

控制与决策

Control and Decision

精确动态规划算法求解绿色单机调度问题

杨媛, 钱斌, 胡蓉, 祝晓红, 向凤红

引用本文:

杨媛, 钱斌, 胡蓉, 等. 精确动态规划算法求解绿色单机调度问题[J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 1891–1900.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1710>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自适应Jaya算法求解多目标柔性车间绿色调度问题

Multi-objective flexible job shop green scheduling problem with self-adaptive Jaya algorithm

控制与决策. 2021, 36(7): 1714–1722 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1773>

超启发式交叉熵算法求解模糊分布式流水线绿色调度问题

Hyper-heuristic cross-entropy algorithm for green distributed permutation flow-shop scheduling problem with fuzzy processing time

控制与决策. 2021, 36(6): 1387–1396 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1681>

基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题

State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi-objective flexible job shop scheduling problem

控制与决策. 2021, 36(5): 1181–1190 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1233>

基于预防维护的单机调度问题

Single-machine scheduling problem with preventative maintenance activities

控制与决策. 2021, 36(2): 395–402 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0626>

基于多班教学优化的多目标分布式混合流水车间调度

Multi-class teaching-learning-based optimization for multi-objective distributed hybrid flow shop scheduling

控制与决策. 2021, 36(2): 303–313 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0549>

精确动态规划算法求解绿色单机调度问题

杨媛¹, 钱斌^{1,2†}, 胡蓉^{1,2}, 祝晓红¹, 向凤红¹

(1. 昆明理工大学 信息工程与自动化学院, 昆明 650500; 2. 昆明理工大学 机电工程学院, 昆明 650500)

摘要: 针对一类生产实际中广泛存在的绿色单机调度问题, 即带释放时间的低碳单机调度问题, 提出一种精确动态规划算法(exact dynamic programming algorithm, EDPA)进行求解, 优化的主要和次要目标分别为最小化最大延迟时间和总碳排放量. 首先, 建立问题的排序模型, 该模型可用三元法表示为 $1|agr(r_j, d_j)|TCE/T_{max}$, 属于NP-hard问题; 其次, 通过分析排序模型的性质, 提出基于工件排序和机器状态选择的交货期最早优先规则(earliest due date, EDD), 可确保得到问题最优解; 再次, 根据所提出规则构建状态递推方程, 进而基于该方程设计可对问题解空间执行状态树搜索的EDPA, 该算法为具有伪多项式时间的精确算法, 可以获取问题的最优解; 最后, 通过在测试问题和企业实例上的仿真实验, 验证所提出算法不仅可以最小化最大延迟时间, 而且还能有效地减少总碳排放量.

关键词: 单机调度问题; 最大延迟时间; 碳排放; 动态规划

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1710

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 杨媛, 钱斌, 胡蓉, 等. 精确动态规划算法求解绿色单机调度问题[J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 1891-1900.

Exact dynamic programming algorithm for green single machine scheduling problem

YANG Ai¹, QIAN Bin^{1,2†}, HU Rong^{1,2}, ZHU Xiao-hong¹, XIANG Feng-hong¹

(1. School of Information Engineering and Automation, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China; 2. School of Mechanical and Electronic Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

Abstract: An exact dynamic programming algorithm (EDPA) is proposed for a kind of green single-machine scheduling problems, i.e., the low-carbon single-machine scheduling problem with release times and due dates. The first and second optimization objectives are the maximum tardiness and the total carbon emissions, respectively. Firstly, the permutation-based model of the considered problem is built. This model can be described by triplet $1|agr(r_j, d_j)|TCE/T_{max}$, which is an NP-hard problem. Secondly, an earliest due date (EDD) rule based on job permutation and selection of machine state is presented by analysing the properties of the permutation-based model. Thirdly, the state recurrence equation is constructed via the presented rule, and then an EDPA is designed by using the constructed equation to execute the state-tree search in solution space. This algorithm is an exact algorithm with pseudo-polynomial time, which can obtain the optimal solution of the considered problem. Finally, the simulation experiments on the testing and real-world instances manifest that the proposed algorithm can not only minimize the maximum tardiness, but also reduce the total carbon emissions effectively.

Keywords: single machine scheduling problem; maximum tardiness; total carbon emissions; dynamic programming

0 引言

绿色制造是“中国制造2025”的战略任务之一, 而绿色车间调度(green shop scheduling problem, GSSP)是实现绿色制造的重要举措. 常规车间调度考虑控制成本、缩短工期和减少工件延迟的经济指标, GSSP在此基础上同时考虑节能降耗的绿色指

标. 显然, GSSP更加复杂, 也更具有理论和工程价值.

近年来, GSSP已受到学术界的关注, 特别在单机、并行机、流水车间和作业车间等调度问题上得到一定的研究^[1-9]. 例如, 在单机调度方面: Mouzon等^[1]以最小化总完工时间和能源消耗为优化目标, 提出了能源效率调度规则进行求解; 吴愁^[2]以最小化总完工

收稿日期: 2019-12-06; 修回日期: 2020-03-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51665025, 61963022).

责任编委: 王凌.

†通讯作者. E-mail: bin.qian@vip.163.com.

时间和能耗总成本为优化目标,采用改进的遗传算法进行求解;Wang等^[3]在工件按批次加工的条件下,以最小化最大完工时间和总能量消耗为优化目标,设计 ε -约束方法求解.在并行机调度方面:候彬^[4]以最小化加权完工时间和成本为优化目标,设计分支定界算法求解;Wang等^[5]在最大功率上限为约束的条件下,以最小化完工时间为优化目标,建立整数规划模型,提出了两阶段的启发式算法求解;Ding等^[6]考虑完工时间不超过截止时间的约束,以最小化总电耗为优化目标,设计了基于列生成的启发式方法求解.在流水车间调度方面:吴秀丽等^[7]以交货期满意度、时间、设备利用率和成本为优化目标,提出了一种混合遗传算法来求解;Ding等^[8]以最小化完工时间和总碳排放量为优化目标,运用基于非支配解结构特性的贪心算法进行求解;Yan等^[9]以最小化最大完工时间和能源消耗为优化目标,采用基于多级节能的遗传算法进行求解.在作业车间调度方面:Zhang等^[10]以最小化总加权延迟和总能耗为优化目标,提出了带局部搜索的混合遗传算法进行求解;张国辉等^[11]以最小化最大完工时间和总碳排放量分别作为主要和次要优化目标进行多重优化,先采用遗传算法针对主要目标进行求解,然后对得到的解进行非关键工序的调整,从而实现次要目标的优化;艾子义等^[12]以最小化碳排放量为优化目标,提出了新型蛙跳算法进行求解.由上述文献可知,GSSP已成为当前的研究热点,但相关研究较为有限.因此,对此类问题开展研究具有重要意义.

