

控制与决策

Control and Decision

求解卫星舱布局问题的蚁群劳动分工优化算法

王英聪, 肖人彬

引用本文:

王英聪, 肖人彬. 求解卫星舱布局问题的蚁群劳动分工优化算法[J]. *控制与决策*, 2021, 36(7): 1637–1646.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1764>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于参数自适应蚁群算法的高速列车行车调度优化](#)

Optimization of high-speed train operation scheduling based on parameter adaptive improved ant colony algorithm

控制与决策. 2021, 36(7): 1581–1591 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0992>

[自适应Jaya算法求解多目标柔性车间绿色调度问题](#)

Multi-objective flexible job shop green scheduling problem with self-adaptive Jaya algorithm

控制与决策. 2021, 36(7): 1714–1722 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1773>

[基于16方向24邻域改进蚁群算法的工业机器人路径规划](#)

Mobile robots path planning based on 16-directions 24-neighborhoods improved ant colony algorithm

控制与决策. 2021, 36(5): 1137–1146 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0600>

[基于地标特征和元学习方法推荐最适用优化算法](#)

Recommending best suitable metaheuristic based on landmarking feature and meta-learning approach

控制与决策. 2021, 36(5): 1223–1231 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0993>

[基于改进蚁群算法的水面无人艇路径规划](#)

Path planning for unmanned surface vehicle based on improved ant colony algorithm

控制与决策. 2021, 36(4): 847–856 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0839>

求解卫星舱布局问题的蚁群劳动分工优化算法

王英聪¹, 肖人彬^{2†}

(1. 郑州轻工业大学 电气信息工程学院, 郑州 450002; 2. 华中科技大学 人工智能与自动化学院, 武汉 430074)

摘要: 卫星舱布局是卫星总体设计的重要组成部分,其研究的是仪器设备在卫星舱内的最佳摆放方式. 从空间的角度出发,卫星舱布局的一个设计方案就是不同的仪器设备在容器内占据着不同的空间,当仪器设备所占空间发生变化时,就会形成新的设计方案. 因此,卫星舱布局可以看成是将容器空间合理地分配给仪器设备(分配特性),并达到某种最优指标(优化特性). 在借鉴蚁群劳动分工任务分配实现卫星舱布局空间分配的基础上,进一步融合卫星舱布局的优化特性,提出一种蚁群劳动分工优化算法. 在具体的实现过程中,为基本蚁群劳动分工算法设计启发式占位动作、自适应环境刺激和个性化响应阈值,同时引入禁忌搜索、跳坑策略和接收准则等优化技术,对 16 个代表性算例的计算结果表明,所提出算法是求解卫星舱布局的有效算法.

关键词: 卫星舱; 布局设计; 优化; 空间分配; 蚁群; 劳动分工

中图分类号: TP18

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1764

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 王英聪,肖人彬. 求解卫星舱布局问题的蚁群劳动分工优化算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(7): 1637-1646.

Ant colony labor division optimization algorithm for satellite module layout design

WANG Ying-cong¹, XIAO Ren-bin^{2†}

(1. School of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China; 2. School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Satellite module layout is an important part of satellite system design, which deals with the optimal placement of payloads (equipments and instruments) in the module. From the perspective of space, a design scheme of the satellite module layout is that different payloads occupying different spaces in the container. When the spaces occupied by payloads change, a new design scheme will be formed. Therefore, the satellite module layout can be viewed as reasonably allocating the module space to payloads and optimally achieving some goals. On the basis of using the task allocation in ant colony labor division to achieve the space allocation in satellite module layout, an ant colony labor division optimization algorithm is proposed by incorporating the optimization features in satellite module layout. During the implementation process, heuristic position-occupying actions, adaptive environment stimulus and personalized response thresholds are designed based on the basic ant colony labor division algorithm. Meanwhile, some optimization techniques (such as tabu search, off-trap strategy and acceptance criteria) are introduced. Experiments are performed on 16 representative instances, and computational results show the high effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: satellite module; layout design; optimization; space allocation; ant colony; labor division

0 引言

卫星舱布局设计是指在卫星舱内合理地布置各种设备、仪器和装置,以满足规定的工程技术约束条件并尽可能对布局方案的各项性能指标进行优化^[1]. 卫星舱布局设计直接影响着卫星的设计周期、

性能、寿命和成本,是卫星工程总体设计的关键技术之一. 卫星舱布局设计在工程上属于方案设计和复杂工程系统问题,在数学上属于组合最优化和 NP 完全问题,即存在工程复杂性,又存在计算复杂性^[2].

近些年,国内外学者对卫星舱布局问题进行了深

收稿日期: 2019-12-18; 修回日期: 2020-03-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61702463, 51875220); 河南省科技攻关项目(192102210111); 郑州轻工业大学博士科研基金项目(2017BSJJ004).

责任编辑: 林崇.

†通讯作者. E-mail: rbxiao@hust.edu.cn.

入研究,并提出一些求解算法.比如,滕弘飞等^[3]建立了卫星舱布局的数学模型,同时提出模式迭换法和主布模法;Feng等^[4]根据图论和群论给出了一种全局优化算法;于洋等^[5]将启发式随机搜索规则和拟牛顿法相结合,提出一种混合全局优化算法;Huang等^[6]将加速策略引入梯度法中,提出一种改进的拟物算法;Xiao等^[7]将压缩算法、最速下降法与模拟退火算法/粒子群算法相结合,提出两种混合算法;徐义春等^[8]将分步定位策略和蚁群算法相结合,提出一种启发式蚁群算法;王奕首等^[9]将最速下降法与Nelder-Mead直接搜索法和散射搜索法相结合,提出了改进的散射搜索法;黎自强等^[10]将外围逆序排列定位策略和并行搜索与蚁群优化相结合,提出一种快速启发式并行蚁群算法;Liu等将拟物拟人法和多个启发式格局更新策略相结合,分别提出了吸引盘填充算法^[11-12]、启发式禁忌搜索算法^[13]、启发式模拟退火算法^[14-15]、启发式势能曲面变平法^[16]和启发式混合算法^[17];何琨等^[18-20]将拟物方法与粗精调技术、动作空间相结合,分别提出了相应的改进型拟物算法.

在上述研究中,卫星舱内的仪器和设备被简化为圆形、矩形等规则物体.然而,实际问题中的待布物不一定是圆形和矩形这类规则形体,而是更为一般的不规则形体.简单地将规则形体的布局方法修改为不规则形体的布局方法通常不能得到相应的效果,几何复杂度的增加对算法的性能产生了质的影响^[21].针对待布物为不规则形体的卫星舱布局问题,Xiao等^[22]设计了一种基于离散重心临界多边形的波纹探测启发式算法;黄振东等^[23]将波纹探测启发式定位算法与广义模拟退火定序算法相结合,提出一种混合算法;Huang等^[24]将卫星舱布局问题映射到物理系统,提出了一种自组织涌现算法;Wang等^[25]将卫星舱布局问题映射到生物蚁群系统,提出一种柔性劳动分工算法.

