



需求波动下考虑乘运供应能力的网约车平台动态定价

孙中苗, 徐琪

引用本文:

孙中苗, 徐琪. 需求波动下考虑乘运供应能力的网约车平台动态定价[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1499–1508.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0881>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

考虑成员企业风险态度的制造商资金约束闭环供应链定价与回收决策

Pricing and recycling decisions of a closed-loop supply chain considering participators' risk attitudes and manufacturer capital constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1239–1248 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1305>

需求和退货与供应中断相关环境下库存控制

Inventory control under demands and returns dependent supply disruptions

控制与决策. 2021, 36(4): 1003–1009 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0980>

需求和退货与供应中断相关环境下库存控制

Inventory control under demands and returns dependent supply disruptions

控制与决策. 2021, 36(4): 1003–1009 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0980>

库存水平影响需求下变质品订购、定价和保鲜技术投资的联合决策

Ordering, pricing and preservation technology investment decision for perishable items with inventory-level-dependent demand

控制与决策. 2020, 35(11): 2578–2588 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0195>

考虑谈判能力的旅游O2O供应链定价与服务策略

Pricing and service decisions in tourism O2O supply chain under bargaining power

控制与决策. 2020, 35(11): 2626–2636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0209>

需求波动下考虑乘运供应能力的网约车平台动态定价

孙中苗, 徐 琪[†]

(东华大学 旭日工商管理学院, 上海 200051)

摘 要: “共享经济”理念下的网约车平台需求具有随机发生和波动变化的特点. 针对乘车需求波动导致不同供需状态下的网约车平台定价问题, 运用最优控制方法, 以平台期望收益最大化为目标, 构建乘运供应能力下的平台动态定价模型, 并基于庞特里亚金极大值原理及模型推导, 求得最优动态价格解以及平台乘运供应率和需求率的变化轨迹. 研究表明: 网约车平台的最优价格动态影响乘运供应, 且随着市场乘车需求的波动而动态变化; 尤其是乘车高峰需求时, 最优动态价格将显著减少乘车需求订单的延误. 最后, 通过数值仿真验证模型结论并进一步探讨平台服务质量和市场乘车需求变化系数对最优价格和期望收益的影响.

关键词: 网约车平台; 需求波动; 服务质量; 动态定价; 最优控制

中图分类号: F224

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0881

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 孙中苗, 徐琪. 需求波动下考虑乘运供应能力的网约车平台动态定价[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1499-1508.

Dynamic pricing for ride-hailing platform with demand fluctuation and supply capacity

SUN Zhong-miao, XU Qi[†]

(Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai 200051, China)

Abstract: The demand for the ride-hailing platform under the concept of “sharing economy” has the characteristics of random occurrence and fluctuation. For pricing problems of the ride-hailing platform with different conditions of supply and demand caused by the demand fluctuation, using the optimal control theory, the platform dynamic pricing model under the supply capacity in which the object is to maximize platform expected profit is constructed. The optimal dynamic price solution is deduced using the Pontryagin maximum principle, and the demand rate and supply rate are presented. Results show that the optimal price of the ride-hailing platform dynamically adjusts the ride supply and varied with the ride demand fluctuations. Especially, the delay of demand orders will be reduced significantly through the optimal dynamic price in peak demand. Finally, numerical experiments are conducted to verify the model and to further explore the influence of service quality of platform and variation coefficient of market demand on optimal price and expected revenue.

Keywords: ride-hailing platform; demand fluctuation; service quality; dynamic pricing; optimal control

0 引言

“共享经济”理念下的网约车平台运作模式可通过共享社会个人车辆为大众出行提供便捷. 近年来, 滴滴、Uber和Lyft等网约车平台正迅速颠覆传统的交通方式, 每天完成数百万次出行^[1]. 截止2018年7月, Uber在全球已有100亿次网约车出行服务, 活跃在80多个国家和700多个城市^[2]. 到2030年, 全球网约车行业的总市场价值预计将增长到2 850亿美元^[3], 这将为网约车平台企业带来巨大的经济效益.

在网约车服务运作中, 平台连接用户出行乘车需求与社会闲置车资源的乘运供应. 基于移动互联网手机端的网约车乘客可以随时打开应用程序, 输入出发地和目的地, 在线发出乘车订单, 而提供乘运供应能力的非雇佣性司机, 可以自由选择工作的时间、地点以及是否接单. 因此, 网约车平台的需求具有随机变化, 乘运供应具有不确定的特点, 而且受服务区域、天气等因素的影响会产生巨大的供需不平衡问题. 当平台的需求高于乘运供应时即供不应求, 平台

收稿日期: 2019-06-20; 修回日期: 2020-03-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71572033); 国家自然科学基金重点项目(71832001).

责任编辑: 王光臣.

[†]通讯作者. E-mail: xuqi@dhu.edu.cn.

将延误乘客的订单,甚至损失订单;当平台的乘运供应高于订单需求时即供过于求,平台将闲置可利用的乘运资源.因此,网约车平台如何在乘车需求波动导致供需不平衡的市场环境下,确定最优乘车价格,调节乘运供应能力,减少订单延误和乘运资源闲置,从而最大化平台期望收益具有重要的现实意义.

目前,与本文相关的研究主要包括动态定价和网约车平台两方面的研究.关于动态定价方面,如:在易逝品动态定价研究上,文献[4]介绍了一种有限补货能力的易腐品库存系统,得到了最优的联合动态定价与补给策略;文献[5]研究了具有动态定价和质量投资的易腐产品单位时间总利润最大化的动态优化模型,并根据庞特利亚金极大值原理求解,得到了最优的联合动态定价、质量投资和补货策略;文献[6]利用最优控制论研究了可储存易腐物品的最优动态定价和最优补货策略,相关研究还有文献[7-8];在服务动态定价研究上,文献[9]研究表明,在社交网络中,最优动态定价策略往往会使边际成本为零或可忽略的耐久产品的价格无限大地降至为零;文献[10]研究了乘客具有策略行为时航空公司舱位控制与动态定价问题.然而,尽管这些学者运用最优控制论研究了易逝品、航空服务等动态定价,但他们较少考虑乘车需求随时间的变化,研究网约车平台的动态定价问题.

关于网约车平台服务运作方面的研究,主要分为两类:平台定价策略和供需匹配.在平台定价策略上,如:文献[11]比较了静态定价和峰时定价对所有参与者的影响,并发现峰时价格对乘客而言相对更好,如果固定价格和工资,则将导致高需求时期的客户服务较差;文献[12]发现在驾驶员供大于求的区域,峰时定价也可以盈利;文献[13]研究了不同劳动力供给行为假设下的网约车平台峰时定价效应;文献[14]发现联合优化动态定价和动态等待可以提高乘运供应能力利用率、行程吞吐量等;文献[15]考虑了空间对价格的影响,并得出基于客户位置的价格差异确实可以增加司机、平台以及消费者剩余的利润.这些文献较好地研究了网约车平台在高峰需求时的定价策略,但较少学者研究乘车需求波动导致供需不平衡下的平台最优动态定价问题.在供需匹配上,许多研究人员将司机与顾客之间的匹配过程建模为一个不可观察的队列,乘客的到达视为泊松过程,司机看作是排队系统中的服务器,如文献[16-18]等,运用排队论对网约车平台系统的供需匹配做研究.