单机调度问题(single machine scheduling problem, SMSP)是各类多机调度问题的雏形和基础,不仅在制造业和流程工业中广泛存在,同时也是复杂生产调度问题分解优化时常需求解的子问题.释放时间(release time)是实际生产中的常见约束,代表产品(即工件)从上游加工设备(或工厂)到达当前加工设备的时间.带释放时间的单机调度问题(SMSP with release times, SMSP-RTs)具有较广泛的应用背景,近年已得到较多研究,基本上都是在该问题上增加相应的加工条件和改用非经典优化目标.例如,Potts^[13]在SMSP-RTs上进一步加入工件到客户的运送时间,以最小化工件送达客户的最大完成时间为优化目标,提出了启发式算法进行求解;Kacem等^[14]在SMSP-RTs上进一步考虑工件释放时间和加工时间之间具有的特定关系,以最小化加权总流经时间为优化目标,提出了改进的近似算法进行求解;Jouglet^[15]在SMSP-RTs上进一步增加了机器零

空闲约束,以最小化任意正规性指标为优化目标,设计了约束规划算法进行求解;Selvarajah等^[16]在SMSP-RTs上进一步增加工件按批次加工的限制并为每批次工件设定相同运送费用,以最小化总加权完工时间和总运送费用之和为优化目标,设计遗传算法进行求解;Cheng等^[17]在SMSP-RTs上进一步考虑加工两个客户或代理的工件,在满足客户2工件的最大延迟时间(lateness)不大于限制值条件下,以最小化第1个客户的总加权完成时间为优化目标,提出了分支定界算法和模拟退火算法分别求解小规模和大规模问题;Della等^[18]针对SMSP-RTs,以最小化总体完工时间为优化目标,提出了融合邻域搜索与数学规划的混合启发式算法进行求解;Zhao等^[19]在SMSP-RTs上同时考虑期望完工时间的分配,以最小化总加权延误(tardiness)工件数和加权期望完工时间分配费用之和为优化目标,设计了动态规划算法和完全近似算法;Che等^[20]进一步考虑了绿色SMSP-RTs,根据释放时间和期望时间对作业进行聚类,以最小化最大延迟时间和总能耗为优化目标,采用 ε -约束方法进行求解;Yue等^[21]进一步考虑释放时间不确定的SMSP-RTs,以最小化最大等待时间为优化目标,提出了两阶段启发式算法.由文献调研可知,绿色SMSP-RTs的相关研究才刚刚起步.

随着经济发展的全球化,企业间的竞争日益激烈.按客户订单及时交货来确保客户满意度,以及实施节能减排生产方式以降低成本,均是确保企业核心竞争力的重要途径,这使得减少产品延误和低碳可持续的生产方式越来越受到重视.因此,本文针对一类实际中广泛存在的绿色SMSP-RTs,以最小化最大延误时间和总碳排放量分别作为主要和次要优化目标,研究问题建模、调度算法和节能策略.首先,综合考虑每个工件具有不同释放时间和期望完工时间的限制条件,以及机器存在加工、待机、开/关机状态的能源消耗和时间消耗,在此基础上建立问题的排序模型,该模型可用三元法表示为 $1|agr(r_j, d_j)|TCE/T_{max}$,属于NP-hard问题;然后,根据排序模型的性质,提出可确保最优解不丢失的最早优先(earliest due date, EDD)规则,进而基于EDD规则构建状态递推方程并设计精确动态规划算法(exact dynamic programming algorithm, EDPA),EDPA具有伪多项式时间的复杂度,可获取问题的最优解;最后,通过仿真实验,验证所提出EDPA的有效性,并分析机器状态对节能减排的影响.

1 问题描述

在实际生产中,工件的释放时间与其交货时间往往存在一定联系,较晚到达的工件通常其交货时间也较大^[22-23],即两者间为同序关系.同时,机器处于空闲运行状态也会产生额外能耗,使得总能耗增加,进而导致碳排放增加,这时可利用开/关机策略来减少总能耗.此外,依据生产中经济效益优先的原则,可将最大延迟时间(经济指标)作为主指标,在确保主指标最优的前提下,进一步以总碳排放量(环境指标)为次指标进行优化.因此,本文研究面向节能降耗的低碳同序SMSP-RTs.

设有 n 个工件在同一台机器上加工,每个工件有到达时间、加工时间和交货时间,考虑机器的加工状态、待机状态和开/关机状态,已知机器在不同状态以及状态转换之间的能源和时间消耗,求解在总延迟时间最小化的情况下,最小化总碳排放量的单机调度问题.该问题可用三参数法表示为

$$1|\text{agr}(r_j, d_j)|\text{TCE}/T_{\max}.$$

其中:1表示调度的类型是单机, r_j 表示每个作业必须在其释放时间 r_j 之后加工, d_j 表示作业的交货时间, T_{\max} 表示最大延迟时间,TCE表示总碳排放量.生产计划包括:工件的加工顺序;每个工件的开始加工时间;加工每两个工件之间机器应处于连续加工状态,还是待机或者开/关机.优化目标是在保证最大延迟时间最小化的前提下,最小化碳排放量.

问题假设:

- 1) 机器在 $t = 0$ 时刻准备就绪;
- 2) 机器在某一时刻只能加工一个工件;
- 3) 加工一旦开始就不能被打断,直到该工件加工完成;
- 4) 机器在整个加工过程中都是正常状态,即不考虑机器的故障、突然断电等情况;
- 5) 机器开/关机只考虑其时间消耗和能量消耗.

