

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题

李二超, 周扬

引用本文:

李二超, 周扬. 基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题[J]. *控制与决策*, 2021, 36(7): 1569–1580.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1320>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题

State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1181–1190 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1233>

### 基于分解的多目标多因子进化算法

A multiobjective multifactorial evolutionary algorithm based on decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 637–644 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0525>

### 基于向量角分解的高维多目标进化算法

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

### 基于知识粒度特征的多目标粗糙集属性约简算法

Multi objective rough set attribute reduction algorithm based on characteristics of knowledge granularity

*控制与决策*. 2021, 36(1): 196–205 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0490>

### 基于树形结构无界存档的多目标粒子群算法

Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on tree-structured unbounded archive

*控制与决策*. 2020, 35(11): 2675–2686 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0276>

# 基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题

李二超<sup>†</sup>, 周 扬

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 兰州 730050)

**摘 要:** 实际生活中存在很多动态多目标优化问题, 一旦环境发生变化, 就要求进化算法能快速地跟踪优化问题随时间移动的 Pareto 前沿或 Pareto 解集. 对此, 提出一种基于分类的多策略预测方法 (CMSP). 首先, 利用优化得到的近似最优解来检测 Pareto 解集 (PS) 的变化类型: 不变、平移和其他. 然后, 针对不同的变化类型, 采取不同的应对策略: 若为不变, 则保留精英个体, 并保证多样性; 若为平移, 则对最优解集的中心点建立时间序列, 通过预测梯度策略更新种群, 将预测的个体与从旧种群中保留下来的个体进行比较, 以保证预测的准确性; 若为其他, 则对多个特殊点建立时间序列以预测新环境中个体的位置. 最后, 引入种群保留策略和记忆恢复策略, 有利于更充分地利用历史信息. 实验结果表明, CMSP 可以很好地进行动态多目标优化.

**关键词:** 动态多目标优化; 进化算法; PS 变化类型; 预测

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1320

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 李二超, 周扬. 基于分类的多策略预测方法求解动态多目标优化问题[J]. 控制与决策, 2021, 36(7): 1569-1580.

## Classification-based multi-strategy prediction method for dynamic multi-objective optimization problems

LI Er-chao<sup>†</sup>, ZHOU Yang

(College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** There are many dynamic multi-objective optimization problems in real life. Once the environment changes, evolutionary algorithms are required to quickly track the moving Pareto front or Pareto set of optimization problems over time. We propose a classification-based multi-strategy prediction method (CMSP). Firstly, the approximate optimal solution obtained by optimization is used to detect the type of the Pareto set (PS) change: invariance, translation and others. Then, different coping strategies are adopted for different types of change: If type is invariance, the elite individual is retained and diversity is ensured; If it is translation, a time series is established for the center point of the optimal solution set, and the population is updated using the predictive gradient strategy, the predicted individuals are compared with the individuals retained from the old population to ensure the accuracy of the prediction; If it belongs to other situation, several time series are established for multiple special points to predict the location of individuals in the new environment. Finally, a population preservation strategy and a memory retrieval strategy are introduced, which is beneficial to more fully utilizing historical information. The experimental results show that the CMSP can perform dynamic multi-objective optimization well.

**Keywords:** dynamic multi-objective optimization; evolutionary algorithm; types of PS change; prediction

## 0 引言

实际生活中, 如动态调度<sup>[1-4]</sup>、资源分配<sup>[5-7]</sup>、无线网络设计<sup>[8]</sup>和约束优化<sup>[9]</sup>等问题, 需要优化多个竞争目标并考虑其动态特性, 这些问题称为动态多目标优化问题 (dynamic multi-objective optimization

problems, DMOPs). 在解决 DMOPs 时, 不仅要演化一个最优的 Pareto 前沿 (Pareto front, PF), 而且要连续快速地找到这样一个最优的 PF. 因此, 进化算法 (evolutionary algorithms, EAs) 在解决 DMOPs 时主要面临两大挑战: 一是静态特性, 即相互冲突制约的多

收稿日期: 2019-09-19; 修回日期: 2020-01-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61763026).

责任编辑: 巩敦卫.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: lecstarr@163.com.

个目标;二是动态特性,是由目标函数、约束和/或参数的变化造成的<sup>[10-11]</sup>.

目前,应对环境变化的方法主要有两类<sup>[12]</sup>:第1类,将每个变化视为必须重新解决的新优化问题;第2类,将先前的搜索知识进行重用.但是,考虑到动态特性以及时间成本,第1类方法并非总是适用的<sup>[13]</sup>;在使用第2类方法时,要求算法具有一定的适应性,因为在优化过程中,追求收敛性的同时会导致多样性的丧失.为此,人们提出了一些额外的机制来保持种群的多样性.多样性可以在整个运行过程中得到保持<sup>[14-15]</sup>,也可以在检测到环境变化时,通过重新初始化或超突变<sup>[16-17]</sup>等显式操作来增加.动态多目标优化进化算法(dynamic multi-objective optimization evolutionary algorithms, DMOEAs)在处理DMOPs时,应具有快速收敛和维护多样性的能力,因此,提高DMOEAs性能的方法主要分为基于多样性的方法和基于收敛的方法.基于收敛的方法很有前景.当环境的变化具有周期性时,当前的环境很有可能在之前就出现过,因此,在后续进化过程中,很有必要对历史最优解加以利用,于是,记忆技术<sup>[11,13,18]</sup>得以运用.Nguyen等<sup>[11]</sup>指出,记忆技术的优点之一是可以较好地应对周期性变化,但是,这也是它的一个缺点,若先前的环境不再出现时,除非与其他多样性维护策略相结合,否则无法很好地保证种群的多样性,效果可能较差.预测技术通过预测模型对历史信息进行处理,期望在新环境中生成甚至覆盖真实Pareto解集(Pareto set, PS)的初始种群,提高快速响应环境的能力.Hatzakis等<sup>[19]</sup>提出了一种前馈预测策略(feed-forward prediction strategy, FPS),它记录了PF上边界点的历史信息,通过自回归模型来预测新环境中个体的位置,期望实现快速收敛.然而,仅通过孤立的点来预测整个PF不太现实.Zhou等<sup>[20]</sup>提出了种群预测策略(population prediction strategy, PPS),它利用中心点和流形的信息预测整个种群,而不是预测一些孤立的点,所以具有更少的时间和空间复杂度.但是,由于中心点的准确预测需要经验的积累,导致PPS在前期经验积累不足时效果稍差.Li等<sup>[21]</sup>提出了基于特殊点的预测策略(predictive strategy based on special points, SPSS),该策略通过前馈中心点直接预测非支配解集,同时引入了基于特殊点的预测机制,有利于加速种群收敛,可以更好地跟踪PF.但是,同样需要经验的积累,前期效果稍差.Guo等<sup>[22]</sup>提出了一种基于集成预测的动态鲁棒多目标

优化方法,用于寻找在当前以及随后变化的环境中性能都可以接受的随时间变化的鲁棒最优解,但是没有考虑PS的变化情况.Li等<sup>[23]</sup>提出了一种针对PS动态平移问题的预测模型(average distance linear model, ADLM),但是,不适用于解决具有其他未知PS变化类型的DMOPs.最近,针对具有不止一种未知PS变化类型的连续DMOPs, Rong等<sup>[24]</sup>提出了一种在进化算法框架下实现的多模型预测方法(multi-model prediction, MMP),其中将PS的变化类型定义为平移、旋转、复合移动以及其他类型,当环境变化时,首先确定PS的变化类型,然后选择对应的预测模型为后续进化提供初始种群.然而,在MMP中定义的4种PS变化类型中,旋转的检测准则稍显粗略,并且平移的情况很容易陷入复合移动的检测中,这不利于有针对性地预测PS的新位置.鉴于此,本文提出一种基于分类的多策略预测方法(classification-based multi-strategy prediction, CMSP),将PS的变化类型简单地分为不变、平移和其他.CMSP针对PS的变化类型,自适应地选择相应的应对策略,希望尽可能地在节约计算成本和准确跟踪变化之间取得一种平衡,以提高EAs在处理DMOPs时的性能.同时,可能有一些历史最优与当前最优具有相似性,因此,为了充分利用已搜索的历史信息,本文引入了种群保留策略和记忆恢复策略.实验结果表明了CMSP的有效性.

## 1 问题描述

考虑最小化问题时,DMOPs定义为

$$\begin{cases} \min y = F(x, t) = (f_1(x, t), f_2(x, t), \dots, f_M(x, t)). \\ \text{s.t. } g_j(x, t) \leq 0, j = 1, 2, \dots, J; \\ h_k(x, t) = 0, k = 1, 2, \dots, K. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x$ 为决策变量; $f$ 是 $t$ 时刻 $x$ 的目标函数值; $g$ 和 $h$ 的函数分别表示不等式和等式约束集; $t$ 表示问题的时间或动态性质; $M$ 表示要最小化的目标个数.

**定义1 (Pareto 支配)** 设 $p$ 和 $q$ 是种群中的任意两个个体,若 $p$ 支配 $q$ ,则记作 $p \prec q$ ,当且仅当: $\forall i = 1, 2, \dots, m, f_i(p) \leq f_i(q) \wedge \exists j \in \{1, 2, \dots, m\}, f_j(p) < f_j(q)$ .

**定义2 (动态Pareto最优解)** 一个决策向量 $x^*(i, t)$ 被称为Pareto最优解,若没有其他可行决策向量 $x(j, t)$ 如下:

$$f(j, t) \prec f(i, t)^* \setminus f(j, t) \in F^M.$$

**定义3 (动态Pareto最优前沿)**  $t$ 时刻的最优PF

表示为  $PF(t)^*$ , 即

$$PF(t)^* = \{f(i, t)^* | \neg \exists f(j, t) \prec f(i, t)^*, f(j, t) \in F^M\}.$$

定义4 (动态 Pareto 最优解集)  $t$  时刻的最优 PS, 记作  $PS(t)^*$ , 即

$$PS(t)^* = \{x_i^* | \neg \exists f(x_j, t) \prec f(x_i^*, t)^*, f(x_j, t) \in F^M\}.$$

Farina 等<sup>[25]</sup> 根据最优 PF 和最优 PS 随时间变化的情况, 将 DMOPs 分为 4 类:

- 1) 类型 I, 其中  $PS^*$  变化, 而  $PF^*$  保持不变;
- 2) 类型 II, 其中  $PS^*$  和  $PF^*$  都发生了变化;
- 3) 类型 III,  $PS^*$  不发生变化, 而  $PF^*$  发生变化;
- 4) 类型 IV,  $PS^*$  和  $PF^*$  都不随时间发生变化.

