

# 控制与决策

Control and Decision

一种基于改进指令整形的四旋翼吊装负载摆动抑制

霍鑫, 刘清泉, 李晨星

引用本文:

霍鑫, 刘清泉, 李晨星. 一种基于改进指令整形的四旋翼吊装负载摆动抑制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(8): 1947–1954.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1733>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor  
*控制与决策*. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

### 基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller  
*控制与决策*. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

### 基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller  
*控制与决策*. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

### 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV  
*控制与决策*. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

### 基于强化学习的小型无人直升机有限时间收敛控制设计

Finite time control based on reinforcement learning for a small-size unmanned helicopter  
*控制与决策*. 2020, 35(11): 2646–2652 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0328>

# 一种基于改进指令整形的四旋翼吊装负载摆动抑制

霍鑫<sup>1†</sup>, 刘清泉<sup>1</sup>, 李晨星<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 哈尔滨 150080; 2. 慕尼黑工业大学 信息系, 慕尼黑 80333)

**摘要:** 指令整形是一种便捷的前馈控制方法,在工业领域已有许多应用. 由于系统模型存在不确定性,且干扰难以避免,目前指令整形的研究重点是提高方法的鲁棒性,然而这在很大程度上增加了系统的保守性并使整形器参数整定更为复杂. 因此,借鉴双模ZV整形方法和EI整形方法的思想,提出一种改进的VI指令整形方法. 该方法包含4个脉冲,设计时在自然频率两侧选取两个虚拟频率,并依据振荡容忍极限指标对其进行调整,确定脉冲的幅值和作用时刻. 与传统指令整形方法相比,所提出方法具有更强的鲁棒性和更高的振荡抑制水平,且参数整定的便捷程度得到了较大提升. 针对四旋翼吊装系统,结合所提出的改进的VI指令整形方法,提出一种将指令整形器与双闭环控制相结合的控制结构,利用根轨迹法分析了闭环指令整形控制结构的稳定性,通过仿真验证了改进方法的有效性,并与其他整形方法进行比较,表明了改进方法的优越性.

**关键词:** 四旋翼吊装系统; VI整形器; 振荡抑制; 鲁棒性; 双闭环; 变参数

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1733

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 霍鑫,刘清泉,李晨星. 一种基于改进指令整形的四旋翼吊装负载摆动抑制[J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 1947-1954.

## Load swing suppression of quadrotor slung system based on improved command shaping

HUO Xin<sup>1†</sup>, LIU Qing-quan<sup>1</sup>, LI Chen-xing<sup>2</sup>

(1. Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China; 2. Department of Informatics, Technical University of Munich, Munich 80333, Germany)

**Abstract:** Command shaping is a convenient feedforward control method, which has been widely used in industry. Due to the uncertainty of the system model and the unavoidable interference, the current research focus of command shaping is to improve the robustness of the method, which leads to the increase of the conservatism of the system and the complexity of the parameter tuning of the shaper. In this paper, an improved VI shaping method, which consists of four pulses, is proposed based on the idea of the two-mode ZV shaping method and EI shaping method. In the design process, two virtual frequencies are selected on both sides of the natural frequency, which are adjusted according to the oscillation tolerance limit to determine the amplitude and the action time of the pulse. Compared with the traditional instruction shaping method, this shaping method has stronger robustness and higher level of oscillation suppression, and the convenience of parameter setting has been greatly improved. Combined with the improved command shaping method proposed in this paper, a control structure combining command shaper and double closed-loop control is proposed for the quadrotor slung system. The stability of closed-loop command shaping control structure is analyzed using the root locus method. Simulation verifies the effectiveness of this method, and compared with other shaping methods, it also shows its superiority.

**Keywords:** quadrotor slung system; VI shaper; vibration suppression; robustness; double closed-loop; variable parameters

## 0 引言

多旋翼无人机是一种新型的航空运输工具,具有在小范围内悬停、起飞、降落的能力,已广泛应用

于军事和民用领域,如物资配送、物流等<sup>[1-2]</sup>. 在现代物流业中,多旋翼吊装可用于运输一些包裹以分担公路已饱和的运输量,亚马逊(Amazon)、谷歌(Google)

收稿日期: 2019-12-11; 修回日期: 2020-04-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773138, 61427809).

责任编委: 程龙.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: huoxin@hit.edu.cn.

