

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于视觉引导多AGV系统的改进A\*路径规划算法

廉胤东, 谢巍

引用本文:

廉胤东, 谢巍. 基于视觉引导多AGV系统的改进A\*路径规划算法[J]. *控制与决策*, 2021, 36(8): 1881–1890.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1670>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于改进RRT\*FN算法的机器人路径规划

Robot path planning based on improved RRT\*FN algorithm

*控制与决策*. 2021, 36(8): 1834–1840 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1713>

### 基于粒子群算法的满载需求可拆分车辆路径规划

Split vehicle route planning with full load demand based on particle swarm optimization

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1397–1406 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1323>

### 基于16方向24邻域改进蚁群算法的移动机器人路径规划

Mobile robots path planning based on 16-directions 24-neighborhoods improved ant colony algorithm

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1137–1146 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0600>

### 基于MCPDDPG的智能车辆路径规划方法及应用

The method and application of intelligent vehicle path planning based on MCPDDPG

*控制与决策*. 2021, 36(4): 835–846 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0460>

### 凸优化与A\*算法结合的路径避障算法

Convex optimization and A-star algorithm combined path planning and obstacle avoidance algorithm

*控制与决策*. 2020, 35(12): 2907–2914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0351>

# 基于视觉引导多AGV系统的改进A\*路径规划算法

廉胤东, 谢巍<sup>†</sup>

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640)

**摘要:** 研究基于视觉引导自动引导车(AGV)的改进A\*路径规划算法。首先,设计一种包含导航、定位和任务信息的图形编码标志方法,AGV通过识别位于车身前方网格型路径中有序排布的编码标志进行快速定位和下一位置预判,为多AGV规划奠定基础;其次,根据网格型路径构成的动态随机网络,提出一种改进A\*算法,将AGV在运动时产生的动态时间耗费作为参考指标,以实现多AGV在路径网络中的路径规划和冲突避让策略,提高固定路网资源的利用效率;最后,对多AGV在网格型路径中协同工作的场景进行仿真,实验结果表明,所提出的改进算法可以有效应用于多AGV系统,并且提升整体系统的工作效率。

**关键词:** 自动引导车; 视觉导航; 图形编码标志方法; 路径规划; 冲突避让; A\*算法

中图分类号: TP242.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1670

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 廉胤东,谢巍. 基于视觉引导多AGV系统的改进A\*路径规划算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 1881-1890.

## Improved A\* path planning algorithm for vision-guided multi-AGV system

LIAN Yin-dong, XIE Wei<sup>†</sup>

(School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** This paper mainly focuses on an improved A\* path planning algorithm for vision-guided automated guided vehicles (AGVs). A type of graphic coded mark method is firstly designed, which includes navigation, positioning as well as task information and ensures that the AGV can recognize the orderly arranged coded marks in the path to quickly locate and predict the next position, which lays the foundation for multi-AGV planning. Then, an improved A\* algorithm considering the dynamic time cost is proposed to guarantee the path planning and collision avoidance strategy of multi-AGV in the path network, and effectively improve the utilization efficiency of path network resources. Finally, numerical simulation results show that the proposed improved algorithm can be effectively applied to the multi-AGV system and improve the entire work efficiency.

**Keywords:** AGV; visual navigation; graphic coded mark method; path planning; collision avoidance; A\* algorithm

## 0 引言

随着智能机器人技术的发展,自动引导车(AGV)在物料配送、物流分拣等领域的应用愈发广泛<sup>[1]</sup>,多AGV系统能够极大地提高工作效率和精度,有效降低人为操作环节可能造成的误差和风险。在多AGV系统中,AGV直行、转弯、冲突避让等耗时环节存在的不确定因素高,因此其路径规划问题将直接影响整个系统的效率<sup>[2]</sup>。合理优化路径规划算法,实现多AGV高效协同工作具有较高的研究和应用价值。

精确和快速定位是AGV实现规划与运动的必要

前提,相比采用超声波、激光、磁带等引导方式的AGV模型,采用视觉传感器引导的AGV具有响应速度快、成本低、获取信息量大的优势<sup>[3]</sup>。视觉引导技术因具有最高的信息维度和导引柔性而被广泛应用于工程实践中,因此基于视觉引导的AGV路径规划问题也成为当前一个重要研究热点。合理利用视觉信息进行精准定位是AGV路径规划的有效保障,当前研究主要分为二维和三维视觉信息定位,进一步又可以分为固定全局视觉和车载局部视觉方法。文献[4]提出了一种基于全局视觉的方法,通过在实际

收稿日期: 2019-11-28; 修回日期: 2020-03-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973125); 广东省自然科学基金项目(2018A030310371, 2017A030313385); 广东省科技计划项目(2018B010108001, 2017B090914001, 2017B090901040, 2017B030306017); 广东省“扬帆计划”引进创新创业团队项目(2016YT03G125).

责任编辑: 冯俊娥.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: weixie@scut.edu.cn.

场景顶端设置固定的视觉传感器,将AGV运动场景划分为矩形栅格区域,利用车身上方的图形标志进行AGV定位,进而通过A\*算法实现路径规划和避障,这种方法能够获取的视野范围较小,而且利用固定图形标志进行编码的能力有限,适用于单台或少量AGV的定位规划问题.文献[5]提出了一种基于颜色和图形的全局视觉控制方法,实现了单台AGV的精准定位控制,该方法从全局视野中提取临近AGV的局部视野进行处理,有效降低了运算量,但通过组合图形对AGV进行编号,编码数量受限,并且利用颜色通道进行特征提取时,对地面环境要求较高,不适用于多台AGV的定位工作.文献[6]提出了基于全局视觉的二维模糊边缘检测方法,对静态场景中的AGV和环境物体轮廓进行分割,从而实现AGV的定位和规划任务,然而对处于运动状态的AGV或多AGV协同工作的动态场景,所述检测方法容易在分割边缘产生较大噪声,不利于AGV精确定位.在文献[7]中,AGV利用车载深度相机提取三维环境信息,并根据生成的三维点云绘制运动地图.相比全局视觉方法,利用车载相机可以有效增加视觉引导的灵活性.此外,深度信息也进一步提高了AGV对环境的感知能力,但是提取三维信息对计算速度和存储空间的要求较高,而AGV定位主要利用其运动平面的二维信息,该算法处理步骤较为复杂,硬件成本较高.结合车载视觉系统较高灵活性的特点,文献[8-9]提出了一种底部车载相机模型,利用AGV底部的高速摄像头识别和解析排布在地面的二维编码标志,实现了AGV的精确定位.所述方法利用二维码进行AGV定位,不仅有效解决了工况路网与多AGV系统的交互关键问题,即前端编码和终端解析问题,降低了多AGV系统路径设计的成本,同时大幅提高了AGV的定位精度和调度灵活性.文献[8]通过直行和旋转实验验证了该方法在AGV定位方面的高精确度,保证了方法在多AGV系统定位用途下的适用性,但也体现出不足之处:1)设置在AGV底部的相机受底盘高度影响,视野范围较小,当偏离较大时不能获取标志图像;2)为确保AGV在较快速度时仍能够获取清晰的标志图像,对相机采集帧率要求较高,即需要使用成本较高的高速相机;3)只有当AGV运动至编码标志上方时才可以获取定位信息,不具有预判性,通讯故障或重新规划时容易产生事故;4)传统二维码编码图案相对较为复杂,对处理器解码速度要求较高,另一方面,当中心编码区域出现破损和污染,或编码图像因AGV运动产生模糊时,AGV均不能获取准确的位置信息.因

此,针对上述问题进行改进,可以进一步提高基于车载视觉AGV的定位效果,以及在多AGV系统中的适用性.

