$ ,  $w_{1l} = 0.1$ . 移动机器人 2 的相关权重矩阵为  $R_2 = 100I$ ,  $S_2 = 15I$ ,  $w_{2l} = 0.1$ . 移动机器人 3 的相关权重矩阵为  $R_3 = 100I$ ,  $S_3 = 12.8I$ ,  $w_{3l} = 0.1$ . 保持上述参数不变, 将所提出编队控制方法与文献 [17] 的编队控制方法进行对比仿真, 结果如图 2 和图 3 所示.



(a) 本文路径参数误差仿真



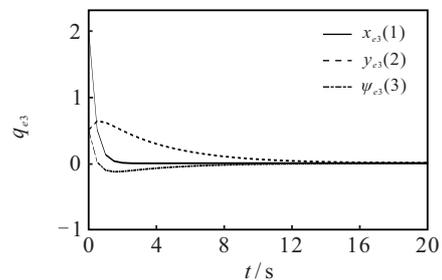
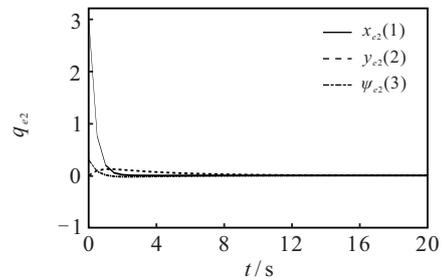
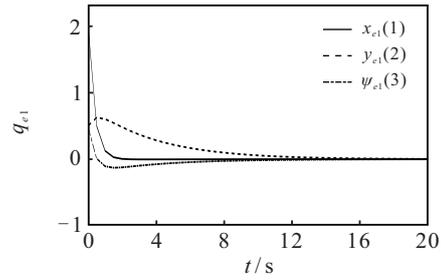
(b) 文献[17]编队方法路径参数误差仿真

图2 路径参数误差同步仿真图

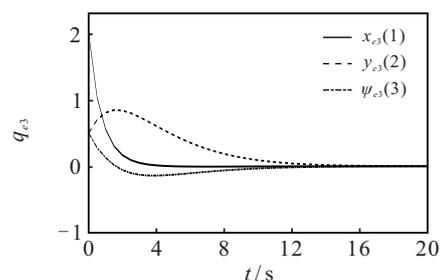
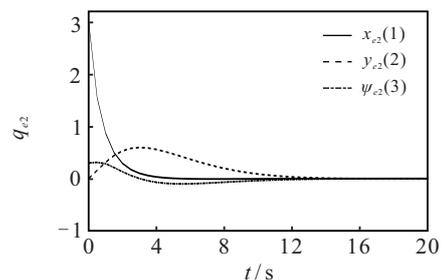
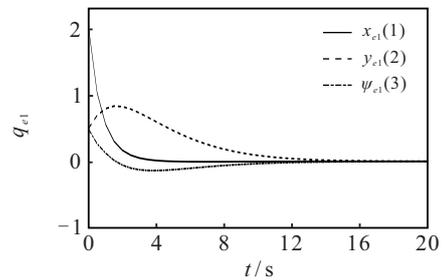
图2中:  $\tau_{12}$  为移动机器人1与2的路径参数  $\tau_1$  与  $\tau_2$  之间的误差,  $\tau_{23}$  为移动机器人2与3的路径参数  $\tau_2$  与  $\tau_3$  之间的误差. 图2(a)中路径参数误差  $\tau_{12}$  和  $\tau_{23}$  在15s后均趋于零, 表示在15s后, 虚拟移动机器人能够实现期望的编队结构. 图2(b)路径参数误差曲线的变化趋势整体上与图2(a)的变化趋势相同, 但收敛到零值附近的时间稍晚于图2(a), 且该曲线并没有完全趋于零值, 仍存在微小误差.

由图3(a)可见, 编队移动机器人与虚拟移动机器人的状态误差在11s左右趋于零值, 即实际移动机器人团队在11s左右能够跟踪上虚拟编队结构中对应的移动机器人. 图3(b)中移动机器人在相同的初始状态误差下, 其状态误差曲线在15s左右趋于零值. 与图3(b)相比, 图3(a)中误差曲线收敛趋势平缓且快. 结合图2针对路径参数误差变化趋势的分析可知, 本文方法比文献[17]方法可以控制机器人更快地跟踪上虚拟编队结构并形成期望的编队队形.