和顺丰速运(S. F. Express)等公司都已在偏远地区开展了多旋翼运输包裹的项目,如图1所示。但这种吊装系统存在负载运动振荡的问题,这种振荡会降低工作效率、减少工作寿命,也会对多旋翼运动的平稳性产生影响<sup>[3]</sup>,因此有必要对这种振荡进行抑制。前人已提出了一些方法对多旋翼吊装系统进行控制,常用的控制方法包括反馈控制<sup>[4-5]</sup>和前馈控制<sup>[6]</sup>。反馈控制通过对系统当前的状态进行估计和测量减小振荡,其难点在于如何精确测量得到吊装姿态角信息;而前馈控制则通过重构指令来减小振荡,其无需额外的反馈测量单元,方便快捷,并节约成本。



图1 多旋翼吊装系统用于快递运输

指令整形器由脉冲序列构成,是一种有效的前馈控制方法,其原理是利用使系统振荡为零的脉冲序列与一个连续信号进行卷积,则重构出的连续信号也能达到同样的效果<sup>[7]</sup>。通过重构信号抑制柔性系统振荡的思想已存在很久,Smith于1947年提出的posicast方法解决了系统在自然频率处的振荡抑制问题,是ZV(zero vibration)整形方法的雏形<sup>[8]</sup>。但是,系统的参数可能会改变,也可能随着时间的推移或在运动过程中发生未知的变化,而根据每一次变化设计新的整形器参数并不是一个最佳选择。因此,研究的方向转为设计具有鲁棒性的指令整形方法。Singer<sup>[9]</sup>通过对残余振荡的导数附加约束,得到了ZVD(zero vibration and derivative)整形方法,其相较于ZV整形方法虽增加了半个振荡周期的时延,但有效地解决了鲁棒性不足的问题。在ZVD的基础上,Singer等<sup>[9]</sup>又进一步提出了ZVDD(zero vibration double derivative)整形方法,其相较于ZVD整形方法增加了半个振荡周期的时延,进一步提高了系统的鲁棒性。Lucy等<sup>[10]</sup>提出了另一种增强鲁棒性的EI(extra-insensitive)整形方法,它的时延与ZVD整形方法近似,但通过放松自然频率下零振荡的约束,获得了更强的鲁棒性。

虽然这些整形方法在工业中具有许多应用<sup>[11]</sup>,但它们仍然存在一些缺点。ZV整形方法的时延最小,

但鲁棒性太差,当建模存在很小误差时,整形器便无法抑制振荡,因此不适合实际应用;ZVDD整形方法具有良好的鲁棒性,但其引入了1.5个振荡周期的时延,会引起快速性、稳定性问题<sup>[12]</sup>;EI整形方法与ZVD整形方法的时延近似,但ZVD整形方法的鲁棒性不够强,EI整形方法在改动时参数的设计灵活性差,计算复杂度高。

基于上述分析,本文提出一种改进的指令整形方法,并将其应用于四旋翼吊装负载的摆动抑制。VI(virtual-insensitive)整形方法包含4个脉冲,设计时在自然频率两侧选取两个虚拟频率,并依据容忍极限指标对其进行调整,确定脉冲的幅值和作用时刻。与传统指令整形方法相比,VI整形方法具有更强的鲁棒性和更高的振荡抑制水平,且参数整定的便捷程度得到较大提升。本文从理论上分析了将指令整形器置入闭环内部后控制结构的稳定性,将结合指令整形方法的双闭环控制结构应用于四旋翼吊装负载摆动抑制,通过仿真验证了改进方法的有效性和优越性。

## 1 预备工作

### 1.1 残余振荡

指令整形方法将参考信号与整形器的脉冲序列卷积,并将重构后的信号作为系统的输入。加入指令整形器后系统的残余振荡可描述为

$$V(\omega_n, \xi) = e^{-\xi\omega_n t_n} \sqrt{[C(\omega_n, \xi)]^2 + [S(\omega_n, \xi)]^2}. \quad (1)$$

其中

$$C(\omega_n, \xi) = \sum_{i=1}^n a_i e^{\xi\omega_n t_i} C(\omega_d t_i), \quad (2)$$

$$S(\omega_n, \xi) = \sum_{i=1}^n a_i e^{\xi\omega_n t_i} S(\omega_d t_i); \quad (3)$$

$\xi$ 为系统阻尼; $\omega_n$ 为系统的无阻尼自然频率; $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ 为系统的有阻尼振荡频率;C和S分别表示余弦函数cos和正弦函数sin; $a_i$ 和 $t_i$ 为每个脉冲的幅值与脉冲加入的时间, $i = 1, 2, \dots, n$ ;n为脉冲序列中脉冲的个数。为了便于描述,定义脉冲的幅值向量 $A = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$ ,脉冲加入的时间向量 $T = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_n]$ ,则脉冲序列的矩阵表达式为

$$\begin{bmatrix} A \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式(4)的物理含义为:指令整形器在 $t_i$ 时刻加入幅值为 $a_i$ 的脉冲。不失一般性,令第1个脉冲加入的时间为零时刻,即 $t_1 = 0$ 。

为了得到可以使系统在 $\omega_n$ 处不产生振荡的脉冲序列,应满足如下约束:

$$V(\omega_n, \xi) = 0. \quad (5)$$

需要对幅值进行约束,避免脉冲幅值为零的平凡解以及幅值为负负脉冲

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1, \quad (6)$$

其中  $a_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$ .