对于多AGV系统路径规划问题,主要目的是在精确获取单台AGV定位信息的基础上规划出起止点之间的最优路径,同时需要保证AGV之间的碰撞避让策略,使得系统正常运行,即在安全移动的情况下完成工作任务.当前研究主要采用分层式规划方法,即单台AGV根据起止点位置独立规划路径,由上位控制器协调AGV之间的碰撞避让和通行顺序.文献[10]提出了一种基于Petri网分解的方法来计算最短可行路径,能够保证每台AGV的运动轨迹为最短路径,然而多AGV之间的冲突避让关系会导致路线并非最优,使得AGV在路口位置容易陷入死锁<sup>[11]</sup>.文献[12]通过将静态路径规划问题转换为基于时间的Petri网最优序列问题,解决了AGV之间的冲突和死锁,这种方法适用于AGV数量较少的路径规划,当AGV数量增加时,较大的计算量将会导致规划和工作效率降低.文献[13]提出了一种考虑安全距离的改进A\*路径规划算法,在安全距离约束条件下,确保移动机器人在无冲突环境中搜寻最短路径,这种方法可以有效改善多AGV之间的冲突避让,减少因碰撞、死锁等造成的停滞,但是设定的安全距离将会降低路径网络的利用效率.文献[14]提出了一种改进A\*算法,通过3个步骤的平滑处理,对已规划的路径节点进行冗余筛选、插值平滑等处理,有效增强了规划路径的平滑程度,减小了规划路径长度,但可能会造成某一特定路段上的AGV数量增多,从而产生拥堵.文献[15]基于传统A\*算法,分别在路径规划前后进行了预处理和后处理步骤.算法预处理环节规划一条无碰撞路径,保证AGV移动安全,后处理步骤对路径节点进行优化,确保距离最优,进而可以保证多AGV全局路径最优.文献[16]提出了一种改进的势场蚁群算法,结合人工势场法和改进的信息更新机制,保证机器人在静态栅格中的最优路径搜索,在多AGV规划场景中,算法具有较好的全局搜索能力和收敛速度,但在AGV冲突避让或出现动态障碍时,规划可能受到影响.文献[17]提出了一种两阶段分布式控制的规划方法,通过单台AGV离线规划路径、多AGV系统在线避让控制的模式,实现了多AGV无冲突运行.在离线环节采用Dijkstra算法进行规划,计算量较大,不适用于实时规划.文献[18]提出了一种分层式规划方法,首先利用模型预测控制(MPC)对路网占用情况进行评估,进而根据路网状态使用D\*算法

进行AGV规划. 该方法在保证多AGV系统无碰撞运行的情况下,有效提升了系统工作效率,但在实时规划中,D\*规划算法将占用大量计算资源,增加规划时间. 文献[19]提出了一种基于时间窗模型的动态路径规划算法,在规划过程中加入了时间约束,通过计算AGV经过每个路径节点的时间,对时间窗进行排布和更新,再利用A\*算法为多台AGV规划路径,该算法在实时无碰撞规划的基础上有效提升了多AGV系统的效率.

多AGV系统中通常存在数十台甚至上百台AGV协同工作,根据上述分析可知,采用如A\*算法的启发式规划算法能够有效降低整体系统路径规划的计算成本,但是从效率方面看,多AGV规划不仅需要考虑起止点之间的最优路径,还要兼顾AGV之间可能出现的拥堵、路口死锁和冲突避让情况,即需要考虑时间约束;更重要的是,当其中一台AGV出现故障停车时,不能影响整个系统的正常运行. 前述规划方法均能保证多AGV系统正常运行,但是也体现了相关问题: 1)在单台AGV规划时,没有考虑路网资源占用情况,所规划的多条最优路径具有较多的重复路段,多AGV运行时容易在重复路段产生拥堵,或整体系统陷入局部最优; 2)避障算法与规划算法独立进行,避障过程多采用传感器检测,往往在发生碰撞前才能够获取信息,使得AGV在路网中产生死锁的几率增加,不利于进一步规划和避障; 3)当前研究中的改进路径规划算法在规划过程中没有考虑时间约束,AGV运行过程并非时间最优,不利于提高多AGV系统的工作效率.

文献[18]提出的路网占用情况预测模型,以及文献[12-19]提出的基于时间的规划方法为本文提供了新的思路. 基于前述分析,本文的主要目的是优化多AGV系统中的快速定位和路径规划方法,提高整体系统的工作效率. 结合改进车载视觉传感器模型的特点,首先设计一种改进的二维编码标志方法,构成AGV运动的网格型路径,编码标志具有编码方式简单、解码速度快、信息量大、受运动模糊影响小的特点,实现了AGV快速定位和位置预测;在此基础上,提出一种基于动态随机网络的改进A\*算法和冲突避让策略,将路径时间耗费作为动态随机变量,利用概率理论进行建模,提高了AGV对路径网络资源的利用率,有效改善了多AGV系统的工作效率.

## 1 图形编码标志方法

文献[8-9]中所使用的是传统二维码,除了分布在3个角的定位图案以外,均为信息编码区域. 编码

图案密度大、间距较小,在AGV运动时极易产生模糊,从而导致编码区域重叠,造成定位失败. 此外,尽管传统二维码的编码和解码包含掩模、信息损失恢复等功能,但是作为AGV定位用途,较为复杂的编码和解码过程影响了定位速度. 对此,本文提出一种改进的图形编码标志方法,如图1所示.