## 2 提出的方法

本节首先定义 PS 的变化类型, 然后介绍检测 PS 变化类型的方法, 最后概述应对策略.

### 2.1 PS 变化的类型

PS 的变化可分为 3 类, 分别是平移<sup>[24]</sup>、不变和其他. 在 PS 不变的情况下, 不需要浪费资源进行预测, 应致力于维护种群的多样性; 在平移的情况下, 理论上相对容易建立预测模型, 所以投入的计算资源可以相应地减少; 而在 PS 的变化属于其他类型时, 即 PS 在位置上旋转、复合移动以及更复杂的移动形式<sup>[24]</sup>, 或在形状上有各种形式的改变<sup>[26]</sup>, 此时难以建立预测模型, 且预测的准确性会大大降低, 因此, 应投入较多的计算资源进行预测.

将真实 PS 表示为  $ps$ , 则 PS 变化类型定义如下.

定义5 (平移) 如果 DMOP 在  $t$  时刻的真实 PS (即  $ps^t$ ) 可由它在前一时刻的真实 PS ( $ps^{t-1}$ ) 平移得到, 则称 PS 在  $t-1$  时刻的变化类型为平移.

定义6 (不变) 如果 DMOP 在  $t$  时刻的真实 PS (即  $ps^t$ ) 与它在前一时刻的真实 PS (即  $ps^{t-1}$ ) 相同, 则称 PS 在  $t-1$  时刻的变化类型为不变.

定义7 (其他) 如果 PS 的变化类型不属于前面两种情况, 则称在  $t-1$  时刻的 PS 变化类型为其他.

### 2.2 PS 变化类型的检测

将 DMOPs 的 PS 变化类型进行分类, 可以有针对性地给优化器提供相应的策略, 以期在不失预测有效性的前提下尽可能地减少计算资源. 本文引用文献<sup>[24]</sup>的技术, 选择外部个体和 PS 的中心点作为检测器来检测 PS 的变化类型. 若  $t$  时刻的近似 PS 表示为  $PS_A^t$ , 其大小为  $|PS_A^t|$ , 则可将  $PS_A^t$  分为两部分, 即

$$PS_A^t \cong \bar{x}^t + \tilde{C}^t. \quad (2)$$

其中: PS 的中心点  $\bar{x}^t$  可如下计算:

$$\bar{x}^t = \frac{1}{|PS_A^t|} \sum_{x^t \in PS_A^t} x^t; \quad (3)$$

每个个体  $x^t \in PS_A^t$  和流形  $\tilde{C}^t$  的计算如下:

$$x^t = \bar{x}^t + \tilde{x}^t, \quad (4)$$

$$\tilde{C}^t = \{\tilde{x}^t\}. \quad (5)$$

外部个体为

$$r_i^t = \arg \min_{x_j^t \in PS_A^t} f_i(x_j^t). \quad (6)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  是目标数量. 将  $M$  个外部个体与中心点  $\bar{x}^t$  结合作为检测器  $D^t$ , 即

$$D^t = [r_1^t, r_2^t, \dots, r_M^t, \bar{x}^t]^T. \quad (7)$$

$\Delta D^t = D^t - D^{t-1}$  为 PS 变化类型的检测依据, 有

$$\Delta D^t = [\Delta d_1^t, \Delta d_2^t, \dots, \Delta d_M^t, \Delta d_{M+1}^t]^T. \quad (8)$$

以平移为例,  $A(t) = (a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t))$  是随时间  $t$  变化的  $n$  维向量, 则对于问题的任何一个 Pareto 最优解  $X_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{in}^t) \in ps^t$ , 必定存在一个对应的 Pareto 最优解  $X_i^{t+1} = (x_{i1}^{t+1}, x_{i2}^{t+1}, \dots, x_{in}^{t+1}) \in ps^{t+1}$  满足条件

$$\{x_{i1}^{t+1} = x_{i1}^t + a_1(t), \dots, x_{in}^{t+1} = x_{in}^t + a_n(t)\}. \quad (9)$$

由式(9)可以看出, 若 PS 平移, 则矩阵  $\Delta D^t$  中的元素应该都相等且不为零. 但是, 只进行有限代的进化后得到的最优值通常与真实最优值之间存在偏差, 显然, 要满足  $\Delta D^t$  中元素都相等的条件太过苛刻, 不妨放松条件, 采用 Wilcoxon 符号秩检验<sup>[21]</sup>的方法检测  $\Delta D^t$  中每对元素之间是否存在显著差异, 若无显著差异, 则认为元素相等. 因此, 若检测到  $\Delta D^t$  中无零元素, 且每对元素之间无显著差异, 则判定 PS 平移. 若 PS 不变, 则考虑到  $\Delta D^t$  中所有元素均为零的条件太过苛刻, 不妨放松条件, 若检测到  $\Delta D^t$  中至少有一个零元素, 且每对元素之间无显著差异, 则判定 PS 不变. PS 变化类型的判定准则如下:

1) 平移: 若  $\Delta D^t$  中无零元素, 并且每对元素之间无显著差异, 则判定该 DMOP 的 PS 变化类型为平移;

2) 不变: 若  $\Delta D^t$  中有零元素, 并且每对元素之间无显著差异, 则判定该 DMOP 的 PS 变化类型为不变;

3) 其他: 若不满足上述两种情况, 则判定该 DMOP 的 PS 变化类型为其他.

本文采用预测梯度策略<sup>[27]</sup>, 只需利用前面 3 个环境的信息便可预测下一个新环境的个体, 而 PS 变化类型的判断也只需两个环境变化的信息即可. 因此,

只需要在前面3个环境的进化中投入较多的资源,便可以较好地判断DMOP的PS变化类型,从而可以更好地预测新环境中个体的位置.

### 2.3 应对策略

本文将DMOPs的PS变化类型分为3种,相应地有3种应对策略.当PS平移时,仅利用中心点的历史信息对种群进行预测.当PS的变化为其他类型时,为了反映更多的PS变化信息,利用特殊点<sup>[21]</sup>建立多个时间序列,以期更好地跟踪PS的变化.显然,当PS不变化时,无需预测新环境中个体的位置,应该在注重收敛的同时保证种群的多样性.特别地,为了提供尽可能多样化的解,本文使用规范拉丁超立方抽样(LHS)<sup>[28]</sup>的方法从决策空间中均匀地抽取一些随机解.PS不变时的应对策略如算法1所示.

**算法1** PS不变时应对策略.

输入: 前一时刻的非支配种群  $P$ , 更新的种群大小  $N_{\text{upd}}$ , 当前时刻  $t$ ;

输出: 更新的种群  $P_{\text{upd}}$ .

step 1: 对前一时刻的非支配个体重新评价

$$P' \leftarrow \text{evaluate}(P, t);$$

step 2: 选择非支配个体

$$\text{Non\_pop} \leftarrow \text{NonDominatedSelection}(P');$$

step 3: if  $|\text{Non\_pop}| < N_{\text{upd}}$ ,

step 4: 采用LHS产生  $N_{\text{upd}} - |\text{Non\_pop}|$  个体  $P_{\text{LHS}}$ ;

step 5:  $P_{\text{upd}} \leftarrow \text{Non\_pop} + P_{\text{LHS}}$ ;

step 6: else if  $|\text{Non\_pop}| > N_{\text{upd}}$ ;

step 7: 从  $\text{Non\_pop}$  中选择  $N_{\text{upd}}$  个个体,

$$P_{\text{upd}} \leftarrow \text{Selction}(\text{Non\_pop});$$

step 8: else

step 9:  $P_{\text{upd}} \leftarrow \text{Non\_pop}$ ;

step 10 end

step 11: 返回  $P_{\text{upd}}$ .

当PS平移时,有很强的规律性,将中心点  $\{\dots, \bar{x}^{t-2}, \bar{x}^{t-1}, \bar{x}^t\}$  组成时间序列,该序列反映了PS的变化规律.正如文献[27]中所提到的,假设当前的ps变化与之前的ps变化相似,则可以使用前一时刻获得的梯度值和中心点变化的历史,以加权平均的方式计算新的预测梯度,即

$$\mathbf{g}_t = \frac{2}{(\mu_{\text{win}} + 1)(\mu_{\text{win}} + 2)} \left( (\mu_{\text{win}} + 1)\mathbf{g}_t - 1 + \sum_{j=0}^{\mu_{\text{win}}-1} (\mu_{\text{win}} - j)(\bar{x}^{t-j} - \bar{x}^{t-j-1}) \right), \quad (10)$$

其中  $\mu_{\text{win}}$  决定了过去变化被使用的数量.为了在检测到PS的变化类型之后尽快地使用预测策略,在此取  $\mu_{\text{win}} = 2$ , 则式(10)可简化为

$$\mathbf{g}_t = \frac{1}{2}\mathbf{g}_{t-1} + \frac{1}{3}(\bar{x}^t - \bar{x}^{t-1}) + \frac{1}{6}(\bar{x}^{t-1} - \bar{x}^{t-2}). \quad (11)$$

PS平移时的应对策略见算法2.

**算法2** PS平移时应对策略.

输入: 旧种群  $P$ , 从旧种群中选择保留的个体  $Q$ , 前一时刻的预测梯度  $\mathbf{g}_{t-1}$ , 中心点  $\bar{x}$ ,  $\text{flag} = 0$ ;

输出: 更新的预测梯度  $\mathbf{g}_t$ , 更新的种群  $P_{\text{upd}}$ .

step 1: 随机从  $P$  中选择  $N_{\text{upd}}$  个个体  $P_{\text{archive}}$ .

step 2: 利用式(11)更新预测梯度  $\mathbf{g}_t$ .

step 3: 对  $P_{\text{archive}}$  中每个个体  $\text{Ind}_i$ :

$$\textcircled{1} \text{Ind}_i = \text{Ind}_i + \mathbf{g}_t;$$

$\textcircled{2}$  评价个体并将其添入  $P_{\text{upd}}$ ;

$\textcircled{3}$  随机从  $Q$  中选择一个个体  $q_{\text{rand}}$ ;

$\textcircled{4}$  如果  $q_{\text{rand}} \prec \text{Ind}_i$ , 则  $\text{flag} = \text{flag} + 1$

step 4: if  $\text{flag} \geq N_{\text{upd}}/2$ ,

step 5: 令  $\mathbf{g}_t = -\mathbf{g}_t$ .

step 6:  $\text{Ind}_i = \text{Ind}_i + \mathbf{g}_t$ .

step 7: 评价个体并将其添入  $P_{\text{upd}}$ .

step 8: end

step 9: 返回  $\mathbf{g}_t$  和  $P_{\text{upd}}$ .

