

控制与决策

Control and Decision

Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器

蒲明, 刘鹏, 熊皓

引用本文:

蒲明, 刘鹏, 熊皓. Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器[J]. *控制与决策*, 2021, 36(7): 1655–1662.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1652>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

控制与决策. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

参数未知的离散系统Q-学习优化状态估计与控制

Q-learning optimal state estimation and control for discrete systems with unknown parameters

控制与决策. 2020, 35(12): 2889–2897 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0180>

Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器

蒲明, 刘鹏[†], 熊皓

(成都信息工程大学 控制工程学院, 成都 610225)

摘要: 首先分析现有fal函数和传统非线性扩张状态观测器中存在的6类问题,提出一种固定时间收敛的fal函数,其收敛速度快于传统fal函数,且收敛时间上界与初始误差无关;然后,分别设计基于新型fal函数的非线性扩张状态观测器、指数收敛非线性扩张状态观测器和全新结构的固定时间收敛非线性扩张状态观测器;最后,通过仿真验证这3种新型的非线性扩张状态观测器的估计总误差相对于传统非线性扩张状态观测器分别减少15.4%、16.9%和93.8%,对应的被控状态总误差分别减少13.6%、30.4%和78.3%。

关键词: fal函数; 非线性; 扩张状态观测器; 多输入多输出; 固定时间收敛; 指数收敛

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1652

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 蒲明,刘鹏,熊皓. Fal函数的改进及3种新型非线性扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 2021, 36(7): 1655-1662.

Advanced fal function and three novel nonlinear extended state observers

PU Ming, LIU Peng[†], XIONG Ai

(Control Engineering College, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: Six disadvantages of fal functions and traditional nonlinear extended state observers are summarized firstly. To solve these problems, a fal function with fixed time convergence is proposed, which has better convergence ability compared to traditional fal functions, and the upper bound of convergence time is independent of the initial error. Then the nonlinear extended state observer based on the proposed fal function, the exponential convergent extended state observer and the fixed time convergent extended state observer are designed. Finally, the simulation results show that the estimation errors of the three novel nonlinear extended state observers are respectively reduced by 15.4%, 16.9% and 93.8%, compared to the traditional nonlinear extended state observer, and the steady-state errors of the controlled states are reduced by 13.6%, 30.4% and 78.3% respectively.

Keywords: fal function; nonlinear; extended state observer; MIMO; fixed-time convergent; exponential convergent

0 引言

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)是一种鲁棒性强、运算量相对较小、被广泛使用的现代控制方法,其核心思想是采用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)估计外干扰、不确定或建模误差等所有未知项,并根据估计值设计控制项以进行补偿和抑制^[1-2]. 因为控制器中超过所需量的抵消项起到的作用与扰动一样,仅方向相反,所以ADRC方法的重要意义是基于ESO,数量级地降低控制器的保守性. 正是由于这一优点,ADRC已被用于Boost变换器^[3]、感应电机^[4]等,更具标志性的是德州仪器和飞思卡尔在其芯片中采用ADRC取代了传统

的PID控制^[2].

ESO只需采用一阶状态信息,计算量小,所以不仅适用于ADRC,而且还用于水下机器人的3D轨迹跟踪^[2],估计永磁同步电机的未知转速,进一步降低滑模的抖振问题^[5],与Backstepping控制结合用于具有大扰动的电液系统控制^[6],与新型积分滑模控制结合用于水下机器人的扰动抑制^[7],与高阶滑模结合用于三相功率变换器^[8],与全局收敛递归神经网络结合优化路径跟踪控制^[9]. 因此,ESO的性能直接影响着这些控制器的最终性能. 研究和改进ESO具有重要意义.

早期的ESO采用一阶跟踪误差的线性项作为

收稿日期: 2019-11-26; 修回日期: 2020-02-24.

基金项目: 成都信息工程大学科研基金项目(KYTZ201636); 四川省教育厅重点项目(15ZB0176, 13ZA0083).

责任编辑: 关新平.

[†]通讯作者. E-mail: liupeng@cuit.edu.cn.

主导收敛项,因此成为线性扩张状态观测器(linear extended state observer, LESO)^[10]. 文献[11]将LESO进一步推广到一类一阶MIMO系统,并用频域方法分析了其收敛性;文献[12]详细推导并证明了高阶LESO的稳定性以及带宽阶次对于性能的影响. 但频域分析方法一般局限于LESO. 文献[13]延续了文献[14]的构造方法和证明思路,但采用了fal函数构造非线性的扩张状态观测器(nonlinear extended state observer, NESO). 文献[15]证明了一类非线性系统的NESO的开环稳定性;文献[2]进一步将文献[15]的结论推广到一类MIMO非线性系统,并证明了其闭环稳定性;文献[16]分析了LESO和NESO的跟踪效果,通过仿真发现LESO在高频段跟踪效果优于NESO,但只给出了经验结论,未做理论证明;文献[17]选择带宽的次幂作为增益,从而保证不同子系统间的收敛速度匹配. 以上的NESO均采用相同结构的fal函数作为非线性项,即靠近原点采用大增益线性项,远离原点采用终端吸引子函数. 近期虽有文献采用光滑的类Sigmoid函数设计NESO,但仍然依循“小误差放大、大误差减小”的设计理念^[1,18]. 在最新的一些文献中, fal函数也从ADJC和NESO逐步扩展应用于其他控制方法,如滑模的趋近律设计^[19]. 因此,以fal函数为代表的非线性函数是NESO、ADJC研究的核心和出发点.

本文首先详细分析和总结了传统fal函数和NESO存在的6类问题,然后设计了改进的fal函数和3种新型NESO.