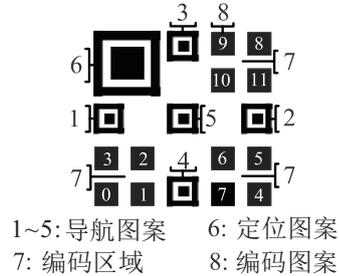


图1 二维图形编码标志

编码标志包含导航图案、定位图案、编码图案等部分. 定位图案具有旋转不变性,图案中黑边与白边的宽度比为1:1:3:1:1,可通过这一特征快速识别和定位编码标志;导航图案也具有旋转不变性,图案中黑边与白边的宽度比为1:1:1:1:1,其主要作用是使AGV根据与图案的相对位置进行轨迹纠偏<sup>[20]</sup>. 编码区域集中在3个部分(如图中白色数字0~11标示),黑色和白色方块分别代表二进制数1和0,因此能够组成一个12位二进制数,包含4096种编码可能,可以根据不同工作进行编码. 根据上述设计方法的特点,快速解码的流程可以表述如下:

step 1: 采集RGB图像,进行灰度化、二值化处理<sup>[21]</sup>.

step 2: 定位图案识别. 逐行遍历step 1处理后的图像,提取黑边与白边宽度比为1:1:3:1:1的点集,计算图形质心,通过聚类分析排除干扰点,确定定位图案中心坐标.

step 3: 编码信息提取. 根据定位图案坐标确定3个编码区域的中心坐标,并根据编码图形的黑白颜色分布值提取12位编码信息.

step 4: 导航图案识别. 根据定位图案坐标确定5个导航图案的分布区域,进而根据黑边与白边宽度比为1:1:1:1:1的点集确定每个导航图案的中心坐标,根据中心坐标连线与相机光轴在运动平面投影的夹角确定偏移量.

与传统二维码相比,改进编码标志通过简化的定位图案增加了其他信息的编码范围,协同改进的导航图案增加了编码标志定位和AGV姿态纠正的准确性,在满足应用场景定位点数量需求的前提下简化了编码信息区域,通过放大编码图案增加了解码可靠

性.此外,编码标志内各个编码区域的间距增大,可以避免因为运动模糊而产生的重叠现象.根据改进编码标志的特点,所识别图像在AGV运动方向上产生模糊时,仍能够保证在垂直于运动方向上信息的完整性.图2所示为AGV运动的网格型路径,其中黑色线段代表路径弧,两条线段的交点处为节点,黑色方块代表图形编码标志.每条路径弧和每个节点均布有编码标志,可以对不同标志的编码区域进行编码,对应为该段弧或节点的坐标值.

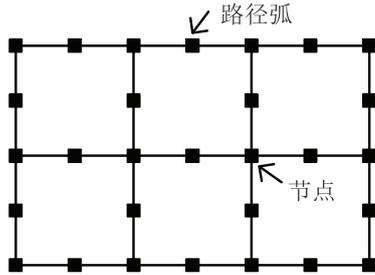


图2 网格型路径示意图

结合所提出的改进编码标志和网格型路径特点,本文对AGV车载视觉传感器模型进行改进,如图3所示.

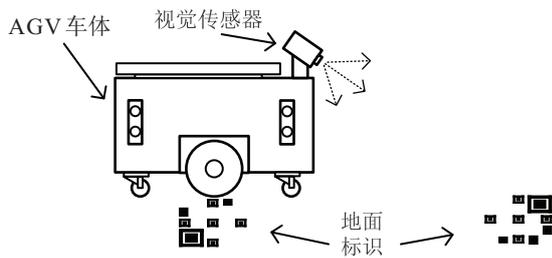


图3 改进车载视觉传感器模型

与在车身底部安装视觉传感器的方式相比,将相机安装在AGV前部上方位置可有效增加相机的视野范围,通常可以增大至编码标志覆盖面积的4~6倍;在AGV速度确定的情况下,增大的视野感知范围可以增加编码标志在图像坐标系中出现的时间,即增加了控制器对AGV位置判断的时间裕度;同时,通过调整相机角度,可以使AGV在当前位置获取下一可能位置的编码信息,即实现了对下一位置的预判,对于在多AGV场景进行提前规划和避障是十分有利的.

在运动过程中,AGV可以通过设置在车身后方的CCD相机获取运动路径地面的编码标志,利用所述的步骤对标志进行快速解码.根据编码图案的12位编码信息获取所在位置信息,也可根据导航图案在相机视野内的相对位置进行路径纠偏.在当前位置编码标志上方时,视觉系统可以获取下一位置信息并反馈回上位控制器,进而根据路径规划和冲突避让算法执行下一步规划.

## 2 多AGV路径规划

本节主要研究基于已知地图的全局路径规划问题<sup>[22]</sup>,特别在网格型路径确定以及AGV定位信息反馈正确的情况下,引入包含时间约束的改进A\*算法求解动态随机网络<sup>[23]</sup>中概率优势最大的路径,主要目的是提高路径网络的利用率,减少AGV之间的拥堵和冲突,使整体系统的路径规划性能达到最优.

### 2.1 动态随机网络模型

以图2所示的网格型路径为例,多AGV系统的路径网络可以抽象为一个无向非循环网络 $G\{V, E, W(t)\}$ ,其中 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 为节点集合,弧集合表示为 $E = \{(i, j) | i, j \in V\}$ ,弧耗费集合表示为 $W(t) = \{w_{ij}(t) | (i, j) \in E, t \in [t_0, t_m]\}$ ,而 $w_{ij}(t)$ 表示在 $t$ 时刻出发,从节点 $i$ 到达节点 $j$ 的时间.弧耗费是一个时间依赖的连续随机过程,且各弧之间相互独立. $[t_0, t_m]$ 是时间闭区间,对于 $\forall t \in [t_0, t_m], t + w_{ij}(t)$ 有定义. $t_0$ 是网络节点中最早的出发时间, $t_m$ 是区间端点,如果 $t > t_m$ ,则 $w_{ij}(t) = \infty$ .因此, $w_{ij}(t)$ 是一个连续随机变量,令其分布函数为 $F_{w_{ij}}(w_{ij}, t)$ .

假设在 $t_0$ 时刻出发,从初始节点 $s$ 到目标节点 $d$ 的某一条路径为 $X = \{x_{ij} | (i, j) \in E\}$ ,则路径总耗费可以表示为 $C(t_0) = \sum_{(i,j) \in E} w_{ij}(t) x_{ij}$ .路径总耗费由路径上所有相互独立的弧耗费组成,因此可以认为 $C(t_0)$ 是一个时间依赖的随机变量,其分布函数为 $F_C(c, t_0) = \prod_{(i,j) \in E} F_{w_{ij}}(w_{ij}, t)^{x_{ij}}, x_{ij} \in \{0, 1\}$ , $\forall (i, j) \in E$ ,概率密度函数为 $f_C(c, t_0) = F'_C(c, t_0)$ .若 $R(s, d)$ 表示从 $s$ 到 $d$ 所有 $k$ 条路径的集合,则 $C(R_{s,d})$ 表示 $R(s, d)$ 所有路径耗费的集合.

