

控制与决策

Control and Decision

基于Bertrand博弈的共享单车定价与投放联合策略研究

谭春桥, 李尽展, 周丽

引用本文:

谭春桥, 李尽展, 周丽. 基于Bertrand博弈的共享单车定价与投放联合策略研究[J]. *控制与决策*, 2021, 36(7): 1786–1792.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1638>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

服务差异化背景下基于行为的定价策略

Pricing strategy based on strategic customer behavior with service differentiation
控制与决策. 2021, 36(7): 1754–1762 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1147>

需求波动下考虑乘运供应能力的网约车平台动态定价

Dynamic pricing for ride-hailing platform with demand fluctuation and supply capacity
控制与决策. 2021, 36(6): 1499–1508 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0881>

联合定价下果农对零售商的选择与优化

Fruit-producer's strategy of selecting and optimizing retailers under joint-pricing
控制与决策. 2021, 36(3): 747–753 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0564>

考虑定向能力的竞争性企业优惠券定向投放与定价策略

Strategy of targeted delivery and pricing for competitive corporate coupon with orientation capability
控制与决策. 2020, 35(12): 3035–3044 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0356>

考虑消费者利他偏好的贫困农民扶贫参与策略

Poverty alleviation participation strategy of poor famers considering consumer altruistic preferences
控制与决策. 2020, 35(12): 3026–3034 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0511>

基于 Bertrand 博弈的共享单车定价与投放联合策略研究

谭春桥^{1,2†}, 李尽展², 周 丽¹

(1. 北京物资学院 信息学院, 北京 101149; 2. 中南大学 商学院, 长沙 410083)

摘要: 基于共享单车租赁所具有的随机性特点, 构建随机环境下共享单车企业在寡头市场中关于租赁定价与投放数量联合决策的二维 Bertrand 博弈模型, 研究差异定价与协同定价两种情形下共享单车企业的最优策略组合, 分析市场潜在需求量和用车区域覆盖难度系数对企业策略以及经营利润产生的影响. 研究表明: 在差异定价情形下, 当用车需求具有概率性特点时, 共享单车企业之间的博弈存在唯一的纳什均衡解, 且低价企业对市场价格的影响力升高有利于竞争双方利润增加; 在协同定价情形下, 共享单车市场的平均租赁价格较低, 且随市场潜在需求量的增大而增大, 但与差异定价情形相比增速较小; 协同定价有利于维持共享单车企业在市场规模较小时的盈利, 差异定价有利于抑制共享单车企业在市场规模扩大时的过度投放.

关键词: 共享单车; Bertrand 博弈; 联合策略; 差异定价; 协同定价

中图分类号: C931

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1638

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 谭春桥, 李尽展, 周丽. 基于 Bertrand 博弈的共享单车定价与投放联合策略研究[J]. 控制与决策, 2021, 36(7): 1786-1792.

Joint pricing and launching strategy for bike-sharing enterprises based on Bertrand game

TAN Chun-qiao^{1,2†}, LI Jin-zhan², ZHOU Li¹

(1. School of Information, Beijing Wuzi University, Beijing 101149, China; 2. School of Business, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Based on the randomness of shared bicycle rental, this paper uses Bertrand game theory to construct a model of joint decision making of rental pricing and launching between shared bicycle enterprises in a random environment, and studies the optimal strategy combination of price and quantity of shared bicycle enterprises in two cases: differential pricing and collaborative pricing. The paper analyzes the impact of market potential demand and vehicle area coverage difficulty on the corporate strategy and operating profit. The research shows that: 1) In the case of differential pricing, when the demand for shared-bikes is satisfied with probability, there is a unique Nash equilibrium solution for the game between bike-sharing enterprises, and when the pricing power of low-price enterprises increases, the profits of both companies will gain growth; 2) In the case of collaborative pricing, the average rental price of the shared bicycle market is lower and increases with the potential demand of the market, but the growth rate is smaller than the differential pricing situation; 3) Collaborative pricing is conducive to maintaining the profit of bike-sharing enterprises when the market size is small, while differential pricing is conducive to restraining the excessive release of shared bikes when the market size expands.

Keywords: bike-sharing; Bertrand game; joint strategy; differential pricing; collaborative pricing

0 引言

随着地理位置服务、在线支付及蓝牙解锁技术的应用, 共享单车服务逐渐走向成熟, 受到越来越多的消费者青睐. 共享单车不仅解决了“最后一公里”的出行难题, 而且提高了消费者对于绿色交通的参与

热情. 随着社会各界对共享单车的持续关注以及共享单车企业经营问题的日渐显露, 共享单车的投放与定价作为企业运营的核心问题, 成为国内外学者深入研究的重点. Médard 等^[1]研究了共享单车的市场开拓与投放的规模效应; Kabra 等^[2]认为共享单车需求

收稿日期: 2019-11-25; 修回日期: 2020-04-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71971218, 71671188); 北京市智能物流系统协同创新中心及开放课题项目(BILSCIC-2019KF-01).

责任编辑: 樊治平.

†通讯作者. E-mail: chunqiaot@sina.com.