当检测到环境发生变化时,从旧种群中随机选取  $N_{\text{upd}}$  个个体,使用预测梯度策略进行更新.为了更好地应对ps变化方向突然逆转的情况,本文将预测的个体与保留下来的个体进行比较.如果至少有一半的预测个体劣于保留个体,则认为ps变化方向发生了突然逆转,于是使预测梯度的方向取反,重新更新预测个体.

若判定PS变化类型为其他,则可考虑PF上的一些特殊点,如边界点和拐点<sup>[21]</sup>,以便反映PS变化的更多信息.本策略分别利用中心点、边界点和拐点预测梯度来更新个体,然后将这些更新的个体合并到一个种群中,最后基于非支配排序和拥挤度<sup>[29]</sup>选择  $N_{\text{upd}}$  个个体作为新环境中的初始种群.

CMSP的描述见算法3.

**算法3** CMSP算法伪代码.

输入: 动态多目标优化问题  $F(x, t)$ ;

输出:  $F(x, t)$  的最优解集  $\text{Pop}_t$ .

step 1: 判定PS变化类型  $\text{type}$ .

step 2: 检测环境是否变化,如果没变化,则转至 step 8; 否则,转至 step 3.

step 3: 利用式(3)计算中心点.

step 4: 根据 type 采用相应的应对策略生成新种群  $P_{\text{upd}}$ , 其大小为  $N_{\text{upd}}$ .

step 5: 使用种群保留策略生成种群  $P_{\text{retain}}$ , 其大小为  $N_{\text{retain}}$ .

step 6: 使用算法 4 中的记忆策略生成种群  $P_{\text{retrieve}}$ , 其大小为  $N_{\text{retrieve}}$ .

step 7: 得到新环境下初始种群  $\text{Pop}_{t+1} = P_{\text{upd}} + P_{\text{retain}} + P_{\text{retrieve}}$ .

step 8: 使用静态优化算法对种群进行优化, 得到最优解集  $\text{Pop}_t$ .

算法 3 中的 step 4 根据 PS 的变化类型采取应对策略: 若 type 为不变, 则根据算法 1 更新个体; 若 type 为平移, 则根据算法 2 更新个体; 若 type 为其他, 则利用中心点、边界点和拐点的历史信息分别更新个体, 最后根据非支配排序和拥挤度<sup>[29]</sup> 从中选择个体. step 5 基于非支配排序和拥挤度从前一个环境获得的种群中保留优秀的个体, 这些个体可以用来与预测个体进行优劣比较, 从而判断 ps 的变化方向是否发生突然逆转, 以便更好地预测新种群. step 6 中的记忆策略使用了文献 [27] 的方法, 将种群的中心点和方差作为记忆项, 并将其存入记忆档案  $P_{\text{memory}}$  中. 记忆策略如算法 4 所示. 其中中心点的计算见式 (3), 方差计算如下:

$$\hat{x}^t = \frac{1}{|\text{PS}_A^t|} \sum_{x^t \in \text{PS}_A^t} (x^t - \bar{x}^t)^2. \quad (12)$$

#### 算法 4 记忆策略.

输入: 记忆档案  $P_{\text{memory}}$ , 要恢复的记忆项数  $R_{\text{to\_retrieve}}$ , 为每项记忆生成的子代数  $R_{\text{offspring}}$ ;

输出: 恢复的解集  $S$ .

step 1: 令  $S := \emptyset$ .

step 2: 从  $P_{\text{memory}}$  中选择  $R_{\text{to\_retrieve}}$  个解  $P_{\text{to\_retrieve}}$ .

step 3: 对  $P_{\text{to\_retrieve}}$  中每个恢复项  $m_i = \{\bar{x}^i, \hat{x}^i\}$ :

① 采用正态变异  $x = N(\bar{x}^i, \hat{x}^i)$  生成  $R_{\text{offspring}}$  个新解;

② 评价这些新解并添加到  $S$  中.

step 4: 返回  $S := S + P_{\text{to\_retrieve}}$ .

在 step 2 中, 将  $P_{\text{memory}}$  中存储的所有中心点重新评价, 然后, 根据非支配排序和拥挤度从中选择  $R_{\text{to\_retrieve}}$  个个体, 将其保存到  $P_{\text{to\_retrieve}}$  中作为恢复项, 从而保证了恢复项的收敛性和多样性.

在记忆策略中, 对过去信息的利用和探索程度分别取决于  $R_{\text{to\_retrieve}}$  和  $R_{\text{offspring}}$ , 每个记忆项都是对

过去某一环境获得解的记录.  $R_{\text{to\_retrieve}}$  越大, 表明使用越多的历史信息, 但是限制了对记忆项的探索, 反之亦然. 对于从记忆档案中选择的每个恢复项, 用均值为  $\bar{x}^i$  和方差为  $\hat{x}^i$  的正态分布生成  $R_{\text{offspring}}$  个新解, 并将恢复项保留. 最终记忆策略生成的记忆恢复种群为  $P_{\text{retrieve}}$ , 其大小为

$$N_{\text{retrieve}} = R_{\text{to\_retrieve}} \times R_{\text{offspring}} + R_{\text{to\_retrieve}}. \quad (13)$$

## 3 实验结果与分析

### 3.1 测试问题及性能指标

#### 3.1.1 测试问题

实验测试了 13 个动态问题: FDA1 ~ FDA5<sup>[25]</sup>, Fun7 ~ Fun9<sup>[30]</sup> 和 SW3 ~ SW7<sup>[26]</sup>. FDA1 和 FDA3 ~ FDA5 用于测试算法应对 PS 平移时的性能; FDA2 用于测试算法应对 PS 不变时的性能; Fun7 ~ Fun9 和 SW3 ~ SW7 分别用于测试算法应对 PS 旋转和其他类型时的性能.

#### 3.1.2 性能指标

本实验研究中采用以下性能指标有助于深入研究算法在收敛性和分布性方面的性能. 动态多目标优化算法要求在动态环境下尽可能快地收敛到动态变化的 PF, 并且维持解集的多样性.

1) 改进的反向世代距离  $\overline{\text{IGD}}$ <sup>[20,31]</sup>: 反向世代距离 (IGD)<sup>[32]</sup> 通过计算真实 Pareto 最优解集中每个解的目标矢量到获得的 Pareto 非支配解集前沿的距离来综合评价算法的性能. 令  $\text{PF}(t)^*$  是  $t$  时刻 Pareto 前沿面的一组分布均匀的点,  $\text{PF}(t)$  是  $t$  时刻获得的 Pareto 前沿面的一组近似解, 则 IGD 值计算如下:

$$\text{IGD}(\text{PF}(t)^*, \text{PF}(t)) = \frac{\sum_{\nu \in \text{PF}(t)^*} d(\nu, \text{PF}(t))}{|\text{PF}(t)^*|}. \quad (14)$$

其中:  $d(\nu, \text{PF}(t))$  表示  $\text{PF}(t)^*$  中的解  $\nu$  到  $\text{PF}(t)$  中解的最小欧几里得距离,  $|\text{PF}(t)^*|$  表示  $\text{PF}(t)^*$  的大小.

对动态多目标优化算法进行比较时, 考虑到动态性, 若简单地直接使用某一时刻的 IGD 值作为指标, 则不具有说服力. 因此, 本文以某一时间步长中 IGD 值的平均值作为指标, 即

$$\overline{\text{IGD}} = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} \text{IGD}(\text{PF}(t)^*, \text{PF}(t)). \quad (15)$$

其中:  $T$  是环境集合,  $T = \{1, 2, \dots\}$ ,  $|T|$  是环境总数.

同 IGD 一样,  $\overline{\text{IGD}}$  是用来评价算法收敛和分布性能的综合指标, 其值越小, 算法的综合性能越好.

2) 改进的间距  $\overline{\text{SP}}$ : 间距  $\text{SP}$ <sup>[33]</sup> 用来评价算法的均

匀性,即获得的 Pareto 非支配解集中解的目标矢量在前沿面上的分布情况,其计算公式如下:

$$SP(t) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\overline{d(t)} - d_i(t))^2}. \quad (16)$$

其中: $N$ 为获得的 Pareto 非支配解集中解的个数, $d_i(t)$ 为 $t$ 时刻解集中第 $i$ 个解的目标矢量到其他解目标矢量的最小欧几里得距离, $\overline{d(t)}$ 为所有非支配解的 $d_i(t)$ 的平均值.同 $\overline{IGD}$ 一样,将 $SP$ 改进如下:

$$\overline{SP} = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} SP(t). \quad (17)$$

同 $SP$ 一样, $\overline{SP}$ 值越小,代表算法获得的解分布越均匀,算法均匀性越好.

### 3.2 参数设置

与 $CMSP$ 进行比较的策略有:1) 动态NSGA-II (dNSGA-II); 2) 种群预测策略PPS; 3) 基于特殊点的预测策略SPPS; 4) 多模型预测方法MMP. 为验证策略的有效性,均以NSGA-II为优化器. 分别将每个问题单独运行20次,环境变化100次. 环境变化强度 $n_t = 10$ ,变化频率 $\tau_t = 20$ . 特别地,对于PPS和SPPS而言,AR( $p$ )模型中 $M = 23$ ,阶次 $p$ 为3,种群大小为100.  $CMSP$ 中 $N_{\text{upd}} = 70$ , $N_{\text{retain}} = 15$ , $N_{\text{retrieve}} = 15$ ,选择 $R_{\text{to\_retrieve}} = 3$ 个恢复记忆项,为每个恢复记忆项生成 $R_{\text{offspring}} = 4$ 个新解.

### 3.3 实验分析

运行20次后 $\overline{IGD}$ 值和 $\overline{SP}$ 值的平均值和标准差分别呈现在表1和表2中.