作者在文献[25]中提出了柔性劳动分工算法的主要思路:任何物体都占据着一定的空间,卫星舱布局问题的一个设计方案就是不同的待布物在容器内占据着不同的空间;当待布物所占空间发生变化时,就会形成新的设计方案;卫星舱布局问题可以抽象为一个空间分配问题(即将容器空间合理有效地分配给各待布物),并借鉴蚁群劳动分工的任务分配来实现空间分配.由上述分析可知,卫星舱布局问题具有空间分配特性,同时其本质上还是一个最优化问题.柔性劳动分工算法^[25]考虑了卫星舱布局问题的空间分配特性,但并未充分考虑其优化特性.针对这

一不足,本文综合卫星舱布局问题的空间分配特性和优化特性,提出一种蚁群劳动分工优化算法.该算法在占位动作中引入启发式信息,在环境刺激中加入自适应机制,在响应阈值中体现个性化,并结合了禁忌技术、跳坑策略和接收准则等.实验表明,本文算法是求解不规则形体卫星舱布局问题的有效方法.

1 卫星舱布局问题

1.1 问题描述

简化卫星舱的三维布局和二维布局如图1(a)和1(b)所示.根据文献[18],卫星舱布局问题描述如下:在一个带自旋的返回式卫星舱内,要求将仪器、设备等有效载荷(称为待布物)互不嵌入地放置到卫星舱的承载板上;为了减少卫星舱飞行的阻力,应使卫星舱的半径尽可能的小;为了减小卫星舱自旋时产生的磨损、震动、发热、噪音等,应使卫星舱的静不平衡量也尽可能的小.假设各待布物均为不规则形体,且在卫星舱内垂直于舱中心轴线的圆形承载板上进行布局.以卫星舱的一个横截面为研究对象,则上述问题可抽象为一个带平衡约束的二维不规则图形布局问题^[20].

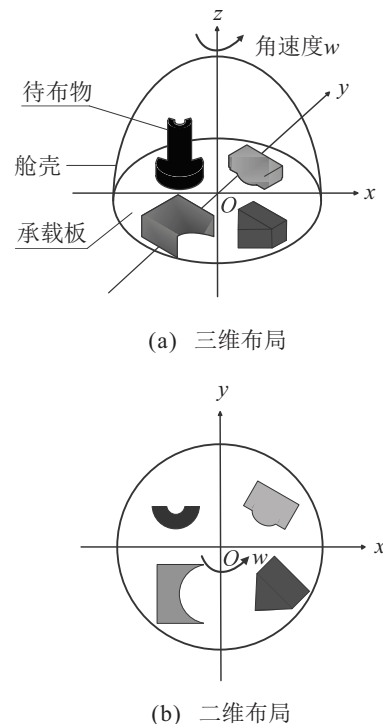


图1 简化卫星舱承载板上待布物的布局

1.2 数学模型

设在卫星舱承载板上要布置 n 个多边形,多边形的集合为 $P = \{P_1, \dots, P_n\}$,对应的旋转角度集合为 $A = \{A_1, \dots, A_n\}$;圆形承载板为 $C(O, R)$,其中 O 为承载板的圆心坐标,令其为坐标原点 $(0, 0)$, R 为承载板的半径.设多边形 $P_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的质心与形

心重合, P_i 的质量为 m_i , 形心为 $c_i = (c_{ix}, c_{iy})$, 则二维空间中多边形 P_i 的位置可由其形心 c_i 和旋转角度 a_i 唯一确定。

定义1 (多边形) 令 $I(P_i)$ 表示多边形 P_i 的内部, $B(P_i)$ 表示多边形 P_i 的边界, $p = (p_x, p_y)$ 表示二维空间内的一个点, 则多边形 P_i 可以表示为点的集合 $P_i = \{p = (p_x, p_y) | p \in I(P_i) \cup B(P_i)\}$ 。

定义2 (平移函数) 给定平移向量 $v = (v_x, v_y)$, 多边形 P_i 沿 v 平移后的位置为 $P_i \oplus v = \{(p_x + v_x, p_y + v_y) | p \in P_i\}$ 。

定义3 (旋转函数) 给定旋转角度 a_i , 多边形 P_i 绕其质心 c_i 逆时针旋转 a_i 后的位置为 $P_i(a_i) = \{(c_{ix} + (p_x - c_{ix}) \cos a_i - (p_y - c_{iy}) \sin a_i, c_{iy} + (p_x - c_{ix}) \sin a_i + (p_y - c_{iy}) \cos a_i) | p \in P_i\}$ 。

定义4 (布局方案) 记 $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $v_i \in R^2$ 为多边形 P_i 的平移向量, $a = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $a_i \in A_i$ 为多边形 P_i 的旋转角度, 称 (v, a) 为一种布局方案。

在上述定义的基础上, 结合卫星舱布局的要求, 可建立如下数学模型:

$$\begin{aligned} \min f_1(v, a) &= R = \\ \max &\left(\sqrt{p_x^2 + p_y^2} | (p_x, p_y) \in P_i(a_i) \oplus v_i, \right. \\ &P_i \in P, i \in \{1, 2, \dots, n\}\Big); \end{aligned} \tag{1}$$

$$\min f_2(v, a) = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n m_i c_{ix}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i c_{iy}\right)^2}. \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } &(P_i(a_i) \oplus v_i) \cap (P_j(a_j) \oplus v_j) = \emptyset, \\ &i \neq j, 1 \leq i, j \leq n; \end{aligned} \tag{3}$$

$$(P_i(a_i) \oplus v_i) \cap C(O, R) = P_i, 1 \leq i \leq n; \tag{4}$$

$$f_2(v, a) \leq \delta. \tag{5}$$

其中: 目标(1)是使放置 n 个多边形的承载板半径 R (即所有多边形的外包络圆半径) 尽可能小; 目标(2)是使布局后系统的静不平衡量尽可能小; 约束(3)保证任意两个多边形互不干涉; 约束(4)保证任意多边形包含在承载板 C 内; 约束(5)保证系统的静不平衡量不超过允许值 δ 。

1.3 模型变形

上述数学模型表明, 卫星舱布局问题是一个带约束的多目标优化问题。下面通过拟物策略和平移策略将其转化为无约束的单目标优化问题。

根据拟物策略^[26], 将多边形待布物和圆形承载板均视为弹性物体。当多边形之间、多边形与承载板之间存在干涉时, 就会产生挤压弹性势能。令 d_{ij} 表示

P_i 与 P_j 之间的干涉量, 可用 $P_i(a_i) \oplus v_i$ 与 $P_j(a_j) \oplus v_j$ 之间的嵌入深度度量 (详见文献 [25]); d_{0j} 表示承载板 C 与 P_j 之间的干涉量, 可用 C 与 $P_j(a_j) \oplus v_j$ 之间的嵌入深度度量 (详见文献 [25])。那么 P_i 与 P_j 之间的挤压弹性势能为 $u_{ij} = d_{ij}^2$, C 与 P_j 之间的挤压弹性势能为 $u_{0j} = d_{0j}^2$, 整个系统的弹性势能为 $U = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n u_{ij} = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij}^2$ 。一个合法的布局方案, 系统的弹性势能为零。拟物策略将卫星舱布局问题转化为承载板半径 R 固定情况下的弹性势能最小化问题, 并结合调整 R 的大小来求解。