## 1.2 传统的指令整形方法

ZV 整形方法的脉冲序列可以用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} A_{ZV} \\ T_{ZV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & K \\ 1+K & 1+K \\ 0 & 0.5T_d \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中

$$K = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}, \quad T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}. \quad (8)$$

第1个具有鲁棒性的整形方法是ZVD整形方法,该整形方法在设计时要求系统在  $\omega_n$  处的残余振荡和残余振荡对频率的导数均为零,即除满足式(5)外,还需满足

$$\left. \frac{\partial V(\omega, \xi)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_n} = 0. \quad (9)$$

基于式(9),ZVD整形方法可以用矩阵描述为

$$\begin{bmatrix} A_{ZVD} \\ T_{ZVD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2K & K^2 \\ (1+K)^2 & (1+K)^2 & (1+K)^2 \\ 0 & 0.5T_d & T_d \end{bmatrix}. \quad (10)$$

实际上,使残余振荡在  $\omega_n$  处约束为零反而限制了整形器鲁棒性的提升. EI 整形方法通过将  $\omega_n$  处的残余振荡限制在某个可容忍的范围之内,获得了更强的鲁棒性. EI 整形方法用矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} A_{EI} \\ T_{EI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+V_{tol} & 1-V_{tol} & 1+V_{tol} \\ 4 & 2 & 4 \\ 0 & 0.5T_d & T_d \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中  $V_{tol}$  是在  $\omega_n$  处能够容忍的残余振荡值.

## 1.3 整形器灵敏度

灵敏度可以直观地反映系统在加入整形器后,残余振荡与系统频率的关系. 图2中绘制了ZV、ZVD和EI整形方法的灵敏度曲线,其中横轴为标准化后的频率,纵轴为式(1)定义的残余振荡.

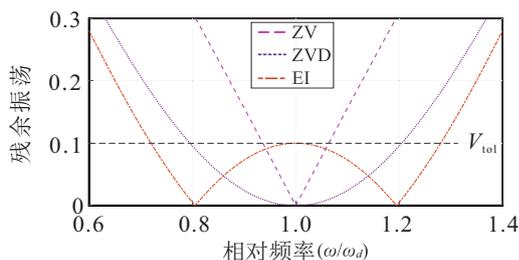


图2 ZV、ZVD和EI整形器的灵敏度曲线

整形方法的鲁棒性可以通过灵敏度曲线在某一可容忍的残余振荡水平线下的宽度来定量评估. 如图2所示,在  $V_{tol} = 10\%$  残余振荡的限制下, EI 整形方法的鲁棒性大于 ZVD 整形方法,这两者又远大于 ZV 整形方法.

## 2 主要结果

受双模 ZV 整形方法和 EI 整形方法的启发,本节提出一种新的指令整形方法. 双模 ZV 整形方法通过卷积两个 ZV 整形器,可以消除两个频率点的残余振荡,然而它没有考虑这两个频率点之间的振荡情况; EI 整形方法利用  $V_{tol}$  限制振荡的容忍极限,但由式(11)可知,其脉冲序列与  $V_{tol}$  和  $\omega_d$  耦合,当系统参数变化,需要改动整形器参数时,这种耦合增加了计算复杂度. 本文提出的改进整形方法命名为 VI 整形方法.

### 2.1 VI整形器

选取  $\omega_1$  和  $\omega_2$  为分别位于  $\omega_n$  两侧的虚拟频率,且  $\omega_1 \leq \omega_n \leq \omega_2$ . 基于双模 ZV 整形器的思想, VI 整形器将两个针对  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的 ZV 整形器进行卷积,会得到具有 4 个脉冲的脉冲序列. 下面将分别确定 VI 整形器的脉冲幅值与作用时刻.

#### 1) 脉冲幅值.

系统在加入 VI 整形器后,应抑制频率分别为  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的残余振荡,即

$$\begin{cases} V(\omega_1, \xi) = 0, \\ V(\omega_2, \xi) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

将其根据式(1)展开,分别得到

$$\sum_{i=1}^4 a_i e^{\xi\omega_j t_i} C(\omega_j \sqrt{1-\xi^2} t_i) = 0, \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^4 a_i e^{\xi\omega_j t_i} S(\omega_j \sqrt{1-\xi^2} t_i) = 0, \quad (14)$$