图4为移动机器人团队运动轨迹仿真图. 当  $t = 0$ s时, 虚线三角形为期望的等边三角形编队结构, 虚拟移动机器人分别位于三角形编队结构的顶点上并用不同五角星表示, 从上向下依次为移动机器人1、2和3. 实线三角形为实际移动机器人的初始编队结构. 由图4可知, 实际移动机器人团队在初始时刻并没有形成期望的编队队形. 当  $t = 11$ s时, 移动机器人团队基本实现期望的编队队形并保持同步运动. 进一步, 选取  $t = 30$ s和  $t = 65$ s时的编队运动队形(标注在图中), 可见移动机器人团队在形成期望的编队结构后能够保持稳定的运动. 从仿真数据看,  $t = 0$ s



(a) 本文移动机器人状态误差曲线



(b) 文献[17]移动机器人状态误差曲线

图3 移动机器人状态误差仿真图

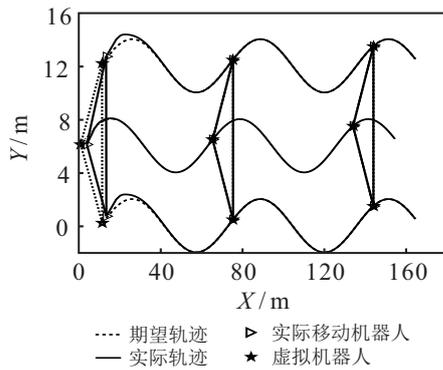


图4 移动机器人团队运动轨迹仿真图

时虚拟结构的面积与  $t = 30\text{ s}$  和  $t = 65\text{ s}$  时编队结构的面积具有如下关系:  $S_{t=0} = S_{t=30} = S_{t=65} = 36\sqrt{3}\text{ m}^2$ , 这也验证了本文所提出算法的稳定性。

为了改善编队结构的灵活性, 在传统虚拟结构法的基础上将变换矩阵与虚拟结构中的偏移向量相结合, 可以实现编队结构的同构变换。相比之下, 文献 [17] 直接给出机器人期望轨迹的编队方法很难与变换矩阵相结合来实现编队结构的灵活变换。不失一般性, 选取如下形式的变换矩阵:

$$S = \begin{bmatrix} \alpha_1(1 - \beta t/L) & 0 \\ 0 & \alpha_2(1 - \beta t/L) \end{bmatrix}$$

其中  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta$  为变换系数, 通过选取不同的值可以实现期望结构局部变换。令  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1, \beta = 0.5, L = 150$ 。由选取的参数可知, 仿真验证的目的是使编队结构在  $75\text{ s}$  内完成变为原结构面积的  $1/2$ 。仿真结果如图5和图6所示。

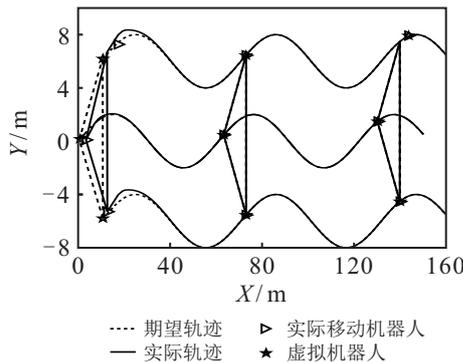


图5 移动机器人团队队形变换仿真图

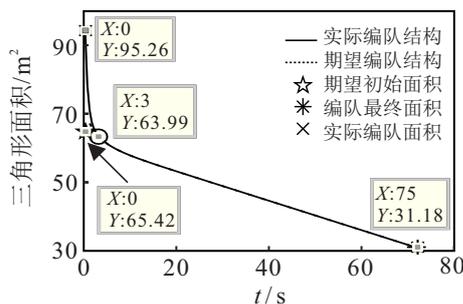


图6 期望结构面积与实际结构面积变化曲线

图5为移动机器人团队队形变换仿真图。为了便于将变换矩阵与虚拟结构中的偏移向量相结合, 将编队结构整体向Y轴负方向移动6个单位, 期望编队结构和实际编队结构等都保持不变。由图5可见, 移动机器人实际编队结构在  $75\text{ s}$  内完成了编队变换任务。图6为期望结构面积与实际结构面积变化曲线。由图5和图6可见, 由于初始位置误差的存在, 实际编队结构面积与期望编队结构面积存在一定的误差。由标定的数据可得到如下信息: 期望编队结构的初始面积为  $S_{1_{t=0}} = 62.36\text{ m}^2$ , 实际编队结构的初始面积为  $S_{2_{t=0}} = 95.26\text{ m}^2$ 。当  $t = 3\text{ s}$  时, 实际编队结构与虚拟编队结构面积曲线相交于一点, 此时移动机器人团队能够形成此刻期望的编队队形, 然后沿着基线路径执行编队变换任务。当  $t = 75\text{ s}$  时,  $S_{t=75} = 31.18\text{ m}^2 \approx 0.5S_{1_{t=0}}$ , 表明实际编队结构完成了编队变换任务。该结果也验证了所提出算法的有效性。