1 问题陈述及预备知识

传统的fal函数具有以下形式:

$$\text{fal}(s, \beta, \delta) = \begin{cases} |s|^\beta \text{sgn}(s), & |s| > \delta; \\ \frac{s}{\delta^{1-\beta}}, & |s| \leq \delta. \end{cases} \quad (1)$$

其中: s 为fal函数变量, δ 为任意小正数, $\beta \in (0, 1)$ ^[1-18,20].

注1 将 $|s|^\beta \text{sgn}(s)$ 习惯性地写为 s^β 以简化公式.

针对fal函数的缺陷,首先给出如下引理.

引理1 对于任意给定的常数 $\delta \in (0, 1)$ 和 $\beta \in (0, 1)$,有下式成立:

$$\begin{cases} \frac{s}{\delta^{1-\beta}} < s^\beta, & |s| \in (0, \delta); \\ \frac{s}{\delta^{1-\beta}} < \frac{s^\beta}{\delta^{1-\beta}}, & |s| \in (0, 1); \\ \frac{s^\beta}{\delta^{1-\beta}} < \frac{s}{\delta^{1-\beta}}, & |s| \in (1, +\infty); \\ s^\beta < \frac{s}{\delta^{1-\beta}}, & |s| \in (\delta, +\infty). \end{cases} \quad (2)$$

证明 由于上述论域的对称性,为避免赘述,下文均只证明正半轴区间内结论. 设比较函数为 $g(s) = s^\beta - s/\delta^{1-\beta} = s(1/s^{1-\beta} - 1/\delta^{1-\beta})$,则 $g(s) > 0$ 在 $s \in (0, \delta)$ 范围内对任意 $\delta \in (0, 1)$ 和 $\beta \in (0, 1)$ 均成立. 同理可证引理1中后3个不等式成立. \square

式(2)中第1个和第2个不等式说明fal函数第2项线性项在原点附近区间慢于第1项非线性项,同时也说明非线性项在这一区间可以更好地实现“小误差放大”. 第3个和第4个不等式均说明,在远离原点区间,线性项收敛速度快于非线性项. 引理1整体表明从收敛性能看,传统的fal函数收敛性能存在提升空间,这也会间接促进NESO的性能的改善. 这是本文的出发点.

再进一步考虑基于fal函数的传统NESO的缺点. 首先假设在如下MIMO非线性系统中:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}, \quad (3)$$

$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^m$, $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{R}^m \rightarrow \boldsymbol{R}^m$, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{R}^{m \times m} \rightarrow \boldsymbol{R}^m$ 均是已知非线性项; $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) : \boldsymbol{R}^m \times \boldsymbol{R} \rightarrow \boldsymbol{R}^m$ 是包含外扰动和未建模误差等在内的综合未知非线性项,其导数未知但存在上界,即 $\exists \varepsilon > 0$ 使得 $\sup\{\|\dot{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x}, t)\| = \|\dot{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}, t)\|, \forall \boldsymbol{x}, t\} \leq \varepsilon$; $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{R}^m$ 为控制器.

将上面系统的状态扩张为 $\boldsymbol{x}_1 = \boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{x}_2 = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t)$, 则采用fal函数的NESO的一般结构为

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{x}_1, & \boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{z}_2 - \boldsymbol{x}_2, \\ \dot{\boldsymbol{z}}_1 = \boldsymbol{z}_2 + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} - \lambda_1 \text{fal}(\boldsymbol{e}_1, \beta, \delta_1), \\ \dot{\boldsymbol{z}}_2 = -\lambda_2 \text{fal}(\boldsymbol{e}_1, \beta, \delta_2). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\boldsymbol{z}_1 \in \boldsymbol{R}^m$, $\boldsymbol{z}_2 \in \boldsymbol{R}^m$ 是NESO的内部状态,分别跟踪 \boldsymbol{x} 和 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t)$; $\boldsymbol{e}_i = [e_{i,j}]_j^T$ ($i = 1, 2, j = 1, 2, \dots, m$)为对应的跟踪误差; $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ 为NESO的增益; $\text{fal}(\boldsymbol{e}_1, \beta, \delta_1) = [\text{fal}(e_{1,i}, \beta, \delta_1)]_i^T$, $i = 1, 2, \dots, m$. 将系统(3)代入(4)的NESO方程,可以得到误差系统为

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{e}}_1 &= \dot{\boldsymbol{z}}_1 - \dot{\boldsymbol{x}}_1 = \\ &\boldsymbol{z}_2 + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} - \lambda_1 \text{fal}(\boldsymbol{e}_1, \beta, \delta_1) - \\ &\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} = \\ &\boldsymbol{e}_2 - \lambda_1 \text{fal}(\boldsymbol{e}_1, \beta, \delta_1), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{e}}_2 = \dot{\boldsymbol{z}}_2 - \dot{\boldsymbol{x}}_2 = -\lambda_2 \text{fal}(\boldsymbol{e}_1, \beta, \delta_2) - \boldsymbol{l}(\boldsymbol{x}, t). \quad (6)$$

观察式(5)和(6),并结合当前NESO和fal函数的相关文献,可总结出以下6类问题.

问题1 从收敛的角度看,终端吸引子 $|s|^\beta \text{sgn}(s)$

是有限时间收敛的,特别适用于靠近原点阶段($|s| < 1$)的控制,对误差有放大作用,而不适于远离原点阶段的控制,收敛会慢于经典的线性控制.线性项是指数收敛的,适用于远离原点阶段($|s| > 1$)的控制^[21].但在fal函数中,对终端吸引子项和线性项的使用是反过来的,这就造成了无论初始误差 $s(0)$ 有多大,fal函数整体看是非有限时间收敛的.此外,线性项也是可以改进的以提升收敛能力.

问题2 由于 e_2 不可得, \dot{z}_1 和 \dot{z}_2 的设计中均采用 e_1 的fal函数作为收敛项,造成证明过程复杂繁琐^[14].