基于动态随机网络的路径规划中,一个重要特点是随机网络中弧的耗费值并不确定,仅知道弧耗费的统计值和概率分布,因此关键问题就是找到 $C_{\min} = \min\{C(R_{s,d})\}$ 及其分布.

**定理1** 假设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是 $n$ 个相互独立的随机变量,它们的分布函数分别为 $F_{X_i}(x_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ ,则 $M = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 及 $N = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 的分布函数<sup>[24]</sup>分别为

$$F_{\max}(z) = P(\max\{X_1, X_2, \dots, X_n \leq z\}) = F_{X_1}(z)F_{X_2}(z)\dots F_{X_n}(z), \quad (1)$$

$$F_{\min}(z) = P(\min\{X_1, X_2, \dots, X_n \leq z\}) = 1 - [1 - F_{X_1}(z)][1 - F_{X_2}(z)]\dots[1 - F_{X_n}(z)]. \quad (2)$$

**定义1** 假设 $Y = \min\{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ ,其中 $C_1, \dots, C_k \in C(R_{s,d})$ ,如果存在一条路径 $r$ 满足条件 $P_r = \max_{i=1,2,\dots,k} P_i(Y = C_i)$ ,则 $r$ 为动态随机最优路

径<sup>[25]</sup>.

定义1中路径  $r$  相对其他路径具有最大概率优势  $P_r$ , 可以认为是概率上最短的, 由定理1可知其中事件  $\{Y = X_i\} = \bigcup_{\mu \in \mathbb{R}} \{\omega : C_i(\omega) = \mu \& C_j(\omega) > \mu, j = 1, 2, \dots, k, j \neq i\}$  的概率可以表示为

$$P_i(Y = C_i) = \int_{\mathbb{R}} P(C_i(\omega) = \mu \& C_j(\omega) > \mu) d\mu = \int_{\mathbb{R}} (1 - F_{C_1}(\mu, t_0)) \dots (1 - F_{C_{i-1}}(\mu, t_0)) f_{C_i}(\mu, t_0) \times (1 - F_{C_{i+1}}(\mu, t_0)) \dots (1 - F_{C_k}(\mu, t_0)) d\mu. \quad (3)$$

由于多AGV系统路径网络的复杂性, 计算  $P_r$  的过程非常复杂, 且运算量较大, 在实际中较难实现. 根据概率理论有如下定理<sup>[24]</sup>.

**定理2** 对于两随机变量  $X$  和  $Y$ ,  $X$  的期望值  $E(X)$  小于  $Y$  的期望值  $E(Y)$  等价于  $P(X \leq Y) \geq 0.5$ , 即  $E(X) \leq E(Y) \Leftrightarrow P(X \leq Y) \geq 0.5$ .

由定理2可知, 求解概率最短路径问题<sup>[26]</sup> 可以通过比较路径的期望耗费, 当路径  $X_1$  的期望耗费  $E(C_1(t_0))$  小于路径  $X_2$  的期望耗费  $E(C_2(t_0))$  时, 路径  $X_1$  比路径  $X_2$  更具概率优势.

### 2.2 改进路径规划算法

在移动机器人路径规划问题中, A\*算法<sup>[27]</sup> 是一种应用广泛的启发式算法, 具体可以描述为

$$f(n) = g(n) + h(n). \quad (4)$$

以图2所示的网格型路径为例, 若以距离(通常定义为Manhattan距离)作为评价指标, 则当AGV通过一段弧到达某一节点时,  $g(n)$  表示所在节点与起点的距离,  $h(n)$  表示所在节点与终点的估计距离. 从AGV运动到第1个节点起, 算法不断搜寻当前节点到终点的所有可能路径的最小距离  $h(n)_{\min}$ , 并据此选择下一目标节点, 该算法有效保证了起点到终点间的最短距离  $f(n)_{\min}$ . 此外, 算法中评价指标的类型选取不同, 路径规划效果不同. 如果以时间耗费作为评价指标, 即假设AGV通过每个弧或节点的时间成本是固定的, 则改进A\*算法通过搜寻最小时间耗费来选择最优路径, 此时路径弧或节点的耗费不随时间推移而变化, 所述路径网络是静态<sup>[28]</sup>的.

AGV在网格型路径运动过程中为了防止相互之间的碰撞冲突, 通常会设置冲突避让机制, 即在路径弧或转弯节点设置减速或停车指令, 此时不同路径弧的时间耗费将变为不确定变量. 考虑将AGV在路径弧和节点转弯处的总体时间耗费作为新的路径规划指标, 定义以不确定时间耗费作为评价指标的改进

A\*算法, 即

$$f(j, t_s) = g(j, t_s) + h(j, t_s). \quad (5)$$

其中:  $g(j, t_s)$  表示从起点  $s$  到当前节点  $j$  的时间耗费,  $h(j, t_s)$  表示从当前节点  $j$  到终点  $d$  的估计时间耗费.

具体的, 假设起点  $s$  的坐标为  $(s_x, s_y)$ , 终点  $d$  的坐标为  $(d_x, d_y)$ , AGV在  $t_s$  时刻从起点  $s$  出发, 此时  $g(j, t_s) = 0$ . AGV在  $t_i$  时刻进入某一节点  $i$ , 其坐标为  $(i_x, i_y)$ , 与  $i$  相邻的候选节点  $j$  的坐标为  $(j_x, j_y)$ , 弧  $(i, j)$  的期望时间耗费为  $E(w_{ij}(t))$ . 在路径弧概率分布(或期望时间耗费)未知的情况下, 首先可以根据AGV沿路径运动的距离和额定速度  $v_e$  进行估计, 即

$$h(j, t_s) = \frac{|j_x - d_x| + |j_y - d_y|}{v_e}. \quad (6)$$

在已知路径弧期望时间耗费的情况下, 可以根据当前节点到目标点之间路径的期望时间总和进行估计, 有

$$h(j, t_s) = \sum_{k=j+1}^d E(w_{jk}(t)). \quad (7)$$

此外, 令节点转弯时间为  $T$ , 通过判断弧  $(i, j)$  与上一段弧的相对位置, 确定AGV在节点  $i$  是否转弯, 可分别得到

$$g(j, t_s) = \begin{cases} g(i, t_s) + E(w_{ij}(t_i + T)) + T, & \text{包含转弯;} \\ g(i, t_s) + E(w_{ij}(t_i)), & \text{不包含转弯.} \end{cases} \quad (8)$$

最后, 假设进入节点  $j$  的时刻表示为  $t_j = t_i + g(j) - g(i)$ , 进而可得

$$f(j, t_s) = \begin{cases} g(i, t_s) + E(w_{ij}(t_i + T)) + T + h(j, t_s), & \text{包含转弯;} \\ g(i, t_s) + E(w_{ij}(t_i)) + h(j, t_s), & \text{不包含转弯.} \end{cases} \quad (9)$$