本文针对乘车需求衰减、激增以及不变3种情

形,考虑供需不平衡时带来的损失,设计状态变化方程,运用最优控制方法构建平台动态定价模型,目的是求得最优动态价格解实现平台期望收益最大化.本文的主要贡献为:1)运用最优控制方法研究网约车平台定价问题,拓展网约车平台服务运作方面的研究;2)给出不同乘车需求波动下的最优动态价格,为网约车平台企业的定价提供指导,对提升平台收益具有重要的现实意义;3)数值仿真给出平台服务质量与乘车需求变化系数对最优动态价格和平台期望收益的影响,为网约车平台企业的服务运作提供一定的理论依据.

1 问题描述与假设

网约车平台服务运作模型如图1所示:考虑市场上只有一个网约车平台,在服务时间 $[0, T]$ 内,乘车需求在线随机发生, t 时刻平台需求为 $D(t)$;而 t 时刻加入平台的乘运供应为 $S(t)$;平台基于 t 时刻的供需情况向乘客收取价格 $P(t)$,同时向提供乘运服务的车主支付报酬 $W(t)$;当平台在 t 时刻的乘运能力高于市场乘车需求时,平台将承担单位机会成本 c ,当平台在 t 时刻的乘运能力不能满足市场乘车需求时,平台将承担单位订单延误成本 h .

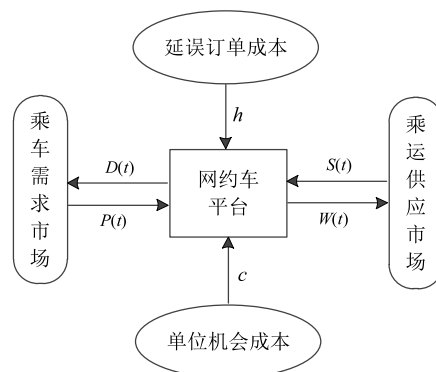


图1 网约车平台服务运作模型

为此,本文将基于以下假设构建网约车平台的服务动态定价模型:

- 1) 假设市场上只有一个网约车平台(如滴滴出行),不考虑多个平台的竞争情况.
- 2) 在平台服务时间 $[0, T]$ 内,假设0时刻的供需是平衡的,且在服务时间内,乘客不会取消订单,车主不会停止服务.
- 3) 假设平台乘运供应能力高于市场乘车需求而造成的过剩乘运供应能力为 $v(t)$,如现实中,平台在线司机过剩的情形下,由于平台过剩司机处于空载状态,考虑平台的单位机会损失成本为 c ,0时刻过剩乘运能力为0, T 时刻过剩乘运能力为 v_T ;平台乘运

能力不能满足市场乘车需求而造成的订单延误量为 $u(t)$,如现实中,平台叫车订单请求较多的情形下,由于平台服务订单不能及时被满足即延迟服务,考虑平台的单位订单延误成本为 h ,0时刻延误订单量为0, T 时刻延误订单量为 u_T .

4) 假设平台乘车需求率为 $D(P, t) = \alpha e^{-at} - \beta P(t) + \gamma q$. 其中: $\alpha > 0$ 表示市场初始乘车需求, $\beta > 0$ 和 $\gamma > 0$ 分别表示网约车平台需求的价格敏感系数和服务敏感系数^[19], a 表示市场乘车需求变化系数^[20].

5) 借鉴文献[20]关于零售商的需求函数设计,本文假设当市场乘车需求变化系数 $a > 0$ 时,表示市场乘车需求衰减,如现实中,打车低谷期,此时平台乘运供应能力往往是过剩的,即 $v(t) \geq 0$;当 $a < 0$ 时,表示市场乘车需求激增,如现实中,打车高峰期,此时平台往往存在订单延误,即 $u(t) \geq 0$;当 $a = 0$ 时,表示市场乘车需求不变,如现实中,打车平峰期,此时平台供需趋于稳定或平衡,存在 $v(t) = u(t) = 0$.

6) 假设平台单位成本 $C(t) = W(t) + \eta q^2$. 其中: ηq^2 表示单位服务成本^[21], η 表示网约车平台的服务成本系数, q 表示服务质量; $W(t) = r \cdot P(t)$ 表示支付兼职社会司机的单位报酬, r 表示固定佣金报酬率,并且 $0 < r < 1$. 车主的报酬采用固定佣金合同,单位报酬与价格呈线性关系^[11].

7) 假设平台乘运供应率为 $S(P, t) = s \cdot W(t)$, s 表示平台乘运供应能力价格敏感系数,它反映供应能力随报酬变化的敏感程度;当 $P(t) \rightarrow 0$ 时, $W(t) \rightarrow 0$,供应能力 $S(P, t)$ 也将趋于0,这与网约车平台的服务运作实际是一致的^[17]. 另外, $\tilde{S}$ 表示市场最大乘运供应能力, $S(P, t) \leq \tilde{S}$.

为便于分析,本文将用 v 、 b 、 u 作为各变量的下标,分别表示需求衰减、不变和激增的情形.

2 模型构建与分析

2.1 市场乘车需求衰减时平台最优定价策略

在平台服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求衰减(即 $a > 0$)时,网约车平台在0时刻的供需平衡将被打破,此时将会出现乘运供应能力过剩的情况(即 $v(t) \geq 0$). 基于第1节的问题描述与假设,设定网约车服务价格 $P(t)$ 为控制变量,运用最优控制论构建平台供应能力过剩时的最优定价模型. 借鉴文献[22]用实体产品的库存作为状态变量,基于补货率和需求率构建库存状态变化方程. 本文将基于网约车平台乘运供应率(即 $S(t)$)和乘车需求率(即 $D(t)$)构建过剩

乘运供应能力的状态变化方程

$$\bar{v}(t) = S(P, t) - D(P, t), v(0) = 0, v(T) = v_T.$$

t 时刻的累积过剩乘运供应能力为

$$v(t) = v(0) + \int_0^t (S(P, \tau) - D(P, \tau)) d\tau.$$

在平台服务时间 $[0, T]$ 内,网约车平台获得的最大期望收益目标函数可以表示为

$$\begin{aligned} \pi(P, t) = & \max_{p(t)} \int_0^T [D(P, t) \cdot P(t) - \\ & D(P, t) \cdot C(P, t) - c \cdot v(t)] dt = \\ & \max_{R(t)} \int_0^T \left[D(P, t) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) - \right. \\ & \left. c \left(\int_0^t (S(P, \tau) - D(P, \tau)) d\tau \right) \right] dt = \\ & \max_{p(n)} \int_0^T [D(P, t) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) - \\ & c(T - t) \cdot (S(P, t) - D(P, t))] dt. \end{aligned} \quad (1)$$

满足约束条件

$$\begin{aligned} \bar{v}(t) &= sW(t) - \alpha e^{-at} + \beta P(t) - \gamma q, \\ v(0) &= 0, v(T) = v_T. \end{aligned} \quad (2)$$

目标函数(1)为平台在乘车需求衰减的服务时间段 $[0, T]$ 内,可获取的总最大化期望收益,其中平台在 t 时刻的收益率包含3部分:车费收入 $D(P, t) \cdot P(t)$ 、单位成本支出 $D(P, t) \cdot C(P, t)$ 以及机会损失成本 $c \cdot v(t)$. 约束条件(2)中的 $\bar{v}(t)$ 表示平台在该段时间内面对乘运供应能力过剩时的动态供需状态变化方程; $v(0)$ 和 $v(T)$ 为边界条件,分别表示平台过剩供应能力 $v(t)$ 的始端和末端状态.

