

# 控制与决策

Control and Decision

基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测的目标跟踪算法

李可非, 马晓川, 刘宇, 袁东玉

引用本文:

李可非, 马晓川, 刘宇, 等. 基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测的目标跟踪算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1425–1434.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1070>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[抗遮挡与尺度自适应的改进KCF跟踪算法](#)

Improved KCF tracking algorithm based on anti-occlusion and scale transformation

控制与决策. 2021, 36(2): 457–462 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0394>

[一种反向递推正弦干扰观测器的设计方法](#)

Design method of reverse recursive sinusoidal disturbance observer

控制与决策. 2021, 36(2): 403–410 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0769>

[基于双层规划的高超声速飞行器预警资源分配方法](#)

Early warning resource allocation method for hypersonic vehicle based on bi-level programming

控制与决策. 2021, 36(2): 443–449 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0717>

[尺度自适应的多特征融合相关滤波目标跟踪算法](#)

Scale adaptation and multi-feature fusion correlation filtering object tracking algorithm

控制与决策. 2021, 36(2): 429–435 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0445>

[基于稀疏度阶数优化的杂波密度估计算法](#)

A clutter density estimation algorithm by optimized sparsity order

控制与决策. 2020, 35(12): 2923–2930 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0429>

# 基于转换量测容积卡尔曼滤波器 带多普勒量测的目标跟踪算法

李可非<sup>1,2,3</sup>, 马晓川<sup>1,2†</sup>, 刘宇<sup>1,2</sup>, 袁东玉<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院声学研究所 中科院水下航行器信息技术重点实验室, 北京 100190; 2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 中国科学院声学研究所北海研究站, 山东 青岛 266114)

**摘要:** 针对带多普勒量测的目标跟踪问题, 提出一种基于转换量测容积卡尔曼滤波器的序贯滤波目标跟踪算法. 对具有量测误差相关性的距离和多普勒量测进行解相关处理, 构造出新的解相关量测方程, 进而基于贝叶斯方法提出带多普勒量测的序贯处理算法的统一理论框架, 实现对位置量测和多普勒量测的序贯滤波. 在该理论框架下, 提出基于转换量测容积卡尔曼滤波器的序贯滤波目标跟踪算法. 该算法先采用转换量测容积卡尔曼滤波器和位置量测对目标状态进行估计, 再利用经典容积卡尔曼滤波器对新构造的伪多普勒量测进行量测更新以实现目标跟踪. 通过对所提算法的性能分析验证该算法的一致性和收敛性. 仿真结果表明, 该算法与其他跟踪算法相比, 具有更高的跟踪精度.

**关键词:** 量测转换; 多普勒量测; 序贯滤波; 一致性; 收敛性; 容积卡尔曼滤波

中图分类号: TN953

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1070

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 李可非, 马晓川, 刘宇, 等. 基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测的目标跟踪算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1425-1434.

## Converted measurement cubature Kalman filter for Doppler-assisted target tracking

LI Ke-fei<sup>1,2,3</sup>, MA Xiao-chuan<sup>1,2†</sup>, LIU Yu<sup>1,2</sup>, YUAN Dong-yu<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Information Technology for Autonomous Underwater Vehicles, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Qingdao Branch of Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266114, China)

**Abstract:** This paper proposes a sequential filtering target tracking algorithm based on the converted measurement cubature Kalman filter to solve the problem of Doppler-assisted target tracking. Firstly, a new measurement function is reconstructed by decorrelating the range measurement error with Doppler measurement error. Then, based on the Bayesian method, the unified theoretical framework of the sequential processing algorithm with Doppler measurement is proposed, and the sequential filtering of range measurement and Doppler measurement is realized. Under this framework, the new sequential filtering target tracking algorithm based on the converted measurement cubature Kalman filter is proposed. In this algorithm, the target state is estimated by the converted cubature Kalman filter and position measurement, and then the final state estimation is a combination of pseudo-Doppler measurement estimation and the measurement update of classical cubature Kalman filter. By analyzing the performance of the proposed algorithm, it is proved that the algorithm has good consistency and convergency. Simulation results show that this algorithm has higher tracking accuracy than other tracking algorithms.

**Keywords:** converted measurement; Doppler measurement; sequential filtering; consistency; convergency; cubature Kalman filter

## 0 引言

使用主动声呐系统进行目标跟踪时, 目标运动状态通常是在笛卡尔坐标系下进行描述的, 但传感器

的量测值通常是在球面坐标系下进行描述并且通常是非线性的. 针对此类非线性量测通常有两种解决方案: 转换预测值方法和转换量测值方法. 转换预测

收稿日期: 2019-07-24; 修回日期: 2020-02-25.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFC0301604).

†通讯作者. E-mail: maxc@mail.ioa.ac.cn.

值的方法主要包括扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF)、无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF)、容积卡尔曼滤波 (cubature Kalman filter, CKF) 等, 这种方法的特点是状态预测值是在笛卡尔坐标系下得到的, 通过非线性变换将其转换到量测坐标系下, 利用一阶泰勒近似方法或者数值积分近似方法计算新息协方差以及互协方差. 但是这种方法直接使用非线性量测, 从而可能导致滤波结果的非一致性和偏差. 转换量测值的方法是将量测值通过非线性变换由传感器量测坐标系转换到笛卡尔坐标系中, 进而可以将转换后在笛卡尔坐标系下的量测值直接应用到标准的卡尔曼滤波中, 称为量测转换卡尔曼滤波 (converted measurement Kalman filter, CMKF). 文献 [1] 指出, 量测转换算法比在混合坐标系下使用 EKF 性能优越. 转换量测值的方法主要包括去偏量测转换 (debiased converted measurement, DCM)<sup>[1]</sup>、无偏量测转换 (unbiased converted measurement, UCM)<sup>[2]</sup>、修正的无偏量测转换 (modified unbiased converted measurement, MUCM)<sup>[3]</sup> 等. 这些方法都采用量测值为条件推导转换后量测的协方差, 但是这样会导致转换后量测协方差与转换前量测协方差有相关性, 因此文献 [4] 以预测值为条件提出了去相关无偏量测转换 (decorrelated unbiased converted measurement, DUCM). 文献 [5] 针对双基站声呐目标跟踪问题将 sigma 点卡尔曼滤波与转换量测结合, 提出了转换量测 sigma 点卡尔曼滤波器 (converted measurement sigma point Kalman filter, CMSPKF).

另一方面, 对于带多普勒量测的主动声呐, 文献 [6] 指出, 充分利用多普勒量测可以提高跟踪精度; 通常径向距离、角度以及多普勒量测误差被假设为非相关的, 但是文献 [7] 发现, 对于线性调频波的某些波形, 径向距离与多普勒量测误差具有相关性; 文献 [8] 证明了该种相关性对估计误差的影响; 文献 [6] 利用上面提到的 CMKF 算法处理径向距离和角度量测信息, 然后利用伪多普勒量测代替原始的多普勒量测, 进而序贯地使用二阶 EKF 处理该伪径向速度量测; 文献 [8] 用 UKF 算法处理该伪多普勒量测. 上面的方法均是对径向距离和径向速度量测转换后量测误差的解相关, 并采用伪量测的传统方法. 文献 [9] 提出了一种非信息性的互多普勒量测, 并结合多普勒量测的先验知识, 推导出转换到笛卡尔坐标系下的多普勒量测误差的协方差; 文献 [10] 提出了一种带多普勒量测的无偏量测转换方法 (unbiased converted measurement Kalman filter with range rate, UCMKF-

R), 然后以预测值为条件代替以量测值为条件计算转换量测误差的协方差, 提出了带多普勒量测的解耦无偏转换量测方法 (decorrelated unbiased converted measurement Kalman filter with range rate, DUCMKF-RR). 但是这两种方法需要精确的角度量测, 因此影响该方法的适用范围.