平移策略^[7] 的基本思想是将所有待布物看作一个整体, 并朝着系统质心的方向移动。具体地, 对于一个布局方案 (v, a) , 首先计算整个系统的质心 $(X, Y) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n m_i c_{ix}}{\sum_{i=1}^n m_i}, \frac{\sum_{i=1}^n m_i c_{iy}}{\sum_{i=1}^n m_i}\right)$; 然后将系统的质心平移到坐标原点, 即 $(X, Y) \rightarrow (0, 0)$; 接着对所有多边形待布物进行相应的平移, 即 $(c_{ix}, c_{iy}) \rightarrow (c_{ix}, c_{iy}) - (X, Y) = \left(c_{ix} - \frac{\sum_{i=1}^n m_i c_{ix}}{\sum_{i=1}^n m_i}, c_{iy} - \frac{\sum_{i=1}^n m_i c_{iy}}{\sum_{i=1}^n m_i}\right)$ 。此时, 系统的静不平衡量变为 0。

拟物策略允许多边形之间、多边形与承载板之间存在干涉, 释放了约束(3)和(4)。平移策略直接使系统的静不平衡量达到最优值 0, 即满足了目标(2), 同时也释放了约束(5)。至此, 卫星舱布局问题就转化为弹性势能最小化问题。当找到弹性势能为零的合法布局方案后, 减小半径 R , 继续搜索。这里采用二分法^[18] 调整承载板半径 R 。

2 蚁群劳动分工优化算法

2.1 蚁群劳动分工模型

在蚁群等社会性昆虫中, 劳动分工指不同的个体执行不同的任务, 其显著特点是个体能够根据环境变化灵活地调整任务^[27]。Bonabeau 等^[28] 提出了一种描述蚁群劳动分工行为的响应阈值模型, 其基本原理如下: 族群中的每个任务都有一个环境刺激与之对应, 蚂蚁对每个任务都存在一个响应阈值。任务的环境刺激越大, 说明其紧迫性越强。蚂蚁的响应阈值越小, 说明其执行对应任务的倾向性越大。当一个任务的环境刺激超过了某个蚂蚁的响应阈值时, 它就开始执行该任务。令 S 表示某个任务的环境刺激, θ 表示某个蚂蚁的响应阈值, 则该蚂蚁执行任务的概率为

$$P = \frac{S^2}{S^2 + \theta^2}. \tag{6}$$

仿真结果表明^[28], 响应阈值模型不仅能够解释

真实蚁群社会的一些劳动分工现象,而且能够反映出蚁群在动态环境下的任务分配柔性.此外,响应阈值模型还具有结构简单、便于实现等优点,已被成功用于求解一些分配问题,比如生产管理、无人机集群和自主水下航行器中的任务分配^[29-31],以及社会群体和多式联运中的利益分配^[32-33]等.

2.2 基本蚁群劳动分工算法

在蚁群劳动分工中,不同的个体执行不同的任务,属于任务分配.在卫星舱布局中,不同的仪器设备占据不同的容器空间,属于空间分配.在具体的布局过程中,一般会对待布物执行固定、平移、交换等动作,以调整其所占据的空间.因此,卫星舱布局的空间分配可简化为由待布物执行不同的动作来完成.基本蚁群劳动分工算法^[25]的核心思想就是借鉴蚁群劳动分工的任务分配来实现卫星舱布局的空间分配.将待布物看作蚂蚁,将动作看成任务,分别为动作和待布物设计环节刺激和响应阈值,然后利用响应阈值模型进行求解.基本蚁群劳动分工算法主要包括占位动作、环境刺激、响应阈值和执行概率4个部分,具体定义如下.

定义5(占位动作) 根据待布物所占位置的变与不变,将占位动作分为两类:第1类是固定,第2类包括平移和交换.平移的原则是“令待布物远离邻近区域内的拥挤空间,并靠近邻近区域内的宽松空间”,具体的实现方式为“邻近区域内其他受挤压的待布物排斥它,其他不受挤压的待布物吸引它”.交换的原则是“既要有效改变当前布局的拓扑结构,又不会严重破坏当前布局”,具体的实现方式为“交换大小相似的待布物”.

定义6(环境刺激) 环境刺激描述了蚂蚁执行任务的外部驱动力.当整个布局的弹性势能较小时,说明大部分待布物都找到了合适的位置.此时,位置不变占位动作发出的环境刺激大,位置改变占位动作发出的环境刺激小.当整个布局的弹性势能较大时,说明大部分待布物之间存在干涉.此时,位置改变占位动作发出的环境刺激大,位置不变占位动作发出的环境刺激小.因此,位置不变占位动作的环境刺激与整个布局的弹性势能负相关,位置改变占位动作的环境刺激与整个布局的弹性势能正相关.

定义7(响应阈值) 响应阈值描述了蚂蚁执行任务的内部倾向性.当待布物找到一个好位置时,其自身的弹性势能较小.此时,待布物执行位置不变占位动作的倾向性大,执行位置改变占位动作的倾向性小.当待布物未找到一个好位置时,其自身的弹性势能较大.此时,待布物执行位置改变占位动作的倾向性大,执行位置不变占位动作的倾向性小.因此,待布

物对应位置不变占位动作的响应阈值与自身的弹性势能正相关,对应位置改变占位动作的响应阈值与自身的弹性势能负相关.

定义8(执行概率) 蚂蚁执行任务的概率由环境刺激和响应阈值共同决定.据此,待布物执行位置不变占位动作和位置改变占位动作的概率可由式(6)计算得到.待布物平移时主要在邻近区域搜索,交换时可能在邻近区域搜索,也可能在其他区域搜索.待布物执行位置改变占位动作时,采用平衡因子协调平移和交换.即随着执行位置改变占位动作次数的增加,逐渐由平移动作向交换动作转变.

2.3 蚁群劳动分工优化算法

卫星舱布局具有空间分配特性,基本蚁群劳动分工算法的提出正是基于这一点.但是,卫星舱布局本质上还是一个最优化问题,基本蚁群劳动分工算法并未深刻考虑其优化特性.针对这一不足,本节充分考虑卫星舱布局的空间分配特性和优化特性,提出一种蚁群劳动分工优化算法(ant colony's labor division optimization algorithm, ACLDOA).卫星舱布局的优化求解过程如图2所示.首先,根据当前的搜索情况(找到有前景的布局或陷入局部最优陷阱),执行深度开采搜索(即在当前布局解的邻域范围内搜索)或广度勘探搜索(即使用跳坑策略跳出局部最优);然后,根据接收原则选择一个新布局作为当前布局;如此反复,直到满足停止条件.根据卫星舱布局的优化求解特点,ACLDOA在占位动作中引入启发式信息,在环境刺激中加入自适应机制,在响应阈值中体现个性化,并结合了禁忌、跳坑和接收准则等优化技术.下面将从这几个方面对ACLDOA进行介绍.