进一步,引入拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 构建哈密尔顿(Hamilton)函数,以求解网约车平台期望收益最大化的最优价格

$$\begin{aligned} H(v(t), P(t), \lambda(t), t) = & D(P, t) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) - c(T - t) \cdot \\ & (S(P, t) - D(P, t)) + \lambda(t) \cdot (sW(t) - \alpha e^{-at} + \\ & \beta P(t) - \gamma q) = \\ & (\alpha e^{-at} - \beta P(t) + \gamma q) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) + \\ & (\lambda(t) - c(T - t)) \cdot (sW(t) - \alpha e^{-at} + \beta P(t) - \gamma q). \end{aligned} \quad (3)$$

引理1 市场乘车需求衰减情形下,考虑平台因乘运供应能力过剩带来的单位机会损失成本,存在最优动态价格解 $P_v^*(t)$ 可以使网约车平台期望收益实

现最大化.

证明 由式(3)可得

$$\frac{\partial^2 H}{\partial P^2} = -2\beta \cdot (1-r). \quad (4)$$

由于 $\beta > 0, 0 < r < 1$, 由等式(4)可得 $\partial^2 H / \partial P^2 < 0$, 这表明网约车平台的期望收益函数是关于价格 $P(t)$ 的凹函数, 故存在最优动态价格解 $P_v^*(t)$. $\square$

根据庞特里亚金 (Pontryagin) 极大值原理可知, 满足目标收益函数最优的必要条件为

$$\begin{cases} \bar{v}(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \\ \bar{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial v}, \\ \frac{\partial H}{\partial P} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

联立求解方程组(5)可以解得网约车平台在市场乘车需求衰减时的最优价格 $P^*(t)$ 和影子价格 $\lambda^*(t)$ 随时间 t 的动态变化轨迹

$$\begin{aligned} P^*(t) = & \frac{\alpha}{2\beta} e^{-at} + \frac{c(sr+\beta)}{\beta(1-r)} t + \frac{\gamma q}{sr+\beta} - \frac{cT(sr+\beta)}{2\beta(1-r)} - \\ & \frac{\alpha(sr-\beta)(1-e^{-aT})}{2\beta Ta(sr+\beta)} + \frac{v_T}{T(sr+\beta)}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \lambda^*(t) = & ct + \frac{(1-r) \cdot (sr-\beta) \cdot (\alpha e^{-at} - aT\gamma q - \alpha)}{Ta(sr+\beta)^2} + \\ & \frac{2\beta v_T(1-r)}{T(sr+\beta)^2} - \frac{\beta\eta q^2}{sr+\beta}. \end{aligned} \quad (7)$$

定理1 在平台服务时间 $[0, T]$ 内, 当市场乘车需求衰减时: 平台最优动态价格为 $\alpha \cdot e^{-at} / 2\beta + c(sr+\beta) \cdot t / \beta(1-r) + \gamma q / (sr+\beta) - \alpha(sr-\beta) / 2\beta(sr+\beta)$; 乘运供应率为 $sr\alpha \cdot e^{-at} / 2\beta + src(sr+\beta) \cdot t / \beta(1-r) + sr\gamma q / (sr+\beta) - sr\alpha(sr-\beta) / 2\beta(sr+\beta)$; 平台乘车需求率为 $\alpha \cdot e^{-at} / 2 - c(sr+\beta) \cdot t / (1-r) + sr\gamma q / (sr+\beta) + \alpha(sr-\beta) / 2(sr+\beta)$; 影子价格为 $ct + (1-r) \cdot (2\beta\alpha - \gamma q(sr-\beta)) / (sr+\beta)^2 - (\alpha(1-r) + \beta\eta q^2) / (sr+\beta) + cT$.

证明 由于0时刻的供应率与需求率平衡, 即

$$P(0) = \frac{\alpha + \gamma q}{sr + \beta}. \quad (8)$$

另外, 由等式(6)可得0时刻的平台最优价格 $P^*(0)$ 为

$$\begin{aligned} P^*(0) = & \frac{\alpha}{2\beta} + \frac{\gamma q}{sr+\beta} - \frac{cT(sr+\beta)}{2\beta(1-r)} - \\ & \frac{\alpha(sr-\beta)(1-e^{-aT})}{2\beta Ta(sr+\beta)} + \frac{v_T}{T(sr+\beta)}. \end{aligned} \quad (9)$$

将等式(8)与(9)联立求解可得

$$\begin{aligned} v_T = & \frac{cT^2(sr+\beta)^2}{2\beta(1-r)} + \frac{\alpha(sr-\beta)(1-e^{-aT})}{2\beta a} + \\ & \frac{\alpha T}{2} - \frac{sr\alpha T}{2\beta}. \end{aligned} \quad (10)$$

将等式(10)分别代入(6)、(7)中, 可得平台的最优动态价格轨迹 $P_v^*(t)$ 、影子价格 $\lambda_v^*(t)$ 为

$$\begin{aligned} P_v^*(t) = & \frac{\alpha}{2\beta} \cdot e^{-at} + \frac{c(sr+\beta)}{\beta(1-r)} \cdot t + \\ & \frac{\gamma q}{(sr+\beta)} - \frac{\alpha(sr-\beta)}{2\beta(sr+\beta)}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \lambda_v^*(t) = & c \cdot t + \frac{(1-r) \cdot (2\beta\alpha - \gamma q(sr-\beta))}{(sr+\beta)^2} - \\ & \frac{(\alpha(1-r) + \beta\eta q^2)}{sr+\beta} + cT. \end{aligned} \quad (12)$$

同时, 将式(11)分别代入乘运供应率 $S(P, t)$ 、乘车需求率 $D(P, t)$, 可得

$$\begin{aligned} S_v^*(t) = & \frac{sr\alpha}{2\beta} \cdot e^{-at} + \frac{src(sr+\beta)}{\beta(1-r)} \cdot t + \frac{sr\gamma q}{(sr+\beta)} - \\ & \frac{sr\alpha(sr-\beta)}{2\beta(sr+\beta)}. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} D_v^*(t) = & \frac{\alpha}{2} \cdot e^{-at} - \frac{c(sr+\beta)}{(1-r)} \cdot t + \frac{sr\gamma q}{(sr+\beta)} + \\ & \frac{\alpha(sr-\beta)}{2(sr+\beta)}. \end{aligned} \quad (14)$$

定理得证. $\square$

根据定理1的描述以及证明中最优解的形式可知: 在平台服务时间 $[0, T]$ 内, 最优价格、影子价格、乘运供应率和乘车需求率都是随着时间 t 而动态变化的. 影子价格 $\lambda_v^*(t)$ 是时间 t 的单调增函数, 其斜率为单位机会损失成本 c . 由于影子价格表示约束条件对目标函数有影响, 结合式(12)可以看出, 随着时间的推移, 过剩乘运供应能力变化率对网约车平台的期望收益影响逐渐增大.

推论1 市场乘车需求衰减时, 有

1) 平台最优价格是时间 t 的凸函数;

2) 存在 $t^* = -\frac{1}{a} \ln(2c(sr+\beta)/a\alpha(1-r))$, 当 $0 \leq t^* \leq T$ 时, 平台最优价格先减小后增大, 当 $T < t^*$ 时, 平台最优价格单调下降.