2 模型建立

本文使用的变量定义如下:

- n : 产品的数量;
- j : 产品的序号, $j = 1, 2, \dots, n$;
- a_j : 产品的到达时间;
- p_j : 产品的加工时间;
- d_j : 产品的交货时间;
- T_j : 产品的延迟时间;
- T_{\max} : 最大延迟时间;
- T_{on} : 开机耗时;

T_{off} : 关机耗时;

E_{on} : 开启机器的电力消耗;

E_{off} : 关闭机器的电力消耗;

T_r : 机器休息的最少时间,指机器在考虑碳排放因素下需要关机再启动的最少耗时;

E_I : 单位时间内机器处于待机状态的能源消耗;

E_P : 单位时间内机器处于加工状态的能源消耗;

γ : 电碳转换系数,表示一单位电力转换为碳排放的量;

TCE: 生产所有产品的总碳排放;

E_{ext} : 额外能耗,机器所消耗的能耗除去加工时所需的必要能耗;

TCE_{ext} : 总额外碳排放量,与额外能耗对应;

TCE_p : 除总额外碳排放之外的碳排放;

$\text{TCE}_i^{\text{ext}}$: 加工当前工件与前一工件之间产生的额外碳排放量;

Q_{gk} : 整个加工过程中机器处于开/关机状态所用的总能耗;

$Q_{\text{gk}}^{\text{ext}}$: 整个加工过程中机器处于开/关机所用的总额外能耗;

Q_{ck} : 整个加工过程中机器处于加工状态所用的总能耗;

$Q_{\text{ck}}^{\text{ext}}$: 整个加工过程中机器处于加工状态所用的额外总能耗;

Q_{fk} : 整个加工过程中机器处于待机状态所用的总能耗;

$Q_{\text{fk}}^{\text{ext}}$: 整个加工过程中机器处于待机状态所用的总额外能耗;

x_j : 产品 j 在机器上的开始加工时间;

y_{ij} : 0-1变量,如果机器生产完工件 i 后接着生产工件 j 则 $y_{ij} = 1$,否则 $y_{ij} = 0$;

z_j : 0-1变量,机器在加工当前产品 j 前的状态,如果机器处于开/关机状态则 $z_j = 0$,如果处于待机状态则 $z_j = 1$;

χ_j : 加工当前工件前机器的状态,用两位二进制数表示,00表示连续生产,10表示开/关机状态,11表示待机状态.

2.1 总碳排放量计算模型

如果当前工件释放时间小于前一个工件的加工完成时间,则机器应处于连续加工状态;如果机器的待机时长大于开/关机所需要的时间,并且开/关机所需要的能源消耗小于待机所用的能源消耗,则应关闭机器以节约能耗;否则应保持机器处于待机状态.令 T_r 为关闭/开启机器所需的最小时间,可由下式计算:

$$T_r = \max(T_{\text{on}} + T_{\text{off}}, (E_{\text{on}} + E_{\text{off}})/E_r). \quad (1)$$

当机器处于开/关机状态时,机器的能耗主要体现在机器部件激活动作或停止动作上^[24].此时, $y_{ij} = 1, z_j = 0$,机器的开/关机状态有不同的时间和能源消耗.机器在加工第1个工件之前处于开机状态,加工完最后一个工件处于关机状态,这两种情况所消耗的能源属于加工所需的必要能耗.此外,在考虑节能减排的基础上,在加工两个工件之间的开/关机所消耗的能源为额外能耗.工件开/关机所需总能耗以及工件开/关机所需额外能耗分别为

$$Q_{\text{gk}} = E_{\text{on}} + E_{\text{off}} + \sum_{j=2}^n y_{ij}(1 - z_j)(E_{\text{on}} + E_{\text{off}}), \quad (2)$$

$$Q_{\text{gk}}^{\text{ext}} = \sum_{j=2}^n y_{ij}(1 - z_j)(E_{\text{on}} + E_{\text{off}}). \quad (3)$$

当机器处于加工状态时,Stute等^[25]通过大量实验指出,机器能耗等于加工功率与加工时间的乘积.机器处于加工状态所消耗的能源为必要能耗,对于选定的机器和工件,加工状态的能耗是确定的.工件处于加工状态所需总能耗以及工件处于加工状态所需额外能耗分别为

$$Q_{\text{ck}} = E_p \sum_{j=1}^n p_j, \quad (4)$$

$$Q_{\text{ck}}^{\text{ext}} = 0. \quad (5)$$

机器的待机状态主要指机器在非工作但通电的状态,其能源消耗主要来自维持待机状态所消耗的能源^[26].机器处于待机状态所消耗的能源为额外能耗,等于待机功率与待机时长的乘积.工件处于待机状态所需总能耗以及工件处于待机状态所需额外能耗分别为

$$Q_{\text{fk}} = E_I \sum_{j=2}^n y_{ij} z_j (x_j - c_{j-1}), \quad (6)$$

$$Q_{\text{fk}}^{\text{ext}} = E_I \sum_{j=2}^n y_{ij} z_j (x_j - c_{j-1}). \quad (7)$$

碳排放量为电碳转换系数与能耗的乘积,总碳排放量由下式计算:

$$\text{TCE} = \gamma(Q_{\text{gk}} + Q_{\text{ck}} + Q_{\text{fk}}). \quad (8)$$

总额外碳排放量由下式计算:

$$\text{TCE}_{\text{ext}} = \gamma(Q_{\text{gk}}^{\text{ext}} + Q_{\text{ck}}^{\text{ext}} + Q_{\text{fk}}^{\text{ext}}). \quad (9)$$

式(8)和(9)中的 γ 为电碳转换系数, γ 可根据文献[27]选取.

2.2 调度优化模型

主目标最大延迟时间 T_{max} 以及次目标总碳排放量TCE由下式计算:

$$\min T_{\text{max}} = \max T_j, \quad (10)$$

$$\min \text{TCE} = \text{TCE}_p + \text{TCE}_{\text{ext}}. \quad (11)$$

s.t.

$$\text{TCE}_p = \gamma \left(E_{\text{on}} + E_{\text{off}} + E_p \sum_{j=1}^n p_j \right); \quad (12)$$

$$\text{TCE}_{\text{ext}} = \gamma \left(E_I \sum_{j=2}^n y_{ij} z_j (x_j - c_j - 1) + \sum_{j=2}^n y_{ij} (1 - z_j) (E_{\text{on}} + E_{\text{off}}) \right); \quad (13)$$

$$d_j \geq r_j + p_j; \quad (14)$$

$$\forall d_i > d_j : r_i > r_j; \quad (15)$$

$$c_j = x_j + p_j; \quad (16)$$

$$x_j \geq \max(c_j - d_j, 0); \quad (17)$$

$$T_j = \max(c_j - d_j, 0); \quad (18)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & a_j - c_{j-1} \leq 0; \\ 0, & a_j - c_{j-1} > 0; \end{cases} \quad (19)$$

$$z_j = \begin{cases} 1, & a_j - c_j \leq T_r; \\ 0, & a_j - c_j > T_r. \end{cases} \quad (20)$$

其中:式(12)由(2)~(9)可得;式(13)为总额外碳排放量计算公式,由式(3)、(5)、(7)、(9)可得;式(14)表示工件的交货时间应大于等于其到达时间与加工时间之和;对于同时带有释放时间和交货时间的问题,文献[28-29]假设释放时间与交货时间同序,文献[30-31]假设所有工件到达时间均相同,本文属于第1种情况,如式(15)所示释放时间与交货时间同序;式(16)为工件的完工时间的计算公式;式(17)为工件的开始加工时间应满足的约束;式(18)为工件 j 的延迟时间的计算公式;式(19)和(20)为变量的取值范围.