问题3 式(6)表明,当 $e_{1,i}e_{2,i} < 0 (i = 1, 2, \dots, m)$ 或 $e_1 = \mathbf{0}$ 时, $e_{2,i}$ 并不收敛.再由式(5)可知 $e_{2,i}$ 又会使得 $e_{1,i}$ 增大.所以 e_1 和 e_2 的收敛过程中,耦合程度严重,将反复振荡多次.以上问题的原因在于 $\dot{z}_2 = -\lambda_2 \text{fal}(e_1, \beta, \delta_2)$ 中只采用 e_1 构造收敛项,而对同样可测信息 $g(x), h(x), u$ 则利用不足.

问题4 线性项取较小的 δ ,目的是保证大增益 $1/\delta^{1-\beta}$,从而满足“小误差放大”.但大增益往往会造成控制器脆弱性,即使在软件仿真中也会产生严重问题^[22].所以用大增益放大误差,不如采用较小增益的非线性结构来放大.

问题5 参数设计重点放在 δ 选择上,就作者所见NESO相关文献,未见有对 β 参数选择的讨论.这既闲置了一种提高NESO性能的手段,又忽视了指数 β 在 $s \in (-1, 1)$ 阶段对 $a|s|^\beta \text{sgn}(s)$ 性能的决定作用.

问题6 如果是真实的物理控制器,则考虑“大误差减小”是应当的,既可避免超过最大物理允许输出量,也能避免过快的收敛速度对物理装置带来的过度快速反应.但fal函数或者NESO是用于软件计算估计未知量的,一般可以承受很大的收敛速度,其估计结果才用于真实的物理控制器设计.且观测器收敛越快,精度越高,越有利于提高控制器的性能.因此一般情况下,没有必要人为地限制观测器的收敛速度.当前控制理论中应用的各种快速微分器^[23]和快速干扰观测器^[24]可以作为佐证.

本文工作的设计目标包括以下几点:

目标1 相同参数前提下,除初始点和原点外的全状态空间内每一点处,改进的fal函数应具有全局更快的收敛速度,且避免参数脆弱性.

目标2 跟踪误差是有限时间收敛的,同时也是固定时间收敛的.

目标3 原点处收敛速度应为0,从而保证原点

处不会发生过冲现象,造成抖动.

目标4 分段点处fal函数的两个子函数应至少保证连续.

2 改进的3种NESO

首先提出如下改进的固定时间收敛定理,作为后续工作的基础.

定理1 改进的非线性函数记作式(7)的形式,则 $\dot{s} = -C(s, \beta)$ 有:1)对于任意给定初始值 $s(0)$ 和给定点 $\rho \in (0, s(0))$, s 总是在式(8)所示的有限时间 t 内从初始值收敛到原点,在式(9)所示的有限时间 t_ρ 内收敛到 ρ ,且式(8)和(9)均存在一个只与设计参数 a, b, β 相关的固定时间上界 t_{sup} 如式(10)所示;2)若参数满足 $a\delta^{1-\beta} + b > 1$,则在 $s \in (0, s(0))$ 区间每一点上,均有 $\dot{s} = -C(s, \beta)$ 收敛快于 $\dot{s} = -\text{fal}(s, \beta, \delta)$;3)对于给定参数 $a \approx b, \delta$,则 β 越小, $\dot{s} = -C(s, \beta)$ 的收敛速度越大.有

$$C(s, \beta) = (as^{1-\beta} + b)^2 s^\beta, \quad a > 0, b > 0, \beta \in (0, 1); \quad (7)$$

$$t = \frac{1}{1-\beta} \left(\frac{1}{ab} - \frac{1}{a(as(0)^{1-\beta} + b)} \right); \quad (8)$$

$$t_\rho = \frac{1}{a(1-\beta)} \left(\frac{1}{a\rho^{1-\beta} + b} - \frac{1}{as(0)^{1-\beta} + b} \right); \quad (9)$$

$$t_{\text{sup}} = \frac{1}{ab(1-\beta)}. \quad (10)$$

证明 1)将式(7)代入 $\dot{s} = -C(s, \beta)$,并设 $\beta = q/p, 0 < q < p, W = s^{(p-q)/p}$,则有

$$\begin{cases} s = W^{\frac{p}{p-q}}, s^{-\frac{q}{p}} = W^{-\frac{q}{p-q}}, \\ s^{-\frac{q}{p}} \dot{s} = W^{-\frac{q}{p-q}} \frac{p}{p-q} W^{\frac{q}{p-q}} \dot{W} = \frac{p}{p-q} \dot{W}, \end{cases} \quad (11)$$

所以 $\dot{s} = -C(s, \beta)$ 可以化为

$$\frac{dW}{(aW + b)^2} = -\frac{p-q}{p} dt.$$

解上式常系数微分方程可得

$$W(t) = \frac{1}{a^2 \frac{p-q}{p} t + \frac{a}{aW(0) + b}} - \frac{b}{a}. \quad (12)$$

结合式(11)并分别令 $s(t) = 0$ 和 $s(t) = \rho$ 可以得到相对应的收敛时间解析式(8)和(9).因式(8)是初值 $s(0)$ 的单调增函数,故

$$\lim_{s(0) \rightarrow +\infty} t = t_{\text{sup}} = \frac{1}{ab(1-\beta)}.$$

由于 $a(a\rho^{1-\beta} + b) > ab$,进一步可以证明 $t_\rho < t < t_{\text{sup}}$.