本文针对具有多普勒量测的非线性目标跟踪问题, 在文献 [5] 针对双基站声呐目标跟踪问题提出的 CMSPKF 基础上, 将该算法延伸到带多普勒量测的单站目标跟踪问题上, 提出一种基于转换量测容积卡尔曼滤波 (converted measurement cubature Kalman filter, CMCKF) 带多普勒量测的序贯处理算法 (converted measurement cubature Kalman filter with Doppler, CMCKF-D)<sup>[11-16]</sup>. 本文的创新点在于: 1) 本文先对具有量测误差相关性的距离和多普勒量测进行解相关处理, 构造出新的解相关量测方程, 然后基于贝叶斯方法, 提出一种新的带多普勒量测的序贯处理算法的统一理论方法, 实现对位置量测和多普勒量测的解相关和序贯滤波. 2) 在该理论方法下, 提出一种新的基于转换量测容积卡尔曼滤波器的序贯滤波目标跟踪算法. 该算法先采用 CMCKF 对位置量测进行滤波, 得到基于位置量测的状态估计值, 再利用 CKF 对新构造的多普勒量测进行量测更新以实现目标运动状态估计. 本文通过对所提出算法的性能分析, 验证该算法具有良好的一致性和收敛性. 仿真结果表明, 该算法与其他跟踪算法相比, 具有更高的跟踪精度.

## 1 问题描述

在二维主动声呐跟踪系统中, 目标状态通常是在笛卡尔坐标系进行描述的, 目标的状态向量为  $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$ . 其中:  $x_k$  和  $y_k$  为目标在  $x$  和  $y$  方向的位置,  $\dot{x}_k$  和  $\dot{y}_k$  为目标在  $x$  和  $y$  方向的速度. 目标的运动状态由状态方程和量测方程描述, 有

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k. \end{cases} \quad (1)$$

系统的量测信息通常是在极坐标系下进行描述, 假设主动声呐位于笛卡尔坐标系的坐标原点, 则包括目标距离、方位角以及径向速度的量测方程, 可以表示为

$$\mathbf{z}_{k,m} = \begin{bmatrix} r_{k,m} \\ \alpha_{k,m} \\ \dot{r}_{k,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_k \\ \alpha_k \\ \dot{r}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{r}_k \\ \tilde{\alpha}_k \\ \tilde{\dot{r}}_k \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}, \\ \alpha_k = \arctan \frac{y_k}{x_k}, \\ \dot{r}_k = \frac{x_k \dot{x}_k + y_k \dot{y}_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}, \end{cases} \quad (3)$$

$r_k$ 、 $\alpha_k$  和  $\dot{r}_k$  为目标斜距、方位角和多普勒真实值,  $x_k$ 、 $y_k$ 、 $\dot{x}_k$ 、 $\dot{y}_k$  为目标真实位置和速度;  $r_{k,m}$ 、 $\alpha_{k,m}$ 、 $\dot{r}_{k,m}$  分别为声呐对目标的斜距、方位角和多普勒量测值;  $\tilde{r}_k$ 、 $\tilde{\alpha}_k$  和  $\tilde{\dot{r}}_k$  为相应的量测噪声. 假定它们都是均值为零的高斯白噪声序列, 其方差分别为  $\sigma_r^2$ 、 $\sigma_\alpha^2$  和  $\sigma_{\dot{r}}^2$ , 且  $\tilde{r}_k$  与  $\tilde{\alpha}_k$  不相关,  $\tilde{\alpha}_k$  与  $\tilde{\dot{r}}_k$  不相关, 但是  $\tilde{r}_k$  与  $\tilde{\dot{r}}_k$  是相关的, 且其相关系数为  $\rho$ , 即有

$$\text{cov}[\tilde{r}_k, \tilde{\dot{r}}_k] = E[\tilde{r}_k \tilde{\dot{r}}_k^T] = \rho \sigma_r \sigma_{\dot{r}}. \quad (4)$$

因此有量测噪声的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & \rho \sigma_r \sigma_{\dot{r}} \\ 0 & \sigma_\alpha^2 & 0 \\ \rho \sigma_r \sigma_{\dot{r}} & 0 & \sigma_{\dot{r}}^2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

这里, 将上式简化为

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{k,pp} & \mathbf{R}_{k,p\dot{r}} \\ \mathbf{R}_{k,\dot{r}p} & \mathbf{R}_{k,\dot{r}\dot{r}} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{R}_{k,pp} = \text{diag}[\sigma_r^2, \sigma_\alpha^2], \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_{k,\dot{r}p} = [\rho \sigma_r \sigma_{\dot{r}}, 0], \quad (8)$$

$$\mathbf{R}_{k,p\dot{r}} = [\rho \sigma_r \sigma_{\dot{r}}, 0]^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_{k,\dot{r}\dot{r}} = \sigma_{\dot{r}}^2. \quad (10)$$

进而令

$$\begin{cases} \mathbf{L}_k = -\mathbf{R}_{k,\dot{r}p}(\mathbf{R}_{k,pp})^{-1} = [-\rho \sigma_{\dot{r}}/\sigma_r, 0], \\ \mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2 \times 2} & 0 \\ \mathbf{L}_k & 1 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (11)$$

量测方程(2)两边同时乘以  $\mathbf{B}_k$  可以得到解相关的位置量测方程和新产生的伪多普勒量测方程, 分别为

$$\mathbf{z}_{k,m}^p = \begin{bmatrix} r_{k,m} \\ \alpha_{k,m} \end{bmatrix} = \mathbf{h}_p(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} r_k \\ \alpha_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{r}_k \\ \tilde{\alpha}_k \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\varepsilon_{k,m} = \zeta(\mathbf{x}_k) + \tilde{\varepsilon}_k = \varepsilon_k + \tilde{\varepsilon}_k. \quad (13)$$

其中:  $\varepsilon_{k,m}$  为新构造的伪多普勒量测,  $\varepsilon_k$  为伪多普勒量测的真实值,  $\tilde{\varepsilon}_k$  为其对应的量测噪声, 它们可以由

下式计算得出:

$$\varepsilon_{k,m} = -\rho \frac{\sigma_{\dot{r}}}{\sigma_r} r_{k,m} + \dot{r}_{k,m}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= -\rho \frac{\sigma_{\dot{r}}}{\sigma_r} r_k + \dot{r}_k = \\ &= -\rho \frac{\sigma_{\dot{r}}}{\sigma_r} \sqrt{x_k^2 + y_k^2} + \frac{x_k \dot{x}_k + y_k \dot{y}_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\tilde{\varepsilon}_k = -\rho \frac{\sigma_{\dot{r}}}{\sigma_r} \tilde{r}_k + \tilde{\dot{r}}_k. \quad (16)$$