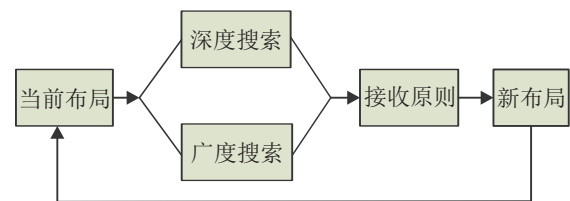


图2 卫星舱布局的优化求解过程

2.3.1 启发式占位动作

在基本蚁群劳动分工算法中,平移动作的设计只考虑了待布物之间、待布物与承载板之间的不干涉约束,令待布物远离邻近区域内的拥挤空间(通过斥力来实现),并靠近邻近区域内的宽松空间(通过引力来实现).实际上,远离拥挤区域的过程就是在靠近宽松区域,二者有一定的重叠. ACLDOA在平移待布物时仅考虑让其远离邻近区域内的拥挤空间,通过受挤压待布物的排斥力来实现.图3描述了 P_j 对 P_i 的排斥力 $F_{ji} = c_1 \frac{u_j}{U} \frac{D_{ji}}{\|D_{ji}\|}$.其中: c_1 为斥力系数, u_j

为 P_j 受到的挤压弹性势能, U 为整个布局的弹性势能, D_{ji} 为 P_j 与 P_i 之间的嵌入深度.

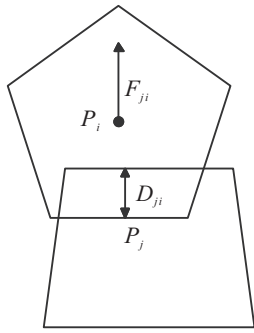


图3 P_j 对 P_i 的排斥力

考虑到最小化卫星舱半径的目标要求, ACLDOA 在平移待布物时还让其朝着圆形承载板的中心移动, 通过圆形承载板中心的吸引力来实现. 图4描述了圆形承载板中心 O 对 P_i 的吸引力 $F_{oi} = c_2 \left(\sum_{i=1}^n m_i c_{ix} / \sum_{i=1}^n m_i - c_{ix}, \sum_{i=1}^n m_i c_{iy} / \sum_{i=1}^n m_i - c_{iy} \right)$ (参照文献[34]), 其中 c_2 为引力系数, $\left(\sum_{i=1}^n m_i c_{ix} / \sum_{i=1}^n m_i, \sum_{i=1}^n m_i c_{iy} / \sum_{i=1}^n m_i \right)$ 为承载板中心坐标, (c_{ix}, c_{iy}) 为 P_i 的形心坐标. 最终, 平移动作的原理为“远离拥挤区域的同时靠近承载板中心”.

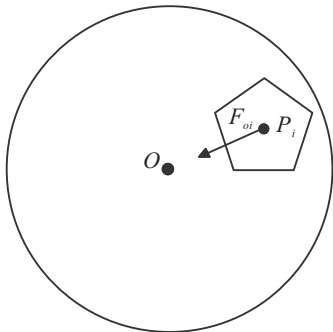


图4 圆形承载板中心 O 对 P_i 的吸引力

在基本蚁群劳动分工算法中, 交换动作只允许发生在大小相似的待布物之间. 目的是为了在不严重破坏当前布局方案的情况下, 有效改进布局的拓扑结构, 以便找到更有前景的布局方案. 实验发现, 交换位置邻近的待布物也能实现对当前布局方案的继承和改进. ACLDOA 采用以形心为圆心的包络圆半径度量待布物的大小; 将待布物按包络圆半径从大到小排序, 定义序号之差小于3的待布物为相似待布物; 定义形心距离小于包络圆半径之和1.5倍的待布物为邻近待布物; 交换动作只允许发生在大小相似或位置相邻的待布物之间. 最终, ACLDOA 基于相似原则和邻近原则执行交换动作.

2.3.2 自适应环境刺激

在基本蚁群劳动分工算法中, 位置不变占位动作和位置改变占位动作的环境刺激分别定义为

$$S_f = \frac{1}{k_1 U}, \quad (7)$$

$$S_c = k_1 U, \quad (8)$$

其中 k_1 为势能-刺激转化系数.

卫星舱布局属于 NP 完全问题, 其解空间是非连续、非线性、多模态和多极值的. 为了在有限时间内逼近全局最优解, 通常会强化对解空间中有前景区域的搜索, 并弱化对解空间中无前景区域的搜索. 在卫星舱布局的求解过程中, 位置改变占位动作起主要搜索作用, ACLDOA 将结合搜索的特点对位置改变占位动作的环境刺激进行自适应调整. 具体的, 若一个布局方案的弹性势能 $U < 1$, 则认为解空间中该点附近的区域为有前景的区域, 否则为无前景的区域. 将所有待布物执行一次占位动作称为一个周期, 布局更新后周期从1开始计数. 最终, 位置改变占位动作的环境刺激将按照图5的自适应方式进行调整, 即在有前景的搜索区域, 环境刺激随着执行周期逐渐加倍; 在无前景的搜索区域, 环境刺激随着执行周期逐次减半.

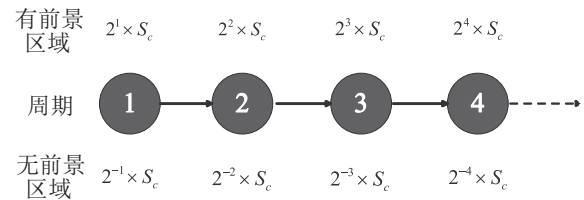


图5 环境刺激自适应调整

2.3.3 个性化响应阈值

在基本蚁群劳动分工算法中, 待布物 P_i 对应位置不变占位动作和位置改变占位动作的响应阈值分别定义为

$$\theta_{i,f} = k_2 u_i, \quad (9)$$

$$\theta_{i,c} = \frac{1}{k_2 u_i}, \quad (10)$$

其中 k_2 为势能-刺激转化系数.

位置改变占位动作包含平移和交换, 待布物对应这两个动作的响应阈值(即执行的倾向性)相同. 实验观察发现, 体型较大待布物的位置相对固定, 体型较小待布物的位置相对灵活. 同时, 从动作幅度来看, 平移动作的幅度小于交换动作. ACLDOA 将根据待布物的大小, 进一步区分其对应平移动作和交换动作的响应阈值. 令体型较大待布物优先执行平移动作, 体型较小待布物优先执行交换动作. 具体的, 将待布

物按包络圆半径从大到小排序,排名前一半的定义为较大待布物,其对应平移动作的响应阈值为 $\theta_{i,c,m} = \theta_{i,c}$,对应交换动作的响应阈值为 $\theta_{i,c,s} = \theta_{i,c}/2$;排名后一半的定义为较小待布物,其对应交换动作的响应阈值为 $\theta_{i,c,s} = \theta_{i,c}$,对应平移动作的响应阈值为 $\theta_{i,c,m} = \theta_{i,c}/2$.