其中  $j = 1, 2$ . 通过求解式(13)和(14),可以得到 4 个脉冲幅值的关系为

$$K^2 a_1 = K a_2 = K a_3 = a_4. \quad (15)$$

如果忽略阻尼的影响,即  $\xi = 0$ ,则结合式(6)即可解得各个脉冲的幅值为

$$a_i = 0.25, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (16)$$

#### 2) 脉冲作用时刻

根据式(1)和(16),加入 VI 整形器后系统的残余振荡和系统频率的关系可以表示为

$$V^2 = \frac{1}{8} \{2 + C(\omega t_2) + C(\omega t_2) + C(\omega t_3) + C(\omega t_4) + C(\omega t_3) + C[\omega(t_3 - t_2)]\}. \quad (17)$$

将式(17)化简后可得

$$V = \left| C\left(\frac{\omega t_2}{2}\right) C\left(\frac{\omega t_3}{2}\right) \right|. \quad (18)$$

定义系统在 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 之间的振荡极大值为 $V_{\max}$ ,并将此时的系统频率标记为 $\omega^*$ .式(18)中, $V$ 关于 $\omega$ 的偏导数为0时,即 $V|_{\omega=\omega^*} = V_{\max}$ ,可得

$$\frac{\partial V}{\partial \omega} = \left[ t_3 S\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) C\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) + t_2 S\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) C\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) \right] = 0. \quad (19)$$

化简式(19)可得约束方程为

$$t_3 \tan\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) + t_2 \tan\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) = 0, \quad (20)$$

则 $V_{\max}$ 可以表示为

$$V_{\max} = \left| C\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) C\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) \right|. \quad (21)$$

若系统有 $V_{\text{tol}}$ 的容忍极限,则只需令

$$V_{\max} = \left| C\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) C\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) \right| \leq V_{\text{tol}}, \quad (22)$$

系统便会满足振荡的容忍极限要求.因此,脉冲作用时刻可表示为

$$t_1 = 0, t_2 = 0.5T_{d2}, t_3 = 0.5T_{d1}, t_4 = t_2 + t_3. \quad (23)$$

其中: $t_2$ 和 $t_3$ 为满足式(22)的解; $T_{d1} = 2\pi/\omega_1, T_{d2} = 2\pi/\omega_2$ .

至此,VI整形器可用矩阵的形式表示为

$$\begin{bmatrix} A_{\text{VI}} \\ T_{\text{VI}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0 & 0.5T_{d2} & 0.5T_{d1} & 0.5(T_{d1} + T_{d2}) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

**注1** 当系统的 $\omega_n$ 已知,且 $V_{\text{tol}}$ 设定后,就可以在 $\omega_n$ 左(或右)侧选择一个适当大小的虚拟频率 $\omega_1$ (或 $\omega_2$ ),结合式(20)和(22)便可求解 $\omega_2$ (或 $\omega_1$ )的范围.

## 2.2 鲁棒性分析

VI整形器对比ZV、ZVD和EI整形器的灵敏度曲线如图3所示.其中VI整形器的两个虚拟频率是令式(22)中的 $V_{\max} = V_{\text{tol}} = 10\%$ 获得的.很明显,在 $V_{\text{tol}} = 10\%$ 的情况下,VI整形器相较于ZV和ZVD整形器鲁棒性有着明显的提升,且略大于EI整形器.

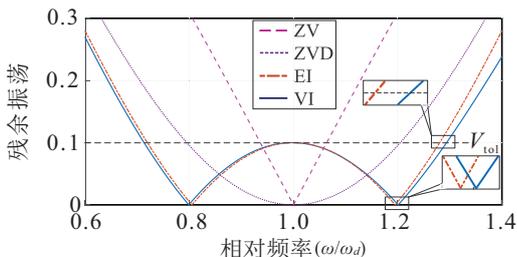


图3 ZV、ZVD、EI和VI整形器的灵敏度曲线

**注2** 与ZVD和EI整形器类似,VI整形器具有约一个周期的时间延迟,而ZV整形器的延迟为半个周期.然而,前三者以增加约半个振荡周期的时滞为

代价,换来了鲁棒性的明显提升.

## 2.3 最大残余振荡分析

当由于系统参数变化引起 $\omega_n$ 改变时,EI整形器脉冲序列的参数可以根据式(11)进行计算和调整.然而,其幅值与 $V_{\text{tol}}$ 耦合,且 $V_{\text{tol}}$ 作为设计指标无法改变,因此幅值无法调整,即仅可改变脉冲的作用时刻,这会导致EI整形器的灵敏度曲线左右平移.此时振荡最大值 $V_{\max}$ 会保持不变,仍有 $V_{\max} = V_{\text{tol}}$ .

对于VI整形器,式(24)表明其脉冲幅值恒定,改变脉冲作用时刻需改变 $\omega_1$ 或 $\omega_2$ .因此,当 $\omega_n$ 发生变化时,改动脉冲作用时刻可根据式(22),在范围内调整 $\omega_1$ 或 $\omega_2$ 实现.