2) 设比较函数为

$$\Theta(s) = C(s, \beta) - \text{fal}(s, \beta, \delta) \triangleq \begin{cases} \Theta_1(s) = (as^{1-\beta} + b)^2 s^\beta - s^\beta, & |s| > \delta; \\ \Theta_2(s) = (as^{1-\beta} + b)^2 s^\beta - \frac{s}{\delta^{1-\beta}}, & |s| \leq \delta. \end{cases}$$

整理后分别有

$$\Theta_1(s) = ((as^{1-\beta} + b)^2 - 1)s^\beta = (as^{1-\beta} + b + 1)(as^{1-\beta} + b - 1)s^\beta, \quad (13)$$

$$\Theta_2(s) = \frac{1}{\delta^{1-\beta}}(\delta^{1-\beta}(as^{1-\beta} + b)^2 s^\beta - s) \geq \frac{1}{\delta^{1-\beta}}(s^{1-\beta}(as^{1-\beta} + b)^2 s^\beta - s) = \frac{s}{\delta^{1-\beta}}(as^{1-\beta} + b + 1)(as^{1-\beta} + b - 1). \quad (14)$$

设计参数若满足 $a\delta^{1-\beta} + b > 1$, 则有 $\Theta_1(s) > 0$ 和 $\Theta_2(s) > 0$.

3) 当 $|s| \gg 1$ 时, 因 $a^2 s^{2-\beta} \gg b^2 s^\beta$, 所以 β 越小, $|C(s, \beta)| \approx a^2 s^{2-\beta} + 2abs$ 越大. 同理, 当 $|s| \ll 1$ 时, 因 $a^2 s^{2-\beta} \ll b^2 s^\beta$, 所以 β 越小, $|C(s, \beta)| \approx b^2 s^\beta + 2abs$ 越大. \square

注2 由于 $a > 0, b > 0$ 是自由选择参数, 定理1中条件3) 非常容易满足. 例如取 $b > 1$, 则对于任意 $a > 0, \delta > 0, \beta \in (0, 1)$ 均满足该不等式.

在上述准备工作的基础上, 分别由以下定理2~定理4提出3种不同的新型NESO. 定理2给出的第1种NESO在式(4)的经典NESO基础上采用定理1提出的 $C(s, \beta)$ 函数代替原有的 $\text{fal}(s, \beta, \delta)$ 函数作为收敛项.

定理2 对系统(3)设计下式所示的新型NESO:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = \mathbf{z}_1 - \mathbf{x}_1, \mathbf{e}_2 = \mathbf{z}_2 - \mathbf{x}_2; \\ \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_2 + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{h}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u} - \lambda_1 \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \beta), \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = -\lambda_2 \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \beta); \\ \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \beta) = \mathbf{a}^2 \mathbf{e}_1^{2-2\beta} + \mathbf{b}^2 \mathbf{e}_1^\beta + 2\mathbf{a}\mathbf{b}\mathbf{e}_1; \\ \mathbf{a} = \text{diag}(a_i), a_i > 0; \\ \mathbf{b} = \text{diag}(b_i), b_i > 0, \beta \in (0, 1). \end{cases} \quad (15)$$

则有: 1) 对于任意给定的参数 $\beta \in (0, 1)$ 且满足 $a_i \delta_j^{1-\beta} + b_i > 1 (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2)$, 其收敛速度将快于式(4)所示的传统NESO; 2) 若 $0 < \beta_1 < \beta_2 < 1, \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$, 而其他参数相同, 则采用 $C(\mathbf{e}_1, \beta_1)$ 的NESO快于采用 $C(\mathbf{e}_1, \beta_2)$ 的NESO.

证明 1) $C_i(e_{1,i}, \beta)$ 与 $\text{fal}_i(e_{1,i}, \beta, \delta) (i = 1, 2,$

$\dots, m)$ 收敛方向相同, 因为

$$\text{sgn}[C_i(e_{1,i}, \beta)] = \text{sgn}[(ae_{1,i}^{1-\beta} + b)^2 e_{1,i}^\beta] = \text{sgn}(e_{1,i}^\beta) = \text{sgn}(e_{1,i});$$

$$\text{sgn}[\text{fal}_i(e_{1,i}, \beta, \delta)] = \begin{cases} \text{sgn}[|e_{1,i}|^\beta \text{sign}(e_{1,i})], & |e_{1,i}| > \delta \\ \text{sgn}\left(\frac{e_{1,i}}{\delta^{1-\beta}}\right), & |e_{1,i}| \leq \delta \end{cases} = \text{sgn}(e_{1,i}).$$

即有 $\text{sgn}[C_i(e_{1,i}, \beta)] = \text{sgn}[\text{fal}_i(e_{1,i}, \beta, \delta)]$, 所以在NESO中采用 $C(\mathbf{e}_1, \beta)$ 代替 $\text{fal}(\mathbf{e}_1, \beta, \delta)$ 并不会改变NESO的稳定性和收敛性. 另外, 由定理1的结论可知 $C(\mathbf{e}_1, \beta)$ 加快了NESO的收敛. 同样可得结论2). \square

定理2通过改进fal函数来提高传统NESO的性能, 但并未改变NESO整体的结构, 因此, $\dot{\mathbf{z}}_2 = -\lambda_2 \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \beta)$ 的收敛性仍然局限于基于 \mathbf{e}_1 构造收敛函数. 该方法较为间接, 存在如第1节所分析的缺陷. 收敛时间也会随着初始误差的增加而逐渐增加. 为此, 在定理2的基础上, 下面定理3中提出一种结合 $C(s, \beta)$ 函数和新型非线性结构的NESO.