式(9)所示为AGV是否在节点  $i$  处转弯的两种情形. 具体的, 改进A\*算法的详细流程可以表述如下.

step 1: 搜索最优路径前先设置 open 表和 close 表.

step 2: 计算起点节点  $s$  处的时间耗费  $f(s, t_s)$ , 并记录进入该节点的时刻  $t_s$ , 此时  $g(s, t_s) = 0$ , 将节点  $s$  添加进 close 表.

step 3: 从 close 表中选择最近添加的节点  $i$ , 将与节点  $i$  相邻且不在 close 表和 open 表中的节点添加进 open 表, 根据式(9)计算  $f$  值; 将与节点  $i$  相邻且在 open 表中的节点的  $f$  值更新, 更新规则是以节点  $i$  为父节点重新计算该节点的  $f$  值, 如果新的  $f$  值小于原  $f$  值则更新, 否则不更新.

step 4: 将 open 表中的节点按  $f$  值从小到大排序, 选择  $f$  最小的节点加入到 close 表。

step 5: 若 close 表中包含终点节点, 则停止搜寻, 若 close 表不存在目标节点, 则转到 step 3。

下面对本文提出改进算法的性质进行证明。

**证明** 本文所提出算法的形式如式(7)~(9)所示, 满足以下约束条件。

1) 算法搜寻范围在所述的网格型路径网络中, 其节点集合  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  为有限数值, 即满足  $n \in (0, k], k \in N^*$ , 因此弧集合  $E = \{(i, j) | i, j \in V\}$  为有限值, 路径网络  $P\{V, E\} \in N_{m \times n}^*$ ,  $m, n > 0$ , 可知算法搜索域是有限的。

2) 对于算法中估计值  $h(j, t_s)$ , 由各段路径弧的耗费值  $w_{jk}(t) (k = j + 1, \dots, d)$  组成, 而弧耗费值设定为每段路径被占用时间的统计量, 注意在路径弧未被占用时, 耗费值设定为单台 AGV 匀速通过的时间, 因此在时域中满足  $\forall w_{jk}(t) > 0$ , 即满足  $\forall h(j, t_s) > 0$ 。

3) 假设 AGV 在路口节点的转弯时间为  $T$ , 当估计路线中不出现转弯时, 满足估计值

$$h(j, t_s) = \sum_{k=j+1}^d E(w_{jk}(t)) = h^*(j, t_s),$$

其中  $h^*(j, t_s)$  表示实际耗费值; 当估计路线中出现转弯时, 满足估计值

$$h(j, t_s) = \sum_{k=j+1}^d E(w_{jk}(t)) < h^*(j, t_s) = \sum_{k=j+1}^d E(w_{jk}(t + T)),$$

综上, 故满足  $h(j, t_s) \leq h^*(j, t_s)$ 。

4) 算法实现过程中, 从起点  $s$  开始依次向 open 表中添加当前节点的相邻节点, 直到终点  $d$  被添加, 保证了所规划路径为起点至终点的路径。此外, 每次添加的新节点均被作为父节点, 重新计算该点至终点的路径损耗, 并选取耗费最小值, 满足了所规划路线的最优性。因此, 保证算法搜索过程中存在从起点到终点的最优路径。

综上所述, 本文算法满足 A\* 算法具备的条件。□

### 2.3 冲突避让策略

在多 AGV 系统中, 多个 AGV 可能同时通过某一弧或节点, 也可能在运动期间发生意外的停止或碰撞。为了避免多 AGV 之间的冲突, 路径网络中应该包含合理有效的冲突避让策略。

本文设计的多 AGV 网格型路径由路径弧和节点组成, 多个 AGV 在协同运动过程中可能同时占用路径弧或节点资源。图 4 展示了多 AGV 在网格型路径运

动过程中可能出现的冲突类型, 包括相向冲突、追击冲突、路口冲突和故障停车冲突。

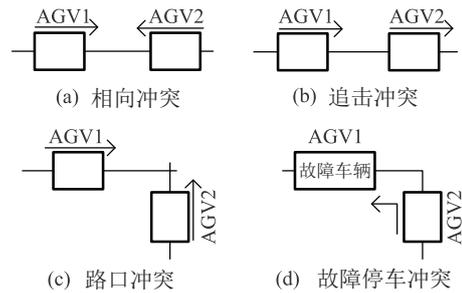


图 4 4种典型冲突类型

出现任何一种冲突, 都会对多 AGV 系统造成影响, 甚至完全崩溃。本文所设计的车载视觉系统可以在当前位置识别下一处位置的编码标志, 起到对下一位置的预判作用。进一步考虑本文采用的网格型路径和路径规划方法, AGV 冲突避让策略可以具体表述如下。

step 1: 分别为每段路径弧和节点建立队列表如图 5 所示, 包含 4 条路径弧和一个节点, 假设有两台 AGV 同时工作, 1 号 AGV 从弧  $i$  前往弧  $j$ , 2 号 AGV 从弧  $i$  前往弧  $k$ , 两台 AGV 均要经过节点  $m$ , 其中  $i, j, l, k, m$  均包含各自的队列表。

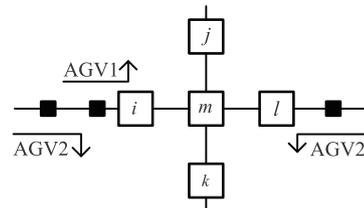


图 5 冲突避让策略示意图

step 2: 增加排队信息, 根据排队信息更新规划路径。若 AGV 需要通过某个节点或弧, 将 AGV 编号添加到对应的队列表, 队列表包含需要通过的所有 AGV 编号, 并按照先后顺序进行排队。若 AGV 在某一路径弧队列表排序超过某一设定阈值时, 则选取另一条与待通过节点邻近的弧, 重新规划路径。例如, 1 号 AGV 首先读取到编码标志  $i$ , 根据规划路径判断出接下来需要到达的节点  $m$  和弧  $j$ , 将 1 号 AGV 添加进弧  $j$  的队列表, 如果 1 号 AGV 在弧  $j$  的队列表第 1 位, 则继续将 1 号 AGV 添加到节点  $m$  的队列表; 如果 1 号 AGV 在弧  $j$  的队列表靠后位置, 则将 1 号 AGV 添加到  $l$  或  $k$  的队列表, 并重新规划路径。

step 3: 节点占用。根据队列表排序, 命令 AGV 依次通行, 通过弧或节点后删除该 AGV 编号。如果 1 号 AGV 在节点  $m$  的队列表第 1 位, 则允许 1 号 AGV 通过节点  $m$  到达弧  $j$ , 否则命令 1 号 AGV 停车等待。当 1 号 AGV 读取到编码标志  $m$  时, 将 1 号 AGV 从弧  $i$  的队列

表中删除. 此后, 2号AGV读取到编码标志*i*, 重复执行step2的操作. 将2号AGV添加进弧*k*的队列表, 如果2号AGV在弧*k*的队列表第1位则继续将2号AGV添加进节点*m*的队列表; 继续执行step3的操作, 判断2号AGV是否在节点*m*的队列表第1位, 对应执行通过节点或停车等待的指令.

step4: 解除节点占用. 当1号AGV读取到编码标志*j*时, 将1号AGV从节点*m*的队列表中删除, 并且向队列表中下一个AGV(如2号AGV)发送指令, 允许其通过节点*m*, 通过后重复step4, 解除节点占用.