证明 平台最优价格函数 $P_v^*(t)$ 对时间 t 的一阶导数和二阶导数分别为

$$\frac{dP_v^*(t)}{dt} = \frac{-a\alpha}{2\beta} \cdot e^{-at} + \frac{c(sr+\beta)}{\beta(1-r)}, \quad (15)$$

$$\frac{d^2 P_v^*(t)}{dt^2} = \frac{a^2 \alpha}{2\beta} \cdot e^{-at}. \quad (16)$$

市场乘车需求衰减即 $a > 0$, 另 $\alpha > 0, \beta > 0, c > 0, 0 < r < 1$, 所以等式(15)的第1部分 $\frac{-a\alpha}{2\beta} \cdot e^{-at} <$

0,第2部分 $\frac{c(sr+\beta)}{\beta(1-r)} > 0$,等式(16)中 $\frac{dP_v^{*2}(t)}{dt^2} > 0$.

令 $\frac{dP_v^*(t)}{dt} = 0$,可得 $t^* = -\frac{1}{a} \ln\left(\frac{2c(sr+\beta)}{a\alpha(1-r)}\right)$.

由于价格是时间 t 的凸函数,当 $0 \leq t^* \leq T$ 时,在网约车平台服务时间 $[0, T]$ 区间存在一个极值点 t^* ,此时 $P_v^{\min} = P_v^*(t^*)$,从而可知平台最优价格是先减小后增大.当 $T < t^*$ 时,在 $[0, T]$ 内不存在驻点,平台最优价格函数为单调函数,由 $t^* = -\frac{1}{a} \ln(2c(sr+\beta)/a\alpha(1-r)) > T > 0$ 可知 $2c(sr+\beta) < a\alpha(1-r)$,所以 $dP_v^*(0)/dt < 0$, $P_v^{\min} = P_v^*(T)$,平台最优价格随时间单调递减. $\square$

由推论1可知:在平台服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求衰减时,最优价格 $P_v^*(t)$ 首先会随着时间的推移而单调递减,这表明:平台一方面为了缓解乘车需求的衰减降低服务价格,尽可能刺激市场乘车需求,从而最大化利用乘运供应能力;另一方面,由于平台采用固定佣金合同(如Uber)付给兼职社会司机报酬 $W_v^*(t) = r \cdot P_v^*(t)$,降低乘车价格 $P_v^*(t)$ 相应地降低兼职社会司机的佣金 $W_v^*(t)$,以此来避免该服务时间段过多的兼职社会司机加入平台,从而减少平台过剩乘运资源闲置.而随着时间的继续推移,最优价格将达到最小值 $P_v^{\min} = P_v^*(t^*)$,这表明当市场需求持续衰减到一定程度时,为保障平台的基本收益,平台并不会持续降低价格,且由于未利用乘运供应能力导致的机会损失成本增大,平台将不得不提高价格.

推论2 在平台服务时间 $[0, T]$ 内,市场乘车需求衰减时的 $v(t) \geq 0$,为保证模型的有效性,存在以下参数约束:

1) 当 $\beta \geq sr$ 时,平台过剩乘运供应能力随着时间 t 逐渐增大,满足 $v(t) \geq 0$.

2) 当 $\beta < sr$ 时:若 $2c(sr+\beta)^2 \geq a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)$,则平台过剩乘运供应能力同样随着时间 t 逐渐增大,满足 $v(t) \geq 0$;若 $2c(sr+\beta)^2 < a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)$,则不能保证 $v(t) \geq 0$.

证明 由定理1可知平台需求函数 $D_v^*(t)$ 、乘运供应能力函数 $S_v^*(t)$,可得 t 时刻的过剩乘运供应能力 $v^*(t)$ 为

$$v^*(t) = \int_0^t (S_v^*(t) - D_v^*(t)) dt. \quad (17)$$

平台 t 时刻的过剩乘运供应能力 $v^*(t)$ 对时间 t 的一阶导数为

$$\frac{dv^*(t)}{dt} = S_v^*(t) - D_v^*(t). \quad (18)$$

在平台服务时间 $[0, T]$ 内,由于 $v^*(0) = 0$,为满足

$v^*(t) \geq 0$,只需 $dv^*(t)/dt \geq 0$.

令 $f(t) = dv^*(t)/dt$,联立等式(13)与(14)可得

$$f(t) = \frac{\alpha(sr-\beta)}{2\beta} \cdot e^{-at} + \frac{c(sr+\beta)^2}{\beta(1-r)} \cdot t - \frac{\alpha(sr-\beta)}{2\beta}. \quad (19)$$

$f(t)$ 对时间 t 的一阶导数为

$$f'(t) = -\frac{a\alpha(sr-\beta)}{2\beta} \cdot e^{-at} + \frac{c(sr+\beta)^2}{\beta(1-r)}. \quad (20)$$

由于 $f(0) = 0$,为满足 $f(t) \geq 0$,只需 $f'(t) \geq 0$,根据等式(20)可知:当 $\beta \geq sr$ 时,很明显 $f'(t) \geq 0$,满足 $v^*(t) \geq 0$;当 $\beta < sr$ 时,令 $f'(t) \geq 0$,可得

$$t \geq -\frac{1}{a} \ln\left(\frac{2c(sr+\beta)^2}{a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)}\right).$$

如果 $2c(sr+\beta)^2 \geq a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)$,则 $-\frac{1}{a} \ln\left(\frac{2c(sr+\beta)^2}{a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)}\right) \leq 0$,此时 $t \geq 0 \geq -\frac{1}{a} \ln\left(\frac{2c(sr+\beta)^2}{a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)}\right)$,在服务时间 $[0, T]$ 内,满足 $v^*(t) \geq 0$.

如果 $2c(sr+\beta)^2 < a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)$,则有 $-\frac{1}{a} \ln\left(\frac{2c(sr+\beta)^2}{a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)}\right) > 0$,那么 $t \geq -\frac{1}{a} \ln\left(\frac{2c(sr+\beta)^2}{a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)}\right) > 0$,在服务时间 $\left[0, -\frac{1}{a} \ln\left(\frac{2c(sr+\beta)^2}{a\alpha(sr-\beta) \cdot (1-r)}\right)\right]$ 内, $f'(t) < 0$,此时不能保证 $v^*(t) \geq 0$. $\square$

2.2 市场乘车需求激增时平台最优定价策略

在平台服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求激增(即 $a < 0$)时,网约车平台在0时刻的供需平衡被打破,考虑乘车需求订单被延误(即 $u(t) \geq 0$)的情形,基于网约车平台乘运供应能力变化率(即 $S(t)$)和平台乘车需求率(即 $D(t)$)构建延误订单量的状态变化方程 $\dot{u}(t) = D(P, t) - S(P, t)$, $u(0) = 0$, $u(T) = u_T$. 而 t 时刻的累积延误订单量为

$$u(t) = u(0) + \int_0^t (D(P, \tau) - S(P, \tau)) d\tau.$$

在平台服务时间 $[0, T]$ 内,由于市场乘车需求激增,实际乘运供应能力无法及时满足乘车需求订单, t 时刻实际被满足的乘车订单需求量为 $\min(D(P, t), S(P, t)) = S(P, t)$. 网约车平台获得的最大期望收益目标函数可以表示为

$$\begin{aligned} \pi(P, t) = & \max_{P(t)} \int_0^T [S(P, t) \cdot P(t) - S(P, t) \cdot C(P, t) - \\ & h \cdot u(t)] dt = \\ & \max_{P(t)} \int_0^T [S(P, t) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) - \end{aligned}$$

$$h\left(\int_0^t (D(P, \tau) - S(P, \tau))d\tau\right)dt = \\ \max_{P(t)} \int_0^T [S(P, t) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) - \\ h(T - t) \cdot (D(P, t) - S(P, t))]dt. \quad (21)$$