2.3.4 不相关执行概率

在基本蚁群劳动分工算法中,待布物根据式(6)执行位置不变占位动作和位置改变占位动作,二者相互独立.进一步的,当待布物选择位置改变占位动作时,通过平衡因子来协调平移和交换. ACLDOA 对平移动作和交换动作的响应阈值作了区分,则待布物 P_i 执行固定、平移、交换的概率分别为

$$P_{i,f} = \frac{S_f^2}{S_f^2 + \theta_{i,f}^2}, \quad (11)$$

$$P_{i,c,m} = \frac{S_c^2}{S_c^2 + \theta_{i,c,m}^2}, \quad (12)$$

$$P_{i,c,s} = \frac{S_c^2}{S_c^2 + \theta_{i,c,s}^2}. \quad (13)$$

2.3.5 禁忌技术

在卫星舱布局的求解过程中,位置改变占位动作起主要搜索作用. 由于卫星舱布局解空间的复杂性,使得一些待布物的位置改变占位动作是无效的(尤其是在布局比较紧凑的情况下). 为避免无效动作的重复搜索, ACLDOA 引入如下禁忌策略. 若待布物执行平移或交换动作后未改进布局,则说明该动作有可能是一个无效的动作. 此时对其处以一定的惩罚,即增大待布物的响应阈值,从而减小其执行相应动作的概率. 若待布物连续多次执行同一动作后仍未改进布局,则认为待布物的该项动作是无效的. 此时直接令对应的响应阈值为无穷大,从而达到禁忌效果. 图6描述了基于响应阈值的禁忌策略的具体执行过程.

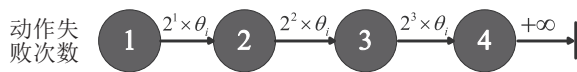


图6 基于响应阈值的禁忌策略

2.3.6 跳坑策略

卫星舱布局的核心难点在于问题的解空间中存在着大量的局部极值点. 这就要求算法既能快速地找到局部极值点,又能有效地跳出局部陷阱. 平移和交换可以看作是对当前布局的深度开采搜索. 当找到局部最优布局后,最简单的跳坑策略是初始化布局重新搜索,但这种方式无法利用当前局部最优布局中的有用信息. 据此, ACLDOA 设计了如下广度勘探搜索策略以跳出局部最优陷阱. 首先根据2.3.3节的方

法将待布物划分为较大待布物和较小待布物,然后将较小待布物移除承载板,接着利用拟物法消除较大待布物的干涉,最后再将较小待布物重新随机放回承载板的空闲区域,从而形成一个新的布局方案.

2.3.7 接收准则

对于待布物执行位置改变占位动作形成的新布局,若其优于当前布局,则无条件接收;否则,按照模拟退火思路以一定的概率接收. 对于执行跳坑策略形成的新布局(文中执行10次),根据优胜劣汰机制接收其中选择最好的布局,不论其是否优于当前布局.

2.3.8 算法流程

基于上述描述,图7给出了蚁群劳动分工优化算法(ACLDOA)的主要实现流程. ACLDOA 判定搜索陷入局部最优的准则为: 1) 最优布局方案在连续10个周期内未得到改进; 2) 所有待布物在连续3个周期内都执行位置不变占位动作.

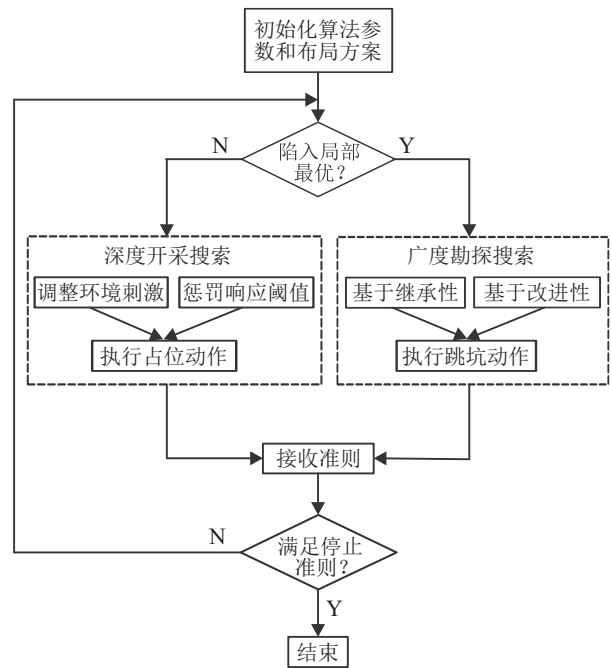


图7 蚁群劳动分工优化算法流程

3 实验结果与分析

本文采用 Java 语言编程实现 ACLDOA,并在 CPU 主频为 2.9 GHz、内存为 8 GB 的 PC 机上运行. 选取文献 [24] 中的 16 个算例进行测试, 实验中 ACLDOA 的参数设置如下: $c_1 = 100, c_2 = 0.01, k_1 k_2 = 1e+8$, 模拟退火初始温度为 100° , 降温系数为 0.99.

3.1 测试算例

表1列举了16个算例的特点. 由于卫星舱布局问题带有平衡性能约束,文献[24]为这些算例中的多边形构造了质量,并且假定多边形是均匀的. 本文采

用与文献[24]相同的多边形质量, 多边形的质心与形心重合. 设多边形 P_i 的 N 个顶点为 $(x_t, y_t) \in R^2, t \in \{1, 2, \dots, N\}$, 则其形心 (c_{ix}, c_{iy}) 的计算公式为

$$c_{ix} = \frac{1}{6S_i} \sum_{t=1}^N (x_t + x_{t+1})(x_t y_{t+1} - x_{t+1} y_t), \quad (14)$$

$$c_{iy} = \frac{1}{6S_i} \sum_{t=1}^N (y_t + y_{t+1})(x_t y_{t+1} - x_{t+1} y_t), \quad (15)$$

$$S_i = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N (x_t y_{t+1} - x_{t+1} y_t). \quad (16)$$

其中: $(x_{N+1}, y_{N+1}) = (x_1, y_1)$, S_i 为 P_i 的面积.

表1 各个算例的性质

算例	不同多边形 的个数	多边形的 总个数	多边形的 平均顶点	允许的旋转 角度 l ($^\circ$)
Albano	8	24	7.25	0,180
Blaz1	7	28	6.29	0,180
Blaz2	4	20	7.50	0,180
Dagli	10	30	6.30	0,180
Dighe1	16	16	3.87	0
Dighe2	10	10	4.70	0
Fu	12	12	3.85	0,90,180,270
Jakobs1	25	25	5.60	0,90,180,270
Jakobs2	25	25	5.36	0,90,180,270
Mao	9	20	9.22	0,90,180,270
Marques	8	24	7.37	0,90,180,270
Shapes0	4	43	8.75	0
Shapes1	4	43	8.75	0,180
Shirts	8	99	6.63	0,180
Swim	10	48	21.90	0,180
Trousers	17	64	5.06	0,180

3.2 实验结果与比较

对所有的算例, 初始半径 R 的设置满足 $\pi R^2 = 1.8S$, S 为所有多边形的面积之和. 各个算例的目标

均设定为在满足静不平衡量为零的条件下, 求容器最小的包围半径, 终止条件为运算时间达到1200s. 对于每个算例, 独立运行 ACLDOA10次. 在10次运行中, 将获得的容器半径的平均值、最小值和标准差分别列于表2中, 并与自组织涌现算法 SEA^[24] 和基本蚁群劳动分工算法 FLDA^[25] 的计算结果形成对比.