同理, 若1号AGV从弧*i*前往弧*j*, 2号AGV从弧*l*前往弧*k*, 则均经过节点*m*时, 避让规则同样遵循step2至step4.

至此, 分别介绍了改进算法中路径规划和冲突避让两个主要环节, 对于多AGV系统, 其整体规划流程如图6所示. 其中, 由视觉系统获取的当前和下一位置信息将被分别应用到冲突避让和路径规划当中. 为保证AGV安全运行, 算法在路径规划前执行冲突检测和避让策略. 在路径规划环节, 控制器将已识别到的定位信息和所规划的路径节点信息进行匹配, 进而决定是否重新规划. 特别的, 在流程初始阶段的导入/更新路网信息环节中, 系统根据一定周期内路径耗费的统计量对期望时间耗费进行更新, 详见实验环节描述.

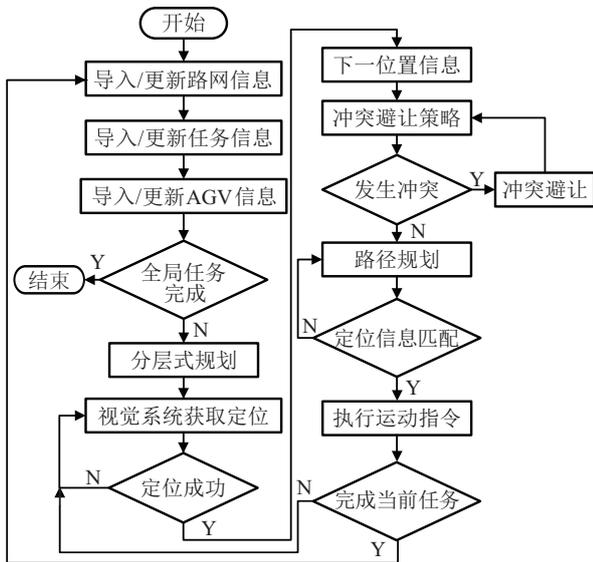


图6 多AGV系统规划流程

### 3 仿真实验

实验首先对所设计的车载视觉系统和二维编码标志进行可行性验证. 如图3所示, 车载相机选用8mm焦距、400万像素工业摄像头, 当AGV运动速度达到1m/s时, 所采集的地面编码标志如图7所示.



图7 改进车载视觉系统测试

由图7可以看出, 在AGV运行过程中获取的地面编码标志图像出现了运动模糊, 但因为改进二维编码方法增大了有效图案之间的间距, 故没有产生图案重叠. 此外, 在垂直于AGV运动方向上依然保持了显著特征. 经过灰度处理和二值化处理后, 控制器能够精确地标定关键点位置, 进而获取有效的定位信息. 随后, 与文献[8-9]所述的车载视觉系统进行比较, 分别在3种速度下进行20次识别, 实验结果如表1所示.

表1 视觉系统性能对比

AGV速度 (m/s)	采用方法	图像信息	平均解码时间 (ms)	准确率 (%)
0.5	文献[8-9]	清晰	160	100
	本文	清晰	97	100
1	文献[8-9]	运动模糊	580	65
	本文	运动模糊	240	100
1.5	文献[8-9]	运动模糊	650	45
	本文	运动模糊	330	95

由表1数据可知, 随着AGV速度提高, 由视觉系统获取的地面标志图像均产生了径向的运动模糊, 本文所提出的方法在识别速度和准确率上均优于对比文献中的方法, 尤其在AGV速度较快时仍能够保证较高的识别准确率.

在多AGV系统协同运行仿真环节, 采用Java语言开发了多AGV控制系统, 存储了实验所用的网格型路径信息, 包含每段路径弧和节点处的图形编码标志, 以及改进的路径规划和冲突避让算法. 系统中采用的AGV模型包含改进的车载视觉系统, 可以反馈AGV所在网格路径中的当前和下一位置信息.

参考图2所示的路径类型, 实验设计大小为59 × 29的网格型路径, 包含3510段路径弧和1800个节点, 均以本文所设计的图形编码标志进行标记, 并且设置30个固定起点和100个固定终点, 模拟300台基于视觉引导的多AGV协同工作场景. 首先假设每条路径弧的时间耗费为900ms, 节点转弯的时间耗费为1000ms, 可知此时利用A\*算法搜寻最小时间耗费路径的效果等同于搜寻最短距离路径, 路径网络为静态网络; 经过24h后, 记录每一条弧被占用的时间耗费, 根据统计分析得到每条弧的期望耗费随时间的变化关系, 计算得到新的时间耗费, 并在原静态网络中更

新弧耗费值,此时的路径网络转化为动态随机网络.

由实验统计数据可知,每30 min内弧的时间耗费几乎全部服从正态分布.随机选取一条弧在第10个30 min内的时间耗费,其正态性检验结果如表2和表3所示.

表2 描述性统计资料

指标	统计量/ms	标准误差/ms
平均数	2 230.909 1	110.923 0
95%/ % 均值置信区间	2 004.952 9(下限) 2 456.865 3(上限)	/
5% 修整均值	2 235.665 6	/
中位数	2 200.000 0	/
标准偏差	637.241 9	/
最大值	35 004.00	/
最小值	915.00	/
范围	2 589.00	/
四分位距	910.00	/
偏度	-0.102	0.409
峰度	-0.361	0.798

表3 正态性检验

检验类型	统计量	df	显著性
Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>	0.117	33	0.200*
Shapiro-Wilk	0.980	33	0.774

由表2可以得到偏度和峰度值,若偏度和峰度趋近0,则数据趋近正态分布;表3是KS检验和SW检验的结果,当显著性大于0.05时,可以认为数据呈正态分布.表3中KS检验和SW检验的显著性均大于0.05,可以认为统计数据呈正态分布.