的满足具有随机性, 市场需求量能够多大程度地被满足取决于共享单车企业的投放策略; Yan 等^[3]研究了在确定性和随机性需求的条件下如何优化共享单车投放的位置和数量; Yang 等^[4]从资金利用的角度考虑了外部企业的竞争, 研究了共享单车投放的最优数量问题; Lin 等^[5]以台北共享单车系统为例, 研究了共享单车需求与租赁定价之间的关系; Banerjee 等^[6]利用数据挖掘研究了多目标限制条件下的共享单车定价问题; Haider 等^[7]通过定价问题解决共享单车系统投放的分布不平衡问题; Chen 等^[8]研究了针对具有时间敏感偏好的消费者共享单车企业的定价与需求覆盖策略, 寻找最优运营策略; Cheng 等^[9]比较研究了共享单车企业月租模式和单次租赁模式的最优定价, 着重讨论了月租模式下的企业运营策略。

目前从共享单车企业运营的角度对单车投放与定价展开的研究比较深入, 但依然存在两方面的不足。第一, 以上研究都针对单个企业内部展开, 忽略了现实中的共享单车市场激烈的竞争和企业间运营策略的互相影响。第二, 以共享单车投放为核心的研究都假定市场需求为外生变量, 忽视了企业定价对于市场需求的影响, 尚未有研究将共享单车租赁定价与投放问题同时进行考虑。

当前, 共享单车市场规模庞大, 而且消费人数趋于稳定, 各大共享单车企业已经从初期以拓展市场为目标的平台扩张阶段转向以盈利为目标的可持续发展阶段^[10]。因此, 企业如何制定精准的运营策略, 尤其是定价与投放的联合策略, 是共享单车企业亟待解决的重点问题之一。基于此, 本文从博弈的视角, 构建共享单车企业在寡头市场中的定价与投放量的二维 Bertrand 博弈模型, 研究共享单车企业在竞争环境中投放与定价的联合策略, 深入分析在差异定价与协同定价两种情形下, 共享单车企业最优策略以及利润的变化, 为共享单车行业的可持续发展提供合理化的建议。

1 问题描述与模型构建

在共享单车市场中, 为满足消费者的租赁需求, 假设企业 1 与企业 2 分别投放无桩共享单车, 它们之间能够完全替代。单车投放无固定成本, 且边际成本均为 c 。在共享单车的消费过程中, 必须满足顾客的随机性需求, 即当消费者产生用车需求时, 在一定范围内搜寻共享单车, 能否找到一辆可用的单车具有一定概率性^[2]。当用户产生对企业 i ($i = 1, 2$) 的用车需求时, 定义用户能够找到该企业单车的概率为 $q(Q_i)$, 其中 Q_i 表示企业 i 投放共享单车的数量, 当企业 i 投

放单车数量增加时, 用户能够找到企业 i 单车的概率增加, 且概率增加是递减的。企业单车覆盖的地点是有限的, 而用户产生用车需求的地点是任意的, 因此总有需求得不到满足, 故假定 $q(Q_i)$ 满足 $q'(Q_i) > 0$, $q''(Q_i) < 0$, $q(Q_i) < 1$ 。企业 i 单车能够被用户找到的概率 q 的函数

$$q(Q_i) = \frac{Q_i}{a + Q_i},$$

其中 a 为大于 0 的常数, 表示用车区域覆盖难度系数, 与市场的外在条件有关^[11]。

假设企业 1 确定单次租赁价格为 p_1 , 企业 2 确定单次租赁价格为 p_2 。企业可以采取差异定价与协同定价两种形式。

1) 企业间差异定价。假设企业间采取的定价策略不同, 两家企业可以分为低价企业与高价企业, 不失一般性, 可假设 $p_1 < p_2$ 。由于两家单车服务完全互相替代, 用户优先选择租赁定价较低的企业 1 单车。若用户找到企业 1 单车, 则支付租赁价格 p_1 。由于用车需求的满足具有概率性, 若用户未找到企业 1 的低价单车, 转而搜寻企业 2 的高价单车。若找到企业 2 的单车, 则支付租赁价格 p_2 。若均未找到, 则该用车需求流失。用户需求被企业 1 满足的概率为

$$v_1 = q(Q_1),$$

用户需求被企业 2 满足的概率为

$$v_2 = (1 - q(Q_1)) \cdot q(Q_2).$$

假设共享单车市场需求随价格变动的反应满足一般需求函数, 即 $d(\bar{p}) = d - \theta \bar{p}$ 。其中: d 表示市场潜在的最大需求量, θ 表示共享单车消费者对于市场平均价格的敏感系数, \bar{p} 表示市场中共享单车的平均租赁价格。由于市场中存在两种不同的价格, 市场的平均价格由两个价格加权求得, 表示为

$$\bar{p} = \alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2, \quad (1)$$

其中 α 为小于 1 的正数, 表示低价对于市场平均价格的影响力, 即低价企业的定价话语权。当 $\alpha > 0.5$ 时, 低价格比高价格对市场价格的影响更大。