此时位置量测噪声的协方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}_{k,pp} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

由于  $\tilde{r}_k$  和  $\tilde{\dot{r}}_k$  是均值为零的高斯白噪声, 新产生的伪量测噪声  $\tilde{\varepsilon}_k$  也服从高斯分布, 其均值为 0, 协方差为

$$\mathbf{R}_{k,\varepsilon\varepsilon} = \text{cov}(\tilde{\varepsilon}_k) = (1 - \rho^2) \sigma_{\dot{r}}^2. \quad (18)$$

自此,  $\tilde{r}_k$ 、 $\tilde{\alpha}_k$  以及新产生的伪量测  $\tilde{\varepsilon}_k$  都不相关, 此时, 新的量测噪声的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_k^d = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \rho^2) \sigma_{\dot{r}}^2 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

## 2 基于转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测目标跟踪算法

### 2.1 带多普勒量测的序贯处理递推贝叶斯算法

对于带多普勒量测的主动声呐而言, 利用序贯处理的方法, 首先采用量测转换的方式构造量测转换误差的均值和协方差, 然后再对协方差进行解耦合, 并采用不同的滤波方式对位置量测和多普勒量测进行序贯的目标状态估计. 但是, 这种目前大量采用的方法需要比较复杂的误差协方差的计算过程, 并且求取误差均值和协方差时需要以不同的量测值为条件, 这就导致了对带有多普勒量测的序贯处理没有统一的处理框架, 因此本文提出利用贝叶斯滤波的基本思路推导带多普勒量测的序贯处理递推贝叶斯算法, 为今后处理类似的问题创造统计的处理框架.

利用上面得到的解相关的量测方程以及递推贝叶斯滤波器的理论框架给出带多普勒量测的序贯处理递推贝叶斯算法.

贝叶斯法则基于全部量测集合  $\mathbf{Z}^k$  的估计状态  $\mathbf{x}_k$  的后验概率密度为  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}^k)$ , 利用贝叶斯法则展开有

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}^k) &= p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{k,m}^p, \varepsilon_{k,m}, \mathbf{Z}^{k-1}) = \\ &= \frac{p(\varepsilon_{k,m} | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})}{p(\varepsilon_{k,m} | \mathbf{z}_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})}. \end{aligned} \quad (20)$$

其中:  $p(\varepsilon_{k,m}|\mathbf{x}_k)$  为伪多普勒量测的似然函数,由式(13)确定;  $p(\mathbf{x}_k|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})$  为基于位置量测的先验概率密度,可以通过如下内容进行求解.

状态预测:在已知  $k-1$  时刻的后验概率密度  $p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}^{k-1})$  的条件下,结合 C-K 方程得先验概率密度  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^{k-1})$  为

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^{k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}^{k-1})d\mathbf{x}_{k-1}. \quad (21)$$

位置量测更新:在得到  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^{k-1})$  的基础上,利用新近的位置量测  $z_{k,m}^p$ ,通过贝叶斯法则计算  $k$  时刻位置量测的后验概率密度  $p(\mathbf{x}_k|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})$ ,即

$$p(\mathbf{x}_k|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1}) = \frac{p(z_{k,m}^p|\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^{k-1})}{p(z_{k,m}^p|\mathbf{Z}^{k-1})}. \quad (22)$$

分母中的归一化常数  $p(z_{k,m}^p|\mathbf{Z}^{k-1})$  可以表示为

$$p(z_{k,m}^p|\mathbf{Z}^{k-1}) = \int p(z_{k,m}^p|\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^{k-1})d\mathbf{x}_k, \quad (23)$$

其中位置量测的似然函数  $p(z_{k,m}^p|\mathbf{x}_k)$  可由式(12)确定.

在获得  $p(\mathbf{x}_k|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})$  的基础上,结合新近伪多普勒量测  $\varepsilon_{k,m}$ ,可以通过式(20)得到后验概率密度函数  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^k)$ ,具体过程如下.

伪多普勒量测更新:在上面求得位置量测的后验概率密度  $p(\mathbf{x}_k|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})$ ,以及已知伪多普勒量测的似然函数  $p(\varepsilon_{k,m}|\mathbf{x}_k)$  的基础上,利用新近的伪多普勒量测  $\varepsilon_{k,m}$  求得  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^k)$ ,其中分母中的归一化常数  $p(\varepsilon_{k,m}|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})$  可以表示为

$$p(\varepsilon_{k,m}|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1}) = \int p(\varepsilon_{k,m}|\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})d\mathbf{x}_k. \quad (24)$$

上面的推导过程描述了一个在有多普勒量测条件下,由  $k-1$  时刻后验概率密度到  $k$  时刻后验概率密度函数  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^k)$  的完整的序贯处理递推贝叶斯过程.该过程是首先通过求得  $k$  时刻位置量测的后验概率密度  $p(\mathbf{x}_k|z_{k,m}^p, \mathbf{Z}^{k-1})$ ,再将其与伪多普勒量测的似然函数  $p(\varepsilon_{k,m}|\mathbf{x}_k)$  结合,通过伪多普勒量测更新步骤,得到  $k$  时刻后验概率密度函数  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^k)$ ,从而构造带多普勒量测的贝叶斯估计序贯处理最优解的通用表达形式.但是对于非线性系统而言,得到精确的最优滤波解是非常困难的,因此只是为带有多普勒量测的非线性最优滤波提供了一个通用的理论框架.利用  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{Z}^k)$  可以通过不同准则得到最优的估计  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$  和其对应的协方差,如最小均方误差 (minimum mean square error, MMSE) 估计准则和最大后验 (maximum a posteriori, MAP) 估计准则.在不同

的量测噪声假设条件下,可以利用诸如 UKF、粒子滤波、高斯混合滤波等方法得到非线性滤波的次优滤波算法.

## 2.2 转换量测容积卡尔曼滤波 (CMCKF)

本文将利用该通用理论算法,结合位置量测和伪多普勒量测为高斯分布的假设条件解决带有多普勒量测的非线性滤波问题.

本文在文献[5]针对双基站声呐目标跟踪问题提出的 CMSPKF 基础上,将该算法延伸到带有多普勒量测的单站目标跟踪问题上,提出一种基于 CMCKF 的带有多普勒量测的序贯处理算法 (CMCKF-D).首先针对式(12)中的位置量测以及解相关后的位置量测协方差,采用 CMCKF 得到直角坐标系下目标的状态值和状态协方差,该算法的具体步骤如下.

step 1: 假设已知  $k-1$  时刻目标状态估计值为  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$ ,目标状态估计值对应的协方差为  $\mathbf{P}_{k-1|k-1}^{xx}$ ,且  $p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Z}^{k-1}) = N(\mathbf{x}_{k-1}; \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}^{xx})$ ,令  $\hat{\mathbf{P}}_{k-1|k-1}^{xx} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \hat{\mathbf{S}}_{k-1|k-1}^T$ ,则当采用径向容积规则时,  $k-1$  时刻的第  $j$  个采样点可以表示为

$$\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{S}_{k-1|k-1} \boldsymbol{\xi}_j. \quad (25)$$