对于给定问题,无论采用何种调度方案,机器第1次开机和最后一次关机以及机器处于加工状态产生的碳排放量是不变的,故优化(最小化)总碳排放量TCE可转换为优化(最小化)总额外碳排放量 TCE_{ext} .

2.3 问题复杂度讨论

问题1|agr(r_j, d_j)|TCE/ T_{max} 是在 T_{max} 最小时优化TCE.其中:TCE = $\text{TCE}_p + \text{TCE}_{\text{ext}}$; TCE_p 为加工产生的总碳排放量(必要碳排放量),是固定不变的; TCE_{ext} 为除生产过程外的碳排放量(额外碳排放量),是需要优化的.因此,1|agr(r_j, d_j)|TCE/ T_{max}

等价于 $1|agr(r_j, d_j)|TCE_{ext}/T_{max}$. 当无拖期工件时 (此条件用 NT 表示), T_{max} 为 0 且达到最优, 该问题变为 $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext}$, 显然, $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext}$ 归约于 (reduce to) $1|agr(r_j, d_j)|TCE/T_{max}$. 如果前者为 NP-hard 问题, 则后者也属于 NP-hard.

定理 1 $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext}$ 是 NP-hard 问题.

证明 2-划分问题: 给定集合 $S = a_1, a_2, \dots, a_{2h}$, 其中 a_1, a_2, \dots, a_{2h} 均为整数, 同时 $\sum_{i=1}^{2h} a_i = 2M, M$ 为整数. 将集合 S 分成两个集合 S_1 和 S_2 , 是否存在这样的两个集合使 $\sum_{a_i \in S_1} a_i = \sum_{a_i \in S_2} a_i = M$?

问题 $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext}$ 可以归结为 $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext} \leq f$. 简化碳排放量的计算方式, 有

$$TCE_p = \sigma_P \sum_{j=1}^n p_j, TCE_{ext} = \sigma_I \sum_{j=1}^n l_j.$$

其中: σ_p 为加工产生的碳排放量与加工时间的系数, σ_I 为加工间隙产生的碳排放量与加工间隙的系数, l_j 为加工间隙. 根据 2-划分问题来构造问题的一个实例, 即

$$n = h, \sigma_p = 1, \sigma_I = 1, TCE_p = M, f = M;$$

$$\begin{cases} p_i = a_i, \\ r_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_j + \sum_{j=1}^i a_{h+j}, i = 1, 2, \dots, h; \\ l_i = a_{h+i}, \end{cases}$$

$$d_i = \begin{cases} r_{i+1}, i = 1, 2, \dots, h; \\ r_h + p_h, i = h. \end{cases}$$

假设上述划分问题有解, 则一定存在等式关系

$$\sum_{i=1}^h a_i = \sum_{i=h+1}^{2h} a_i = M, \text{ 于是}$$

$$TCE_p =$$

$$\sigma_p \sum_{i=1}^n p_j = a_1 + a_2 + \dots + a_h = \sum_{i=1}^h p_j = M,$$

且

$$TCE_{ext} =$$

$$\sigma_I \sum_{i=1}^n l_i = a_{h+1} + a_{h+2} + \dots + a_{2h} = \sum_{i=h+1}^{2h} a_i = M.$$

从而存在解使得 $TCE_{ext} \leq f$, 因此, 问题 $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext} \leq f$ 的解存在.

反之, $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext} \leq f$ 有解, 于是

$$TCE|_{ext} =$$

$$\sigma_I \sum_{i=1}^n l_i = a_{h+1} + a_{h+2} + \dots + a_{2h} = \sum_{i=h+1}^{2h} a_i \leq f.$$

又由 $\sum_{i=1}^{2h} a_i = 2M$ 可知 $\sum_{i=1}^h a_i \geq M$, 故 $\sum_{i=1}^h a_i = \sum_{i=h+1}^{2h} a_i = M$. 由此可知划分问题的解存在.

综上所述, 当且仅当划分问题有解时, 本文问题的实例模型有解, 这表明划分问题可以归约到 $1|agr(r_j, d_j), NT|TCE_{ext}$, 故 $1|agr(r_j, d_j)|TCE/T_{max}$ 为 NP-hard 问题. \square

3 动态规划算法及策略分析

本节设计动态规划算法进行问题求解. 首先给出问题性质分析, 然后结合问题性质提出基于状态树搜索的动态规划算法, 最后给出所提出算法的时间复杂度分析.

3.1 性质分析

定义 1 若某个子序列的任意两个工件间都是连续生产的, 则称该子序列为排序紧序列. 若该排序紧序列的第 1 个工件到最后一个工件都是连续生产的, 则称该排序紧序列为最长排序紧序列. 排序紧序列中工件的长度称为该排序紧序列的长度.

性质 1 存在一个最优排序, 使得加工的工件必须遵循 EDD (estimated due date) 分配规则.

证明 假设存在一个最优排序 $\pi = (j_1, j_2, \dots, j_i, j_j, \dots, j_n)$, 在此排序中, 将 j_i 和 j_j 互换位置, 得到新的排序 π' . 设排列 π 中的工件 j_i 和工件 j_j 可能产生的最大延迟为 L_{max}^π , 相应地 π' 的为 $L_{max}^{\pi'}$. c_{i-1} 为前一个工件的完工时间, r_i 为工件 i 的释放时间, r_j 为工件 j 的释放时间, 由三者之间的大小关系可分以下几种情况讨论:

1) 当 $r_i \leq c_{i-1}, r_j \leq c_{j-1}$ 时, 排列 π 和 π' 中的工件 j_i 和工件 j_j 均有可能产生延迟, 见图 1. 通过计算可得 $L_{max}^{\pi'} - L_{max}^\pi = d_j - d_i \geq 0$.