进一步,在确保网格型路径起止点和AGV数量不改变的前提下,令网络1表示时间耗费固定的静态网络(传统A\*算法),网络2表示根据统计数据重新设定时间耗费的动态随机网络(本文提出方法),网络3表示采用文献[19]提出的动态规划算法.对比结果中,完成效率表示多AGV系统每小时完成从起点到终点过程的次数,平均等待时间表示实验过程内AGV因拥堵和解除死锁而导致的停车等待时间的平均值.

选取实验过程中某一固定起止点的任务,3种规划算法的实际路径如图8所示.其中A、B分别为起点和终点,实线箭头表示A\*算法规划的路径,虚线箭头表示改进算法规划的路径,点线箭头表示参考文献算法规划的路径,虚线方框表示时间耗费情况.可以看出,传统A\*算法所规划的路径为静态时间最短(即距离最短),本文方法和参考文献提出的方法均不是距离最优的.特别的,参考文献提出的方法无法为AGV预判下一位置,因此在遇到和解决冲突(如图中星号标记的相向冲突)时采取重新规划、掉头行驶策

略.本文方法根据系统更新的路径时间耗费,规划了一条动态的最小概率时间路径,所采用的视觉系统和冲突避让策略也可以有效避免AGV之间的冲突.为了对3种算法在路径网络资源利用效率上进行对比,选取某一段周期为2h的数据,其结果如图9所示.

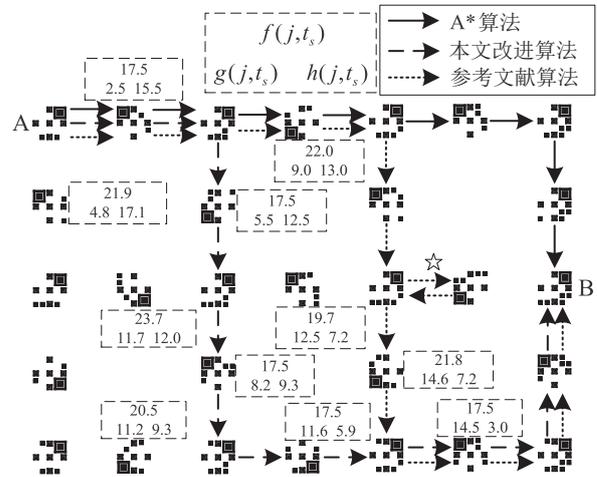


图8 AGV运行路径示意图

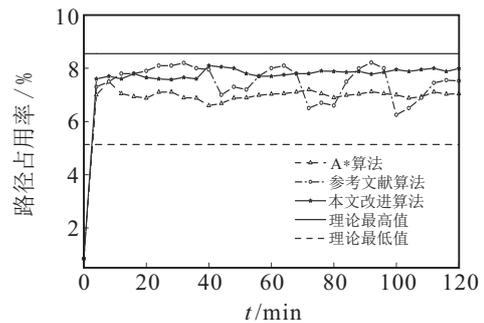


图9 路径网络占用率

根据实验设计,300台AGV分别从30个固定起点进入网格型路径,路径占用率由较低值迅速上升,在一定区间内发生变化.传统A\*算法规划的路径为距离最优路径,当大量AGV进入网格型路径后,算法根据任务起止点位置规划的最优路径具有较多重叠部分,AGV只能在排队通过的方式下执行任务,从而造成大量空闲路径资源的浪费,这种规划方式下的路径利用效率较低.参考文献[19]提出的规划方法具有较好的路径利用率,但可以明显看出变化曲线经过了几次较低的波谷值,该方法在路口拥堵或发生冲突(如前述相向冲突、追击冲突等)时,主要采用重新规划和AGV反向绕行的解决方式,在多台AGV执行任务的密集区域,频繁地重新规划和绕行会造成路口死锁或是某段路径弧上的AGV容量达到饱和,因而导致多台AGV停车等待,产生路径占用率骤减的现象.尽管参考文献提出方法的曲线在峰值位置高于本文方法,但是相比之下本文提出的改进方法更加平稳,在AGV数量固定的前提下,路径占用率保持

在一定范围,而平均占用率明显高于传统方法和参考方法. 本文方法曲线的一个特点是从开始的每30 min内,路径占用率经过了一个幅度较小的上升和下降阶段,在下一个周期内呈现相同变化,这是因为实验设计每30 min更新路径网络耗费值而造成的.

最后,通过改变路径网络中固定起点和终点的位置,对3种网络结构下多AGV系统的完成效率和AGV平均等待时间进行对比,如表4所示.

表4 任务完成情况对比

实验次数	采用模型	完成效率/(次数/h)	平均等待时间/s
1	网络1	11 025	7.49
	网络2	18 870	2.58
	网络3	15 447	3.84
2	网络1	10 876	8.59
	网络2	19 431	2.42
	网络3	17 162	3.36
3	网络1	9 981	8.98
	网络2	20 196	2.11
	网络3	13 762	4.03
4	网络1	11 890	7.15
	网络2	19 821	2.38
	网络3	17 960	3.08
5	网络1	9 876	9.02
	网络2	21 183	2.06
	网络3	18 163	2.93
6	网络1	15 632	5.04
	网络2	19 963	2.21
	网络3	17 751	3.13
7	网络1	12 051	6.59
	网络2	15 862	3.05
	网络3	12 997	4.87

由表4的数据可以看出:在每次实验中起止点确定的情况下,本文设计的方法(网络2)具有更高的完成效率;同时,在AGV数量和路网规模确定的前提下,本文方法在完成相同任务次数的过程中保证了AGV平均等待时间最小,即在安全前提下保证了车辆流通性.综上所述,本文提出的方法能够有效保证视觉引导多AGV系统的工作安全性,在提高固定路网资源利用率的基础上避免AGV冲突和死锁,提高整体系统的工作流畅度,最终提高整体工作效率.

## 4 结论

本文设计了一种改进的图形编码标志方法和车载视觉系统,利用二维编码标志构成视觉引导多AGV系统的网格型路径,路径中弧和节点均包含对应的编码信息,为实现AGV在运动过程中的快速定位、位置预判和安全避障奠定基础.根据多AGV系统网格型路径的特点,提出了一种基于动态随机网络的改进A\*算法,实现了多AGV路径规划和冲突避让策

略.实验结果表明,改进算法实现了多AGV无冲突协同工作,并且有效提高了多AGV系统在网格型路径中的工作效率.本文改进方法可以为基于视觉引导的多AGV应用场景提供一种新的路径规划思路,而进一步改进路径弧时间耗费的自适应迭代更新,避免因地图起止点位置或车辆数目变化而造成的影响,将是本文下一步的研究目标.