上式为第  $j$  个容积采样点,且有  $\boldsymbol{\xi}_j = \sqrt{n}[\mathbf{1}]_j$ ,其中  $[\mathbf{1}]_j \in \mathbf{R}_n$ ,且有

$$[\mathbf{1}]_j \in \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} \right\}. \quad (26)$$

因此,状态预测值  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  和其对应的协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k|k-1}^{xx}$  为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{j=1}^{2n} \omega_j \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)}), \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} = \sum_{j=1}^{2n} \omega_j \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)}) \mathbf{f}^T(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{(j)}) - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^T + \mathbf{Q}_k. \quad (28)$$

step 2: 在使用容积变换之前,首先将状态预测值由直角坐标系转换到位置量测的坐标系内,即

$$\hat{\mathbf{z}}_{m,k|k-1} = \mathbf{h}_p(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}). \quad (29)$$

此时通过这个转换,将状态预测值  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  转换到位置量测坐标系中,并得到在位置量测坐标系中的量测预测值  $\hat{\mathbf{z}}_{m,k|k-1}$ .

step 3: 此时已知量测域中的位置量测预测值  $\hat{\mathbf{z}}_{m,k|k-1}$  和解相关后的位置量测协方差  $\mathbf{R}_{k,pp}$ ,且假

设量测域中的量测值  $z_{m,k}$  的概率分布为  $N(z_{m,k}; \hat{z}_{m,k|k-1}, \mathbf{R}_{k,pp})$ , 令  $\mathbf{R}_{k,pp} = \mathbf{S}_{k,pp}^R (\mathbf{S}_{k,pp}^R)^T$ , 则当使用容积采样时, 有

$$\mathbf{z}_{m,k|k-1}^{(j)} = \hat{z}_{m,k|k-1} + \mathbf{S}_{k,pp}^R \xi_j. \quad (30)$$

因此状态域内的量测预测值  $\hat{z}_{s,k|k-1}$  和量测协方差  $\mathbf{R}_{s,k}$  为

$$\hat{z}_{s,k|k-1} = \sum_{j=1}^{2n} \omega_j \mathbf{g}(\mathbf{z}_{m,k|k-1}^{(j)}), \quad (31)$$

$$\mathbf{R}_{s,k} = \sum_{j=1}^{2n} \omega_j [\mathbf{g}(\mathbf{z}_{m,k|k-1}^{(j)}) - \hat{z}_{s,k|k-1}] \cdot [\mathbf{g}(\mathbf{z}_{m,k|k-1}^{(j)}) - \hat{z}_{s,k|k-1}]^T, \quad (32)$$

其中  $\mathbf{g} = \mathbf{h}_p^{-1}$  为从位置量测域到状态域的逆映射非线性函数. 将位置量测预测值  $\hat{z}_{m,k|k-1}$  和解相关后的位置量测协方差  $\mathbf{R}_{k,pp}$  利用容积变换转换到状态域内, 此时的量测预测值  $\hat{z}_{s,k|k-1}$  和量测协方差  $\mathbf{R}_{s,k}$  已经是在直角坐标系下, 因此下面可以采用线性卡尔曼滤波获得直角坐标系下目标的状态值和状态协方差.

step 4: 由于使用容积变换是有偏的, 在状态域内量测预测值  $\hat{z}_{s,k|k-1}$  是有偏的. 为了去除偏差, 令有估计的偏差和修正的量测转换偏差协方差为

$$\hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} = \hat{z}_{s,k|k-1} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \quad (33)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{s,k} = \mathbf{R}_{s,k} + \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1}^T. \quad (34)$$

step 5: 计算卡尔曼增益

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} \mathbf{H}^T (\hat{\mathbf{R}}_{s,k} + \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} \mathbf{H}^T)^{-1}. \quad (35)$$

step 6: 计算无偏的新息

$$\boldsymbol{\nu}_{k,pp} = \mathbf{g}(z_{k,m}) - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{g}(z_{k,m}) - \hat{z}_{s,k|k-1}. \quad (36)$$

在该步骤中, 量测值  $z_{k,m}$  通过  $\mathbf{g}(\cdot)$  变换成状态域内的量测值, 因此通过与状态域内的量测预测值  $\hat{z}_{s,k|k-1}$  做差得到无偏的新息值.

step 7: 更新状态估计和协方差

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^p = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k \boldsymbol{\nu}_{k,pp}, \quad (37)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{p,xx} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} - \mathbf{W}_k (\hat{\mathbf{R}}_{s,k} + \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} \mathbf{H}^T) \mathbf{W}_k^T. \quad (38)$$

注1 CMCKF在算法的流程上与CKF有相似性, 并且都采用了容积变换. 但是, 这两种算法有本质的不同. 两种算法的预测步骤都是相同的, 都是通过  $k-1$  时刻目标状态估计值及其对应的协方差, 利用状态方程得到在状态域(直角坐标系)内  $k$  时刻的状态预测值和协方差. 但是在如何利用状态预测值方

面, 两种算法是不同的. CKF是将状态域的预测值直接通过容积变换映射到量测域(球面坐标系)中, 并得到量测预测值、量测协方差以及互协方差. 但是使用CKF是在混合坐标下进行的, 最后的状态估计也是在混合坐标下进行, 因此失去了线性卡尔曼滤波的一致性和无偏性等一些特性. CMCKF是首先将状态预测值通过非线性变换直接映射到量测域, 进而通过容积变换将其再变换到状态域, 通过这两次变换得到在状态域的位置量测预测值以及位置量测协方差. 在进行无偏处理后, 利用线性卡尔曼滤波进行目标状态估计.

CMCKF能够保证滤波的一致性和无偏性, 同时减少了通过容积变换求量测预测协方差和互协方差的步骤, 目标状态估计也是通过线性卡尔曼滤波进行的, 因此计算量会有所减少.

### 2.3 伪多普勒量测滤波器

由于新产生的伪多普勒量测方程(13)存在比较强的非线性, 采用诸如EKF的线性化的方法会产生很大的截断误差, 本文利用上面得到的位置量测的状态更新  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^p$  及其对应的协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k|k}^{p,xx}$ , 结合式(13)新产生的伪多普勒量测  $\varepsilon_{k,m}$ , 利用CKF得到最终的目标状态. 这里通过将  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^p$ 、 $\mathbf{P}_{k|k}^{p,xx}$  作为伪多普勒量测预测滤波器的输入, 在伪多普勒量测域内利用量测预测和量测更新得到序贯伪多普勒量测滤波器的状态输出, 并作为  $k$  时刻的整个滤波器的输出. 伪多普勒量测滤波器步骤如下.