### 4 结论

本文针对WMR的编队控制问题, 提出了一种基于虚拟结构法的多移动机器人DMPC方法。将所设计的趋近角与目标函数相结合, 从而达到改善传统移动机器人的动态跟踪性能的目的。在传统的虚拟结构法的基础上, 通过引入变换矩阵对基于刚体结构的虚拟结构法进行改进, 有效地扩大了其应用范围, 并进一步利用纳什优化策略对所建立的DMPC问题进行求解得到稳定化的控制器。最后通过仿真验证了所提出算法的有效性。

### 参考文献(References)

- [1] Nigam N, Bieniawski S, Kroo I, et al. Control of multiple UAVs for persistent surveillance: Algorithm and flight test results[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 20(5): 1236-1251.
- [2] Jiang Q M, Kumar V. The inverse kinematics of cooperative transport with multiple aerial robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2012, 29(1): 136-145.
- [3] Li Z, Yang C, Su C Y, et al. Vision-based model predictive control for steering of a nonholonomic mobile robot[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(2): 553-564.
- [4] Loria A, Dasdemir J, Jarquinalvarez N. Leader-follower formation and tracking control of mobile robots along straight paths[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(2): 727-732.
- [5] Hua C C, Li Y F, Guan X P. Leader-following consensus for high-order nonlinear stochastic multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(8): 1882-1891.

- [6] Dong J, Chen H T, Liu S. A behavior-based policy for multi-robot formation control[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 220: 1181-1185.
- [7] Antonelli G, Arrichiello F, Chiaverini S. Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(5): 1173-1182.
- [8] Do K D, Pan J. Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2007, 55(3): 191-204.
- [9] Ramazani S, Selmic R, Queiroz M D. Rigidity-based multiagent layered formation control[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(8): 1902-1913.
- [10] Dong L F, Chen Y Z, Qu X J. Formation control strategy for nonholonomic intelligent vehicles based on virtual structure and consensus approach[J]. *Procedia Engineering*, 2016, 137: 415-424.
- [11] Rahimi F, Efsanjani R M. Distributed predictive control for formation of networked mobile robots[C]. *The 6th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (IcRoM)*. Piscataway: IEEE, 2018: 70-75.
- [12] Liu A D, Li J, Du Z H. Distributed robust predictive control for multiple mobile robots formation[C]. *Chinese Automation Congress (CAC)*. Piscataway: IEEE, 2017: 1281-1286.
- [13] Cai Z H, Zhou H, Zhao J, et al. Formation control of multiple unmanned aerial vehicles by event-triggered distributed model predictive control[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 55614-55627.
- [14] Xiao H Z, Chen C L P. Leader-follower consensus multi-robot formation control using neurodynamic-optimization-based nonlinear model predictive control[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 43581-43590.
- [15] Zhang Q, Lapiere L, Xiang X B. Distributed control of coordinated path tracking for networked nonholonomic mobile vehicles[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, 9(1): 472-484.
- [16] Lapiere L, Jouvencel B. Robust nonlinear path-following control of an AUV[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2008, 33(2): 89-102.
- [17] Liu A D, Zhang W A, Yu L, et al. Formation control of multiple mobile robots incorporating an extended state observer and distributed model predictive approach[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(11): 4587-4597.
- [18] Liu A D, Zhang R C, Zhang W A, et al. Nash-optimization distributed model predictive control for multi mobile robots formation[J]. *Peer-to-Peer Networking and Applications*, 2017, 10(3): 688-696.

#### 作者简介

刘安东 (1985—), 男, 讲师, 博士, 从事网络化系统、预测控制、机器人控制等研究, E-mail: lad@zjut.edu.cn;

秦冬冬 (1994—), 男, 硕士生, 从事机器人控制和预测控制的研究, E-mail: 178910450@qq.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)

## 下 期 要 目

- 移动机器人运动规划中的深度强化学习方法 ..... 孙辉辉, 等
- 面向复查网络的异常检测研究进展 ..... 苏江军, 等
- 基于时间延时估计和自适应模糊滑模控制器的双机械臂协同阻抗控制 ..... 李德昀, 等
- 基于自注意力生成对抗网络的图像超分辨率重建 ..... 王雪松, 等
- 基于模糊-两阶段超效率SBM的电网应急能力动态综合评价 ..... 王 迪, 等
- 嵌入重采样技术的C4.5决策树集成分类算法的临床医学预测 ..... 许召召, 等
- 基于动态观测器零极点优化的网络控制系统故障检测 ..... 代学武, 等
- 基于批次图像化的卷积自编码故障监测方法 ..... 张海利, 等
- 基于资源特征融合的复杂型面配合决策方法 ..... 阴艳超, 等
- 两部件系统视情维修与生产调度的联合优化模型 ..... 甘 捷, 等
- 超启发式交叉熵算法求解模糊分布式流水线绿色调度问题 ..... 钱 斌, 等