需要满足的约束条件为

$$\bar{u}(t) = \alpha e^{-at} - \beta P(t) + \gamma q - sW(t), \\ u(0) = 0, u(T) = u_T. \quad (22)$$

目标函数(21)为平台在乘车需求激增的服务时间段 $[0, T]$ 内,可获取的总最大化期望收益,其中平台在 t 时刻的收益率包含3部分:车费收入 $S(P, t) \cdot P(t)$ 、单位成本支出 $S(P, t) \cdot C(P, t)$ 以及订单延误成本 $h \cdot u(t)$. 约束条件(22)中的 $\bar{u}(t)$ 表示平台在该段时间内面对乘车需求订单延误时的动态供需状态变化方程; $u(0)$ 和 $u(T)$ 为边界条件,分别表示平台延误订单量 $u(t)$ 的始端和末端状态.

接下来,引入拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 构建哈密尔顿(Hamilton)函数,以求解网约车平台期望收益最大化的最优价格

$$H(u(t), P(t), \lambda(t), t) = \\ S(P, t) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) - h(T - t) \cdot \\ (D(P, t) - S(P, t)) + \lambda(t) \cdot (\alpha e^{-at} - \beta P(t) + \\ \gamma q - sW(t)) = \\ (sW(t)) \cdot (P(t) - W(t) - \eta q^2) + (\lambda(t) - \\ h(T - t)) \cdot (\alpha e^{-at} - \beta P(t) + \gamma q - sW(t)). \quad (23)$$

引理2 当市场乘车需求激增,同时考虑平台因乘车需求订单延误而带来的单位订单延误成本时,平台期望收益是关于服务价格 $P(t)$ 的凸函数,此时不存在一个极大值点 $P_u^*(t)$ 使网约车平台期望收益实现最大化.

证明 由等式(23)可知,哈密尔顿函数 H 对价格的二阶偏导为

$$\frac{\partial^2 H}{\partial P^2} = 2sr \cdot (1 - r). \quad (24)$$

由于 $s > 0, 0 < r < 1$,由等式(23)可以得到 $\partial^2 H / \partial P^2 > 0$,这表明网约车平台的期望收益函数是关于价格 $P(t)$ 的凸函数,此时不存在一个极大值点 $P_u^*(t)$ 使网约车平台期望收益实现最大化. $\square$

由引理2可知,不能使用最优控制论中庞特里亚金原理求解本小节的模型,否则将会得到一个平台期望收益最小化的乘车价格解.那么,为了求出在平台服务时间 $[0, T]$ 内使得平台期望收益最大化的最优

动态价格,分别考虑市场有足够多的兼职社会司机、有限多的兼职社会司机可以加入网约车平台的情形,有如下两个定理.

定理2 假设有足够多的兼职社会司机可加入网约车平台,即市场乘运供应能力无限大 $\tilde{S} \rightarrow +\infty$,在平台服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求激增时:平台最优价格为 $\alpha e^{-at} / (\beta + sr) + \gamma q / (\beta + sr)$;平台乘运供应率为 $sr \alpha e^{-at} / (\beta + sr) + sr \gamma q / (\beta + sr)$;乘车需求率为 $sr \alpha e^{-at} / (\beta + sr) + sr \gamma q / (\beta + sr)$.

证明 在平台服务时间 $[0, T]$ 内,乘运供应能力低于乘车订单需求(即 $u(t) \geq 0$),由于 $u(0) = 0$,只需 $u'(t) \geq 0$,结合乘运供应率 $S(P, t)$ 和乘车需求率 $D(P, t)$,令 $D(P, t) \geq S(P, t)$ 可得

$$P(t) \leq \frac{\alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{\gamma q}{\beta + sr}. \quad (25)$$

由等式(25)可知

$$P_u^{\max}(t) = \frac{\alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{\gamma q}{\beta + sr}.$$

由于平台期望收益是关于乘车价格的凸函数, $P_u^*(t) = P_u^{\max}(t)$,即

$$P_u^*(t) = \frac{\alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{\gamma q}{\beta + sr}. \quad (26)$$

将等式(26)分别代入乘运供应率 $S(P, t)$ 和乘车需求率 $D(P, t)$ 中可得

$$S_u^*(t) = \frac{sr \alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{sr \gamma q}{\beta + sr}, \quad (27)$$

$$D_u^*(t) = \frac{sr \alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{sr \gamma q}{\beta + sr}. \quad (28)$$

定理得证. $\square$

根据定理2的描述以及证明中最优解的形式可知:在平台服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求激增时,平台最优价格、乘运供应率和乘车需求率都是随着时间 t 而动态变化的.

推论3 在服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求激增时,由定理2可推:

- 1) 平台最优价格是时间 t 单调递增的凸函数;
- 2) 平台在 t 时刻并未承担订单延误成本,且 $S_u^*(t) = D_u^*(t)$.

证明 平台最优价格函数 $P_u^*(t)$ 对时间 t 的一阶导数和二阶导数分别为

$$\frac{dP_u^*(t)}{dt} = \frac{-a\alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at}, \quad (29)$$

$$\frac{d^2 P_u^*(t)}{dt^2} = \frac{a^2 \alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at}. \quad (30)$$

由于市场乘车需求增长,即 $a < 0$,另 $\alpha > 0, \beta >$

0, $s > 0$, $0 < r < 1$, 则等式(29)有 $\frac{dP_u^*(t)}{dt} > 0$, 等式(30)有 $\frac{dP_u^{*2}(t)}{dt^2} > 0$, 平台最优价格是时间 t 单调递增的凸函数, 推论3中1)得证. 由等式(27)和(28)可知, $S_u^*(t) = D_u^*(t)$, 所以 t 时刻的订单延误量 $u(t) = 0$, 订单延误成本 $h \cdot u(t) = 0$, 推论3中2)成立. $\square$

由推论3可知: 在平台服务时间 $[0, T]$ 内, 当市场乘车需求激增时, 考虑市场乘运供应能力无限大, 即 $\tilde{S} \rightarrow +\infty$, 为实现平台最大化期望收益, t 时刻的最优价格 $P_u^*(t)$ 将最大程度地激励更多的兼职社会司机加入平台来提供乘运服务, 此时 $S_u^* = D_u^*(t)$, 即供需平衡; 另外, 由于市场乘车需求在不断增长, 最优价格 $P_u^*(t)$ 随着时间的推移而单调递增, 以此来持续获取更多的乘运供应能力. 可以看出, 平台最优价格动态影响乘运供应能力, 显著减少了乘车需求订单的延误, 此时 $u(t) = 0$.

定理3 假设可加入网约车平台的兼职社会司机有限多, 即市场乘运供应能力存在上限 $\tilde{S}$, 存在 $\tilde{t}^* = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{\tilde{S} \cdot (sr + \beta)}{sr\alpha} - \frac{\gamma q}{\alpha} \right)$: 当 $T < \tilde{t}^*$ 时, 平台最优价格为 $\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + \gamma q/(\beta + sr)$; 当 $0 \leq \tilde{t}^* \leq T$ 时, 平台在服务时间 $[0, \tilde{t}^*]$ 内的最优价格为 $\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + \gamma q/(\beta + sr)$, 在服务时间 $(\tilde{t}^*, T]$ 内的最优价格为 $\tilde{S}/sr$.