差异定价情形时定价较低的企业 1 收益函数为

$$\pi_1(p_1, Q_1) = (d - \theta(\alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2)) p_1 \frac{Q_1}{a + Q_1} - c Q_1. \quad (2)$$

企业 2 的收益函数为

$$\pi_2(p_2, Q_2) = (d - \theta(\alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2)) p_2 \left(1 - \frac{Q_1}{a + Q_1}\right) \frac{Q_2}{a + Q_2} - c Q_2. \quad (3)$$

2) 企业间协同定价。假设两家企业通过协商的定价为 $p_1 = p_2 = p_t$, 此时市场租赁价格为 p_t , 两家

企业在面对用户需求时均没有优先权. 当用户产生租车需求时, 寻找附近两家企业的单车, 然后随机选择一辆单车, 若搜寻范围内两家企业单车均没有, 则该租车需求流失. 用户需求被企业1满足的概率为

$$v_1 = q(Q_1 + Q_2) \cdot \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2};$$

同理, 用户需求被企业2满足的概率为

$$v_2 = q(Q_1 + Q_2) \cdot \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}.$$

协同定价情形下共享单车市场需求函数为 $d(p_t) = d - \theta p_t$.

协同定价情形下企业1和企业2的收益函数分别为

$$\begin{aligned} \pi_1(p_t, Q_1) &= (d - \theta p_t)p_t \left(\frac{Q_1 + Q_2}{a + Q_1 + Q_2} \cdot \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} \right) - cQ_1, \\ \pi_2(p_t, Q_2) &= (d - \theta p_t)p_t \left(\frac{Q_1 + Q_2}{a + Q_1 + Q_2} \cdot \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2} \right) - cQ_2. \end{aligned} \quad (4)$$

2 模型求解与分析

2.1 差异定价情形

当两家企业的定价不同时, 假设 $p_1 < p_2$, 根据企业1和企业2的收益函数式(2)和(3)可得

$$\begin{cases} \frac{\delta \pi_1}{\delta p_1} = -\frac{Q_1(2\alpha\theta p_1 + \alpha\theta p_2 - d + \theta p_2)}{a + Q_1}, \\ \frac{\delta \pi_1}{\delta Q_1} = -\frac{1}{(\alpha + Q_1)^2}(\alpha\theta a p_1^2 + (1 - \alpha)\theta a p_1 p_2 + Q_1^2 c + 2Q_1 a c + a^2 c - a d p_1), \\ \frac{\delta \pi_2}{\delta p_2} = -\frac{a Q_2(\alpha\theta p_1 + 2(1 - \alpha)\theta p_2 - d)}{(a + Q_2)(a + Q_1)}, \\ \frac{\delta \pi_2}{\delta Q_2} = -\frac{1}{(a + Q_1)(a + Q_2)^2}(a^2 \alpha p_1 p_2 \theta + a^2 p_2^2 \theta(1 - \alpha) + Q_2(Q_1 Q_2 c + 2Q_1 a c + Q_2 a c + 2a^2 c) + Q_1 a^2 c + a^3 c - a^2 d p_2). \end{cases}$$

令上式偏导为0, 并依据约束条件, 可得企业1和企业2的驻点方程分别为

$$\begin{cases} p_1 = \frac{d}{2\alpha\theta} - \frac{1 - \alpha}{2\alpha} p_2, \\ Q_1 = \frac{d\sqrt{a}}{2\sqrt{\alpha c\theta}} - a + \frac{\theta(\alpha - 1)}{2\sqrt{\alpha c\theta}} p_2; \\ p_2 = \frac{d}{2\theta(1 - \alpha)} + \frac{\alpha}{2(\alpha - 1)} p_1, \\ Q_2 = \frac{a(d - \alpha\theta p_1)}{2\sqrt{c\theta}(a + Q_1)(1 - \alpha)} - a. \end{cases} \quad (5)$$

命题1 在差异定价情形下, 当满足条件 $\alpha > \frac{1}{2}$ 且 $d > 3\sqrt{aca\theta}$ 时, 共享单车寡头博弈存在唯一纳什

均衡解

$$\begin{aligned} \{(p_1^*, Q_1^*), (p_2^*, Q_2^*)\} &= \\ & \left\{ \left(\frac{d}{3\alpha\theta}, \frac{d\sqrt{aca\theta}}{3\alpha c\theta} - a \right), \right. \\ & \left. \left(\frac{d}{3(1 - \alpha)\theta}, \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{\frac{ad\sqrt{aca\theta}}{\theta c(1 - \alpha)}} - a \right) \right\}, \end{aligned}$$

且两家企业在纳什均衡点获得的经济利润均大于0.