定理3 对系统(3)设计如下新型NESO:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = \mathbf{z}_1 - \mathbf{x}_1, \mathbf{e}_2 = \mathbf{z}_2 - \mathbf{x}_2; \\ \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_2 + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{h}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u} - \lambda_1 \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \beta), \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \psi(\mathbf{x}_1) + \mathbf{p}(\mathbf{x}_1); \\ \dot{\psi}(\mathbf{x}_1) = -\mathbf{L}\psi(\mathbf{x}_1) - \mathbf{L}[\mathbf{p}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{h}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u}]; \\ \frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} = \mathbf{L}; \\ \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \beta) = \mathbf{a}^2 \mathbf{e}_1^{2-2\beta} + \mathbf{b}^2 \mathbf{e}_1^\beta + 2\mathbf{a}\mathbf{b}\mathbf{e}_1; \\ \mathbf{a} = \text{diag}(a_i), a_i > 0; \\ \mathbf{b} = \text{diag}(b_i), b_i > 0, \beta \in (0, 1). \end{cases} \quad (16)$$

则有: 1) 对于任意给定的 $\beta \in (0, 1)$ 和正定常数阵 \mathbf{L} , NESO状态 \mathbf{z}_2 可以任意小误差估计出 \mathbf{x}_2 , 若参数满足 $a_i \delta_i^{1-\beta} + b_i > 1$, 则其收敛速度将快于式(4)所示的传统NESO; 2) 若 $0 < \beta_1 < \beta_2 < 1$, 则采用 $C(\mathbf{e}_1, \beta_1)$ 的NESO快于采用 $C(\mathbf{e}_1, \beta_2)$ 的NESO.

证明 1) 考虑系统(3)和NESO(16), 有估计误差如下:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_1 &= \dot{\mathbf{z}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_1 = \\ & \mathbf{z}_2 + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{h}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u} - \lambda_1 \mathbf{C}(\mathbf{e}_1, \beta) - \\ & \mathbf{x}_2 - \mathbf{g}(\mathbf{x}_1) - \mathbf{h}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & e_2 - \lambda_1 C(e_1, \beta), \tag{17} \\
 & \dot{e}_2 = \dot{z}_2 - \dot{x}_2 = \\
 & -L\psi(x_1) - L[p(x_1) + \\
 & g(x_1) + h(x_1)u] + L[f(x_1, t) + \\
 & g(x_1) + h(x_1)u] - \dot{x}_2 = \\
 & L[-\psi(x_1) - p(x_1) + f(x_1, t)] - \dot{x}_2 = \\
 & L[-z_2 + f(x_1, t)] - \dot{x}_2 = \\
 & -Le_2 - \dot{x}_2. \tag{18}
 \end{aligned}$$

稳态时因 $|L_i e_{2,i}| \leq \varepsilon$, 所以有

$$\|e_2\| \leq \left(\sum_{i=1}^m \left(\frac{\varepsilon}{L_i} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{L_i^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

对于任意给定未知项导数上界 ε , 总是存在一组参数 $L_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 使得估计误差 $\|e_2\|$ 可以任意小.

2) 可由定理1的结论2)得到, 不再重复. \square

式(16)的构造不含误差 e_2 , 但误差分析式(18)中收敛项 $-Le_2$ 直接是误差 e_2 的函数, 所以其控制相对于传统NESO更加直接有效, 收敛速度更快. 但定理2的不足之处也在于收敛项 $-Le_2$ 仅仅是线性收敛的, 存在靠近远点收敛速度慢、无限时间收敛等缺点. 针对这些缺点, 受高阶滑模微分器非线性结构的启发, 基于定理1进一步设计如下固定时间收敛的NESO.

定理4 设计固定时间NESO如下所示:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & e_1 = w_0(x_1) - x_1; \\
 & \dot{w}_0(x_1) = v_0(x_1) + g(x_1) + h(x_1)u; \\
 & v_0(x_1) = \\
 & -a_0^2 |e_1|^{2-2q_0/p_0} \text{sgn}(e_1) - \\
 & b_0^2 |e_1|^{q_0/p_0} \text{sgn}(e_1) - 2abe_1 + w_1(x_1); \\
 & \dot{w}_1(x_1) = \\
 & -a_1^2 |w_1(x_1) - v_0(x_1)|^{2-2q_1/p_1} \times \\
 & \text{sgn}(w_1(x_1) - v_0(x_1)) - b_1^2 |w_1(x_1) - \\
 & v_0(x_1)|^{q_1/p_1} \text{sgn}(w_1(x_1) - v_0(x_1)) - \\
 & 2a_1b_1 |w_1(x_1) - v_0(x_1)| \text{sgn}(w_1(x_1) - v_0(x_1)); \\
 & a_i = \text{diag}(a_{i,j}), a_{i,j} > 0; \\
 & b_i = \text{diag}(b_{i,j}), b_{i,j} > 0, i = 0, 1, j = 1, 2, \dots, n; \\
 & q_0 > 0, p_0 > 0, q_1 > 0, p_1 > 0, \\
 & q_0/p_0 \in (0, 1), q_1/p_1 \in (0, 1).
 \end{aligned} \right. \tag{19}$$

则对于任意大的初始误差 $e_1(0)$ 、 $e_2(0)$, 总是有 $e_1(t)$ 、 $e_2(t)$ 固定时间收敛到任意小的误差范围内.

证明 令 $e_2 = w_1(x_1) - x_2$, 考虑系统(3)和NESO(19), 可得估计误差系统的动态方程为

$$\begin{aligned}
 & \dot{e}_1 = \dot{w}_0(x_1) - \dot{x}_1 = \\
 & v_0(x_1) + g(x_1) + h(x_1)u - x_2 - \\
 & g(x_1) - h(x_1)u = \\
 & -a_0^2 |e_1|^{2-2q_0/p_0} \text{sgn}(e_1) - b_0^2 |e_1|^{q_0/p_0} \times \\
 & \text{sgn}(e_1) - 2abe_1 + e_2. \tag{20}
 \end{aligned}$$

由于

$$\begin{aligned}
 & w_1(x_1) - v_0(x_1) = \\
 & w_1(x_1) - (\dot{w}_0(x_1) - g(x_1) - h(x_1)u) = \\
 & w_1(x_1) - (\dot{e}_1 + \dot{x}_1 - g(x_1) - h(x_1)u) = \\
 & w_1(x_1) - \dot{e}_1 - x_2 - g(x_1) - h(x_1)u + \\
 & g(x_1) + h(x_1)u = \\
 & e_2 - \dot{e}_1, \tag{21}
 \end{aligned}$$