证明 根据等式(27), 令 $S_u^*(t) \leq \tilde{S}$ 可得 $t \leq -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{\tilde{S} \cdot (sr + \beta)}{sr\alpha} - \frac{\gamma q}{\alpha} \right)$, 所以存在 $\tilde{t}^*$, 此时平台获取市场最大乘运供应能力 $\tilde{S}$, 即

$$\tilde{t}^* = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{\tilde{S} \cdot (sr + \beta)}{sr\alpha} - \frac{\gamma q}{\alpha} \right). \quad (31)$$

当 $T < \tilde{t}^*$ 时, 在平台服务时间 $[0, T]$ 内, 平台不受乘运供应能力上限的约束, 所以最优价格同式(26).

当 $0 \leq \tilde{t}^* \leq T$ 时, 在平台服务时间 $[0, \tilde{t}^*]$ 内, 平台不受乘运供应能力上限的约束, 而在服务时间 $(\tilde{t}^*, T]$ 内, 平台将维持 $\tilde{t}^*$ 时刻的最优价格, 以最大的乘运供应能力 $\tilde{S}$ 去尽可能满足市场激增的乘车需求, 此时最优价格为

$$P_u^*(t) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{\gamma q}{\beta + sr}, & t \in [0, \tilde{t}^*]; \\ \frac{\tilde{S}}{sr}, & t \in (\tilde{t}^*, T]. \end{cases} \quad (32)$$

定理得证. $\square$

由定理3可知: 在平台服务时间 $[0, T]$ 内, 当市场乘车需求激增时, 考虑市场乘运供应能力有限, 平台最优价格 $P_u^*(t)$ 首先会随着时间的推移单调递增, 这

与推论3的描述是一致的, 然而, 当价格提高到一定程度时, 市场最大乘运供应能力 $\tilde{S}$ 已全部加入平台进行乘运服务, 此时平台将无法提高乘车价格来激励更多的兼职社会司机加入平台, 这与实际是一致的, 在乘车高峰拥堵时期, 由于乘运供应能力有限, 乘客将不得不面临乘车等待.

推论4 在平台服务时间 $[0, T]$ 内, 当市场乘车需求激增时, 由定理3可推:

1) 当 $T < \tilde{t}^*$ 时, t 时刻的平台乘运供应率与乘车需求率相等且为 $sr\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + sr\gamma q/(\beta + sr)$;

2) 当 $0 \leq \tilde{t}^* \leq T$ 时, 平台在服务时间 $[0, \tilde{t}^*]$ 内, t 时刻的平台乘运供应率与乘车需求率相等且为 $sr\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + sr\gamma q/(\beta + sr)$, 在平台服务时间 $(\tilde{t}^*, T]$ 内, 平台乘运供应率为 $\tilde{S}$, 乘车需求率为 $sr\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + sr\gamma q/(\beta + sr) + \int_{\tilde{t}^*}^t (sr\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + sr\gamma q/(\beta + sr) - \tilde{S})dt$.

证明 当 $T < \tilde{t}^*$ 时, 由于平台不受市场最大乘运供应能力 $\tilde{S}$ 的约束, 平台乘运供应率同式(27), 乘车需求率同式(28); 当 $0 \leq \tilde{t}^* \leq T$ 时, 在平台服务时间 $[0, \tilde{t}^*]$ 内, 平台同样不受市场乘运供应能力上限 $\tilde{S}$ 的约束, 而在平台服务时间 $(\tilde{t}^*, T]$ 内, 平台乘运供应率为市场乘运供应能力的上限 $\tilde{S}$, 乘车需求率包含两部分, 一部分为 t 时刻新加入的乘车订单需求 $sr\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + sr\gamma q/(\beta + sr)$, 另一部分为由乘运供应能力有限造成的延误订单需求 $\int_{\tilde{t}^*}^t (sr\alpha e^{-at}/(\beta + sr) + sr\gamma q/(\beta + sr) - \tilde{S})dt$, 所以平台乘运供应率和乘车需求率为

$$S_u^*(t) = \begin{cases} \frac{sr\alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{sr\gamma q}{\beta + sr}, & t \in [0, \tilde{t}^*]; \\ \tilde{S}, & t \in (\tilde{t}^*, T]. \end{cases} \quad (33)$$

$$D_u^*(t) = \begin{cases} \frac{sr\alpha}{\beta + sr} \cdot e^{-at} + \frac{sr\gamma q}{\beta + sr}, & t \in [0, \tilde{t}^*]; \\ \frac{sr\alpha e^{-at}}{(\beta + sr)} + \frac{sr\gamma q}{(\beta + sr)} + \int_{\tilde{t}^*}^t \left(\frac{sr\alpha e^{-at}}{(\beta + sr)} + \frac{sr\gamma q}{(\beta + sr)} - \tilde{S} \right) dt, & t \in (\tilde{t}^*, T]. \end{cases} \quad (34)$$

推论得证. $\square$

由推论4可知: 在平台服务时间 $[0, T]$ 内, 当市场乘车需求激增时, 考虑乘运供应能力有限, 平台乘运供应率 $S_u^*(t)$ 在最优动态价格的影响下, 首先会随着时间的推移单调递增, 然后, 当平台乘运供应率达到

市场最大乘运供应能力 $\tilde{S}$ 时,平台将维持 $\tilde{S}$ 来满足市场乘车需求,从而最小化乘车需求订单的延误。

2.3 市场乘车需求不变时平台最优定价策略

市场乘车需求不变介于乘车需求高峰与乘车需求低谷之间,如在一定区域内,需要打车的乘客与网约车兼职社会司机基本相等。因而,在平台服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求不变(即 $a = 0$)时,可视为2.1或2.2小节的特殊情形,网约车平台将维持0时刻的供需平衡,并没有机会损失成本或订单延误成本,此时 $v(t) = u(t) = 0$ 。

定理4 在平台服务时间 $[0, T]$ 内,当市场乘车需求不变时:平台最优价格为 $\alpha/(sr + \beta) + \gamma q/(sr + \beta)$;平台乘运供应率为 $sr\alpha/(sr + \beta) + sr\gamma q/(sr + \beta)$;乘车需求率为 $sr\alpha/(sr + \beta) + sr\gamma q/(sr + \beta)$ 。

证明 根据平台乘运供应率 $S(P, t)$ 和乘车需求率 $D(P, t)$,由 $D(P(0), 0) = S(P(0), 0)$ 可得 $P(0) = \frac{\alpha + \gamma q}{sr + \beta}$,即等式(8),当市场乘车需求不变时,平台将维持0时刻的供需平衡,否则将会出现 $v(t) \neq 0$ 或 $u(t) \neq 0$,所以 $P_b^*(t) = P(0)$,即

$$P_b^* = \frac{\alpha}{\beta + sr} + \frac{\gamma q}{\beta + sr}. \quad (35)$$

将等式(35)分别代入平台乘运供应率 $S(P, t)$ 和乘车需求率 $D(P, t)$ 中,有

$$S_b^* = \frac{sr\alpha}{\beta + sr} + \frac{sr\gamma q}{\beta + sr}, \quad (36)$$

$$D_b^* = \frac{sr\alpha}{\beta + sr} + \frac{sr\gamma q}{\beta + sr}. \quad (37)$$