**定理1** 设计VI整形器时,若虚拟频率始终满足 $\omega_1 \leq \omega_n \leq \omega_2$ ,则增大 $\omega_1$ 或减小 $\omega_2$ 时,两频率之间的残余振荡的最大值 $V_{\max}$ 将减小,且小于初始容忍振荡设定值 $V_{\text{tol}}$ .

**证明** 当 $\omega_1 \leq \omega_n \leq \omega_2$ 时,式(21)可表示为

$$V_{\max} = -C\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) C\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right). \quad (25)$$

将 $V_{\max}$ 视为关于虚拟频率 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 的变量,并对其分别求偏导数,可得

$$\frac{\partial V_{\max}}{\partial \omega_1} = -\frac{\pi \omega^*}{2\omega_1^2} S\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) C\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right), \quad (26)$$

$$\frac{\partial V_{\max}}{\partial \omega_2} = -\frac{\pi \omega^*}{2\omega_2^2} C\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) S\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right). \quad (27)$$

考虑到 $\omega_1 \leq \omega^* \leq \omega_2$ ,因此有

$$S\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) > 0, C\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) > 0, \quad (28)$$

$$C\left(\frac{\omega^* t_3}{2}\right) < 0, S\left(\frac{\omega^* t_2}{2}\right) > 0. \quad (29)$$

将式(28)和(29)代入(26)和(27)可分别得到

$$\frac{\partial V_{\max}}{\partial \omega_1} < 0, \frac{\partial V_{\max}}{\partial \omega_2} < 0. \quad (30)$$

显然,当 $\omega_1$ 增大或 $\omega_2$ 减小时, $V_{\max}$ 都将会减小.因此得出结论:若以初始参数设计的VI整形器满足 $V_{\max} = V_{\text{tol}}$ ,则增大 $\omega_1$ 或减小 $\omega_2$ 时, $V_{\max} < V_{\text{tol}}$ . □

**注3** 与EI整形器相比,VI整形器的脉冲序列不再与 $V_{\text{tol}}$ 和 $\omega_d$ 耦合,因此其具有很好的调整灵活性.进一步地,若需要调整 $\omega_1$ 或 $\omega_2$ 来应对系统的变化,则调整后系统的保守性将会降低,即残余振荡的最大值 $V_{\max}$ 将会小于设定值 $V_{\text{tol}}$ .

**仿真算例:**考虑系统自然频率 $\omega_n$ 从3.75 rad/s降低至3.15 rad/s的情况,若采用VI整形器,则令 $\omega_1 = 3$  rad/s保持不变,仅改变 $\omega_2$ ,所得结果如图4所示.显然,系统的 $V_{\max}$ 随 $\omega_2$ 的降低而减小,且小于设定值 $V_{\text{tol}}$ .

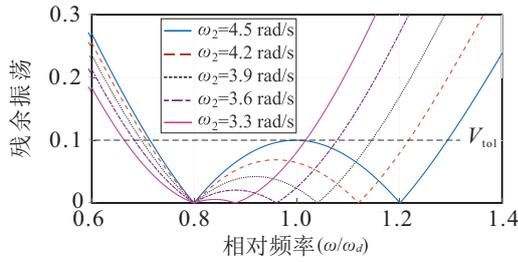


图4 当改变 $\omega_2$ 时VI整形器的灵敏度曲线

### 3 四旋翼吊装系统建模

四旋翼吊装系统如图5所示,其中 $O_I$ 为惯性坐标系, $O_B$ 为机体坐标系.考虑如下假设:1)四旋翼为中心对称的纯刚体;2)四旋翼、吊装负载的质量分布均匀;3)吊装负载悬挂在四旋翼质心中心处,且可视作为一个质点;4)绳索不会发生弹性形变.

保守力系的拉格朗日方程是利用能量最小作用量原理描述物体运动的方法<sup>[13]</sup>,其表现形式为

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{\rho}} \right) - \frac{\partial \Lambda}{\partial \rho} = 0. \quad (31)$$

定义 $\rho$ 为广义坐标; $\Lambda$ 为拉格朗日函数,其数值等于动能与势能之差.