将式(21)代入(19), 有

$$\begin{aligned}
 & \dot{e}_2 = \dot{w}_1(x_1) - \dot{x}_2 = \\
 & -a_1^2 |e_2 - \dot{e}_1|^{2-2q_1/p_1} \text{sgn}(e_2 - \dot{e}_1) - \\
 & -b_1^2 |e_2 - \dot{e}_1|^{q_1/p_1} \text{sgn}(e_2 - \dot{e}_1) - \\
 & 2a_1b_1 |e_2 - \dot{e}_1| \text{sgn}(e_2 - \dot{e}_1) - \dot{x}_2. \tag{22}
 \end{aligned}$$

根据定理1可知误差 e_1 、 e_2 是固定时间收敛的. 下面证明稳态误差可任意小并给出解析式. 当误差系统达到稳态时, 由式(22)有

$$\begin{aligned}
 & \dot{e}_2 = -a_1^2 |e_2|^{2-2q_1/p_1} \text{sgn}(e_2) - \\
 & b_1^2 |e_2|^{q_1/p_1} \text{sgn}(e_2) - \\
 & 2a_1b_1 |e_2| \text{sgn}(e_2) - \dot{x}_2, \tag{23}
 \end{aligned}$$

因此有

$$(a_{1,i} |e_{2,i}|^{1-q_1/p_1} + b_{1,i})^2 |e_{2,i}|^{q_1/p_1} \leq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, n. \tag{24}$$

若 $a_{1,i} |e_{2,i}|^{1-q_1/p_1} > b_{1,i}$, 则有 $4b_{1,i}^2 |e_{2,i}|^{q_1/p_1} \leq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, n$, 即

$$|e_{2,i}| \leq \left(\frac{\varepsilon}{4b_{1,i}^2} \right)^{\frac{p_1}{q_1}}, i = 1, 2, \dots, n;$$

若 $a_{1,i} |e_{2,i}|^{1-q_1/p_1} \leq b_{1,i}$, 则有 $4a_{1,i}^2 |e_{2,i}|^{2-q_1/p_1} \leq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, n$, 即

$$|e_{2,i}| \leq \left(\frac{\varepsilon}{4a_{1,i}^2} \right)^{\frac{p_1}{2p_1-q_1}}, i = 1, 2, \dots, n.$$

综上有

$$|e_{2,i}| \leq \max \left\{ \left(\frac{\varepsilon}{4b_{1,i}^2} \right)^{\frac{p_1}{q_1}}, \left(\frac{\varepsilon}{4a_{1,i}^2} \right)^{\frac{p_1}{2p_1 - q_1}} \right\} \triangleq \bar{e}_{2,i},$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad (25)$$

显然, $\bar{e}_{2,i}$ 与设计参数 $a_{1,i}$ 、 $b_{1,i}$ 的平方成反比. 所以对于给定的任意小正数 $\bar{e}_{2,i} > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$, 总是存在一组足够大的参数 $a_{1,i}$ 、 $b_{1,i} (i = 1, 2, \dots, n)$ 使得 $|e_{2,i}| \leq \bar{e}_{2,i} (i = 1, 2, \dots, n)$ 成立. 进一步有

$$\|e_2\| =$$

$$(e_2^T e_2)^{\frac{1}{2}} \leq \left(\sum_{i=1}^n \bar{e}_{2,i}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq$$

$$\left(\max \left\{ n \left(\frac{\varepsilon}{4b_{1,i}^2} \right)^{\frac{2p_1}{q_1}}, n \left(\frac{\varepsilon}{4a_{1,i}^2} \right)^{\frac{2p_1}{2p_1 - q_1}} \right\} \right)^{\frac{1}{2}},$$

对于有限的 n , 总是可以选择参数 $a_{1,i}$ 、 $b_{1,i} (i = 1, 2, \dots, n)$ 使得 $\|e_2\|$ 任意小. □

对比定理4中式(23)和定理3中式(18)可知, 在相同的 \dot{x}_2 前提下, 因为式(23)是固定时间收敛的, 所以相同设计参数下, 定理3的NESO不论是收敛速度还是稳态精度, 都会高于定理3的NESO.

3 仿真实例

3.1 仿真1

考虑MIMO系统为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \sin t \\ \sin(3t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

其中: $3 \sin t$ 和 $\sin(3t)$ 分别代表系统受到的较大干扰和快变干扰, $g_1(x) = x_1^2$ 和 $g_2(x) = x_2^2$ 为已知非线性发散项, $h(x)$ 为2维单位阵. 为保证系统稳定, 令控制器为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} - 10 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

然后设计4种NESO以检验本文改进方案的性能, 仿真步长均取为 10^{-3} s.

方案1 令 $e_1 = z_1 - x_1, e_2 = z_2 - x_2$, 设计式(4)的传统NESO. 参数选择为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 2, \delta = 0.1, \beta = 0.5$. 初始状态取为 $x_1(0) = 2, x_2(0) = 2$. 下面3种方案和仿真2的初始误差均与此相同.

方案2 设计定理2提出的基于 $C(e_1, \beta)$ 函数的NESO. 参数选择为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, a_i = b_i = 2, \beta = 0.5, i = 1, 2, \dots, m$. 上述取值是为了让方案2与方案1的增益相同, 目的是为了客观比较不同方案之间的结构性差异. 下面两种方案也采用相同的增益.

方案3 设计定理3提出的指数收敛NESO. 参数选择为 $\lambda_1 = 1, a_i = b_i = 2, \beta = 0.5, i = 1, 2,$

$$\dots, m, L = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

方案4 设计定理4提出的固定时间收敛NESO. 参数选择为 $a_i = b_i = 2, i = 1, 2, \dots, m, q_0 = q_1 = 1, p_0 = p_1 = 2$.