$k$  时刻CMCKF输出的目标状态估计值为  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^p$ , 协方差为  $\mathbf{P}_{k|k}^{p,xx}$ , 且假设此时的目标状态服从  $N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^p, \mathbf{P}_{k|k}^{p,xx})$ , 令  $\mathbf{P}_{k|k}^{p,xx} = \mathbf{S}_{k|k}^{p,xx} (\mathbf{S}_{k|k}^{p,xx})^T$ , 当使用容积采样时, 有

$$\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(j)} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^p + \mathbf{S}_{k|k-1}^{p,xx} \xi_j. \quad (39)$$

伪多普勒量测预测值为

$$\hat{\varepsilon}_{k|k-1} = \sum_{j=1}^{2n} \omega_j \zeta(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(j)}), \quad (40)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{\varepsilon\varepsilon} = \sum_{j=1}^{2n} \omega_j [\zeta(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(j)}) - \hat{\varepsilon}_{k|k-1}] \cdot [\zeta(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(j)}) - \hat{\varepsilon}_{k|k-1}]^T + \mathbf{R}_{\varepsilon,k}, \quad (41)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{x\varepsilon} = \sum_{j=1}^{2n} \omega_j \boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(j)} \zeta^T(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^{(j)}) + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}^p \hat{\varepsilon}_{k|k-1}^T, \quad (42)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}^{x\varepsilon} (\mathbf{P}_{k|k-1}^{\varepsilon\varepsilon})^{-1}, \quad (43)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}^p + \boldsymbol{K}_k(\varepsilon_{m,k} - \hat{\varepsilon}_{k|k-1}), \quad (44)$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k}^{xx} = \boldsymbol{P}_{k|k}^{p,xx} - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{\varepsilon\varepsilon} \boldsymbol{K}_k^T. \quad (45)$$

### 3 算法的性能评价

#### 3.1 算法的一致性分析

在参数估计问题中,估计器的一致性被定义为估计真值的收敛性,这意味着对于被估计参数有稳定的信息使其渐近地趋于真实值<sup>[17]</sup>. 因此如果转换是一致的,则转换测量值相对于真实值的均方误差(mean square error, MSE)与估计的转换后测量误差协方差是一致的<sup>[4]</sup>,为了评估转换量测容积卡尔曼滤波器带多普勒量测目标跟踪算法的性能,采用归一化方差(normalized error squared, NES)评价一致性,即

$$\text{NES} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\boldsymbol{z}}_i^T (\boldsymbol{R}_{k,i}^c)^{-1} \tilde{\boldsymbol{z}}_i. \quad (46)$$

其中:  $\tilde{\boldsymbol{z}}_i$  为第  $i$  次试验转换量测的误差,  $\boldsymbol{R}_{k,i}^c$  为第  $i$  次试验转换量测误差的协方差,定义为

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_i = [\boldsymbol{g}(\boldsymbol{z}_{k,m,i}) - \hat{\boldsymbol{\mu}}_{k|k-1,i} - \boldsymbol{H}\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \quad \varepsilon_{k,m,i} - \hat{\varepsilon}_{k|k-1,i}]^T, \quad (47)$$

$$\boldsymbol{R}_{k,i}^c = \text{blkdiag}(\hat{\boldsymbol{R}}_{k,s,i}, \boldsymbol{R}_{k,\varepsilon,i}). \quad (48)$$

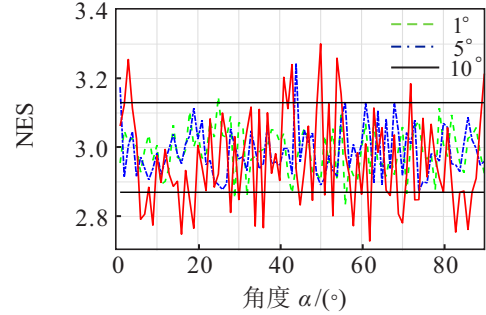
$N$  为蒙特卡洛试验的次数. 本文中为了验证一致性,进行 2000 次蒙特卡洛试验. NES 应该接近量测量的维度,在本文中是 3. 因此,如果偏差是联合高斯的,则 NES 服从自由度为  $nN$  的  $\chi^2$  分布.

为了验证所提出算法的一致性,设目标的真实距离  $r = 5 \text{ km}$ ,真实多普勒速度  $\dot{r} = 5 \text{ m/s}$ ,方位角  $\alpha = 0^\circ, 1^\circ, \dots, 90^\circ$ ,距离量测与多普勒速度量测的互相关系数设定为  $\rho = -0.5$ ,传感器的距离量测的标准差为  $\sigma_r = 20 \text{ m}$ ,传感器的方位角量测标准差设定为  $\sigma_\alpha = 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ ,传感器的多普勒量测标准差为  $\sigma_{\dot{r}} = 0.1 \text{ m/s}$ . 在本文中,预测状态  $\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$  被假设为真实值,位置预测标准差设定为  $20 \text{ m}$ ,速度预测的标准差为  $0.1 \text{ m/s}$ ,其  $X$  轴与  $Y$  轴的互相关系数为  $0.1$ ,则协方差可以表示为

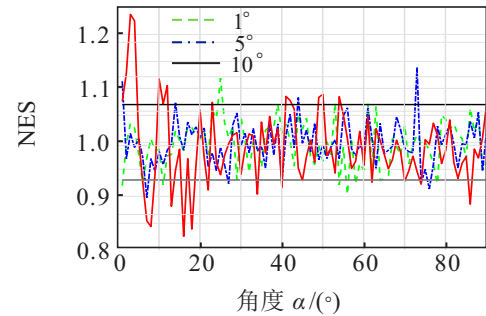
$$\boldsymbol{P}_{k|k-1}^{xx} = \gamma \begin{bmatrix} 20^2 & 0.1 \times 20^2 & 0 & 0 \\ 0.1 \times 20^2 & 20^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1^2 & 0.1 \times 0.1^2 \\ 0 & 0 & 0.1 \times 0.1^2 & 0.1^2 \end{bmatrix}. \quad (49)$$

其中:  $\gamma$  被设定为  $0.1, 10, 100$ ,用来检验该算法的预测协方差对一致性的影响. 图1为  $\sigma_\alpha = 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$  条件

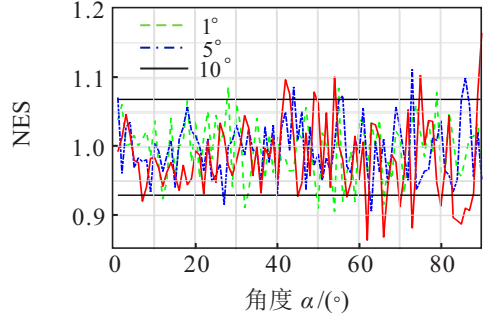
下的总体 NES 和  $X$  位置量测、 $Y$  位置量测及多普勒量测的单独 NES. 图1中:黑色的边界线为  $\chi^2$  分布的  $0.99$  概率的边界,如上面所说 NES 应该接近量测量的维度,因此总体 NES 应该在  $n = 3$  附近波动,单变量 NES 应该在  $n = 1$  附近波动.



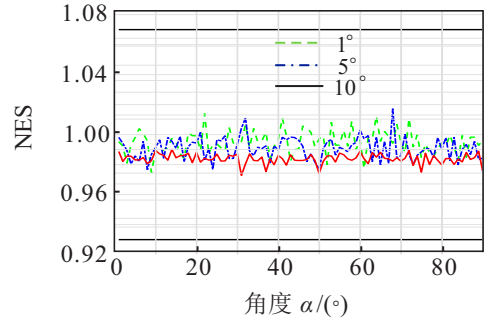
(a) 总体 NES



(b)  $X$  轴位置量测 NES



(c)  $Y$  轴位置量测 NES



(d) 多普勒量测的 NES

图1  $\sigma_\alpha = 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$  条件下总体、 $X$  位置量测、 $Y$  位置量测及多普勒量测的 NES

由图1可知:所提出的算法在总体 NES 和  $X$  位置量测、 $Y$  位置量测及多普勒量测的单独 NES 都具有 consistency,并且可以看出,由于引入了多普勒量测,其全局一致性较未引入多普勒量测有了较好的改善.