吊装负载会在四旋翼运动过程中产生摆动,摆动又会影响四旋翼的平动<sup>[14]</sup>.因此,考虑这种影响并利用式(31),可得到四旋翼的标称模型 $G_{U0}$ 为

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{S\psi S\phi + S\theta C\psi C\phi}{M+m} \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{m}{M+m} \ddot{p}, \\ \ddot{y} = \frac{-C\psi S\phi + S\theta S\psi C\phi}{M+m} \sum_{i=1}^4 F_i - \frac{m}{M+m} \ddot{q}, \\ \ddot{z} = -\frac{C\theta C\phi}{M+m} \sum_{i=1}^4 F_i + \frac{m}{M+m} \frac{(\dot{p}\dot{p} + \dot{q}\dot{q})^2}{r^3} + \frac{m}{M+m} \frac{\dot{p}^2 + \dot{q}^2 + \ddot{p}p + \ddot{q}q}{r} + \frac{mg\frac{r}{L} + Mg}{M+m}, \\ \ddot{\phi} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{l}{I_x} (F_4 - F_2), \\ \ddot{\theta} = \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\phi}\dot{\psi} + \frac{l}{I_y} (F_1 - F_3), \\ \ddot{\psi} = \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta}\dot{\phi} + \frac{l}{I_z} (F_1 + F_3 - F_4 - F_2). \end{cases} \quad (32)$$

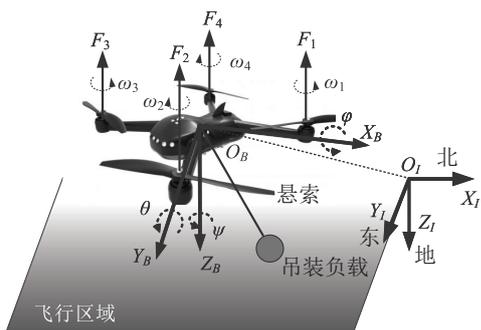


图5 四旋翼吊装系统

其中: $x, y, z$ 为四旋翼的对地位移; $p, q, r$ 为吊装负载与四旋翼的相对位置; $\varphi, \theta, \psi$ 分别为滚转角、俯仰角和偏航角; $\sum_{i=1}^4 F_i$ 为由螺旋桨提供的升力; $M$ 为四旋翼的质量; $m$ 为吊装负载的质量; $l$ 为悬臂长度; $L$ 为悬挂吊装负载的绳索长度; $I_x, I_y, I_z$ 分别为四旋翼绕3个轴的转动惯量.

结合式(30)和(31),可得到吊装部分的标称模型 $G_{L0}$ 为

$$\begin{cases} \ddot{p} = [r^4 \ddot{x} - pr^3 \ddot{z} + pqr^2 \ddot{q} + (pL^2 - pq^2) \dot{p}^2 + (pL^2 - p^3) \dot{q}^2 + 2q\dot{q}\dot{p}p^2 + pgr^3]/[r^2(q^2 - L^2)], \\ \ddot{q} = [r^4 \ddot{y} - qr^3 \ddot{z} + pqr^2 \ddot{p} + (qL^2 - qp^2) \dot{q}^2 + (qL^2 - q^3) \dot{p}^2 + 2p\dot{q}\dot{p}q^2 + qgr^3]/[r^2(p^2 - L^2)], \\ r = \sqrt{L^2 - p^2 - q^2}. \end{cases} \quad (33)$$

### 4 基于VI指令整形器的双闭环控制

当四旋翼吊装系统存在参数不确定性或存在外界干扰时,指令整形这种开环控制方法无法使四旋翼的位置、姿态的稳态误差为零,而闭环控制克服了这一缺点.因此,将指令整形器放入位置/姿态闭环内是一个好的方法,这样既能保证稳态精度,又能够实现抑制振动的目的.

#### 4.1 闭环指令整形系统的稳定性

当指令整形器作为前馈控制器时,不会影响系统稳定性.而将其置入闭环内后,就需要讨论闭环系统的稳定性问题<sup>[15]</sup>.如图6所示,以一个自由度为例,分析闭环指令整形系统的稳定性.其中: $x_p$ 为四旋翼在 $X_I$ 方向的位置参考输入; $v$ 为四旋翼的速度输入; $p$ 为吊装部分在 $X_B$ 方向上的位置;Shaper为指令整形器; $G_U$ 和 $G_L$ 分别为实际四旋翼和吊装部分,它们共同构成了四旋翼吊装系统 $G$ .

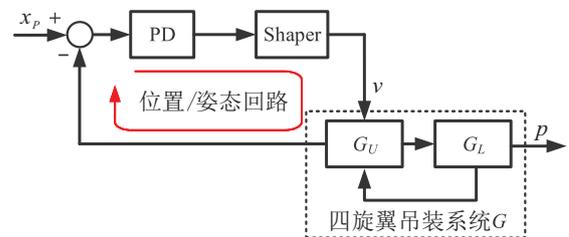


图6 结合指令整形器的位置/姿态回路

为了简化问题的分析,同时考虑到吊装负载的对称性,不失一般性,只考虑式(33)中吊装负载在 $X_I$ 方向的模型,可简化如下:

$$L\ddot{x} + p\dot{p}^2 + pgL + L^2\ddot{p} = 0. \quad (34)$$

将此非线性模型进行线性化处理,以 $p$ 为输出、 $v$



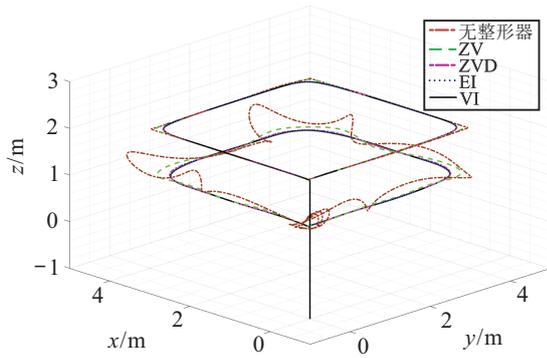


图9 精确建模情况下的对比

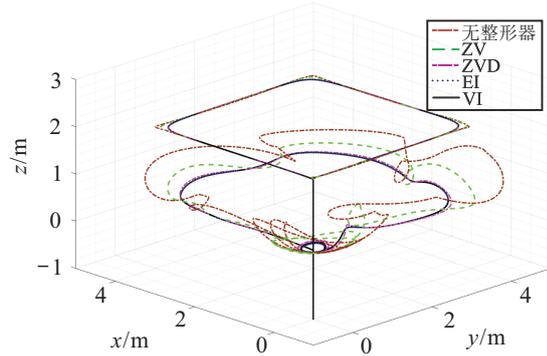


图10 当L由1m变为1.5m的对比

表2 4种整形方法引起的残余振荡

整形方法	残余振荡/rad	
	图9	图10
无	0.5900	0.8365
ZV	0.0579	0.4917
ZVD	0.0084	0.2374
EI	0.0076	0.1893
VI	0.0068	0.1819

考虑调整过程中的灵活性以及调整后的最大残余振荡.若系统的参数 $L$ 由1m变化至1.5m,即控制器可以据此进行调整时,控制效果如图11所示.对于VI整形器,调整控制器需适当减小 $\omega_2$ 以改变脉冲作用时刻,脉冲幅值不需要调整;而对于EI整形器,调整时需要计算新的 $\omega_d$ 来改变脉冲作用时刻,幅值由于与 $V_{tol}$ 耦合,无法作出改变.调整后控制器对残余振荡的抑制结果如表3所示,相比于表2,调整后控制器的

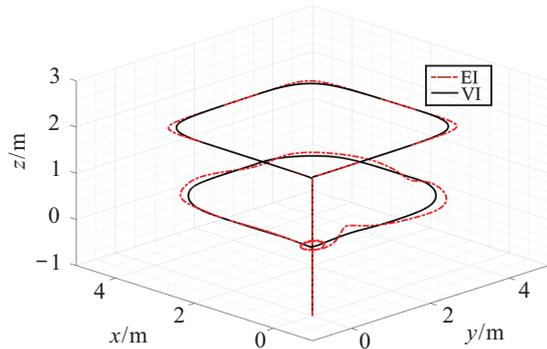


图11 当L = 1.5m时EI与VI的对比

的控制效果比未调整时更好.两种方法相比,无论是调整便捷程度还是调整后的精度,VI整形器均优于EI整形器.

表3 EI和VI整形器精度对比

整形方法	残余振荡/rad	
	图11	图13
EI	0.0050	0.1125
VI	0.0002	0.0317

为了使仿真效果更明显,将四旋翼运动路径的边长缩短为1m,绳长按照图12频繁无规律地变化,控制效果的俯视图如图13所示,两种整形方法的残余振荡如表3所示.可以看出:绳长的这种变化降低了控制器的控制效果,但在运动过程中VI整形器控制的吊装摆动幅度明显小于EI整形器;在四旋翼恢复悬停状态后,VI整形器的最大残余振荡依然更小.

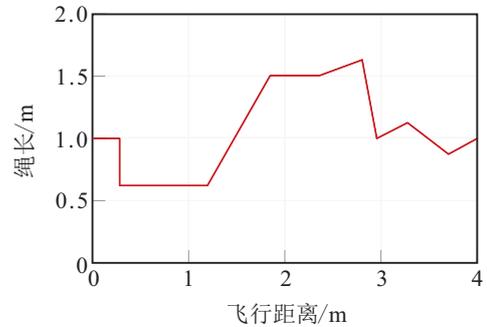


图12 绳长变化

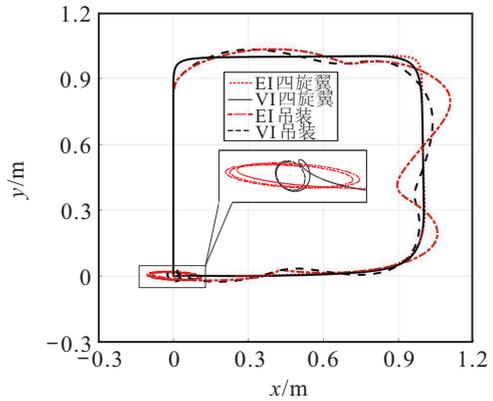


图13 绳长连续变化时EI与VI对比(俯视图)