证明 由式(5)可知, 当对方企业的策略已定, 由此可得唯一有效驻点

$$\begin{aligned} p_1^* &= \frac{d}{3\alpha\theta}, \quad p_2^* = \frac{d}{3(1 - \alpha)\theta}, \\ Q_1^* &= \frac{d\sqrt{aca\theta}}{3\alpha c\theta} - a, \\ Q_2^* &= \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{\frac{ad\sqrt{aca\theta}}{\theta c(1 - \alpha)}} - a. \end{aligned} \quad (6)$$

因为 $p_2 > p_1 > 0$, 可知 $\frac{d}{3(1 - \alpha)\theta} > \frac{d}{3\alpha\theta} > 0$, 则得 $\alpha > \frac{1}{2}$. 因为 $Q_i > 0$, 可得 $\frac{d\sqrt{aca\theta}}{3\alpha c\theta} - a > 0$, $\frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{\frac{ad\sqrt{aca\theta}}{\theta c(1 - \alpha)}} - a > 0$, 解得 $d > 3\sqrt{aca\theta}$, 因此式

(6)有意义的充要条件为 $\alpha > \frac{1}{2}$ 且 $d > 3\sqrt{aca\theta}$.

将 $p_2 = p_2^*, Q_2 = Q_2^*$ 代入企业1收益函数 $\pi_1(p_1, Q_1)$, 得其海塞矩阵为

$$H_1 = \begin{bmatrix} -\frac{2\alpha\theta Q_1}{a + Q_1} & -\frac{2a(3\alpha p_1\theta - d)}{3(a + Q_1)^2} \\ -\frac{2a(3\alpha p_1\theta - d)}{3(a + Q_1)^2} & \frac{2ap_1(3\alpha p_1\theta - 2d)}{3(a + Q_1)^3} \end{bmatrix}.$$

由 $\alpha > \frac{1}{2}$, 得 $-\frac{2\alpha\theta Q_1}{a + Q_1} < 0$, 即 H_1 的一阶顺序主子式小于0. 将企业1的决策变量值 (p_1^*, Q_1^*) 代入 H_1 , 得到该点海塞矩阵的二阶顺序主子式为

$$\begin{vmatrix} -\frac{2\alpha\theta Q_1^*}{a + Q_1^*} & -\frac{2a(3\alpha p_1^*\theta - d)}{3(a + Q_1^*)^2} \\ -\frac{2a(3\alpha p_1^*\theta - d)}{3(a + Q_1^*)^2} & \frac{2ap_1(3\alpha p_1^*\theta - 2d)}{3(a + Q_1^*)^3} \end{vmatrix} = \frac{36\alpha^2 c^2 \theta^2 \left(\frac{1}{3} d \sqrt{\frac{a}{\alpha c \theta}} - a r \right)}{a d^2}.$$

又 $d > 3\sqrt{aca\theta}$, 得 H_1 在该点的二阶顺序主子式大于0, 因此企业1收益函数在该驻点的海塞矩阵为负定矩阵, 该点为极大值点. 又因为在决策变量可行域内的收益函数连续可微且只驻点唯一, 所以该极大值点也是最大值点.

将 $p_1 = p_1^*, Q_1 = Q_1^*$ 代入收益函数 $\pi_2(p_2, Q_2)$, 同理可得: 当企业1采取 (p_1^*, Q_1^*) 时, 企业2的收益函数在 (p_2^*, Q_2^*) 取极大值, 且唯一, 故 $\{(p_1^*, Q_1^*), (p_2^*, Q_2^*)\}$ 为纳什均衡点.

$Q_2^* \}$ 是企业差异定价博弈的纳什均衡点。

将 $\{(p_1^*, Q_1^*), (p_2^*, Q_2^*)\}$ 代入企业 1 和企业 2 的收益函数得

$$\pi_1(p_1^*, Q_1^*) = \frac{(3\sqrt{aca\theta} - d)^2}{9a\theta} > 0,$$

$$\pi_2(p_2^*, Q_2^*) = \frac{c}{3a} \left(\sqrt{3a} - \sqrt{\frac{ad\sqrt{ca\theta}}{c\theta(1-\alpha)}} \right)^2 > 0. \quad \square$$

命题 2 在差异定价情形下, 当 $d < \frac{3\alpha\sqrt{aca\theta}}{1-\alpha}$ 时, $Q_1^* < Q_2^*$; 当 $d > \frac{3\alpha\sqrt{aca\theta}}{1-\alpha}$ 时, $Q_1^* > Q_2^*$, $\frac{\partial \Delta p}{\partial d} > 0$.

证明 由式(6)可得

$$Q_2^* - Q_1^* = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{ad}{c\theta}} \left(\sqrt{\frac{3\sqrt{aca\theta}}{1-\alpha}} - \sqrt{\frac{d}{\alpha}} \right),$$

显然当 $d < \frac{3\alpha\sqrt{aca\theta}}{1-\alpha}$ 时, $Q_2^* - Q_1^* > 0$; 当 $d > \frac{3\alpha\sqrt{aca\theta}}{1-\alpha}$ 时, $Q_2^* - Q_1^* < 0$, $\Delta p = p_2^* - p_1^* = \frac{d(2\alpha - 1)}{3\theta\alpha(1-\alpha)}$, $\frac{\partial \Delta p}{\partial d} > 0$. \square