1) PS不变. 从表1中FDA2问题的实验结果可以看出,PPS、SPPS和MMP在total阶段的 $\overline{IGD}$ 平均值比dNSGA-II和 $CMSP$ 的大,表明后两种策略在应对PS不变、PF变化的DMOP时综合性能优于前3种策略. 这是采用预测策略导致的,由于PS不变,而预测策略利用本来不理想的历史信息预测新环境中PS的位置,从而生成更差的个体.  $CMSP$ 不采用预测策略,而是保留精英个体,并引入了种群保留策略和记忆恢复策略,因此, $CMSP$ 可以更好地处理PS不变的DMOP. 通过表2可以看到,SPPS的 $\overline{SP}$ 均值比其他4种算法的小,这主要得益于它的自适应多样性维护策略. 由此可见, $CMSP$ 在维护解的分布性方面还有待提高.

2) PS平移. 由表1和表2可知, $CMSP$ 在这类问题上具有更好的性能. 更具体地分阶段讨论:对于PPS

和SPPS可以看出, $\overline{IGD}$ 值从1st stage到3rd stage有逐渐减小的趋势,这主要是因为在前期,经验的积累不充足,预测效果稍差,而在后期,经验积累较充足,预测效果较好; $CMSP$ 检测到PS平移时,可以更有针对性地利用中心点进行梯度预测,从而对环境变化作出响应,使算法的性能得到提高;MMP的效果不太理想,其原因正如文献[24]中所言,之前性能较差的最优解可能对后续的优化产生不利影响,并且平移准则很容易陷入旋转准则的检测中,导致预测的效果稍差.

3) 其他. 由表1可知, $CMSP$ 在应对PS变化较为复杂的DMOP时,其综合性能明显优于其他几种算法. 这主要是由于 $CMSP$ 中不仅引入了记忆策略和种群保留策略,而且以多个特殊点分别建立时间序列进行预测,且判断PS的变化方向是否发生逆转,然后选择精英个体作为初始种群,提高了种群响应环境变化的能力. Fun7~Fun9的PS变化类型为旋转,在这类问题中,dNSGA-II具有很强的竞争性,其主要原因是它没有对环境变化进行预测,而其他几种预测策略在预测旋转的幅度和方向时具有很大的挑战性,降低了算法在应对此类问题时的性能. 由于 $CMSP$ 的种群保留策略和记忆策略对可能不准确的预测进行了弥补, $CMSP$ 的性能比dNSGA-II要好.

为了进一步研究算法在应对具有其他复杂PS变化类型的DMOP时的性能,将算法在SW3~SW7测试函数上进行了对比实验. 根据表1,在这类问题上,SPPS与 $CMSP$ 最具有竞争性,因为这两种策略都采用了特殊点预测,可以反映更多的PS变化信息. 但是 $CMSP$ 的综合性能更好一些,因为 $CMSP$ 判断了PS的变化方向是否发生逆转,从而对环境变化作出更合理的响应. 根据表2,在大多数情况下,SPPS的 $\overline{SP}$ 值最小,说明 $CMSP$ 在分布性上不如SPPS,其主要原因是SPPS采用了自适应多样性维护策略.

表3列出了在20次运行中 $CMSP$ 对每个测试问题的PS变化类型判定的正确率. 可以看出:在PS平移的测试问题上, $CMSP$ 能正确地判定FDA3的PS变化类型,但是对FDA1问题无法正确判定;在PS不变的测试问题上, $CMSP$ 对FDA2的判定正确率不太理想;在其他类型的测试问题上, $CMSP$ 能正确地判定Fun7~Fun9的PS变化类型,同时对SW5和SW7的误判率较低,但是对SW3、SW4和SW6的判定不太理想. 因此,PS变化类型的检测技术还有待完善.