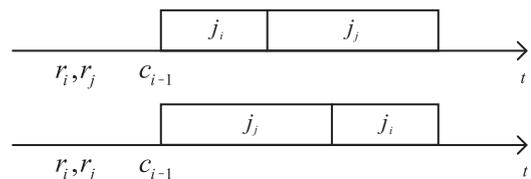


图 1 $r_i \leq c_{i-1}, r_j \leq c_{j-1}$ 情况

2) 当 $r_i \leq c_{i-1} < r_j$ 时, 排列 π 中的工件 j_i 和工件 j_j 均有可能产生延迟, 而排列 π' 中的工件 j_j 不产生延迟, 工件 j_i 可能会产生延迟, 见图 2. 通过计算可

得 $L_{\max}^{\pi'} - L_{\max}^{\pi} = r_j - c_{i-1} + d_j - d_i \geq 0$.

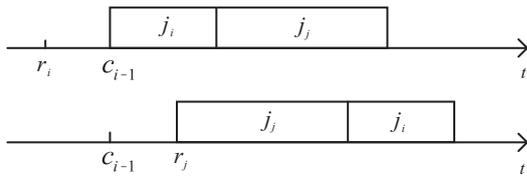


图2 $r_i \leq c_{i-1} < r_j$ 情况

3) 当 $c_{i-1} < r_i < r_j$ 时, 排列 π 中的工件 j_i 不产生延迟, 工件 j_j 可能会产生延迟, 排列 π' 正好与之相反, 见图3. 通过计算可得 $L_{\max}^{\pi'} - L_{\max}^{\pi} = r_j - r_i + d_j - d_i \geq 0$.

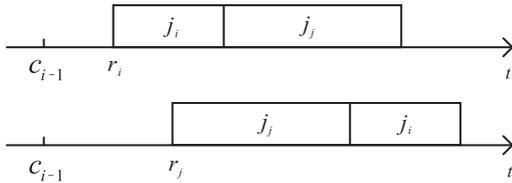


图3 $c_{i-1} < r_i < r_j$ 情况

以上各种情况均可计算出排序 π 的最大延迟时间不大于排序 π' 的最大延迟时间. 综上可知, 加工的工件遵循 EDD 规则. \square

性质2 在阶段 j 的机器状态选择遵循以下条件:

- 1) 连续加工状态, $a_j - c_{j-1} \leq 0$;
- 2) 开/关机状态, $a_j - c_{j-1} > T_r$;
- 3) 待机状态, $0 < a_j - c_{j-1} \leq T_r$.

证明 最大延迟时间最小时, 加工顺序和工件的开始加工时间已经确定, 因此, 每两个相邻工件之间的间隙也已经确定.

情况1: 当间隙为零时, 机器处于连续加工状态, 此时所增加的额外能耗为零. 当 $a_j - c_{j-1} > 0$ 时, 如果选择开/关机, 则时间消耗为 $T_{on} + T_{off}$, 能源消耗为 $E_{on} + E_{off}$; 如果选择待机, 则时间消耗为 $a_j - c_{j-1}$, 能源消耗为 $E_I(a_j - c_{j-1})$.

情况2: 当 $a_j - c_j > T_{on} + T_{off}$, 且 $E_I(a_j - c_j) > E_{on} + E_{off}$, 即 $a_j - c_{j-1} > T_r$ 时, 选择待机的能耗会大于开/关机的能耗.

情况3: 当 $a_j - c_j < T_{on} + T_{off}$ 或者 $E_I(a_j - c_j) < E_{on} + E_{off}$, 即 $0 < a_j - c_{j-1} \leq T_r$ 时, 选择开/关机的能耗会大于待机的能耗. \square

性质3 将某个最长排序紧序列中的最大延迟记为 T_l , 该最长排序紧序列与下一个最长排序紧序列之间的间隔记为 δ , 若 $T_l + \delta < T_{\max}$, 则将前一个最长排序紧序列移动 δ 个单位, 可使这两个最长排序紧序列合并为一个最长排序紧序列, 减小加工间隙的个数, 可以减少开/关机的次数, 进而可在最大延迟不变

的情况下进一步优化总额外碳排放量.

3.2 动态规划算法

按照产品的生产顺序将生产任务划分为 n 个阶段, 每个阶段需要确定当前产品开始加工的时间、加工完当前产品后机器的状态及该状态的持续时间, 并需要计算出当前最大延迟时间和额外碳排放量. 第 j 步产生的状态 $\vartheta_j = \{x_j, \xi_j, \varepsilon_j, T_{\max}, TCE_j^{\text{ext}}\}$, 表示工件 $\{1, 2, \dots, j\}$ 的加工状态. 状态 ϑ_j 中的变量解释如下:

- x_j : 当前工件的开始加工时间;
- ξ_j : 加工当前工件前机器的状态;
- ε_j : 加工当前工件前机器的状态的持续时间;
- T_{\max} : 加工完当前工件后最大延迟;
- TCE_j^{ext} : 加工当前工件与前一工件之间产生的额外碳排放量.

给定一个状态, 下一状态可能是下面几种状态中的一种:

- 1) 工件 j 紧接着工件 $j-1$ 加工, 机器处于连续加工状态;
- 2) 加工完工件 $j-1$ 后机器有一段待机时间, 然后加工工件 j ;
- 3) 加工完工件 $j-1$ 后机器关机一段时间后再开机加工工件 j .

算法具体步骤详见 algorithm 1. 根据性质1, 先将工件按照 EDD 规则排序, algorithm 1 中第1行给出了初始状态, 步骤2)~步骤17) 进行状态更新. 同时根据性质2对机器状态选择进行决策, 得到每一个状态对应的最优 T_{\max}^j 及初始 TCE_i^{ext} . 步骤18)~步骤35) 根据性质3对每个最长排序子序列是否进行移动和移动的步长进行决策, 得到进一步优化的总额外碳排放量. 由算法可得最大延迟时间 $T_{\max} = T_{\max}^n$, 总额外碳排放量为 $TCE_{\text{ext}} = \sum_{j=1}^n TCE_j^{\text{ext}}$. 最优解可通过动态规划算法所构建的状态树回溯得到.

algorithm 1 动态规划算法.