命题 3 低价企业的最优价格 p_1^* 和最优投放量 Q_1^* 是低价企业对市场平均价格影响力 α 的严格递减函数, 高价企业的最优定价 p_2^* 和最优投放量 Q_2^* 是 α 的严格递增函数。

证明 两家企业的最优策略分别对 α 求偏导, 有

$$\frac{\partial p_1^*}{\partial \alpha} = -\frac{d}{3\alpha\theta} < 0,$$

$$\frac{\partial Q_1^*}{\partial \alpha} = -\frac{da\sqrt{ac\theta}}{\sqrt{a\alpha^2c\theta}} < 0,$$

$$\frac{\partial p_2^*}{\partial \alpha} = \frac{d}{3\theta(1-\alpha)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial Q_2^*}{\partial \alpha} = \frac{1}{6} \frac{\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \frac{a^2d}{(1-\alpha)\sqrt{aca\theta}} + \frac{ad\sqrt{aca\theta}}{c\theta(1-\alpha)^2} \right)}{\sqrt{\frac{ad\sqrt{aca\theta}}{c\theta(1-\alpha)}}} > 0. \quad \square$$

命题 4 低价企业的利润 π_1 是低价企业对市场均价影响力 α 的严格递增函数, 高价企业的利润是 α 的严格递增函数; 需求被满足的总概率 v_{sum} 是 α 的严格递增函数; 纳什均衡点的市场平均价格是稳定值, 不受两家企业在市场均价权重影响。

证明

$$\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \alpha} = \frac{\theta p_1 Q_1 (p_2 - p_1)}{a + Q_1} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \alpha} = \frac{\theta p_2 Q_2 (p_2 - p_1)}{a + Q_2} \left(1 - \frac{Q_1}{a + Q_1} \right) > 0.$$

由命题 3 得知, 当低价企业对市场均价的影响力降低时, 高价企业的最优定价和最优投放量均会减少, 因

此利润降低是必然的。由上式得知

$$v_{\text{sum}} = 1 - \frac{3\alpha^{1/4}(ac\theta)^{3/4}\sqrt{1-\alpha}}{d^{3/2}}. \quad (7)$$

由式(7)可知

$$\frac{\partial v_{\text{sum}}}{\partial \alpha} = \frac{9\sqrt{3}\sqrt{1-\alpha}^{1/4}(ac\theta)^{3/4}}{2d^{5/2}} > 0.$$

由式(1)可得, $\bar{p}^* = \frac{2d}{3\theta}$, 即 \bar{p}^* 与低价企业对市场均价的影响力 α 无关. \square

2.2 协同定价情形

根据式(4), 可得在统一租赁价格 p_t 下的企业 1 和企业 2 投放量的反应函数为

$$Q_1 = \frac{\sqrt{cp_0(d-\theta p_0)(a+Q_2)}}{c} - a - Q_2,$$

$$Q_2 = \frac{\sqrt{cp_0(d-\theta p_0)(a+Q_1)}}{c} - a - Q_1. \quad (8)$$

由此可得两家企业在联盟价格为 P_t 时的最优投放量为

$$Q_t^*(p_t) = \frac{1}{8c} (dp_t - 4ac - \theta p_t^2 + \sqrt{\theta^2 p_t^4 - 8acp_t^2\theta - 2dp_t^3\theta + 8acd p_t + d^2 p_t^2}). \quad (9)$$

此时, 企业 1 与企业 2 的整体收益函数

$$\pi_{\text{sum}} = (d - \theta p_t) p_t \left(\frac{Q_1 + Q_2}{a + Q_1 + Q_2} \right) - c(Q_1 + Q_2).$$

由此可得最优统一租赁价格 $p_t^* = \frac{d}{2\theta}$, 所以最优投放量为

$$Q_t^* = \frac{d^2 - 16ac\theta - d\sqrt{d^2 + 32ac\theta}}{32c\theta}.$$

此时, 两家企业最佳收益均为

$$\pi_t^* = \frac{(8ac\theta + d^2)\sqrt{32ac\theta + d^2} + d^3 - 40acd\theta}{16\theta(d + \sqrt{32ac\theta})}. \quad (10)$$

命题 5 与差异定价的情形相比, 协同定价情形下市场均价较小, 即 $p_t^* < \bar{p}^*$, 并且协同定价情形下的市场均价受市场潜在需求量变化的影响较小, 即 $\frac{\partial p_t^*}{\partial d} < \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial d}$.

证明 由命题 4 和式(10)可得 $p_t^* < \bar{p}^*$, 在两种情形下市场均价对市场潜在需求量求偏导可得 $\frac{\partial p_t^*}{\partial d} < \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial d}$. \square

命题 6 假设在差异定价情况下, 能够使低价企业盈利的市场需求最低标准为 \underline{d}_1 , 使高价企业盈利的市场需求最低标准为 \underline{d}_2 , 协同定价下的企业盈利市场需求最低标准为 \underline{d}_t , 则 $\underline{d}_t < \underline{d}_2 < \underline{d}_1$.