与 SEA 相比, ACLDOA 在16个算例上都找到了更好的解. 具体的, 在容器半径的平均值方面, 解的质量平均提升了0.79%, 其中在 Dighe2 上的提升最小为 $(65.694 - 65.682)/65.694 \times 100\% = 0.02\%$, 在 Marques 上的提升最大为 $(55.791 - 54.218)/55.791 \times 100\% = 2.82\%$; 在容器半径的最小值方面, 解的质量平均提升了0.41%, 其中在 Dighe2 上的提升最小为 $(65.676 - 65.674)/65.676 \times 100\% = 0.03\%$, 在 Marques 上的提升最大为 $(54.884 - 54.079)/54.884 \times 100\% = 1.47\%$.

与 FLDA 相比, ACLDOA 在13个算例上找到了更好的解. 具体的, 在容器半径的平均值方面, 解的质量平均提升了0.16%, 其中在 Dighe2 上的提升最小为 $(65.683 - 65.682)/65.683 \times 100\% = 0.002\%$, 在 Blaz2 上的提升最大为 $(10.708 - 10.660)/10.708 \times 100\% = 0.45\%$; 在容器半径的最小值方面, 解的质量平均提升了0.23%, 其中在 Jakobs1 上的提升最小为 $(12.072 - 12.070)/12.072 \times 100\% = 0.02\%$, 在 Blaz2 上的提升最大为 $(10.695 - 10.596)/10.695 \times 100\% = 0.93\%$.

此外, ACLDOA 在标准差方面也取得了较好的结果, 说明 ACLDOA 的求解效果比 SEA 和 FLDA 更

表2 SEA、FLDA和ACLDOA的计算结果比较

算例	SEA			FLDA			ACLDOA		
	平均值	最小值	标准差	平均值	最小值	标准差	平均值	最小值	标准差
Albano	4093.297	4068.297	11.1422	4075.584	4060.121	11.2813	4070.719	4058.356	9.3207
Blaz1	11.420	11.331	0.0452	11.378	11.351	0.0298	11.345	11.317	0.0243
Blaz2	10.767	10.732	0.0235	10.708	10.695	0.0103	10.660	10.596	0.0125
Dagli	34.316	34.086	0.1290	34.126	34.000	0.1191	34.104	33.992	0.1075
Dighe1	63.337	63.017	0.4289	63.308	63.015	0.1858	63.246	63.015	0.0969
Dighe2	65.694	65.676	0.0090	65.683	65.674	0.0042	65.682	65.674	0.0026
Fu	20.454	20.409	0.0314	20.393	20.374	0.0275	20.380	20.353	0.0315
Jakobs1	12.198	12.075	0.0614	12.126	12.072	0.0320	12.098	12.070	0.0030
Jakobs2	23.187	23.018	0.0776	23.236	23.169	0.0584	23.193	23.099	0.0783
Mao	1278.279	1262.932	5.8120	1256.741	1251.630	3.9119	1253.771	1247.265	1.6880
Marques	55.791	54.884	0.6277	54.348	54.156	0.1240	54.218	54.079	0.1776
Shapes0	28.140	27.976	0.0950	27.971	27.948	0.0276	27.950	27.924	0.0135
Shapes1	27.572	27.366	0.1109	27.383	27.355	0.0201	27.389	27.360	0.0168
Shirts	29.150	29.092	0.0451	29.083	29.070	0.0153	29.074	29.056	0.0172
Swim	3403.418	3387.744	14.0511	3389.952	3380.135	9.9012	3387.290	3371.34	10.0664
Trousers	82.617	82.270	0.2822	82.432	82.133	0.6348	82.285	81.956	0.38711

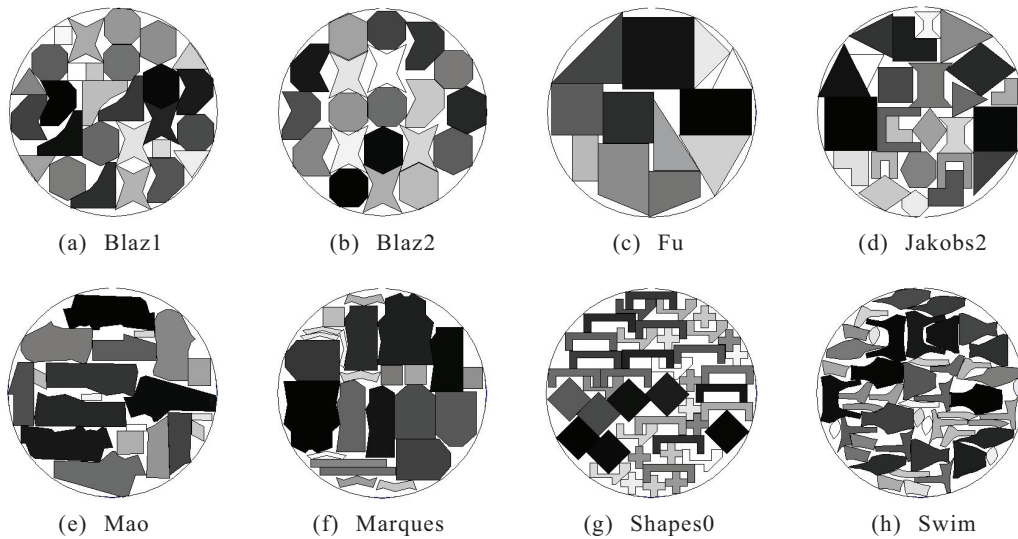


图8 若干最优布局

为稳定. 由表2中还可以发现, ACLDOA在容器半径 R 上的改进不是很大. 但实际上对于这类问题, 在半径 R 上一个小的改进通常意味着一个不同的格局. 图8给出了改进较大的8个算例的最优布局图. 由图8可以看出, 在满足系统静不平衡量为0的条件下, 各个布局结果比较紧凑.

3.3 算法分析

从对卫星舱布局问题的求解过程来看, SEA、FLDA和ACLDOA都属于全装填方法范畴. 该方法首先将所有待布物强行放入容器(不考虑约束条件)中, 然后不断调整各待布物的位置, 直到所有待布物都满足约束条件, 此时就得到一个合法的布局解. 在具体的求解过程中, SEA通过交换动作调整待布物的位置, FLDA和ACLDOA采用平移动作和交换动作. 本小节通过分析执行动作的效率进一步对比算法的性能.