- 1) $\vartheta_0 = (0, 10, T_{on}, 0, 0)$
- 2) **for** $j = 1$ to n **do**
- 3) $\vartheta_j = \emptyset$
- 4) **for** $(x_j, \xi_j, \varepsilon_j, T_{\max}, TCE_j^{\text{ext}}) \in \vartheta_j$ **do**
- 5) **if** $a_j - (x_{j-1} + p_{j-1}) > 0$ **then**
- 6) **if** $\max(d_j - (x_{j-1} + p_{j-1})) > T_{\max}^{j-1}$ **then**
- 7) $T_{\max}^j = \max(d_j - (a_j + p_j), 0)$, $TCE_j^{\text{ext}} = 0$, $\vartheta_j = (x_{j-1} + p_{j-1}, 0, 0, T_{\max}^j, TCE_j^{\text{ext}})$
- else**

```

 $T_{\max}^j = T_{\max}^{j-1}, TCE_j^{\text{ext}} = 0, \vartheta_j =$ 
 $(x_{j-1} + p_{j-1}, 00, 0, T_{\max}^j, TCE_j^{\text{ext}})$ 
8) end
9) end
10) if  $0 < a_j - (x_{j-1} + p_{j-1}) \leq T_r$  then
11)  $T_{\max}^j = T_{\max}^{j-1}, TCE_j^{\text{ext}} = \gamma E_I(a_j -$ 
 $(x_{j-1} + p_{j-1})), \vartheta_j = (a_j, 11, a_j -$ 
 $(x_{j-1} + p_{j-1}), T_{\max}^j, TCE_j^{\text{ext}})$ 
12) end
13) if  $a_j - (x_{j-1} + p_{j-1}) > T_r$  then
14)  $T_{\max}^j = T_{\max}^{j-1}, TCE_j^{\text{ext}} = \gamma(E_{\text{on}} + E_{\text{off}}),$ 
 $\vartheta_j = (a_j, 10, a_j - (x_{j-1} +$ 
 $p_{j-1}), T_{\max}^j, TCE_j^{\text{ext}})$ 
15) end
16) end
17) end
18) for  $j = 1$  to  $n$  do
19)  $k = 1, B_k = \emptyset, l_k = 0, i = 0$ 
20) if  $\xi = 00$  then
21)  $j = b_k^1, B_k = B_k + \{b_k\}, l_k = l_k + 1$ 
else
 $k = k + 1$ 
22) end
23) end
24) for  $i = 1$  to  $k$  do
25)  $e_1 = b_k^1, e_2 = b_k^{l_k}$ 
26) if  $\max(T_{e_1}, \dots, T_{e_2}) + \varepsilon_{e_2+1} < T_{\max}$  then
27) for  $m = e_1$  to  $e_2$  do
28)  $x_m = x_m + \varepsilon_{e_2+1}$ 
29) end
30)  $\xi_{e_2} = 00, \varepsilon_{e_2} = 0, TCE_{e_2}^{\text{ext}} = 0$ 
31) if  $x_{e_1} - (x_{e_1-1} + p_{e_1} - 1) \leq T_r$  then
32)  $\xi_{e_1} = 11, \varepsilon_{e_1} = x_{e_1} - (x_{e_1} - 1 + p_{e_1-1}),$ 
 $TCE_{e_1}^{\text{ext}} = \gamma E_I(x_{e_1} - (x_{e_1} - 1 + p_{e_1-1}))$ 
else
 $\xi_{e_1} = 10, \varepsilon_{e_1} = x_{e_1} - (x_{e_1} - 1 + p_{e_1-1}),$ 
 $TCE_{e_1}^{\text{ext}} = \gamma(E_{\text{on}} + E_{\text{off}})$ 
33) end
34) end
35) end

```

3.3 时间复杂度分析

在3.2节所提到的动态规划算法中,步骤1)的EDD排序的时间复杂度为 $O(n \lg n)$,每两个工件之间可能存在3种情况,所以一共有 3^{n-1} 种可能的状态,故算法的时间复杂度为 $O(3^n)$,低于穷举法的时间复杂度 $O(n!)$.

4 仿真实验分析

4.1 现实企业案例分析

为了验证所提出算法的有效性,选取文献[30]的案例,该案例以重型数控铣床作为研究对象.假定生产系统的参数为:机器开机的时间消耗与电力消耗分别为15 min、25.3 kW·h;关机的时间消耗与电力消耗分别为3 min、1.5 kW·h;机器待机和生产的电功率分别为47.6 kW、63.4 kW;根据文献[27],电碳转换系数为0.7559 kgCO₂/kW·h.设置订单具有不同的交付时刻,并修改部分原案例的交付时间,订单的参数如表1所示.

表1 订单参数

订单	1	2	3	4	5	6	7
到达时刻 / min	20	120	280	300	580	750	840
加工时间 / min	50	152	135	67	216	30	127
交货时间 / min	100	300	450	500	800	850	1000

选取常用的3种企业调度方法与本文的动态规划算法进行比较.方法1和方法2的排序方法与动态规划算法中采用的排序方法相同,但方法1只进行开/关机的决策,并不进行最长排序紧序列的移动;方法2既不进行开/关机的决策,也不进行最长排序紧序列的移动;方法3为按加工时间的非减序排列,同时既不进行开/关机的决策,也不进行最长排序紧序列的移动.

实验结果如表2所示.可以看出,动态规划算法所求得的主目标最大延迟时间最小,比方法3少678 min.此外,在主目标最优的情况下,比较额外总碳排放量可知,动态规划算法的次目标总碳排放量远小于方法1和方法2.