证明 在差异定价下, 低价企业能够盈利的市场标准为 $\frac{d\sqrt{aca\theta}}{3ac\theta} - a > 0$, 得 $\underline{d}_1 = 3\sqrt{aca\theta}$, 高价企业能够盈利的市场标准为 $\frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{\frac{ad\sqrt{aca\theta}}{\theta c(1-\alpha)}} - a > 0$,

即 $d_2 > \frac{3\sqrt{ac\theta}(1-\alpha)}{\sqrt{\alpha}}$; 协同定价情形下, 企业能够盈利的标准为 $\frac{d^2 - 16ac\theta - d\sqrt{d^2 + 32ac\theta}}{32c\theta} > 0$, 即 $d_t = 2\sqrt{ac\theta}$. 由 $\alpha > \frac{1}{2}$, 得 $d_t < d_2 < d_1$. \square

3 数值分析

本节利用 matlab 进行数值分析, 更直观地比较市场最大潜在需求量变化以及低价企业对市场均价影响力变化对纳什均衡的影响.

假设 $c = 1, \theta = 1000, \alpha = 3/4, a = 1000$. 城市市场潜在需求量 d 从 0 增加到 20000 时, 差异竞争和协同定价情况下最优定价 p_1^*, p_2^* 和 p_t^* 比较如图 1 所示, 对应的企业利润的变化如图 2 所示.

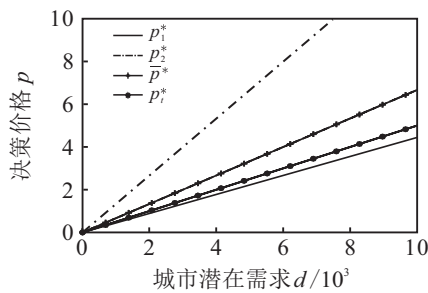


图 1 城市潜在需求量对价格的影响

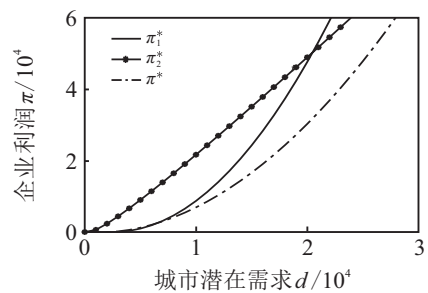


图 2 城市潜在需求量对企业利润的影响

由图 1 可知, 当城市需求增大时, 企业定价均呈线性增长趋势, 而且协同定价下的市场均价低于差异定价情形. 图 2 显示, 对于企业在市场规模较小的生存能力上, 协同定价企业的生存能力最强, 差异定价下低定价企业次之, 高定价企业生存能力最弱. 在市场潜在需求量缩减至 $d = 2589$ 时, 利润首先减小为零, 停止投放的是差异定价中的高价企业. 对于企业利润增长速度, 差异定价情形下的低定价企业利润随市场规模增长最快, 高定价企业与协同定价下的企业利润增长较缓且相似. 图 1 和图 2 表明: 企业在不同市场规模下应采取不同的运营策略, 在市场规模较小或开拓时期, 企业应积极寻求行业合作, 从而增强企业生存能力; 在市场规模较大或增长阶段, 企业应率先开启价格竞争并制定低价, 一方面低定价企业生存能力较强, 另一方面随市场规模不断扩张, 低定价的

企业利润增长速度更快, 能够在长期竞争中占据有利地位.

差异定价和协同定价下最优投放量水平 Q_1^*, Q_2^* 及 Q_t^* 的变化如图 3 所示, 需求满足概率 $v_1^*, v_2^*, v_{sum1}^*, v_{sum2}^*$ 的变化如图 4 所示. 图 3 显示, 当市场需求量增大时, 协同定价情形下企业的投放量显著增加, 更容易导致过量投放. 图 4 显示, 同等需求水平下, 差异定价的用车需求满足率更高, 而且随着城市潜在需求量的增加, 两种情形下的满足率之差减小, 差异定价情形下的高价企业市场占有率逐步减少, 当 d 达到一定阈值时 ($d = 4000$), 租车需求被两家企业满足的概率相等, 之后随着 d 不断升高, 低价企业将占领大部分市场.

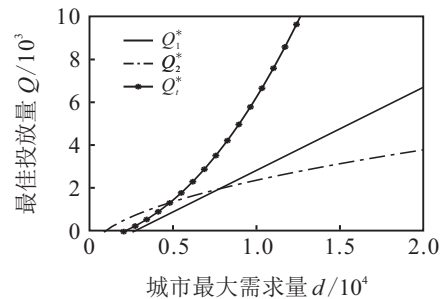


图 3 城市潜在需求量对单车投放量的影响

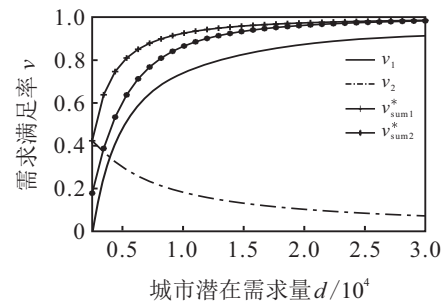


图 4 城市潜在需求量对需求满足率的影响

图 3 和图 4 说明, 企业的市场投放量决策不仅关乎企业的经营利润, 而且对消费者的效益、城市的管理难度也有很大的影响. 协同定价情形下的共享单车数量更大, 将占用更多城市用地, 增加环境管理难度, 而且产品可得性提升幅度较小, 消费者并没有从大规模投放的单车中获取更多便捷. 因此当市场规模较大时, 城市管理者应当鼓励企业进行差异定价, 一方面能够抑制企业哄抬价格, 另一方面能够防止单车的过度投放, 对环境造成负面影响.