定理得证。□

由定理4可知:在 $a = 0$ 的情况下,市场乘车需求不随时间动态变化,网约车平台的最优价格为常数,平台将维持一定数量的兼职社会司机来提供乘运供应能力,并保持与市场乘车需求订单的平衡,以此来维持平台的平稳运营。

3 数值分析

本节将采用数值计算方法对模型进行仿真,验证市场乘车需求波动下的网约车平台服务动态定价模型的有效性,同时分析市场乘车需求变化系数 a 和平台服务质量 q 对最优动态价格与平台期望收益的影响,根据滴滴出行在实际运作中的数据,主要参数设定如下: $T = 40$, $\alpha = 10^5$, $\tilde{S} = 1.5 \times 10^5$, $\beta = 10^3$, $\gamma = 600$, $s = 2 \times 10^3$, $r = 0.6$, $\eta = 7 \times 10^{-4}$, $q = 100$, $c = h = 0.1$ 。令 a 分别为0.08、-0.03、0以表示市场乘车需求衰减、市场乘车需求激增和市场乘车需求不变的情况。

在市场乘车需求衰减(即 $a > 0$)的情况下,网约车平台最优价格随时间的变化轨迹如图2(a)所示,随着时间的推移,最优价格 $P_v^*(t)$ 是先减小后增大的凸函数。如图2(b)所示,平台乘运供应率随着时间而降低,这表明最优价格动态影响平台乘运供应率,避免了过多兼职社会司机加入平台,减少了平台乘运供应能力的过剩,这与推论1的描述是一致的。另外,从图2(b)中的阴影部分可以看出,平台仍有未利用的乘运供应能力(即 $v(t) > 0$),满足推论2中的参数约束。如图2(c)所示,平台收益率随着时间增大而减小。另外,从图2(a)和图2(c)中还可以看出,在平台服务时间后期,价格的提高并不能弥补乘车需求衰减对收益的影响。

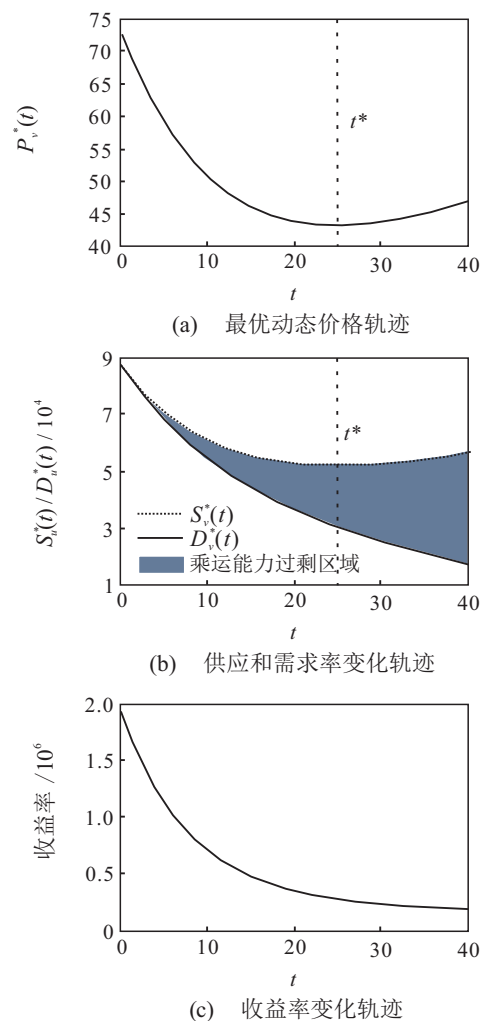


图2 平台最优价格、供应和需求率及收益率变化轨迹($a > 0$)

在市场乘车需求激增(即 $a < 0$)的情况下,网约车平台最优价格随时间的变化轨迹如图3(a)所示,在服务时间 $[0, \tilde{t}^*)$ 内,最优价格随着时间单调递增,而在 $[\tilde{t}^*, T]$ 内,最优价格不随时间变化,这与定理3的描述是一致的。从图3(b)和图3(c)中可知,当平台所需乘运供应能力未达到市场乘运能力上限时,在最优价格

的动态调节下,平台乘运供应率 and 需求率保持平衡,且平台收益率随着时间增大而增大,而当平台所需乘运供应能力达到市场乘运能力上限时,平台乘运供应率将不再随时间变化,此时由于市场需求激增是不可控的,平台需求率将持续上升,正如推论4所述.从图3(b)中阴影部分可以看出,平台将面临乘车需求订单的延误服务,且由于考虑订单延误成本的存在,平台收益率略有下降趋势.

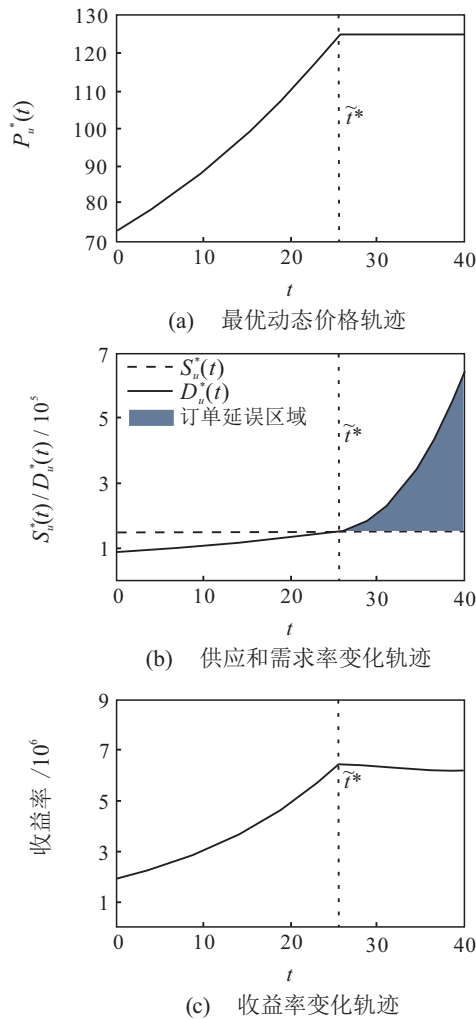


图3 平台最优价格、供应和需求率及收益率变化轨迹($a < 0$)

为了进一步探讨平台服务质量 q 以及市场乘车需求变化系数 a 对最优价格以及平台期望收益的影响,以市场乘车需求衰减的情况为例,如图4(a)所示,平台最优价格 $P_v^*(t)$ 随着服务质量 q 的提高而增大,这与实际是一致的,当平台投入更多的服务成本时,相应地会提高服务价格.如图4(b)所示,平台最优价格 $P_v^*(t)$ 随着市场乘车需求变化系数 a 的增大而减小,即市场乘车需求衰减程度越大价格越低.另外,平台期望收益会随着市场乘车需求变化系数 a 和服务质量 q 的变化而变化,如图4(c)所示,平台期望收益随着市场乘车需求的衰减而减少(即 a 越大 $\pi(P_v^*(t), t)$

相应越小),而平台期望收益随着服务质量的提高呈现出先增大后减少的轨迹,这表明平台应提供合适的服务质量才能实现自身收益的最大化.