图2为  $\gamma = 1, 10, 100$  条件下总体NES.

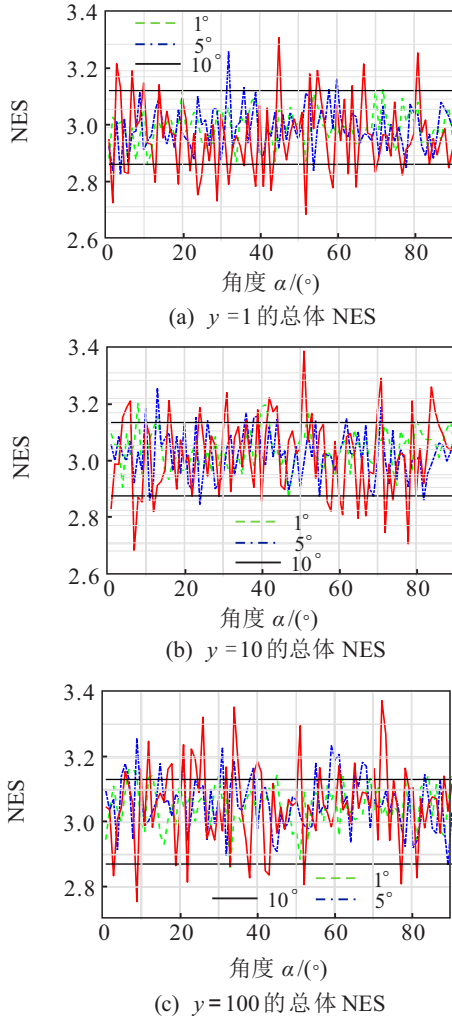


图2  $\gamma = 1, 10, 100$  条件下总体NES

由图2可知: 对于较大的预测协方差 ( $\gamma = 100$ ), 总体NES依然在  $n = 3$  附近波动, 因此所提出的算法在较大预测协方差条件下, 仍然具有较好的一致性, 这与文献[5]中提到的较大预测协方差会影响到量测转换的一致性的结论不同. 这是由于引入了多普勒量测, 其全局一致性有较好的改善.

以上分析表明, 本文所提出算法的转换后的测量误差协方差与转换后的测量误差在统计上是一致的, 并且本文提出的算法对于较大的预测协方差仍有良好的一致性.

### 3.2 算法的收敛性分析

本节对所提出的算法进行收敛性分析<sup>[18-19]</sup>. 首先, 根据文献[20]中的收敛性定理, 给出非线性滤波器的收敛性定理. 然后依据该定理, 分析算法收敛性. 定义状态预测误差  $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 、状态估计误差  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$  和量测预测误差  $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k-1}$  分别为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \quad (50)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}, \quad (51)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}. \quad (52)$$

通过将  $\mathbf{x}_k$  和  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  在  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$  附近进行 Taylor 展开, 并将展开式用一阶项近似, 得到状态预测误差  $\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  的近似表达式为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} \approx \nabla \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}) \tilde{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{w}_k = \mathbf{F}_{k-1} \tilde{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{w}_k. \quad (53)$$

其中

$$\nabla = \left. \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}}, \quad \mathbf{F}_{k-1} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}}.$$

采用一个未知的对角矩阵  $\boldsymbol{\beta}_{k-1} = \text{diag}(\beta_{k-1}^1, \beta_{k-1}^2, \dots, \beta_{k-1}^{n_x})$  为被忽略的状态预测误差的高阶项和状态误差进行建模, 因此有

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \boldsymbol{\beta}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1} \tilde{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}. \quad (54)$$

同理, 量测预测误差 (量测新息)  $\tilde{\mathbf{z}}_{k|k-1}$  可以表示为

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \boldsymbol{\alpha}_k \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1}. \quad (55)$$

其中:  $\boldsymbol{\alpha}_k = \text{diag}(\alpha_k^1, \alpha_k^2, \dots, \alpha_k^{n_z})$  同样为未知的对角矩阵, 用来建模被忽略的量测预测误差的高阶项和量测误差.

**定理1** 考虑非线性离散动态系统:

1) 非线性离散系统是一致可观的, 即满足如下等式:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \\ \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^{n-1} \end{bmatrix} \bigg|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}} = n. \quad (56)$$

2) 矩阵  $\mathbf{F}_k$  和  $\mathbf{H}_k$  是一致有界的, 并且  $\mathbf{F}_k^{-1}$  是存在的.

3) 选定合适的正定矩阵  $\mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$ , 使得下面的不等式成立:

$$\left( \frac{\sigma_{\min}(\mathbf{R}_k)}{\sigma_{\max}(\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)} \right)^{1/2} \geq \bar{\boldsymbol{\alpha}}_k, \quad (57)$$

$$\left( \frac{(1-\lambda) \sigma_{\min}(\mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1})}{\sigma_{\max}(\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)} \right)^{1/2} \geq \bar{\boldsymbol{\beta}}_{k-1}. \quad (58)$$

其中:  $\sigma_{\min}$  和  $\sigma_{\max}$  为矩阵奇异值的最大值和最小值;  $\lambda$  为标量, 且有  $0 < \lambda < 1$ ;  $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_k$  和  $\bar{\boldsymbol{\beta}}_{k-1}$  分别为  $\boldsymbol{\alpha}_k$  和  $\boldsymbol{\beta}_{k-1}$  的上界.

如果上述条件<sup>[20]</sup>成立, 则非线性高斯滤波器是

局部渐近收敛的,即存在

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k} = \lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}) = 0. \quad (59)$$

该定理的证明过程如文献[20]所示,本文不再赘述.下面利用定理1的收敛性分析本文提出的CMCKF-D算法的收敛性.

1) CMCKF将位置量测由量测域转换到状态域,因此在状态域内就可以使用线性卡尔曼滤波对位置量测进行滤波得到状态的估计值.此时可以认为非线性的位置量测函数 $\mathbf{h}_p(\mathbf{x}_k)$ 已经可以通过两侧矩阵 $\mathbf{H}_k$ 来近似表示.通常的目标运动模型(如匀速运动CV模型、已知角速度的恒转弯CT模型、匀加速运动CA模型、Singer模型、CS模型等),都是线性的状态方程,且其状态转移矩阵 $\mathbf{F}_k$ 都是满秩的.即使是未知角速度的恒转弯CT模型,其状态转移矩阵是非线性的,但是其在 $\omega \neq 0$ 的情况下,非线性状态转移矩阵 $\mathbf{F}_k$ 也是满秩的.因此利用本文的CMCKF对位置量测进行滤波,能够满足定理1中的条件1)的满秩要求,即非线性离散系统是一致可观的.同时可以看出,定理1中的条件2)也可以满足.