表2 案例的实验结果

优化目标	T_{\max} / min	$TCE_{\text{ext}} / \text{kgCO}_2$
动态规划算法	52	20.258 1
方法1	52	40.516 3
方法2	52	6 116.742
方法3	730	0

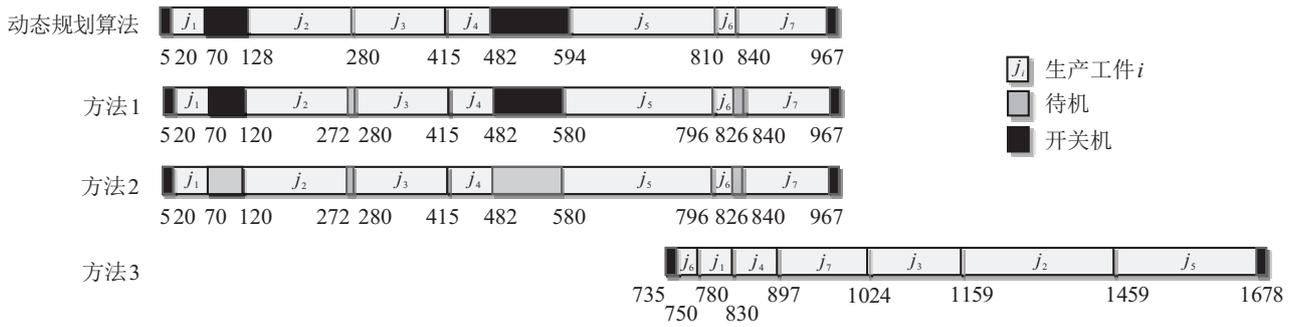


图4 案例的甘特图

图4中的第1行为动态规划算法获得解的甘特图,第2行、第3行、第4行分别为企业调度员采用方法1、方法2和方法3获得解的甘特图.在最大延迟最小的情况下,动态规划算法有2个加工间隙,均处于开/关机状态;方法1共有4个加工间隙,均处于待机状态;方法2共有4个加工间隙,含3个开/关机状态和1个待机状态;方法3无加工间隙.由于动态规划算

法的加工间隙最少,且采用开/关机策略减少了加工间隙产生的额外碳排放量,进而减少了总额外碳排放量.方法3由于加工时间最短的工件释放时间较大,使得整个加工过程往后推迟,故其最大延迟时间远远高于前两种方法.因此,动态规划算法不仅可以减少最大延迟时间,而且对企业的节能减排有着显著的效果.上述案例的生产计划见表3.

表3 案例的生产计划

机器状态	开机	加工 j_1	关机后开机	加工 j_2	加工 j_3	加工 j_4	关机后开机	加工 j_5	加工 j_6	加工 j_7	关机
开始时间 / min	5	20	70	128	280	415	482	594	810	840	967
结束时间 / min	20	70	128	280	415	482	594	810	840	967	970

4.2 仿真算例分析

为了进一步验证本文算法的有效性,随机生成5个订单数量不同的算例.假定生产系统的参数为:机器开机的时间消耗与电力消耗分别为0.8h、1.2kW·h,关机的时间消耗与电力消耗分别为0.4h、0.6kW·h;机器待机的电功率为2kW;电碳转换系数为0.7559kgCO₂/kW·h.

仿真算例计算结果如表4所示.从计算结果可以看出:动态规划算法在考虑主目标为最大延迟时间的碳排放目标时应用主目标最优性条件,与3种传统企业调度方法进行比较,最大延迟时间小于方法3,说

明主目标优化条件在优化最大延迟方面具有很好的效果;本文方法的总额外碳排放量远小于方法1和方法2,说明次目标优化条件在优化总额外碳排放方面也具有很好的效果.再考虑传统方法:方法1明显较方法2有较大优势,由于考虑开/关机策略,使得方法1总额外碳排放量小于方法2(而动态规划算法还考虑最长排序紧序列的移动,使得总额外碳排放量更小);方法3短工期的工件可能释放时间较晚,导致整个工期往后拖延,使得方法3的最大延迟时间较大.由以上的比较和分析可知,本文提出的动态规划方法无论在减小最大延迟还是节能减排方面均具有优势.

表4 仿真算例的实验结果

算例	订单数量	动态规划算法		方法1		方法2		方法3	
		T_{max} / h	$TCE_{ext} / kgCO_2$						
1	5	1	1.3606	1	1.3606	1	6.0472	29	21.1652
2	10	2	2.7212	2	4.0818	2	21.1652	49	9.0708
3	15	4	5.4424	4	6.8030	4	22.6770	35	68.3010
4	20	6	6.8030	6	9.5243	6	25.7006	56	83.1490
5	25	8	9.5243	8	14.9666	8	30.2360	66	104.3142

5 结论

针对以最大延迟时间和总碳排放量分别为主要和次要优化目标的绿色SMSP_RTs, 本文提出了一种精确动态规划算法进行求解, 这是首次将动态规划算法用于求解该问题. 具体归纳如下:

1) 综合考虑工件具有不同的释放时间和期望完工时间, 以及机器存在加工、待机、开/关机状态的能源和时间消耗, 建立了问题的排序模型.

2) 利用排序模型问题性质, 提出了基于工件排序和机器状态选择的、可确保最优解不丢失的规则.

3) 基于所提出规则构建状态递推方程, 设计了一种具有伪多项式时间的精确动态规划算法, 可获得问题的最优解.

未来研究工作将针对绿色多机调度问题, 挖掘有价值的问题性质, 设计融合问题分解策略和动态规划的有效求解算法.

参考文献(References)

- [1] Mouzon G, Yildirim M B. A framework to minimize total energy consumption and total tardiness on a single machine[J]. *International Journal of Sustainable Engineering*, 2008, 1(2): 105-116.
- [2] 吴愁. 遗传算法在考虑能耗的单机批调度中的应用[J]. *计算机系统应用*, 2018, 27(8): 138-145.
(Wu C. Application of genetic algorithm to single machine batch scheduling problem with energy cost consideration[J]. *Computer Systems & Applications*, 2018, 27(8): 138-145.)
- [3] Wang S, Liu M, Chu F, et al. Bi-objective optimization of a single machine batch scheduling problem with energy cost consideration[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2016, 137: 1205-1215.
- [4] 侯彬. 考虑机器开关的并行机调度研究[J]. *工业工程与管理*, 2011, 16(2): 60-64.
(Hou B. A study parallel machine scheduling with consideration of machines' power on/off[J]. *Industrial Engineering and Management*, 2011, 16(2): 60-64.)
- [5] Wang Y C, Wang M J, Lin S C. Selection of cutting conditions for power constrained parallel machine scheduling[J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2017, 43: 105-110.
- [6] Ding J Y, Song S J, Zhang R, et al. Parallel machine scheduling under time-of-use electricity prices: New models and optimization approaches[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, 13(2): 1138-1154.
- [7] 吴秀丽, 孙阳君. 机器多转速的柔性作业车间绿

色调度问题[J]. *计算机集成制造系统*, 2018, 24(4): 862-875.