## 参考文献(References)

- [1] Qi B Y, Zhou Y Y, Yang Q L. Application of AGV in intelligent logistics system[C]. Proceedings of the 5th Asia International Symposium on Mechatronics (AISM 2015). Guilin: IET, 2015: 1-5.
- [2] 朱大奇, 颜明重. 移动机器人路径规划技术综述[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 961-967.  
(Zhu D Q, Yan M C. Survey on technology of mobile robot path planning[J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 961-967.)
- [3] 贾丙西, 刘山, 张凯祥, 等. 机器人视觉伺服研究进展: 视觉系统与控制策略[J]. 自动化学报, 2015, 41(5): 861-873.  
(Jia B X, Liu S, Zhang K X, et al. Survey on robot visual servo control: Vision system and control strategies[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(5): 861-873.)
- [4] Tran H A M, Ngo H Q T, Nguyen T P, et al. Implementation of vision-based autonomous mobile platform to control by A\* algorithm[C]. Proceedings of the 2nd International Conference on Recent Advances in Signal Processing, Telecommunications & Computing (SigTelCom). Ho Chi Minh City: IEEE, 2018: 39-44.
- [5] Dönmez E, Kocamaz A F, Dirik M. A vision-based real-time mobile robot controller design based on gaussian function for indoor environment[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2018, 43(12): 7127-7142.
- [6] Al-Jarrah R, Al-Jarrah M, Roth H. A novel edge detection algorithm for mobile robot path planning[J]. Journal of Robotics, 2018(9): 1-12.
- [7] Sheikh T S, Afanasyev I M. Stereo vision-based optimal path planning with stochastic maps for mobile robot navigation[C]. Proceedings of International Conference on Intelligent Autonomous Systems. Singapore: Springer, 2018: 40-55.
- [8] 徐庆, 徐志伟, 杜晓峰. 基于QR码的视觉导航AGV系统[J]. 传感器与微系统, 2019, 38(2): 83-86.  
(Xu Q, Xu Z W, Du X F. Vision navigation AGV system based on QR code[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2019, 38(2): 83-86.)
- [9] 罗哉, 唐颖奇, 李冬, 等. 基于最优偏差路径的自

- 动导引车纠偏方法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(4): 853-860.  
(Luo Z, Tang Y Q, Li D, et al. AGV rectifying method based on optimal deviation path[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(4): 853-860.)
- [10] Nishi T, Maeno R. Petri net decomposition approach to optimization of route planning problems for AGV systems[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2010, 7(3): 523-537.
- [11] Zhou Y, Hu H S, Liu Y, et al. Collision and deadlock avoidance in multirobot systems: A distributed approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(7): 1712-1726.
- [12] Nishi T, Tanaka Y. Petri net decomposition approach for dispatching and conflict-free routing of bidirectional automated guided vehicle systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part A: Systems and Humans, 2012, 42(5): 1230-1243.
- [13] Singh Y, Sharma S, Sutton R, et al. A constrained A\* approach towards optimal path planning for an unmanned surface vehicle in a maritime environment containing dynamic obstacles and ocean currents[J]. Ocean Engineering, 2018, 169: 187-201.
- [14] Song R, Liu Y C, Bucknall R. Smoothed A\* algorithm for practical unmanned surface vehicle path planning[J]. Applied Ocean Research, 2019, 83: 9-20.
- [15] Fu B, Chen L, Zhou Y T, et al. An improved A\* algorithm for the industrial robot path planning with high success rate and short length[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 106: 26-37.
- [16] 王晓燕, 杨乐, 张宇, 等. 基于改进势场蚁群算法的机器人路径规划[J]. 控制与决策, 2018, 33(10): 1775-1781.  
(Wang X Y, Yang L, Zhang Y, et al. Robot path planning based on improved ant colony algorithm with potential field heuristic[J]. Control and Decision, 2018, 33(10): 1775-1781.)
- [17] 李慧光, 贾建成, 冷春辉. 基于分布式控制算法的多AGV路径规划[J]. 控制工程, 2010, 17(S2): 93-96.  
(Li H G, Jia J C, Leng C H. Path planning of multiple AGVs based on step control algorithm[J]. Control Engineering of China, 2010, 17(S2): 93-96.)
- [18] Digani V, Sabattini L, Secchi C, et al. Ensemble coordination approach in multi-AGV systems applied to industrial warehouses[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2015, 12(3): 922-934.
- [19] 泰应鹏, 邢科新, 林叶贵, 等. 多AGV路径规划方法研究[J]. 计算机科学, 2017, 44(S2): 94-97.  
(Tai Y P, Xing K X, Lin Y G, et al. Research of path planning in multi-AGV system[J]. Computer Science, 2017, 44(S2): 94-97.)
- [20] Zhou C H, Liu X C. The study of applying the AGV navigation system based on two dimensional bar code[C]. Proceedings of 2016 International Conference on Industrial Informatics—Computing Technology, Intelligent Technology, Industrial Information Integration (ICIICII). Wuhan: IEEE, 2016: 206-209.
- [21] Sonka M, Hlavac V, Boyle R. 图像处理、分析与机器视觉[M]. 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2011: 79-314.  
(Sonka M, Hlavac V, Boyle R. The image processing, analysis, and machine vision[M]. The 3rd edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2011: 79-314.)
- [22] 孙波, 陈卫东, 席裕庚. 基于粒子群优化算法的移动机器人全局路径规划[J]. 控制与决策, 2005, 20(9): 1052-1055.  
(Sun B, Chen W D, Xi Y G. Particle swarm optimization based global path planning for mobile robots[J]. Control and Decision, 2005, 20(9): 1052-1055.)
- [23] Sanders W H, Meyer J F. Stochastic activity networks: formal definitions and concepts[C]. Lectures on Formal Methods and Performance Analysis. Berlin: Springer, 2000: 315-343.
- [24] 盛骤. 概率论与数理统计[M]. 第3版. 北京: 高等教育出版社, 2001: 74-104.  
(Sheng Z. Probability theory and mathematical statistics[M]. The 3rd edition. Beijing: Higher Education Press, 2001: 74-104.)
- [25] Pynadath D V, Wellman M P. Accounting for context in plan recognition, with application to traffic monitoring[C]. Proceeding of the 11th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1995: 472-481.
- [26] Ji X Y. Models and algorithm for stochastic shortest path problem[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 170(1): 503-514.
- [27] Hart P E, Nilsson N J, Raphael B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths[J]. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968, 4(2): 100-107.
- [28] Carley K M. Dynamic network analysis[C]. Dynamic Social Network Modeling and Analysis: Workshop Summary and Papers. Washington DC: National Academy Press, 2003: 133-145.

### 作者简介

廉胤东(1992—), 男, 博士生, 从事移动机器人与规划的研究, E-mail: aulianydy@mail.scut.edu.cn;

谢巍(1974—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器视觉、鲁棒控制等研究, E-mail: weixie@scut.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)