表 1 5种策略在FDA1~FDA5、Fun7~Fun9和SW3~SW7上IGD值的均值和标准差

问题	统计	dNSGA-II	PPS	SPPS	MMP	CMSP
FDA1	total	5.238 6e-2(2.056 7e-3)	3.937 3e-2(7.293 6e-3)	3.905 1e-2(1.365 3e-3)	1.059 0e-1(1.763 5e-3)	<b>9.020 0e-3(2.605 3e-4)</b>
	1st stage	4.968 0e-2(3.839 2e-3)	6.500 8e-2(3.453 9e-2)	5.250 8e-2(4.620 4e-3)	1.032 3e-1(7.895 3e-3)	<b>1.105 8e-2(6.799 1e-4)</b>
	2nd stage	5.325 9e-2(3.207 9e-3)	3.292 8e-2(7.675 4e-4)	3.731 2e-2(9.723 9e-4)	1.055 2e-1(3.231 1e-3)	<b>8.784 5e-3(4.019 1e-4)</b>
	3rd stage	5.286 5e-2(3.287 4e-3)	3.300 1e-2(1.958 0e-3)	3.406 1e-2(1.348 5e-3)	1.076 2e-1(4.701 5e-3)	<b>8.338 2e-3(3.583 9e-4)</b>
FDA2	total	7.280 7e-3(1.274 2e-3)	8.802 5e-3(5.498 4e-4)	2.695 1e-2(2.590 6e-4)	1.343 3e-2(9.687 1e-4)	<b>6.328 7e-3(2.025 4e-4)</b>
	1st stage	8.857 4e-3(1.654 3e-3)	1.019 3e-2(1.236 1e-3)	3.759 6e-2(1.527 8e-3)	8.962 0e-3(5.424 4e-4)	<b>6.593 2e-3(2.508 9e-4)</b>
	2nd stage	6.980 8e-3(1.434 2e-3)	9.739 7e-3(1.015 2e-3)	2.437 4e-2(3.172 0e-4)	1.515 2e-2(2.051 7e-3)	<b>6.216 3e-3(2.151 4e-4)</b>
	3rd stage	6.792 2e-3(1.229 0e-3)	7.170 2e-3(1.112 6e-3)	2.420 5e-2(2.452 6e-4)	1.395 0e-2(9.217 4e-4)	<b>6.321 9e-3(2.347 6e-4)</b>
FDA3	total	6.612 9e-2(2.387 0e-3)	1.378 8e-1(4.5476e-2)	8.388 4e-2(1.353 8e-3)	2.242 0e-1(7.172 3e-3)	<b>1.942 5e-2(1.648 2e-3)</b>
	1st stage	6.473 6e-2(5.218 3e-3)	2.913 3e-1(2.482 1e-1)	6.671 7e-2(4.470 8e-3)	1.971 6e-1(1.664 2e-2)	<b>1.578 2e-2(1.876 3e-3)</b>
	2nd stage	6.711 2e-2(2.679 0e-3)	7.507 2e-2(8.076 8e-3)	8.667 5e-2(2.813 9e-3)	2.273 9e-1(6.256 6e-3)	<b>2.125 3e-2(1.716 1e-3)</b>
	3rd stage	6.584 3e-2(3.294 5e-3)	1.239 7e-1(9.690 1e-2)	8.967 6e-2(2.136 7e-3)	2.345 2e-1(1.054 3e-2)	<b>1.923 7e-2(3.329 7e-3)</b>
FDA4	total	2.207 2e-2(6.199 2e-4)	1.712 0e-2(6.450 3e-4)	1.698 0e-2(3.103 5e-4)	2.517 5e-2(2.261 7e-4)	<b>6.300 2e-3(1.328 8e-4)</b>
	1st stage	2.145 5e-2(1.158 3e-3)	1.894 2e-2(1.622 6e-3)	2.147 7e-2(8.949 7e-4)	2.532 6e-2(1.037 1e-3)	<b>8.297 2e-3(3.804 5e-4)</b>
	2nd stage	2.234 5e-2(7.879 1e-4)	1.705 1e-2(8.801 6e-4)	1.606 7e-2(6.838 1e-4)	2.483 3e-2(8.260 7e-4)	<b>5.992 0e-3(1.545 3e-4)</b>
	3rd stage	2.210 6e-2(9.495 5e-4)	1.627 7e-2(6.962 7e-4)	1.564 3e-2(2.697 8e-4)	2.544 1e-2(9.572 3e-4)	<b>5.709 7e-3(1.085 4e-4)</b>
FDA5	total	2.425 9e-2(4.560 4e-4)	2.825 7e-1(1.546 0e-1)	2.147 2e-2(5.310 1e-4)	3.309 7e-2(1.714 8e-3)	<b>1.412 5e-2(3.951 5e-4)</b>
	1st stage	2.425 6e-2(1.006 4e-3)	3.390 4e-1(3.889 7e-1)	2.559 3e-2(1.823 2e-3)	3.397 3e-2(2.501 8e-3)	<b>1.288 7e-2(7.234 1e-4)</b>
	2nd stage	2.453 5e-2(7.198 0e-4)	3.245 9e-1(2.625 9e-1)	2.058 5e-2(7.775 6e-4)	3.290 7e-2(3.028 7e-3)	<b>1.426 1e-2(3.831 4e-4)</b>
	3rd stage	2.398 3e-2(1.039 7e-3)	2.123 1e-1(1.754 7e-1)	2.029 9e-2(5.086 6e-4)	3.285 0e-2(1.284 3e-3)	<b>1.454 7e-2(8.356 0e-4)</b>
Fun7	total	9.464 6e-3(8.425 4e-5)	9.993 0e-3(4.821 2e-5)	1.189 8e-2(1.377 5e-4)	2.258 6e-2(1.091 4e-3)	<b>9.316 9e-3(5.059 6e-5)</b>
	1st stage	8.500 4e-3(2.098 9e-4)	9.509 8e-3(3.921 1e-4)	8.897 8e-3(3.731 7e-4)	1.749 9e-2(6.104 1e-4)	<b>7.788 4e-3(6.086 6e-5)</b>
	2nd stage	9.737 6e-3(1.084 6e-4)	1.012 0e-2(4.164 0e-5)	1.251 2e-2(1.673 1e-4)	2.281 0e-2(1.563 8e-3)	<b>9.673 0e-3(6.225 1e-5)</b>
	3rd stage	<b>9.648 8e-3(8.443 0e-5)</b>	1.010 8e-2(9.604 5e-5)	1.278 4e-2(1.573 9e-4)	2.490 4e-2(1.948 0e-3)	9.673 7e-3 (8.892 6e-5)
Fun8	total	1.534 7e-2(1.237 4e-3)	2.752 2e-2(1.4333e-3)	4.495 9e-2(1.211 9e-3)	1.308 4e-1(1.394 8e-2)	<b>1.509 3e-2(1.836 4e-3)</b>
	1st stage	7.403 7e-3(2.972 6e-4)	8.424 4e-3(4.353 8e-4)	7.835 4e-3(2.394 3e-4)	6.760 7e-2(7.243 3e-3)	<b>6.077 8e-3(6.625 0e-5)</b>
	2nd stage	<b>1.737 3e-2(2.755 6e-3)</b>	3.309 9e-2(1.695 2e-3)	4.963 8e-2(1.912 7e-3)	1.655 8e-1(2.546 8e-2)	1.766 3e-2(2.334 9e-3)
	3rd stage	1.700 4e-2(1.953 0e-3)	3.149 5e-2(2.694 7e-3)	5.884 1e-2(2.558 2e-3)	1.277 3e-1(4.022 1e-2)	<b>1.687 0e-2(2.870 2e-3)</b>
Fun9	total	3.063 2e-2(1.843 5e-3)	7.885 8e-2(5.569 0e-2)	3.989 5e-2(3.470 6e-3)	7.032 0e-2(4.123 6e-3)	<b>1.844 4e-2(2.511 9e-4)</b>
	1st stage	8.053 8e-3(3.763 8e-4)	1.085 4e-2(1.366 8e-3)	8.036 4e-3(2.587 7e-4)	8.634 2e-2(1.432 5e-2)	<b>6.318 0e-3(1.143 2e-4)</b>
	2nd stage	3.152 8e-2(2.730 0e-3)	8.861 1e-2(1.177 8e-1)	4.618 8e-2(4.399 4e-3)	6.247 5e-2(4.326 0e-3)	<b>2.184 4e-2(6.164 4e-4)</b>
	3rd stage	4.102 5e-2(3.719 6e-3)	1.031 1e-1(9.372 4e-2)	4.953 5e-2(5.221 8e-3)	7.015 5e-2(5.025 8e-3)	<b>2.050 1e-2(1.792 4e-4)</b>
SW3	total	4.338 4e-2(2.698 9e-3)	8.575 8e-2(1.344 3e-2)	3.630 0e-2(1.443 3e-3)	5.958 2e-2(2.764 6e-3)	<b>2.095 1e-2(1.083 4e-3)</b>
	1st stage	4.653 1e-2(6.242 1e-3)	1.146 8e-1(2.355 2e-2)	4.277 1e-2(4.852 3e-3)	5.329 9e-2(4.531 2e-3)	<b>2.247 1e-2(2.387 9e-3)</b>
	2nd stage	4.113 0e-2(3.783 1e-3)	8.643 5e-2(1.570 5e-2)	3.660 1e-2(2.118 9e-3)	6.021 4e-2(6.537 9e-3)	<b>2.062 3e-2(9.877 4e-4)</b>
	3rd stage	4.406 6e-2(3.529 5e-3)	7.062 2e-2(8.825 1e-3)	3.276 3e-2(1.562 2e-3)	6.209 2e-2(5.960 7e-3)	<b>2.059 5e-2(1.198 7e-3)</b>
SW4	total	3.366 4e-1(1.728 9e-2)	4.234 7e-1(2.795 8e-2)	2.126 0e-1(1.618 2e-2)	2.520 2e-1(9.647 9e-3)	<b>1.150 7e-1(9.063 6e-3)</b>
	1st stage	3.826 3e-1(4.022 3e-2)	6.086 7e-1(1.256 0e-1)	3.740 4e-1(5.694 4e-2)	2.429 1e-1(1.246 7e-2)	<b>1.739 3e-1(2.711 3e-2)</b>
	2nd stage	3.220 5e-1(2.919 8e-2)	3.825 9e-1(4.804 7e-2)	1.705 1e-1(2.616 6e-2)	2.503 3e-1(1.010 4e-2)	<b>1.060 8e-1(1.341 4e-2)</b>
	3rd stage	3.282 4e-1(2.096 4e-2)	3.717 5e-1(5.933 7e-2)	1.739 8e-1(2.210 5e-2)	2.582 6e-1(1.683 0e-2)	<b>9.756 3e-2(8.293 3e-3)</b>
SW5	total	2.090 2e-1(1.098 0e-2)	2.577 8e-1(4.342 9e-2)	1.274 3e-1(1.610 8e-2)	1.246 1e-1(9.295 3e-3)	<b>3.459 3e-2(4.418 3e-3)</b>
	1st stage	2.000 9e-1(1.850 1e-2)	4.366 6e-1(1.189 1e-1)	1.840 8e-1(1.865 8e-2)	1.267 2e-1(1.250 4e-2)	<b>6.024 8e-2(2.020 0e-2)</b>
	2nd stage	2.0498e-1(1.540 8e-2)	2.140 3e-1(5.897 1e-2)	1.122 4e-1(2.579 6e-2)	1.246 4e-1(1.225 9e-2)	<b>2.874 7e-2(2.050 0e-3)</b>
	3rd stage	2.175 3e-1(1.775 9e-2)	2.120 9e-1(4.663 6e-2)	1.142 9e-1(2.868 8e-2)	1.235 2e-1(1.206 6e-2)	<b>2.889 3e-2(3.596 2e-3)</b>
SW6	total	7.588 8e-2(1.013 3e-2)	1.253 4e-1(1.779 4e-2)	3.847 5e-2(7.011 1e-3)	8.678 3e-2(4.362 1e-3)	<b>2.585 4e-2(1.848 6e-3)</b>
	1st stage	9.140 6e-2(3.799 1e-2)	2.587 3e-1(1.298 6e-1)	7.048 2e-2(3.411 9e-2)	9.470 6e-2(1.344 7e-2)	<b>2.720 4e-2(2.322 9e-3)</b>
	2nd stage	7.470 5e-2(1.622 9e-2)	1.020 7e-1(3.171 0e-2)	3.217 3e-2(2.602 9e-3)	8.134 7e-2(3.827 0e-3)	<b>2.577 2e-2(2.176 4e-3)</b>
	3rd stage	6.931 2e-2(2.046 0e-2)	8.191 3e-2(1.951 4e-2)	2.877 3e-2(2.045 6e-3)	8.825 8e-2(4.904 5e-3)	<b>2.532 8e-2(2.296 6e-3)</b>
SW7	total	3.250 7e-1(1.700 5e-2)	4.710 1e-1(4.424 0e-2)	1.722 5e-1(1.085 7e-2)	1.723 1e-1(1.065 1e-2)	<b>4.475 3e-2(7.061 4e-3)</b>
	1st stage	3.354 8e-1(4.116 8e-2)	5.740 0e-1(8.887 4e-2)	3.638 6e-1(3.056 7e-2)	1.637 1e-1(2.333 0e-2)	<b>6.129 0e-2(1.768 8e-2)</b>
	2nd stage	3.210 8e-1(2.070 1e-2)	4.336 0e-1(7.665 7e-2)	1.245 8e-1(2.450 2e-2)	1.735 2e-1(1.485 5e-2)	<b>4.424 6e-2(1.002 7e-2)</b>
	3rd stage	3.238 5e-1(3.389 5e-2)	4.569 4e-1(5.629 6e-2)	1.241 2e-1(3.138 2e-2)	1.754 0e-1(2.060 7e-2)	<b>3.781 8e-2(7.665 4e-3)</b>