(Wu X L, Sun Y J. Flexible job shop green scheduling problem with multi-speed machine[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2018, 24(4): 862-875.)

- [8] Ding J Y, Song S J, Wu C. Carbon-efficient scheduling of flow shops by multi-objective optimization[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 248(3): 758-771.
- [9] Yan J H, Li L, Zhao F, et al. A multi-level optimization approach for energy-efficient flexible flow shop scheduling[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2016, 137: 1543-1552.
- [10] Zhang R, Chiong R. Solving the energy-efficient job shop scheduling problem: A multi-objective genetic algorithm with enhanced local search for minimizing the total weighted tardiness and total energy consumption[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2016, 112: 3361-3375.
- [11] 张国辉, 党世杰. 考虑机器速度的低碳柔性作业车间调度问题研究[J]. *计算机应用研究*, 2017, 34(4): 1072-1075.
(Zhang G H, Dang S J. Research on low carbon flexible job-shop scheduling problem considering machine speed[J]. *Application Research of Computers*, 2017, 34(4): 1072-1075.)
- [12] 艾子义, 雷德明. 基于新型蛙跳算法的低碳柔性作业车间调度[J]. *控制理论与应用*, 2017, 34(10): 1361-1368.
(Ai Z Y, Lei D M. A novel shuffled frog leaping algorithm for low carbon flexible job shop scheduling[J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(10): 1361-1368.)
- [13] Potts C N. Analysis of a heuristic for one machine sequencing with release dates and delivery times[J]. *Operations Research*, 1980, 28(6): 1436-1441.
- [14] Kacem I, Kellerer H. Fast approximation algorithms to minimize a special weighted flow-time criterion on a single machine with a non-availability interval and release dates[J]. *Journal of Scheduling*, 2011, 14(3): 257-265.
- [15] Jouglet A. Single-machine scheduling with no idle time and release dates to minimize a regular criterion[J]. *Journal of Scheduling*, 2012, 15(2): 217-238.
- [16] Selvarajah E, Steiner G, Zhang R. Single machine batch scheduling with release times and delivery costs[J]. *Journal of Scheduling*, 2013, 16(1): 69-79.
- [17] Cheng T C E, Chung Y H, Liao S C, et al. Two-agent single-machine scheduling with release times to minimize the total weighted completion time[J]. *Computers & Operations Research*, 2013, 40(1): 353-361.
- [18] Della Croce F, Salassa F, T'Kindt V. A hybrid heuristic

- approach for single machine scheduling with release times[J]. *Computers & Operations Research*, 2014, 45: 7-11.
- [19] Zhao C L. Common due date assignment and single-machine scheduling with release times to minimize the weighted number of tardy jobs[J]. *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 2016, 33(1): 239-249.
- [20] Che A D, Wu X Q, Peng J, et al. Energy-efficient bi-objective single-machine scheduling with power-down mechanism[J]. *Computers & Operations Research*, 2017, 85: 172-183.
- [21] Yue F, Song S, Zhang Y, et al. Robust single machine scheduling with uncertain release times for minimizing the maximum waiting time[J]. *International Journal of Production Research*, 2018, 56(16): 5576-5592.
- [22] 赵玉芳, 唐立新. 释放时间和工期同序的单机连续型批调度问题[J]. *自动化学报*, 2008, 34(8): 957-963.
(Zhao Y F, Tang X L. Scheduling with agreeable release times and due dates on a single continuous batch processing machine[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(8): 957-963.)
- [23] 张新功. 具有多个维修区间的单机调度问题[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(15): 235-239.
(Zhang X G. Single-machine scheduling with rate-modify activities[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2014, 50(15): 235-239.)
- [24] 戴敏. 面向节能的工艺规划与车间调度研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
(Dai M. Research on energy-efficient process planning and scheduling[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015.)
- [25] Stute H, Limde E. About drives and efficiencies in machine tools[J]. *Industrie-Anzeiger*, 1955: 5-8.
- [26] 中国节能产品认证中心. 国内外产品待机能耗综述[J]. *节能与环保*, 2002(9): 38-41.
(CECP. Energy consumption of domestic and foreign products[J]. *Energy Conservation and Environmental Protection*, 2002(9): 38-41.)
- [27] 杨晓林, 胡蓉, 钱斌, 等. 增强分布估计算法求解低碳分布式流水线调度[J]. *控制理论与应用*, 2019, 36(5): 803-815.
(Yang X L, Hu R, Qian B, et al. Enhanced estimation of distribution algorithm for low carbon scheduling of distributed flow shop problem[J]. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 803-815.)
- [28] 司昕, 郑应平, 安燮南. 单机调度中平均流程时间和延期工件数的双目标问题[J]. *自动化学报*, 2000, 26(3): 430-432.
(Si X, Zheng Y P, An X N. Bicriterion problem in single-machine scheduling with mean flow time and number of tardy jobs[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(3): 430-432.)
- [29] 赵晓丽, 唐立新. 带有线性恶化工件和释放时间的两个代理单机调度问题[J]. *自动化学报*, 2015, 41(1): 104-112.
(Zhao X L, Tang L X. Two-agent scheduling with linear-deteriorating jobs and release dates on a single machine[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 104-112.)
- [30] Ronconi D P, Kawamura M S. The single machine earliness and tardiness scheduling problem: Lower bounds and a branch-and-bound algorithm[J]. *Computational & Applied Mathematics*, 2010, 29(2): 107-124.
- [31] Koulamas C, Kyparisis G J. Single machine scheduling with release times, deadlines and tardiness objectives[J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 133(2): 447-453.

作者简介

杨媛(1994—), 女, 硕士, 从事智能优化调度的研究, E-mail: 1364847815@qq.com;

钱斌(1976—), 男, 教授, 博士生导师, 从事调度与优化等研究, E-mail: bin.qian@vip.163.com;

胡蓉(1974—), 女, 副教授, 从事优化方法及决策支持系统等研究, E-mail: ronghu@vip.163.com;

祝晓红(1964—), 女, 副教授, 从事智能控制与优化等研究, E-mail: hare_zxh@163.com;

向凤红(1964—), 男, 教授, 博士, 从事智能控制与优化等研究, E-mail: xiangfh5447@sina.com.

(责任编辑: 李君玲)