2) CMCKF-D算法首先将相关的位置量测和多普勒量测进行解相关.解相关处理后,位置量测和新构造的伪多普勒量测形成非相关的关系.与文献[6,8]提出的先进行量测转换再进行解相关相比,CMCKF-D先将位置量测和多普勒量测进行解相关,然后再进行量测转换,由于解相关后的量测噪声协方差成为对角矩阵,这样能够保证量测噪声协方差 $\mathbf{R}_k$ 是正定的,以满足定理1中的条件3)对量测噪声协方差 $\mathbf{R}_k$ 正定的要求.同时利用CMCKF对位置量测进行滤波,将量测域中的位置量测转换到状态域中,虽然在转换过程中,会损失一些精度,但是能够利用线性卡尔曼滤波,此时式(57)和(58)中的 $\alpha_k$ 和 $\beta_{k-1}$ 都为单位矩阵 $\mathbf{I}$ ,因此更加利于条件3)的成立,这样更能够保证算法的收敛性.

## 4 仿真与分析

为了验证所提CMCKF-D算法的跟踪效果,分别与文献[21]提出的带多普勒量测的预测信息量测转换序贯滤波(PRE-SQU)、文献[10]提出的带多普勒量测的去相关无偏量测转换卡尔曼滤波(DUCMKF-RR)算法、基于本文提出的带多普勒量测的序贯处理算法理论框架的序贯容积卡尔曼滤波(SCKF-D),以及基于本文提出的带多普勒量测的序贯处理递推贝叶斯算法的去相关无偏量测转换序贯卡尔曼滤波(DUCMKF-D)算法进行比较,以体现所提算法

的优越性.在二维空间中,传感器位于坐标原点,采样周期为1s.目标在直角坐标系中做近似匀速直线运动,初始位置为(3000 m, 4000 m),初始速度为(10 m/s, 15 m/s),目标运动时间为300 s.目标的状态向量为 $[x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$ ,仿真中,目标的运动方程采用如下的CV模型,过程噪声协方差矩阵的功率谱密度强度为 $Sw = 0.01 \text{ W/Hz}$ .量测系统能够提供的量测为距离、方位角以及多普勒量测,量测噪声为零均值的高斯白噪声,距离、方位角及多普勒量测的标准差分别为 $\sigma_r$ 、 $\sigma_\alpha$ 和 $\sigma_f$ ,其中距离量测噪声和多普勒量测噪声是相关的,其相关系数记为 $\rho$ .本文中,距离量测的标准差 $\sigma_r = 10 \text{ m}$ ,方位角量测的标准差 $\sigma_\alpha = 0.5^\circ, 1^\circ, 2^\circ$ ,多普勒量测的标准差 $\sigma_f = 0.001 \text{ m/s}, 3 \text{ m/s}$ ,相关系数 $\rho = 0.1, 0.9$ .本文通过改变 $\sigma_\alpha$ 、 $\sigma_f$ 以及 $\rho$ 评价不同量测噪声参数对于滤波器性能的影响.本文中所有算法采用文献[22]中介绍的初始化方法.为了比较各算法的特性,本文采用位置的均方根误差(root mean square error, RMSE)评价算法特性.本文进行1000次蒙特卡洛仿真试验.

$$\text{RMSE}_{\text{pos}_k} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(x_k - \hat{x}_{k|k}^i)^2 + (y_k - \hat{y}_{k|k}^i)^2]}. \quad (60)$$

### 4.1 方位角量测的标准差对跟踪性能的影响

为测试方位角量测的标准差对跟踪性能的影响,本文假定多普勒量测的标准差 $\sigma_f = 1 \text{ m/s}$ ,相关系数 $\rho = 0.5$ ,分别测试 $\sigma_\alpha = 0.5^\circ, 2^\circ$ 不同情况下的位置RMSE.

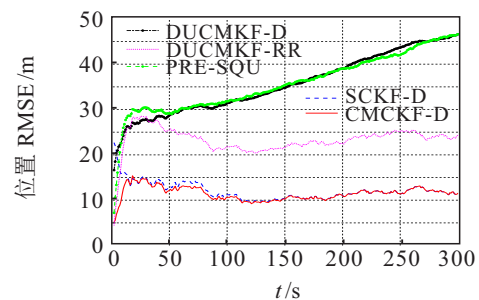


图3  $\sigma_\alpha = 0.5^\circ$ 条件下的RMSE

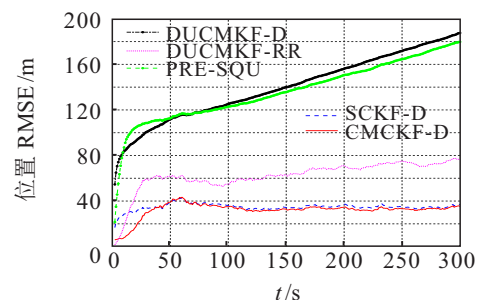


图4  $\sigma_\alpha = 2^\circ$ 条件下的RMSE

由图3和图4结果可知,所有算法的位置RMSE都会随着 $\sigma_\alpha$ 的增加而增加,但是DUCMKF-D和PRE-SQU这两个算法在不同的 $\sigma_\alpha$ 条件下始终无法收敛,这是因为这两个算法采用的量测转换方式需要精确的角度量测,但是在角度量测偏差较大的情况下,这两种算法无法收敛.本文提出的CMCKF-D算法在所有算法中具有最小的RMSE,SCKF-D具有与本文提出的CMCKF-D相似的RMSE,但是在初始阶段,CMCKF-D具有较好的跟踪效果.因此,CMCKF-D在不同的方位角量测标准差 $\sigma_\alpha$ 条件下都具有较好的跟踪效果.

### 4.2 相关系数对跟踪性能的影响

为测试相关系数对跟踪性能的影响,本节假定 $\sigma_r = 1\text{ m/s}$ , $\sigma_\alpha = 1^\circ$ ,分别测试相关系数 $\rho = 0.1, 0.9$ 时各算法的位置RMSE.

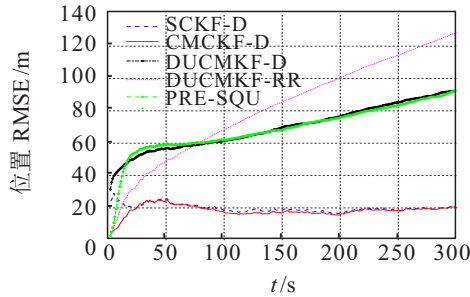


图5  $\rho = 0.1$ 条件下的RMSE

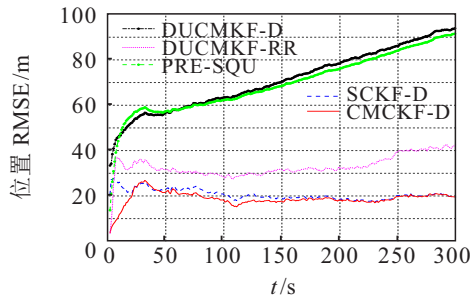


图6  $\rho = 0.9$ 条件下的RMSE

由图5和图6可以看出,本文提出的算法对相关系数变化的敏感性不强,相关系数的变化对所提算法的影响仅仅是在目标运动的前50s阶段.图5和图6也说明SCKF-D在位置RMSE方面具有与本文方法相近的跟踪性能.因此,即使相关系数变化,本文提出的CMCKF-D较其他算法仍然具有较好的跟踪性能.