表2 5种策略在FDA1~FDA5、Fun7~Fun9和SW3~SW7上 $\overline{SP}$ 值的均值和标准差

问题	统计	dNSGA-II	PPS	SPPS	MMP	CMSP
FDA1	total	2.342 6e-2(1.057 0e-3)	1.738 5e-2(3.310 0e-3)	1.675 3e-2(6.959 2e-4)	4.751 0e-2(5.356 1e-4)	<b>3.756 1e-3(1.454 5e-4)</b>
	1st stage	2.231 5e-2(2.155 0e-3)	2.886 1e-2(1.523 5e-2)	2.246 2e-2(2.192 5e-3)	4.663 8e-2(3.576 2e-3)	<b>4.464 8e-3(3.290 6e-4)</b>
	2nd stage	2.384 1e-2(1.526 8e-3)	1.445 0e-2(4.246 3e-4)	1.608 6e-2(5.053 9e-4)	4.754 5e-2(2.206 9e-3)	<b>3.655 1e-3(1.750 7e-4)</b>
	3rd stage	2.356 6e-2(1.494 3e-3)	1.458 2e-2(1.142 0e-3)	1.456 5e-2(8.611 5e-4)	4.791 1e-2(2.521 3e-3)	<b>3.538 2e-3(2.031 9e-4)</b>
FDA2	total	1.060 2e-1(9.350 7e-4)	1.051 7e-1(9.676 4e-4)	<b>1.488 5e-3(1.728 7e-4)</b>	9.586 9e-2(1.051 8e-3)	1.057 9e-1(1.020 1e-3)
	1st stage	1.235 2e-1(2.306 3e-3)	1.240 6e-1(1.316 1e-3)	<b>1.943 0e-3(7.007 1e-4)</b>	1.156 5e-1(1.728 6e-3)	1.298 3e-1(2.177 6e-3)
	2nd stage	1.015 1e-1(1.099 4e-3)	1.005 8e-1(3.798 4e-4)	<b>1.396 7e-3(8.005 0e-5)</b>	9.115 4e-2(1.927 5e-3)	1.006 0e-1(1.172 3e-3)
	3rd stage	1.017 7e-1(1.294 3e-3)	1.003 0e-1(2.509 9e-3)	<b>1.353 0e-3(1.551 6e-5)</b>	9.069 2e-2(7.431 1e-4)	1.001 6e-1(1.669 5e-3)
FDA3	total	3.229 7e-2(1.684 4e-3)	4.032 0e-2(1.401 2e-2)	1.304 7e-2(3.570 5e-4)	8.338 5e-2(3.132 5e-3)	<b>5.404 0e-3(6.336 5e-4)</b>
	1st stage	4.616 2e-2(5.843 3e-3)	1.145 6e-1(7.050 4e-2)	1.746 9e-2(1.4 578e-3)	1.134 9e-1(1.188 7e-2)	<b>8.424 3e-3(1.385 4e-3)</b>
	2nd stage	2.835 2e-2(1.865 1e-3)	2.131 6e-2(2.301 6e-3)	1.190 8e-2(1.177 2e-3)	7.449 0e-2(5.094 2e-3)	<b>5.099 3e-3(8.872 0e-4)</b>
	3rd stage	2.930 9e-2(2.107 5e-3)	2.220 3e-2(3.754 7e-3)	1.197 5e-2(1.046 4e-3)	7.722 5e-2(8.205 4e-3)	<b>4.349 5e-3(8.768 2e-4)</b>
FDA4	total	6.300 6e-3(2.734 6e-4)	4.865 1e-3(2.277 0e-4)	4.950 0e-3(1.669 3e-4)	7.494 0e-3(1.910 0e-4)	<b>1.273 3e-3(4.628 5e-5)</b>
	1st stage	6.002 8e-3(4.441 1e-4)	5.516 3e-3(5.734 2e-4)	6.233 0e-3(4.058 2e-4)	7.874 4e-3(5.769 3e-4)	<b>1.989 9e-3(2.085 6e-4)</b>
	2nd stage	6.366 2e-3(4.899 5e-4)	4.871 5e-3(1.940 3e-4)	4.678 4e-3(2.423 1e-4)	7.523 2e-3(3.446 0e-4)	<b>1.145 6e-3(5.624 7e-5)</b>
	3rd stage	6.383 9e-3(3.040 3e-4)	4.533 0e-3(1.993 3e-4)	4.580 1e-3(2.157 5e-4)	7.274 7e-3(2.379 3e-4)	<b>1.078 7e-3(4.015 9e-5)</b>
FDA5	total	1.105 5e-2(5.698 8e-4)	6.189 0e-3(5.530 4e-4)	5.561 9e-3(2.392 4e-4)	1.134 8e-2(4.192 0e-4)	<b>4.145 4e-3(5.810 4e-4)</b>
	1st stage	1.117 7e-2(1.328 6e-3)	8.762 4e-3(2.686 3e-3)	6.878 5e-3(4.721 2e-4)	1.106 9e-2(1.417 8e-3)	<b>3.634 1e-3(6.673 0e-4)</b>
	2nd stage	1.092 1e-2(1.158 6e-3)	5.497 5e-3(5.624 9e-4)	5.218 5e-3(1.811 7e-4)	1.129 6e-2(8.221 1e-4)	<b>4.297 6e-3(4.929 9e-4)</b>
	3rd stage	1.112 8e-2(8.736 8e-4)	5.593 9e-3(8.691 8e-4)	5.247 1e-3(3.628 8e-4)	1.153 9e-2(6.731 2e-4)	<b>4.223 1e-3(7.485 6e-4)</b>
Fun7	total	4.157 9e-3(5.865 2e-5)	4.408 3e-3(5.029 9e-5)	6.205 4e-3(1.467 3e-4)	1.194 0e-2(2.764 5e-4)	<b>4.124 2e-3(4.039 5e-5)</b>
	1st stage	3.812 1e-3(1.690 3e-4)	4.280 7e-3(1.734 7e-4)	<b>2.595 6e-3(2.177 5e-4)</b>	9.287 5e-3(6.338 8e-4)	3.653 5e-3(1.585 5e-4)
	2nd stage	4.2593e-3(6.630 0e-5)	4.453 2e-3(5.671 0e-5)	6.904 1e-3(2.707 8e-4)	1.219 2e-2(3.958 3e-4)	<b>4.232 0e-3(5.640 9e-5)</b>
	3rd stage	<b>4.228 4e-3(8.072 8e-5)</b>	4.427 2e-3(6.444 3e-5)	7.311 6e-3(2.463 1e-4)	1.301 4e-2(5.323 0e-4)	4.229 2e-3(9.417 9e-5)
Fun8	total	2.936 5e-3(7.078 6e-5)	3.525 4e-3(1.982 4e-4)	1.067 1e-2(5.887 3e-4)	2.910 8e-2(3.376 0e-3)	<b>2.810 1e-3(3.501 5e-5)</b>
	1st stage	2.137 5e-3(1.336 8e-4)	2.657 8e-3(2.935 7e-4)	2.216 4e-3(1.556 2e-4)	2.585 2e-2(1.793 9e-3)	<b>1.713 2e-3(3.770 4e-5)</b>
	2nd stage	3.232 9e-3(1.226 7e-4)	3.834 7e-3(2.345 8e-4)	1.171 2e-2(7.404 0e-4)	2.880 1e-2(4.050 2e-3)	<b>3.128 3e-3(5.986 2e-5)</b>
	3rd stage	3.039 6e-3(7.932 3e-5)	3.650 0e-3(2.034 9e-4)	1.385 9e-2(1.1628e-3)	3.104 3e-2(5.804 0e-3)	<b>2.985 4e-3(7.169 0e-5)</b>
Fun9	total	1.485 5e-2(3.872 4e-4)	1.695 6e-2(1.380 2e-3)	<b>9.708 0e-3(7.604 8e-4)</b>	4.045 0e-2(2.173 6e-3)	1.471 2e-2(2.364 8e-4)
	1st stage	2.568 9e-3(2.532 2e-4)	3.715 1e-3(5.837 1e-4)	2.456 8e-3(1.627 4e-4)	2.910 1e-2(3.140 2e-3)	<b>1.713 7e-3(9.379 4e-5)</b>
	2nd stage	1.808 8e-2(7.532 7e-4)	1.912 3e-2(7.358 9e-4)	<b>1.261 0e-2(1.289 3e-3)</b>	4.319 0e-2(3.675 8e-3)	1.767 5e-2(3.358 4e-4)
	3rd stage	1.7764e-2(7.531 3e-4)	2.140 9e-2(3.478 6e-3)	<b>1.043 2e-2(1.008 4e-3)</b>	4.338 4e-2(2.845 2e-3)	1.759 9e-2(6.228 5e-4)
SW3	total	2.623 9e-1(3.057 2e-2)	3.515 6e-1(3.846 4e-2)	<b>2.415 4e-2(2.050 2e-3)</b>	3.425 8e-1(4.816 3e-2)	1.348 4e-1(2.020 8e-2)
	1st stage	2.165 6e-1(4.826 0e-2)	3.319 6e-1(8.845 1e-2)	<b>2.448 7e-2(7.178 3e-3)</b>	3.988 5e-1(1.621 2e-1)	1.592 9e-1(5.456 5e-2)
	2nd stage	2.792 0e-1(5.413 8e-2)	4.285 2e-1(4.217 9e-2)	<b>2.551 8e-2(3.353 2e-3)</b>	3.610 3e-1(5.654 8e-2)	1.336 8e-1(3.411 68e-2)
	3rd stage	2.684 8e-1(3.756 1e-2)	2.843 9e-1(4.937 2e-2)	<b>2.262 4e-2(1.756 1e-3)</b>	2.960 1e-1(4.408 3e-2)	1.249 9e-1(3.152 6e-2)
SW4	total	5.677 2e+0(8.799 4e-1)	9.043 5e+0(1.144 9e+0)	<b>5.017 8e+0(4.805 6e-1)</b>	8.773 7e+0(7.690 9e-1)	7.006 6e+0(9.931 3e-1)
	1st stage	6.738 4e+0(1.737 9e+0)	7.676 3e+0(1.282 8e+0)	<b>3.747 3e+0(1.406 2e+0)</b>	1.039 4e+1(2.037 4e+0)	1.022 7e+1(3.037 9e+0)
	2nd stage	5.466 3e+0(1.523 0e+0)	1.043 1e+1(2.572 7e+0)	<b>5.358 3e+0(9.731 1e-1)</b>	8.207 5e+0(1.170 3e+0)	6.065 1e+0(1.008 3e+0)
	3rd stage	5.357 5e+0(1.603 5e+0)	8.340 2e+0(5.300 4e-1)	<b>5.312 5e+0(5.045 2e-1)</b>	8.529 6e+0(8.668 7e-1)	6.499 0e+0(7.830 6e-1)
SW5	total	9.640 4e-1(3.524 8e-2)	9.825 1e-1(4.967 0e-2)	<b>1.131 8e-1(3.307 9e-2)</b>	8.928 4e-1(5.988 6e-2)	4.508 5e-1(8.164 4e-2)
	1st stage	9.722 2e-1(1.401 3e-1)	1.194 3e+0(1.621 6e-1)	<b>1.678 7e-1(7.236 1e-2)</b>	8.572 6e-1(9.303 7e-2)	8.361 6e-1(2.080 4e-1)
	2nd stage	9.374 7e-1(8.776 6e-2)	9.588 4e-1(1.001 6e-1)	<b>1.135 9e-1(7.563 5e-2)</b>	9.483 3e-1(6.154 0e-2)	3.508 1e-1(9.730 9e-2)
	3rd stage	9.865 3e-1(8.392 8e-2)	9.002 7e-1(1.156 9e-1)	<b>8.542 0e-2(2.761 8e-2)</b>	8.551 4e-1(9.818 3e-2)	3.774 9e-1(9.772 4e-2)
SW6	total	4.010 4e-1(5.187 1e-2)	3.959 5e-1(1.968 1e-2)	<b>3.403 3e-2(3.072 4e-3)</b>	5.160 5e-1(4.973 7e-2)	2.696 8e-1(4.438 6e-2)
	1st stage	3.833 4e-1(9.019 2e-2)	7.300 2e-1(1.469 3e-1)	<b>5.639 9e-2(1.608 1e-2)</b>	6.425 7e-1(2.868 3e-1)	2.660 7e-1(1.174 1e-1)
	2nd stage	4.114 4e-1(7.899 8e-2)	3.092 3e-1(6.824 5e-2)	<b>2.961 6e-2(2.482 4e-3)</b>	4.820 1e-1(8.973 3e-2)	2.654 4e-1(3.820 1e-2)
	3rd stage	3.994 9e-1(5.929 7e-2)	3.156 4e-1(4.439 7e-2)	<b>2.726 6e-2(1.940 1e-3)</b>	4.868 2e-1(1.019 2e-1)	2.755 3e-1(9.578 4e-2)
SW7	total	1.276 5e+0(1.657 2e-1)	1.961 1e+0(1.300 4e-1)	<b>2.739 6e-1(9.478 6e-2)</b>	2.273 6e+0(2.634 7e-1)	1.306 2e+0(3.304 3e-1)
	1st stage	1.383 7e+0(2.505 6e-1)	2.336 2e+0(5.962 2e-1)	<b>1.1737e-1(3.927 5e-2)</b>	2.325 3e+0(7.695 7e-1)	1.312 9e+0(6.502 1e-1)
	2nd stage	1.215 4e+0(2.039 9e-1)	1.716 9e+0(2.834 5e-1)	<b>2.988 6e-1(1.615 1e-1)</b>	2.338 5e+0(3.072 4e-1)	1.324 2e+0(3.803 5e-1)
	3rd stage	1.284 1e+0(2.622 2e-1)	2.017 8e+0(3.593 5e-1)	<b>3.273 6e-1(1.475 6e-1)</b>	2.182 9e+0(1.734 6e-1)	1.285 1e+0(4.619 1e-1)