4种NESO仿真所得的跟踪误差如图1所示. 为综合评估整体误差, 兼顾考虑初始响应和稳态响应, 在表1中将跟踪误差的绝对值求和, 并求改进的3种方案的总误差与传统方案1的总误差的比例. 结果表明: 由于新的fal函数, 方案2和方案3的跟踪精度有明显提升; 得益于固定时间收敛函数的高性能, 方案4的跟踪精度不仅大幅优于传统方案, 而且也大幅优于改进的方案2和方案3.

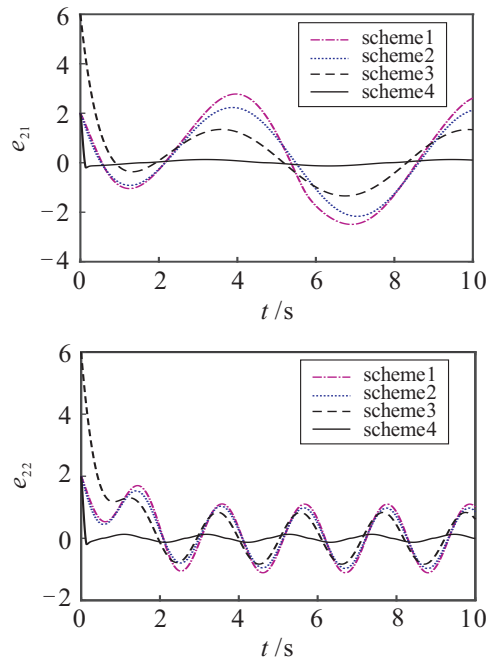


图1 4种NESO跟踪误差曲线

表1 跟踪误差及总误差比例

| 方案 | $ x_1 $ 总误差 | $ x_2 $ 总误差 | 总误差比例/% |
|----|-------------|-------------|---------|
| 1 | 14627 | 7914 | 100 |
| 2 | 12155 | 6914 | 84.6 |
| 3 | 9016 | 7507 | 83.1 |
| 4 | 876 | 847 | 6.2 |

3.2 仿真2

控制器设计为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} - 10 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{f}_1 \\ \hat{f}_2 \end{bmatrix}.$$

其中: \hat{f}_1 和 \hat{f}_2 为扰动 $3 \sin t$ 和 $\sin(3t)$ 的估计值, 分别由仿真1中的4种NESO估计得到, 且所有参数和初始误差均与仿真1相同. 被控状态误差如图2所示, 状态绝对误差总量和比例如表2所示. 由结论可知, 改

进的3种NESO用于控制器抑制未知干扰项,均可显著提高被控状态的稳态精度,且优于传统的NESO,其中,固定时间NESO因其卓越的跟踪性能,对状态误差的改善效果也特别突出。

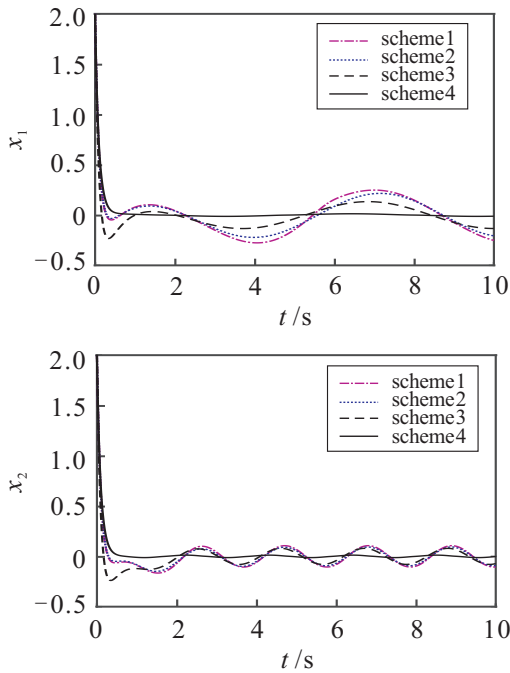


图2 被控状态误差曲线

表2 状态误差及总误差比例

| 方案 | $ x_1 $ 总误差 | $ x_2 $ 总误差 | 总误差比例/% |
|----|-------------|-------------|---------|
| 1 | 1544 | 805 | 100 |
| 2 | 1307 | 780 | 86.4 |
| 3 | 919 | 762 | 69.6 |
| 4 | 265 | 260 | 21.7 |

4 结论

本文首先改进了fal函数,使其本身具备固定时间收敛的能力.采用新型fal函数代替传统fal函数得到第1种改进的NESO,使收敛速度和跟踪误差等性能得到了提升.进而设计了指数的NESO,其跟踪误差动态方程是指数收敛的,所以在大误差和具有扰动的前提下具备更快的收敛速度和更强的鲁棒性.最后,采用指数螺旋式结构设计了固定时间收敛NESO,其跟踪误差动态方程是固定时间收敛的,使性能有了飞跃式的提升。

参考文献(References)

[1] 黄一,张文革.自抗扰控制器的发展[J].控制理论与应用,2002,19(4):485-492.
(Huang Y, Zhang W G. Development of active disturbance rejection controller[J]. Control Theory & Applications, 2002, 19(4): 485-492.)

[2] Zhao Z L, Guo B Z. A novel extended state observer

for output tracking of MIMO systems with mismatched uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(1): 211-218.

[3] Arturo H M, Jesus L F, Hebertt S R, et al. A backstepping approach to decentralized active disturbance rejection control of interacting boost converters[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2017, 53(4): 4063-4072.

[4] Alonge F, Cirrincione M, D'Ippolito F, et al. Robust active disturbance rejection control of induction motor systems based on additional sliding-mode component[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(7): 5608-5621.