图9给出了SEA、FLDA和ACLDOA在算例Marques和Swim上的弹性势能演化曲线, 这两个算例的半径分别固定在54.5和3450. 为确保公平性, SEA、FLDA和ACLDOA对每个算例都从相同的初始格局出发, 弹性势能取5次实验的平均值. 由图9可以看出, ACLDOA通过执行较少的动作就能将弹性势能优化到最优值, FLDA则需要执行较多的动作, 而SEA执行动作的效率最低, 甚至有可能找不到最优值. 下面通过算法的搜索机制对此现象做进一步分析.

蚁群劳动分工的显著特点是由个体行为柔性产生族群任务的分配柔性. 行为柔性指蚂蚁执行的任务不是固定不变的, 而是对环境表现出适应性, 这种适应性通过刺激-响应的方式实现. FLDA继承了蚂

蚁行为柔性的特点, 分别为动作和待布物设计了环境刺激和响应阈值, 使得待布物能够根据布局环境的变化调整所执行的动作. 在此基础上, ACLDOA根据卫

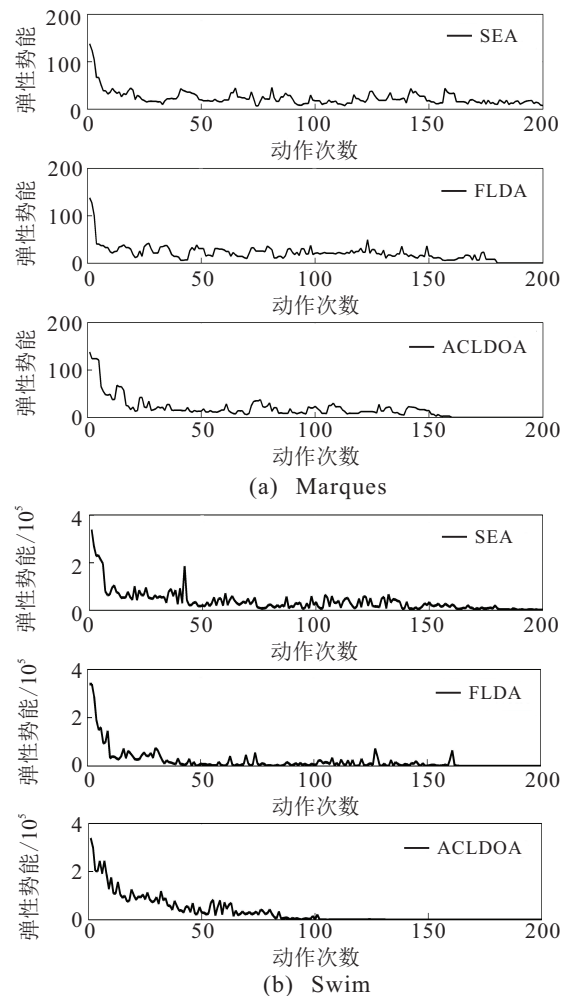


图9 ACLDOA与SEA、FLDA在Marques和Swim上的弹性势能演化对比

星舱布局的优化特性对环境刺激和响应阈值进行了自适应与个性化的改进, 并结合了“禁忌”“跳坑”等

技术,进一步提高了待布物执行动作的效率. SEA的核心步骤在于每一次都利用极值算法的思想选择局部能量高的待布物与其他所有待布物进行交换,从而得到邻域解,然后从该邻域解中选择一个解作为当前解. 极值算法的思想属于贪婪策略,容易陷入局部最优. 而当前解的选择通过遍历所有邻域解来得到,遍历的缺点是容易造成多余的计算. 从行为柔性的角度出发,在每一次迭代过程中,每个待布物都会与所选择的待布物进行交换,即每个待布物都会执行交换动作,其缺乏行为柔性.

4 结论

1) 本文分析了卫星舱布局的空间分配特性和优化特性,其中空间分配特性的揭示为卫星舱布局求解提供了新思路. 卫星舱布局要求在舱内合理地摆放仪器设备,可看成是将舱内空间分配给仪器设备,具有分配特性. 同时,卫星舱布局还要求尽可能提高卫星舱的静不平衡精度和空间利用率,具有优化特性.

2) 本文在充分考虑卫星舱布局分配特性和优化特性的基础上,提出一种新颖的蚁群劳动分工优化算法 ACLDOA. ACLDOA 继承了蚁群任务分配柔性的特点,使得其在不同算例上都能实现卫星舱空间的有效分配. ACLDOA 中启发式动作、自适应刺激、禁忌搜索、跳坑策略和接收准则等优化技术的引入,进一步提升了卫星舱的空间分配效率.

3) 群智能劳动分工主要分为蚁群和蜂群两大类,其中蚁群采用的是个体与环境交互的刺激-响应分工机制,蜂群采用的是个体与个体交互的激发-抑制机制. 下一步将研究蜂群劳动分工在卫星舱布局问题上的应用,同时,基于分配优化的求解思路对其他布局问题也具有一定的借鉴意义.

参考文献(References)

- [1] Wang Y S, Teng H F. Knowledge fusion design method: Satellite module layout[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22(1): 32-42.
- [2] 孙治国, 滕弘飞, 刘占伟. 航天器舱自动化布局设计的若干科学问题[J]. 自然科学进展, 2003, 13(11): 1134-1140.
(Sun Z G, Teng H F, Liu Z W. Some scientific issues on the automatic layout design of spacecraft module[J]. Progress in Natural Science, 2003, 13(11): 1134-1140.)
- [3] 滕弘飞, 孙守林, 葛文海, 等. 转动圆桌平衡摆盘——带平衡性能约束的Packing问题[J]. 中国科学: A辑, 1994, 24(7): 754-760.
(Teng H F, Sun S L, Ge W H, et al. Layout optimization for the dishes installed on a rotating table-the packing equilibrium behavioural constraints[J]. Science in China: Series A, 1994, 24(7): 754-760.)
- [4] Feng E M, Wang X L, Wang X M, et al. An algorithm of global optimization for solving layout problems[J]. European Journal of Operational Research, 1999, 114(2): 430-436.
- [5] 于洋, 查建中, 唐晓君. 面向布局问题求解的混合全局优化算法研究[J]. 铁道学报, 2001, 23(6): 44-49.
(Yu Y, Zha J Z, Tang X J. A mixed global optimization algorithm (MGOA) for packing problems[J]. Journal of the China Railway Society, 2001, 23(6): 44-49.)
- [6] Huang W Q, Chen M. Note on: An improved algorithm for the packing of unequal circles within a larger containing circle[J]. Computers & Industrial Engineering, 2006, 50(3): 338-344.
- [7] Xiao R B, Xu Y C, Amos M. Two hybrid compaction algorithms for the layout optimization problem[J]. BioSystems, 2007, 90(2): 560-567.
- [8] 徐义春, 肖人彬. 用蚁群算法求解带平衡约束的圆形布局问题[J]. 控制与决策, 2008, 23(1): 25-29.
(Xu Y C, Xiao R B. Ant colony algorithm for layout optimization with equilibrium constraints[J]. Control and Decision, 2008, 23(1): 25-29.)
- [9] 王奕首, 史彦军, 滕弘飞. 用改进的散射搜索算法求解带平衡约束的圆形Packing问题[J]. 计算机学报, 2009, 32(6): 1214-1221.
(Wang Y S, Shi Y J, Teng H F. An improved scatter search for circles packing problem with the equilibrium constraint[J]. Chinese Journal of Computers, 2009, 32(6): 1214-1221.)
- [10] 黎自强, 田茁君, 王奕首, 等. 求解平衡约束圆形Packing问题的快速启发式并行蚁群算法[J]. 计算机研究与发展, 2012, 49(9): 1899-1909.
(Li Z Q, Tian Z J, Wang Y S, et al. A fast heuristic parallel ant colony algorithm for circles packing problem with the equilibrium constraints[J]. Journal of Computer Research and Development, 2012, 49(9): 1899-1909.)
- [11] Liu J F, Li G. Basin filling algorithm for the circular packing problem with equilibrium behavioral constraints[J]. Science China Information Sciences, 2010, 53(5): 885-895.
- [12] Liu J F, Li J, Lu Z P, et al. A quasi-human strategy-based improved basin filling algorithm for the orthogonal rectangular packing problem with mass balance constraint[J]. Computers & Industrial Engineering, 2017, 107: 196-210.
- [13] Liu J F, Li G, Geng H T. A new heuristic algorithm for the circular packing problem with equilibrium constraints[J]. Science China Information Sciences, 2011, 54(8): 1572-1584.
- [14] Liu J F, Li G, Chen D B, et al. Two-dimensional equilibrium constraint layout using simulated annealing[J]. Computers & Industrial Engineering, 2010, 59(4): 530-536.
- [15] 刘景发, 张振, 薛羽, 等. 带静不平衡约束的正交矩形布局问题的启发式模拟退火算法[J]. 模式识别与人工智能, 2015, 28(7): 626-632.