表3 CMSP对PS变化类型判定的正确率 %

测试问题	正确率	测试问题	正确率
FDA1	0	Fun9	100
FDA2	5	SW3	5
FDA3	100	SW4	10
FDA4	40	SW5	80
FDA5	75	SW6	15
Fun7	100	SW7	75
Fun8	100		

3.4 最终种群分布图

为了直观地进行比较, 本节给出了5种策略在优化FDA1、FDA2、FDA5和Fun7后得到的最终种群分布图, 如图1~图4所示. 由图1可以看出: PPS和

SPPS在后期的效果比前期好一些, 因为在后期, 经验积累较充足, 预测效果较好; 但是对于CMSP而言, 即使是在前期, 就已经取得了较好的效果, 这与预测前进行的预处理有很大的关系. 由图2可以看出, 在应对PS不变的问题时, CMSP的收敛性最好. 由图3可以看出, 在应对PS平移的问题时, CMSP仍然具有良好的性能. 由图4可以看出, 在应对PS旋转的问题时, dNSGA-II、PPS和CMSP的效果良好, 它们的点更接近真实PF. 图5绘制了CMSP在其他几个测试函数上的最终种群分布图, 可以看出: 在应对PS平移或旋转这类相对较简单的变化时, CMSP可以得到良好的

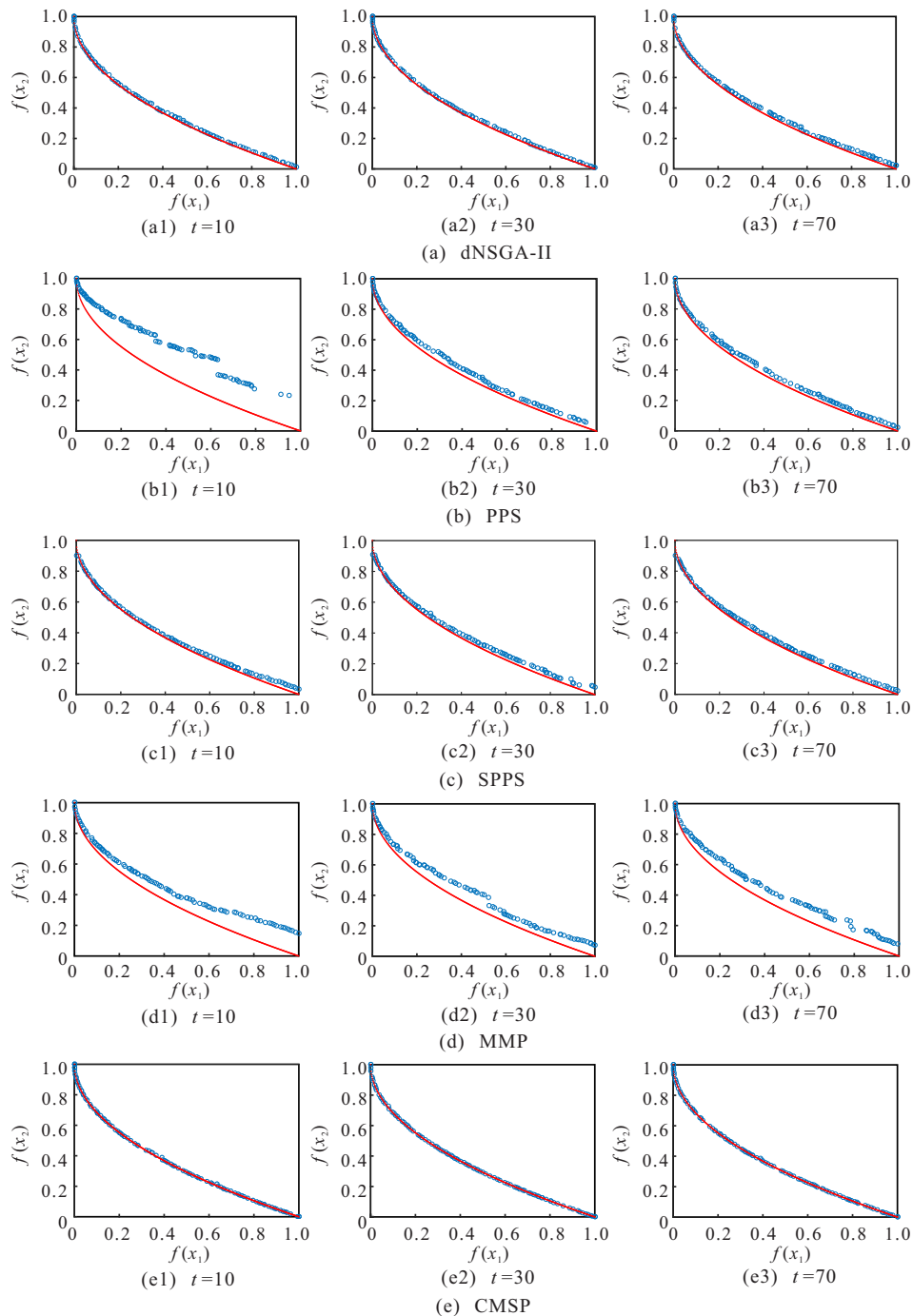


图1 5种策略在FDA1上的最终种群分布

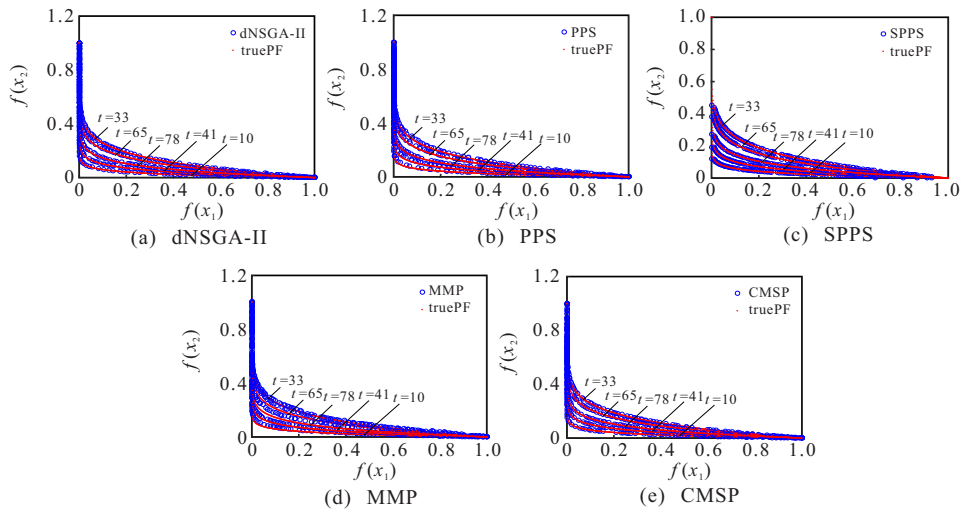


图2 5种策略在FDA2上的最终种群分布

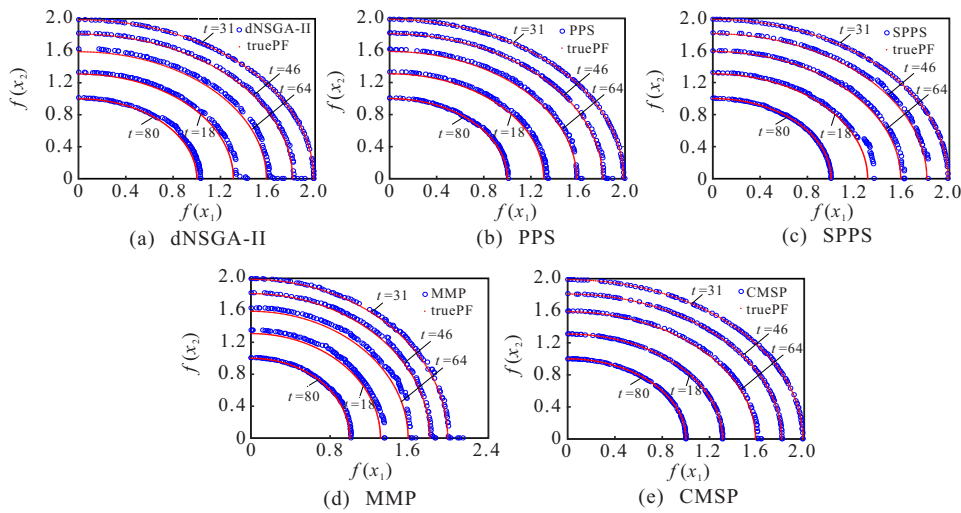


图3 5种策略在Fun5上的最终种群分布

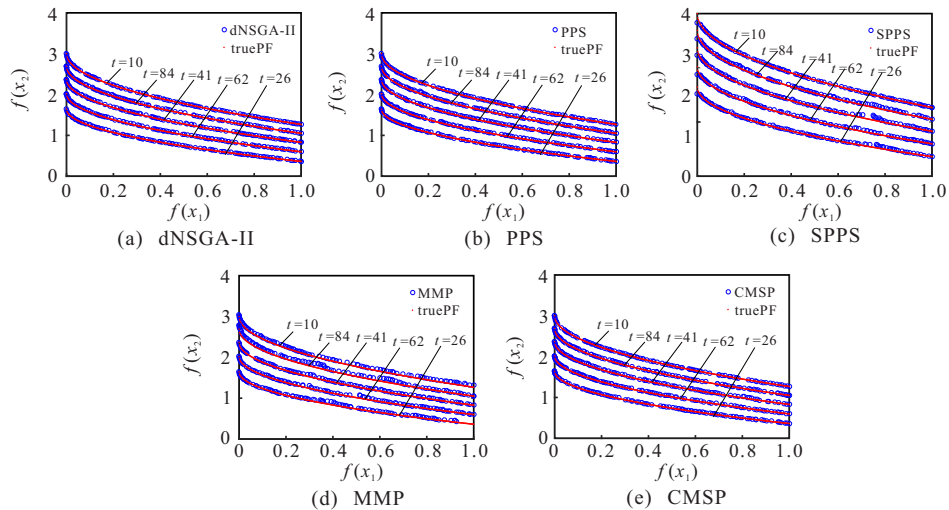


图4 5种策略在Fun7上的最终种群分布

解分布;但是在应对SW3和SW6这种复杂的变化时,本文策略得到的解分布性稍差,甚至在有些时刻解的分布非常不均匀,但总体上都接近真实PF.综上所述,CMSP可以较好地进行动态多目标优化.