不同定价策略间的利润比较以及纳什均衡解稳定性如图 5 所示. 在 A 点对应市场的环境下, 差异定价情形下高低定价两家企业的利润均大于协同定价情形下的利润, 因此协同定价下的纳什均衡极不稳定, 双方容易打破合作契约, 协同定价很容易转变成

差异定价,而差异定价下的纳什均衡点是稳定的. 以 A 点为例对差异定价博弈的过程进行分析,图6显示了当高价企业制定最优策略时,低价企业决策变化对企业利润的函数图像,可见低价企业的决策与利润之间呈现“凹函数”特性,存在唯一极大值点,且该点利润大于协同定价时的利润;图7显示了当低价企业制定最优策略时,高价企业的决策变化对企业利润的影响,因此 A 点差异定价下的纳什均衡是稳定的. 当需求环境在 A 点之下时,差异定价下的高价企业利润最高. 在 B 点之前,协同定价的利润相较于差异定价下的利润是较小的,此时协同定价的纳什均衡是不稳定的. 在 B 点之后,协同定价的利润远大于差异定价下高价企业的利润而远小于低价企业的利润,企业能够通过率先降价获取更大利润,但是在市场规模较小时“毁约”带来的利润增加较小,而随着市场规模增大,率先打破合作获取的利润逐渐增大. 因此在合作情形下,极有可能出现一方率先降价,获取更高利润,而另外一方企业只能被迫提高价格维持利润. 差异定价与协同定价的比较说明,企业在市场规模较小时,应主动寻求合作,如果双方均被动等待,则合作很难自动达成. 另外,当企业之间关于定价的合作达成时,随着市场规模扩大,合作不稳定性增加,因此应该建立更强的毁约惩罚机制以维持合作稳定.

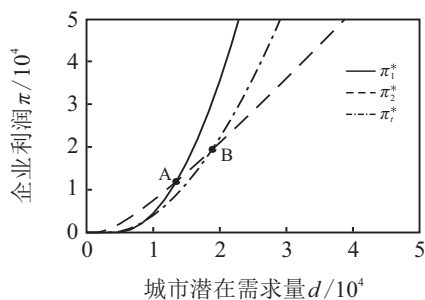


图5 不同需求环境下的纳什均衡点

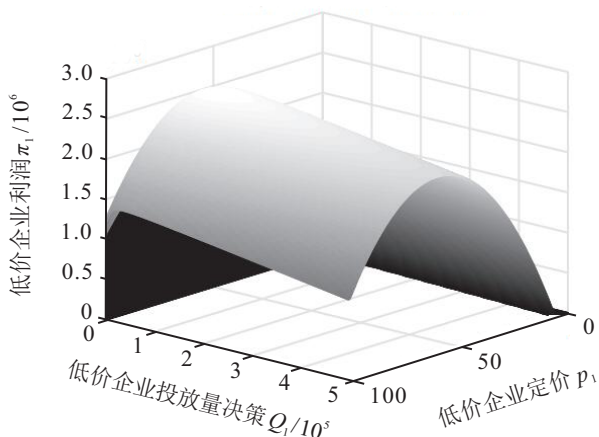


图6 差异定价下低价企业联合策略

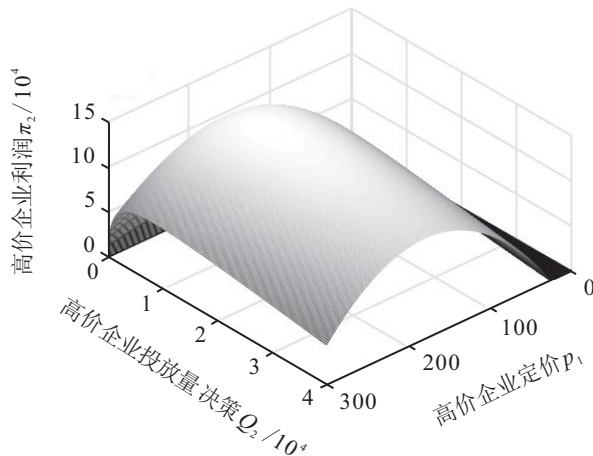


图7 差异定价下高价企业联合策略

4 结论

共享单车的定价与投放作为企业运营环节中极为重要的部分,关系到共享单车企业能否实现可持续发展. 本文构建了共享单车企业在寡头市场中关于定价与投放量的二维 Bertrand 博弈模型,在差异定价和共同定价两种情况下,研究了共享单车的最优策略组合,探讨了市场潜在需求量和用车区域覆盖难度对企业策略的影响. 本文主要结论及管理启示如下:

1) 在企业间竞争处于差异定价情形时,高定价与低定价企业能够达到纳什均衡博弈状态,低价企业具有优先满足权,但最优投放数量不会满足全部市场,高价企业通过满足剩余市场实现盈利,双方企业都会占有一定市场份额,并且净利润均大于0. 这表明企业参与竞争时不应盲目采取低价竞争战略,在产能或资金水平有限时,采取高价竞争占领剩余市场同样可以获利. 同时,对于想要通过低价竞争快速占领市场份额的企业而言,考虑对手定价与投放实力,评估自身产能能够覆盖的市场规模也是非常重要的.