- (Liu J F, Zhang Z, Xue Y, et al. Heuristic simulated annealing algorithm for orthogonal rectangle packing problem with static non-equilibrium constraints[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2015, 28(7): 626-632.)
- [16] Liu J F, Jiang Y C, Li G, et al. Heuristic-based energy landscape paving for the circular packing problem with performance constraints of equilibrium[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2015, 431: 166-174.
- [17] 刘景发, 刘思好. 带静不平衡约束的矩形装填问题的启发式算法[J]. 软件学报, 2018, 29(2): 283-298.
(Liu J F, Liu S Y. Heuristic algorithm for the rectangular packing problem with static non-equilibrium constraint[J]. Journal of Software, 2018, 29(2): 283-298.)
- [18] 何琨, 莫旦增, 许如初, 等. 基于粗精调技术的求解带平衡约束圆形Packing问题的拟物算法[J]. 计算机学报, 2013, 36(6): 1224-1234.
(He K, Mo D Z, Xu R C, et al. A quasi-physical algorithm based on coarse and fine adjustment for solving circles packing problem with constraints of equilibrium[J]. Chinese Journal of Computer, 2013, 36(6): 1224-1234.)
- [19] He K, Mo D Z, Ye T, et al. A coarse-to-fine quasi-physical optimization method for solving the circle packing problem with equilibrium constraints[J]. Computers & Industrial Engineering, 2013, 66(4): 1049-1060.
- [20] 何琨, 杨辰凯, 黄梦龙, 等. 动作空间带平衡约束圆形Packing问题的拟物求解算法[J]. 软件学报, 2016, 27(9): 2218-2229.
(He K, Yang C K, Huang M L, et al. Quasi-physical algorithm based on action space for solving the circles packing problem with equilibrium constraints[J]. Journal of Software, 2016, 27(9): 2218-2229.)
- [21] Bennell J A, Oliveira J F. The geometry of nesting problems: a tutorial [J]. European Journal of Operational Research, 2008, 184(2): 397-415.
- [22] Xiao R B, Huang Z D. An intelligent approach to the irregular polygon layout problem based on adaptive artificial bee colony algorithm[J]. International Journal of Computer Applications in Technology, 2012, 43(4): 295-303.
- [23] 黄振东, 肖人彬. 求解带性能约束凸多边形布局的混合算法[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2014, 42(3): 47-51.
(Huang Z D, Xiao R B. Hybrid algorithm for the convex polygon packing problem with constraints of equilibrium[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2014, 42(3): 47-51.)
- [24] Huang Z D, Xiao R B. An emergent computation approach to the problem of polygon layout with performance constraints[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2013, 392(20): 5074-5088.
- [25] Wang Y C, Xiao R B, Wang H M. A flexible labour division approach to the polygon packing problem based on space allocation[J]. International Journal of Production Research, 2017, 55(11): 3025-3045.
- [26] Wang H Q, Huang W Q, Zhang Q, et al. An improved algorithm for the packing of unequal circles within a larger containing circle[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 141(2): 440-453.
- [27] 肖人彬, 王英聪. 群智能自组织劳动分工研究进展[J]. 信息与控制, 2019, 48(2): 129-139.
(Xiao R B, Wang Y C. Research progress of self-organized labor division in swarm intelligence[J]. Information and Control, 2019, 48(2): 129-139.)
- [28] Bonabeau E, Theraulaz G, Deneubourg J L. Fixed response thresholds and the regulation of division of labor in insect societies[J]. Bulletin of Mathematical Biology, 1998, 60(4): 753-807.
- [29] 琚春华, 陈庭贵. 基于能力评价与利益驱动的扩展蚁群劳动分工模型及在动态任务分配中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(1): 84-93.
(Ju C H, Chen T G. Extended labor division model of ant colony based on ability-evaluation and interest-driven and its applications in dynamic task allocations[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(1): 84-93.)
- [30] Wu H S, Li H, Xiao R B, et al. Modeling and simulation of dynamic ant colony's labor division for task allocation of UAV swarm[J]. Physica A, 2018, 491: 127-141.
- [31] 杨惠珍, 王强. 基于动态蚁群劳动分工模型的多AUV任务分配方法研究[J]. 控制与决策, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1312.
(Yang H Z, Wang Q. A multi-AUV dynamic task allocation method based on ant-colony-labor-division-model[J]. Control and Decision, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1312.)
- [32] 肖人彬, 王英聪. 面向群体利益分配的蚁群劳动分工建模与仿真[J]. 管理科学学报, 2016, 19(10): 1-15.
(Xiao R B, Wang Y C. Modeling and simulation of ant colony's labor division for interests allocation of social groups[J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(10): 1-15.)
- [33] 贺智纲, 黄娟, 帅宇红. 基于蚁群劳动分工的多式联运利益分配研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(11): 19-26.
(He Z G, Huang J, Shuai Y H. Research on benefit allocation of multimodal transport based on ant colony's labor division[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(11): 19-26.)
- [34] Huang W Q, Ye T. Global optimization method for finding dense packings of equal circles in a circle[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 210(3): 474-481.

作者简介

王英聪(1987—),男,讲师,博士,从事群智能、布局优化等研究, E-mail: ying_cong_wang@163.com;

肖人彬(1965—),男,教授,博士生导师,从事群智能、涌现计算等研究, E-mail: rbxiao@hust.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)