[5] 滕青芳,李国飞,朱建国,等.基于扩张状态观测器的无速度传感器容错逆变器驱动永磁同步电机系统自抗扰模型预测转矩控制[J].控制理论与应用,2016,33(5):676-684.
(Teng Q F, Li G F, Zhu J G, et al. Sensorless active disturbance rejection model predictive torque control using extended state observer for permanent magnet synchronous motors fed by three-phase four-switch inverter[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(5): 676-684.)

[6] Guo Q, Zhang Y, Celler B G, et al. Backstepping control of electro-hydraulic system based on extended-state-observer with plant dynamic largely unknown[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(11): 6909-6920.

[7] Cui R X, Chen L P, Yang C G, et al. Extended state observer-based integral sliding mode control for an underwater robot with unknown disturbances and uncertain nonlinearities[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(8): 6785-6795.

[8] Liu J X, Vazquez S, Wu L G, et al. Extended state observer-based sliding mode control for three-phase power converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(1): 22-31.

[9] Peng Z H, Wang J. Output-feedback path-following control of autonomous underwater vehicles based on an extended state observer and projection neural networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(4): 535-544.

[10] 费爱玲,李柠,李少远.固定翼无人机的自抗扰反步控制[J].控制理论与应用,2016,33(10):1296-1302.
(Fei A L, Li N, Li S Y. Active disturbance rejection back-stepping control of fixed-wing unmanned aerial vehicle[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(10): 1296-1302.)

[11] 刘晓东.针对一类非线性系统的多变量线性扩张状态

- 观测器及其收敛性分析[J]. 自动化学报, 2016, 42(11): 1758-1764.
(Liu X D. Multi-variable linear extended state observer for a class of nonlinear systems and its convergence analysis[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(11): 1758-1764.)
- [12] 邵星灵, 王宏伦. 线性扩张状态观测器及其高阶形式的性能分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 815-822.
(Shao X L, Wang H L. Performance analysis on linear extended state observer and its extension case with higher extended order[J]. Control and Decision, 2015, 30(5): 815-822.)
- [13] 潘月斗, 徐杰, 陈虎, 等. ESO在直接转矩控制矩阵变换器中的应用及稳定性分析[J]. 控制与决策, 2013, 28(4): 585-589.
(Pan Y D, Xu J, Chen H, et al. Stability analysis and application of ESO in direct torque control of matrix converter [J]. Control and Decision, 2013, 28(4): 585-589.)
- [14] 韩京清, 张荣. 二阶扩张状态观测器的误差分析[J]. 系统科学与数学, 1999, 19(4): 465-471.
(Han J Q, Zhang R. Error analysis of the second order ESO[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 1999, 19(4): 465-471.)
- [15] Zhao Z L, Guo B Z. A nonlinear extended state observer based on fractional power functions[J]. Automatica, 2017, 81: 286-296.
- [16] 王海强, 黄海. 扩张状态观测器的性能与应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(7): 1078-1082.
(Wang H Q, Huang H. Property and applications of extended state observer[J]. Control and Decision, 2013, 28(7): 1078-1082.)
- [17] 聂卓赟, 郭东生, 刘瑞娟, 等. 基于扩张状态观测器的可调系统参数辨识与实验[J]. 控制与决策, 2017, 32(10): 1905-1909.
(Nie Z Y, Guo D S, Liu R J, et al. Parameter identification for adjustable systems based on extended state observer and experimental study[J]. Control and Decision, 2017, 32(10): 1905-1909.)
- [18] 曾喆昭, 吴亮东, 陈韦名. 基于ESO的一类线性时变系统自学习滑模控制方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(11): 2101-2105.
(Zeng Z Z, Wu L D, Chen W M. Self-learning sliding mode control method of a class of linear time-varying systems based on ESO[J]. Control and Decision, 2016, 31(11): 2101-2105.)
- [19] 周涛. 基于一种新型趋近律的自适应滑模控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(7): 1335-1338.
(Zhou T. Adaptive sliding mode control based on a new reaching law[J]. Control and Decision, 2016, 31(7): 1335-1338.)
- [20] Li G T, Xu W F, Zhao J G, et al. Precise robust adaptive dynamic surface control of permanent magnet synchronous motor based on extended state observer [J]. IET Science, Measurement and Technology, 2017, 11(5): 590-599.
- [21] 蒲明, 蒋涛, 刘鹏. 一类3阶非线性系统的非奇异终端滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 683-691.
(Pu M, Jiang T, Liu P. Nonsingular terminal sliding mode control for a class of 3-order nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(5): 683-691.)
- [22] 刘希, 孙秀霞, 刘树光, 等. 非脆弱递归滑模动态面自适应神经网络控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(10): 1323-1328.
(Liu X, Sun X X, Liu S G, et al. Non-fragile recursive sliding mode dynamic surface control with adaptive neural network [J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(10): 1323-1328.)
- [23] 蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 快速高阶滑模微分器[J]. 控制与决策, 2012, 27(9): 1415-1420.
(Pu M, Wu Q X, Jiang C S, et al. Fast higher order sliding mode differentiator[J]. Control and Decision, 2012, 27(9): 1415-1420.)
- [24] Yang F, Wei C Z, Wu R, et al. Non-recursive fixed-time convergence observer and extended state observer[J]. IEEE Access, 2018, 10(6): 62339-62351.

作者简介

蒲明(1981—), 男, 讲师, 博士, 从事固定时间控制、滑模控制、Backstepping控制等研究, E-mail: msznuaa@163.com;

刘鹏(1970—), 男, 副教授, 博士, 从事非线性控制、电机控制等研究, E-mail: liupeng@cuit.edu.cn;

熊皓(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事非线性控制、电机控制等研究, E-mail: xiongai@cuit.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)