### 4.3 多普勒量测标准差对跟踪性能的影响

相关系数 $\rho = 0.5$ ,方位角量测标准差 $\sigma_\alpha = 1^\circ$ 时,在 $\sigma_r = 0.001\text{ m/s}$ , $3\text{ m/s}$ 两种不同的情况下,仿真多普勒量测标准差对跟踪性能的影响.

由图7和图8可知,多普勒量测标准差增大都会增加各个算法的RMSE,尤其SCKF-D的位置RMSE

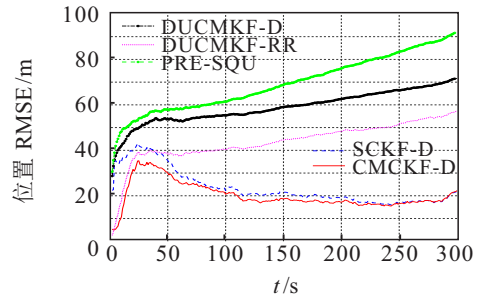


图7  $\sigma_r = 0.001\text{ m/s}$ 条件下的RMSE

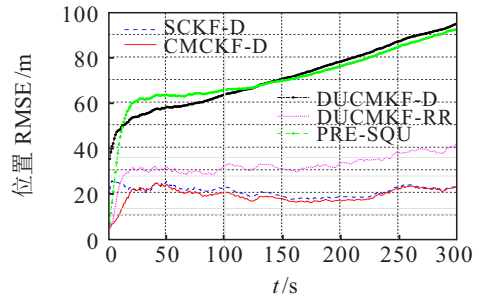


图8  $\sigma_r = 3\text{ m/s}$ 条件下的RMSE

对多普勒量测的标准差的变化比较敏感.但是本文提出的算法仅仅是在初始阶段的RMSE有些增加,然后迅速回归到较低的水平.因此在多普勒量测标准差变化的条件下,本文提出的算法较其他算法仍然具有较高的跟踪精度.

## 5 结论

本文针对带有多普勒量测的目标跟踪问题,首先提出了一种新的带多普勒量测的序贯处理递推贝叶斯算法,然后利用转换量测容积卡尔曼滤波器,提出了一种转换量测容积卡尔曼滤波器的带多普勒量测的目标跟踪算法.该算法首先采用解相关后的带径向距离和径向速度的真实量测构建新的量测方程,进而采用CMCKF算法对位置量测进行量测转换,得到基于位置量测的状态估计值.将基于位置量测的状态估计值作为状态预测值,结合带径向距离与径向速度构造的新量测作为序贯的CKF量测更新的输入,得到该算法的状态估计值.通过算法性能评价以及与不同跟踪算法的仿真比较表明,本文提出的算法具有更高的跟踪精度.

### 参考文献(References)

[1] Lerro D, Bar-Shalom Y. Tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 1993, 29(3): 1015-1022.  
 [2] Mo L B, Song X Q, Zhou Y Y, et al. Unbiased converted measurements for tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(3):

- 1023-1027.
- [3] Mei W, Bar-Shalom Y. Unbiased Kalman filter using converted measurements: Revisit[J]. Proceedings of SPIE—The International Society for Optical Engineering, 2009, 7445: 1-9.
- [4] Bordonaro S, Willett P, Bar-Shalom Y. Decorrelated unbiased converted measurement Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2014, 50(2): 1431-1444.
- [5] Bordonaro S. Converted measurement sigma point Kalman filter for bi-static sonar and radar tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2018, 5(1): 147-159.
- [6] Duan Z, Han C, Li X R. Sequential nonlinear tracking filter with range-rate measurements in spherical coordinates[C]. Proceedings of the Seventh International Conference on Information Fusion (Information Fusion 2004). Stockholm: IEEE, 2004: 599-605.
- [7] Bar-Shalom Y. Negative correlation and optimal tracking with Doppler measurements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(3): 1117-1120.
- [8] Lei M, Han C Z. Sequential nonlinear tracking using UKF and raw range-rate measurements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 239-250.
- [9] Bordonaro S, Willett P, Bar-Shalom Y. Consistent linear tracker with converted range, bearing and range rate measurements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(6): 3135-3149.
- [10] Liu H Q, Zhou Z L, Yu L, et al. Two unbiased converted measurement Kalman filtering algorithms with range rate[J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2018, 12(11): 1217-1224.
- [11] Duan Z, L X, Han C. Sequential unscented Kalman filter for radar target tracking with range rate measurements[C]. The 7th International Conference on Information Fusion (FUSION). Phila Delphia: IEEE, 2006, 130-137.
- [12] Mušicki D, Nešić D, Lee H H, et al. Correlated Doppler-assisted target tracking in clutter[J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2013, 7(1): 94-100.
- [13] Zhou G, Guo Z K, Chen X, et al. Statically fused converted measurement Kalman filters for phased-array radars[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(2): 554-568.
- [14] Zhou G J, Pelletier M, Kirubarajan T, et al. Statically fused converted position and Doppler measurement Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(1): 300-318.
- [15] 李丹, 王伟. 极坐标系下可处理多普勒量测的BLUE跟踪算法[J]. 电子学报, 2016, 44(7): 1656-1661. (Li D, Wang W. The BLUE tracking algorithm with the Doppler measurements in the polar coordinates[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(7): 1656-1661.)
- [16] 李为, 李一平, 封锡盛. 基于卡尔曼滤波预测的无偏量测转换方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(2): 229-234. (Li W, Li Y P, Feng X S. Tracking with prediction conditioned unbiased converted measurements[J]. Control and Decision, 2015, 30(2): 229-234.)
- [17] Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation: Theory, algorithms and software[M]. New York & Boston: John Wiley and Sons, 2001: 371-394.
- [18] Shokri E, Zarei J. Convergence analysis of non-linear filtering based on cubature Kalman filter[J]. IET Science Measurement & Technology, 2014, 9(3): 294-305.
- [19] Wang S Y, Wang W L, Chen B D, et al. Convergence analysis of nonlinear Kalman filters with novel innovation-based method[J]. Neurocomputing, 2018, 289: 188-194.
- [20] Boutayeb B, Aubry D. A strong tracking extended Kalman observer for nonlinear discrete-time systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(8): 1550-1556.
- [21] 彭瀚, 程婷. 基于预测信息的量测转换序贯滤波目标跟踪[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(3): 549-554. (Peng H, Cheng T. Sequential filtering for target tracking based on the prediction position conditioned measurement conversion[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(3): 549-554.)
- [22] 何友, 修建娟, 关欣. 雷达数据处理及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013: 64-81. (He Y, Xiu J J, Guan X. Radar data processing with applications[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013: 64-81.)

### 作者简介

李可非(1983—),男,副研究员,博士,从事非线性滤波、目标跟踪的研究, E-mail: likefei@mail.ioa.ac.cn;  
 马晓川(1969—),男,研究员,博士生导师,从事水下航行器设计、信号处理等研究, E-mail: maxc@mail.ioa.ac.cn;  
 刘宇(1975—),男,研究员,博士,从事滑模控制、非线性滤波、导航制导的研究, E-mail: liuyu2010@mail.ioa.ac.cn;  
 袁东玉(1987—),男,副研究员,博士,从事导航与制导、非线性滤波的研究, E-mail: yuandongyusweet@163.com.

(责任编辑: 闫妍)