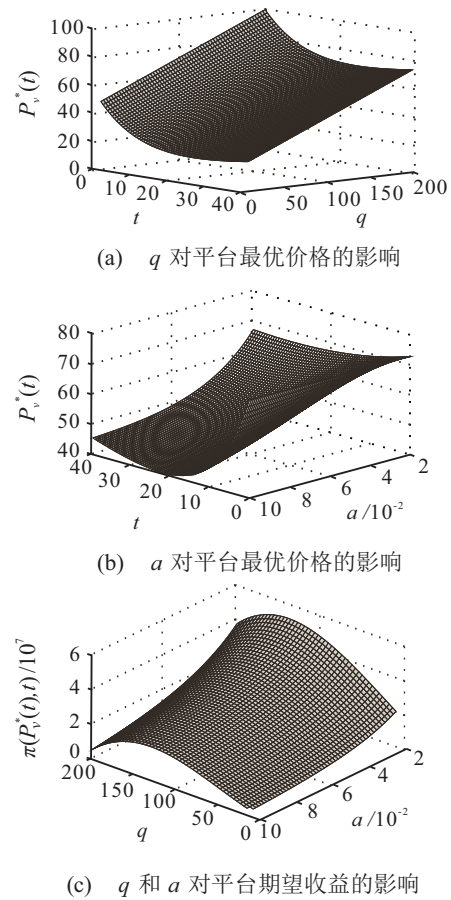


图4 服务质量 q 和市场乘车需求变化系数 a 对平台最优价格和期望收益的影响

4 结 论

本文基于网约车平台乘车需求在线随机波动变化的特点,考虑乘运供应能力的不确定性,针对乘车需求波动导致不同供需状态下网约车平台定价问题,运用最优控制论建立网约车平台服务动态定价模型,并基于庞特里亚金极大值原理及模型推导出网约车平台期望收益最大化的最优动态价格以及乘运供应率和乘车需求率的变化轨迹.研究表明:1)在平台面对市场乘车需求波动的情况下,最优动态价格随着时间的推移而发生不同的变化,如:市场乘车需求衰减时,平台最优价格随着时间推移先减小后增大;市场乘车需求激增时,在考虑市场乘运供应能力无限大时,平台最优价格为时间的增函数,在考虑市场乘运供应能力有限时,平台最优价格随着时间推移先增大后不变;市场乘车需求不变时,平台最优价格不随时间变化.2)平台最优价格动态影响乘运供应能力,在市场乘车需求衰减时,避免了过多的兼职社会司机加入平台,从而减少平台的过剩乘运供应能力;在市

场乘车需求激增时,最大程度激励兼职社会司机参与平台服务,从而减少乘车需求订单延误. 3)平台服务质量和乘车需求变化系数对最优价格和期望收益产生影响,最优价格随着平台服务质量的提高而增大,而平台期望收益随着服务质量的提高先增大后减小,平台最优价格和期望收益均随着市场乘车需求变化系数的增大而减小.

本文假设市场上只有一个网约车平台,而实际的网约车服务市场存在多平台竞争,进一步的研究可以考虑多个网约车平台竞争的情况. 另外,在本研究的基础上可以进一步探讨考虑乘客取消乘车订单的情况以及兼职社会司机的损失规避行为.

参考文献(References)

- [1] Ma H, Fang F, Parkes D C. Spatio-temporal pricing for ridesharing platforms[R]. Ithaca: Cornell University, 2018: 1-64.
- [2] Uber. 10 billion trips[EB/OL]. (2018-07-24)[2019-06-20]. <https://www.uber.com/newsroom/10-billion>.
- [3] Huston C. Ride-hailing industry expected to grow eightfold to 285 billion by 2030[EB/OL]. (2017-05-27)[2019-06-10]. <http://www.marketwatch.com/story/ride-hailing-industry-expected-to-grow-eight-fold-to-285-billion-by-2030-2017-05-24>.
- [4] Lu L H, Zhang J X, Tang W S. Optimal dynamic pricing and replenishment policy for perishable items with inventory-level-dependent demand[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(6): 1480-1494.
- [5] Lin F. Dynamic pricing, quality investment, and replenishment model for perishable items[J]. International Transactions in Operational Research, 2019, 26(4): 1558-1575.
- [6] Herbon A, Khmelnitsky E. Optimal dynamic pricing and ordering of a perishable product under additive effects of price and time on demand[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 260(2): 546-556.
- [7] Chen J, Dong M, Rong Y, et al. Dynamic pricing for deteriorating products with menu cost[J]. Omega, 2018, 75(3): 13-26.
- [8] Sato K. Price trends and dynamic pricing in perishable product market consisting of superior and inferior firms[J]. European Journal of Operational Research, 2019, 274(1): 214-226.
- [9] Ajorlou A, Jadbabaie A, Kakhbod A. Dynamic pricing in social networks: The word-of-mouth effect[J]. Management Science, 2018, 64(2): 971-979.
- [10] 李豪, 彭庆, 谭美容. 面向乘客策略行为的航空公司舱位控制与动态定价模型[J]. 控制与决策, 2018, 33(7): 1295-1302.
(Li H, Peng Q, Tan M R. Optimal seat inventory control and dynamic pricing for airline with strategic passengers[J]. Control and Decision, 2018, 33(7): 1295-1302.)
- [11] Cachon G P, Daniels K M, Lobel R. The role of surge pricing on a service platform with self-scheduling capacity[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2017, 19(3): 368-384.
- [12] Guda H, Subramanian U. Your Uber is arriving: Managing on-demand workers through surge pricing, forecast communication, and worker incentives[J]. Management Science, 2019, 65(5): 1949-2443.
- [13] Zha L T, Yin Y F, Du Y C. Surge pricing and labor supply in the ride-sourcing market[J]. Transportation Research Procedia, 2017, 23: 2-21.
- [14] Yan C W, Zhu H, Korolko N. Dynamic pricing and matching in ride-hailing platforms[J]. Naval Research Logistics, 2019: 1-20.
- [15] Bimpikis K, Candogan O, Saban D. Spatial pricing in ride-sharing networks[J]. Operations Research, 2019, 67(3): 744-769.
- [16] Bai J R, So K C, Tang C S, et al. Coordinating supply and demand on an on-demand service platform with impatient customers[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2019, 21(3): 556-570.
- [17] Hu M, Zhou Y. Price, wage and fixed commission in on-demand matching[R]. Toronto: University of Toronto, 2019: 1-43.
- [18] Taylor T A. On-demand service platforms[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2018, 20(4): 704-720.
- [19] Liu W H, Yan X Y, Wei W Y, et al. Pricing decisions for service platform with provider's threshold participating quantity, value-added service and matching ability[J]. Transportation Research, Part E: Logistics and Transportation Review, 2019, 122: 410-432.
- [20] 林志炳, 张岐山. 零售商的动态定价和服务模型分析[J]. 中国管理科学, 2011, 19(6): 73-78.
(Lin Z B, Zhang Q S. The analysis of dynamic pricing and service model of retailer[J]. Chinese Journal of Management Science, 2011, 19(6): 73-78.)
- [21] Desiraju R, Moorthy S. Managing a distribution channel under asymmetric information with performance requirements[J]. Management Science, 1997, 43(12): 1628-1644.
- [22] Jorgensen S, Kort P M. Optimal pricing and inventory policies: Centralized and decentralized decision making[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 138(3): 578-600.

作者简介

孙中苗(1993—), 男, 博士生, 从事供应链管理的研究, E-mail: 2805894616@qq.com;

徐琪(1963—), 女, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、电子商务、运营管理等研究, E-mail: xuqi@dhu.edu.cn.

(责任编辑: 闫妍)