2) 关于两种情形下的市场价格比较,协同定价情形下的市场平均租赁价格低于差异定价情形,而且在市场需求量波动时协同定价的市场价格更加稳定. 因此,在市场拓展初期,协同定价能够吸引更多消费者进入市场. 这表明,对于收入水平较低、人口流动性大的城市,共享单车企业应制定统一价格,有利于培育市场,并且能够更好应对市场波动.

3) 当市场规模较小时,协同定价有利于增强企业的盈利能力;当市场规模较大时,差异定价有利于抑制企业的过量投放. 这说明对于共享单车行业而言,当市场萎缩或者应对人口规模较小的城市时,企业之间应该加强合作,采用协同定价策略,才能维持企业的可持续盈利;对于规模较大的市场,应该促进企业

之间的竞争,增加消费者效用,有利于提供更好单车租赁服务.

参考文献(References)

[1] Médard de Chardon C, Caruso G, Thomas I. Bicycle sharing system ‘success’ determinants[J]. *Transportation Research, Part A: Policy and Practice*, 2017, 100: 202-214.

[2] Kabra A, Belavina E, Girotra K. Bike-share systems: Accessibility and availability[J]. *Management Science*, 2019, 11(9): 3803-3824.

[3] Yan S Y, Lin J R, Chen Y C, et al. Rental bike location and allocation under stochastic demands[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2017, 107: 1-11.

[4] Yang T H, Li Y, Zhou S M. System dynamics modeling of dockless bike-sharing program operations: A case study of mobike in Beijing, China[J]. *Sustainability*, 2019, 11(6): 1601.

[5] Lin J J, Wang N L, Feng C M. Public bike system pricing and usage in Taipei[J]. *International Journal of Sustainable Transportation*, 2017, 11(9): 633-641.

[6] Banerjee S, Freund D, Lykouris T. Multi-objective pricing for shared vehicle systems[EB/OL]. (2016-08-24) [2020-04-04]. <https://arxiv.org/abs/1608.06819>.

[7] Haider Z, Nikolaev A, Kang J E, et al. Inventory rebalancing through pricing in public bike sharing

systems[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 270(1): 103-117.

[8] Chen Y, Wang D, Chen K H, et al. Optimal pricing and availability strategy of a bike-sharing firm with time-sensitive customers[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 228: 208-221.

[9] Cheng X, Gao Y. The optimal monthly strategy pricing of free-floating bike sharing platform[J]. *Modern Economy*, 2018, 9(2): 318-338.

[10] Pang H Q, Liu Z Y. A summary of the development process and countermeasures of China’s shared bicycle phase[C]. 4th International Conference on Social Sciences and Economic Development (ICSSSED 2019). Paris: Atlantis Press, 2019: 147-150.

[11] Kreps D M, Scheinkman J A. Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes[J]. *The Bell Journal of Economics*, 1983, 14(2): 326-337.

作者简介

谭春桥 (1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事博弈论及应用、供应链管理研究, E-mail: chunqiaot@sina.com;

李尽展 (1996—), 男, 硕士生, 从事博弈论及应用、供应链管理研究, E-mail: 2292383385@qq.com;

周丽 (1978—), 女, 教授, 博士生导师, 从事物流与供应链管理研究, E-mail: zhoulibit@126.com.

(责任编辑: 齐 霖)

下 期 要 目

拉氏框架下不确定环境炼钢-连铸批量计划调度一体化方法综述 孙亮亮, 等

基于弱关联的自适应高维多目标进化算法 董明刚, 等

基于多层次特征的机械臂单阶段抓取位姿检测 张云洲, 等

基于种群演化的超参数异步并行搜索 蒋云良, 等

基于改进RRT*FN算法的机器人路径规划 谭建豪, 等

基于零和博弈的多智能体网络鲁棒包容控制 于 镒

一种具有非线性动力学模型的智能电网快速分布式控制 陈世明, 等

基于改进GNG算法的燃煤锅炉数据动态特征分析与控制 吴永明, 等

基于Hessian正则的自适应损失半监督特征选择 朱建勇, 等

面向分布式在线学习的共享数据方法 张 宇, 等

基于视觉引导多AGV系统的改进A*路径规划算法 廉胤东, 等

精确动态规划算法求解绿色单机调度问题 杨 媛, 等

认知智能电网中基于能效优化的频谱分配策略 张达敏, 等