CMSP在预测前为了得到较好的历史信息,在前

3次环境变化中花费了较多的资源,将每个环境进化了300代.为了与其他算法进行对比,验证所提出策略的有效性,在计算IGD和SP时将前3个环境不包含在内.其中total代表总的100个环境变化.在动态环境中,不同的策略在不同时间阶段的性能可能有所

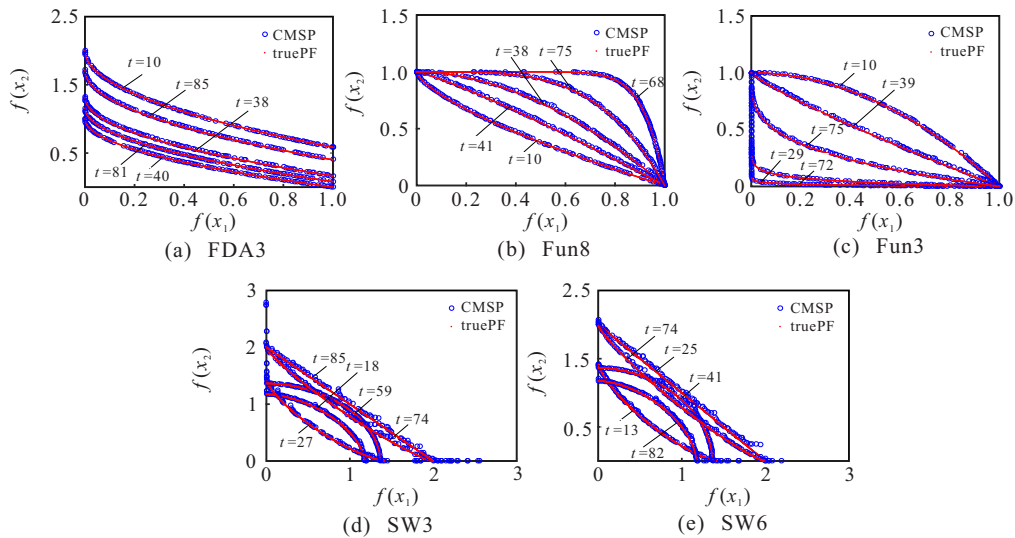


图5 CMSP获得的最终种群分布

差异,为了对此进行讨论,本文将100次环境变化分为3个阶段:1st stage代表前20个环境变化,2nd stage代表中间40个环境变化,3rd stage代表最后40个环境变化.将4种算法的IGD值和SP值进行比较,分别用黑体标出最好的值.

## 4 结论

本文针对不同的DMOPs可能具有不同的PS变化类型,提出了一种基于分类的多策略预测方法.将PS变化类型分为不变、平移和其他,根据检测到的PS变化类型自适应地选择应对环境变化的策略.这实质上是将PS的变化程度分为不变、简单和复杂,然后相应地选择应对策略,尽可能地在节约计算成本与准确跟踪变化之间取得一种平衡,以提高EAs在处理DMOPs时的性能.同时,考虑到预测的结果可能不准确,CMSP中还引入了记忆策略和种群保留策略,可以较好地利用历史信息,保证种群的收敛性.

实验分析表明,CMSP在应对结合了PS形状变化和PS位置变化的DMOP时,CMSP的综合性能明显优于其他几种策略.但是,CMSP在分布性上表现不佳,并且检测PS变化类型的技术还不够成熟,有待进一步改善.此外,实际生活中的环境变化并非都是有规律的,这对预测而言是巨大的挑战,而且本文只考虑了变量具有相关性且PS变化无随机性的问题,具有一定的局限性,这些都是未来研究的重点.

## 参考文献(References)

[1] Eaton J, Yang S X, Gongora M. Ant colony optimization for simulated dynamic multi-objective railway junction rescheduling[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2017, 18(11): 2980-2992.

[2] Wang D J, Liu F, Jin Y. A multi-objective evolutionary algorithm guided by directed search for dynamic scheduling[J]. Computers & Operations Research, 2017, 79: 279-290.

[3] Chen L W, Hu T Y. Flow equilibrium under dynamic traffic assignment and signal control — An illustration of pretimed and actuated signal control policies[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2012, 13(3): 1266-1276.

[4] Guo Y N, Cheng J, Luo S, et al. Robust dynamic multi-objective vehicle routing optimization method[J]. IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics, 2017, 15(6): 1891-1903.

[5] Wu X, Ma Z M, Wang Y. Joint user grouping and resource allocation for multi-user dual layer beamforming in LTE-A[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(10): 1822-1825.

[6] Mashwani W K, Salhi A. Multiobjective evolutionary algorithm based on multimethod with dynamic resources allocation[J]. Applied Soft Computing, 2016, 39: 292-309.

[7] Navratil P A, Childs H, Fussell D S, et al. Exploring the spectrum of dynamic scheduling algorithms for scalable distributed-memory ray tracing[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2013, 20(6): 893-906.

[8] Martins F V C, Carrano E G, Wanner E F, et al. A dynamic multiobjective hybrid approach for designing wireless sensor networks[C]. Proceedings of the 11th Congress on Evolutionary Computation. Trondheim, 2009: 1145-1152.

[9] Zeng S, Chen S, Zhao J, et al. Dynamic constrained multi-objective model for solving constrained optimization problem[C]. 2011 IEEE Congress of Evolutionary Computation. New Orleans, 2011: 2041-2046.

[10] Jiang S Y, Yang S X. A steady-state and generational evolutionary algorithm for dynamic multiobjective

- optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2017, 21(1): 65-82.
- [11] Nguyen T T, Yang S, Branke J. Evolutionary dynamic optimization: A survey of the state of the art[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2012, 6: 1-24.
- [12] Azzouz R, Bechikh S, Ben Said L. Dynamic multi-objective optimization using evolutionary algorithms: A survey[C]. Recent Advances in Evolutionary Multi-objective Optimization. Cham: Springer, 2017: 31-70.
- [13] Jin Y, Branke J. Evolutionary optimization in uncertain environments—A survey[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2005, 9(3): 303-317.
- [14] Grefenstette J J. Genetic algorithms for changing environments[C]. Parallel Problem Solving from Nature, North Holland, 1992, 2: 137-144.
- [15] Yang S. Genetic algorithms with memory-and elitism-based immigrants in dynamic environments[J]. Evolutionary Computation, 2008, 16(3): 385-416.
- [16] Cobb H G. An investigation into the use of hypermutation as an adaptive operator in genetic algorithms having continuous, time-dependent nonstationary environments[R]. Washington DC: Naval Research Lab, 1990.
- [17] Morrison R W, De Jong K A. Triggered hypermutation revisited[C]. Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation. La Tolla, 2000, 2: 1025-1032.
- [18] Zhang Z, Qian S. Artificial immune system in dynamic environments solving time-varying non-linear constrained multi-objective problems[J]. Soft Computing, 2011, 15(7): 1333-1349.
- [19] Hatzakis I, Wallace D. Dynamic multi-objective optimization with evolutionary algorithms: A forward-looking approach[C]. Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. Seattle. New York, 2006: 1201-1208.
- [20] Zhou A M, Jin Y C, Zhang Q F. A population prediction strategy for evolutionary dynamic multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(1): 40-53.
- [21] Li Q Y, Zou J, Yang S X, et al. A predictive strategy based on special points for evolutionary dynamic multi-objective optimization[J]. Soft Computing, 2019, 23(11): 3723-3739.
- [22] Guo Y N, Yang H, Chen M R, et al. Ensemble prediction-based dynamic robust multi-objective optimization methods[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2019, 48: 156-171.
- [23] Li Z N, Chen H Y, Xie Z X, et al. Dynamic multiobjective optimization algorithm based on average distance linear prediction model[J]. The Scientific World Journal, 2014, 2014: 389742.
- [24] Rong M, Gong D, Pedrycz W, et al. A multi-model prediction method for dynamic multi-objective evolutionary optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 24(2): 290-304.
- [25] Farina M, Deb K, Amato P. Dynamic multiobjective optimization problems: Test cases, approximations, and applications[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(5): 425-442.
- [26] 武燕, 石露露, 周艳. 动态多目标优化: 测试函数和算法比较[J]. 控制与决策: 2020, 35(10): 2372-2380. (Wu Y, Shi L L, Zhou Y. Dynamic multi-objective optimization: TEST function and algorithm comparisons[J]. Control and Decision, 2020, 35(10): 2372-2380.)
- [27] Koo W T, Goh C K, Tan K C. A predictive gradient strategy for multiobjective evolutionary algorithms in a fast changing environment[J]. Memetic Computing, 2010, 2(2): 87-110.
- [28] McKay M D, Beckman R J, Conover W J. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239-245.
- [29] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [30] Rong M, Gong D, Zhang Y. A multi-direction prediction approach for dynamic multi-objective optimization[C]. International Conference on Intelligent Computing. Cham: Springer, 2016: 629-636.
- [31] Zhou A, Jin Y, Zhang Q, et al. Prediction-based population re-initialization for evolutionary dynamic multi-objective optimization[C]. International Conference on Evolutionary Multi-criterion Optimization. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007: 832-846.
- [32] Yuan Y, Xu H, Wang B, et al. Balancing convergence and diversity in decomposition-based many-objective optimizers[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 20(2): 180-198.
- [33] Schott J R. Fault tolerance design using single and multi-criteria genetic algorithms[D]. Boston: Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 1995.

### 作者简介

李二超(1980—), 男, 教授, 博士生导师, 从事人工智能、进化计算等研究, E-mail: lecstarr@163.com;

周扬(1995—), 男, 硕士生, 从事动态多目标优化的研究, E-mail: 2825860883@qq.com.

(责任编辑: 孙艺红)