## 6 结论

本文针对四旋翼吊装系统吊装运动振荡问题,在传统指令整形方法的基础上,提出了一种改进的指令整形方法.与传统指令整形方法相比,VI整形方法具有更强的鲁棒性和更高的振荡抑制水平,且参数整定的便捷程度得到了较大的提升.从理论上分析了将指令整形器置入闭环内部后控制结构的稳定性,并将结合指令整形方法的双闭环控制结构应用于四旋翼吊装负载摆动抑制.仿真结果表明,所提出的VI整形

方法可以有效地抑制残留振荡,并且鲁棒性、振荡抑制水平和参数调整便捷程度均优于传统指令整形方法。在今后的研究中,将进一步完善四旋翼本体控制方案<sup>[5,18]</sup>,并将本文方法应用于实际四旋翼吊装实验系统以验证控制效果。

#### 参考文献(References)

- [1] 王成, 杨杰, 姚辉, 等. 四旋翼无人机飞行控制算法综述[J]. 电光与控制, 2018, 25(12): 53-58.  
(Wang C, Yang J, Yao H, et al. An overview of flight control algorithms for quadrotors[J]. *Electronics Optics & Control*, 2018, 25(12): 53-58.)
- [2] 沈智鹏, 曹晓明. 输入受限四旋翼飞行器的模糊自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(7): 1401-1408.  
(Shen Z P, Cao X M. Fuzzy adaptive dynamic surface trajectory tracking control for quadrotor UAV with input constraints[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(7): 1401-1408.)
- [3] Kim D, Singhose W. Performance studies of human operators driving double-pendulum bridge cranes[J]. *Control Engineering Practice*, 2010, 18(6): 567-576.
- [4] Chen H, Sun N. Nonlinear control of underactuated systems subject to both actuated and unactuated state constraints with experimental verification[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(9): 7702-7714.
- [5] Liang X, Fang Y C, Sun N, et al. Nonlinear hierarchical control for unmanned quadrotor transportation systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(4): 3395-3405.
- [6] Njeri W, Sasaki M, Matsushita K. Two-degree-of-freedom control of a multilink flexible manipulator using filtered inverse feedforward controller and strain feedback controller[C]. 2018 IEEE International Conference on Applied System Invention (ICASI). Chiba: IEEE, 2018: 972-975.
- [7] Singhose W. Command shaping for flexible systems: A review of the first 50 years[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2009, 10(4): 153-168.
- [8] Smith O. Posicast control of damped oscillatory systems[J]. *Proceedings of the IRE*, 1957, 45(9): 1249-1255.
- [9] Singer N, Singhose W, Seering W. Preshaping command inputs to reduce system vibration[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1990, 112(1): 76-82.
- [10] Lucy Y. Multi-input shaping design for vibration reduction[J]. *Automatica*, 1999, 35(1): 81-89.
- [11] Adams C, Potter J, Singhose W. Input-shaping and model-following control of a helicopter carrying a suspended load[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 38(1): 94-105.
- [12] Singhose W, Porter L J, Tuttle T D, et al. Vibration reduction using multi-hump input shapers[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1997, 119(2): 320-326.
- [13] Fliess M, Levine J, Rouchon P. A simplified approach of crane control via a generalized state-space model[C]. *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*. Brighton: IEEE, 1991: 736-741.
- [14] Haddadi S, Zarafshan P. Dynamics modelling and implementation of an attitude control on an Octorotor[C]. *Proc of the IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*. Halifax, 2015: 722-727.
- [15] 王启源, 阮晓钢. 独轮自平衡机器人双闭环非线性PID控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(4): 593-597.  
(Wang Q Y, Ruan X G. Dual loop nonlinear PID control of single-wheeled robot[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(4): 593-597.)
- [16] Huo X, Chen J Y. Vibration elimination for quadrotor slung system based on input shaping and double closed-loop control[C]. *Proceedings of the Asian Control Conference*. Kitakyushu, 2019: 492-497.
- [17] Huey J, Singhose W. Effect of vertical acceleration on the frequency of a pendulum: Impact on input shaping[C]. *Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications*. Istanbul: IEEE, 2003: 532-536.
- [18] Liang X, Fang Y, Sun N, et al. Adaptive nonlinear hierarchical control for a rotorcraft transporting a cable-suspended payload[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, DOI: 10.1109/TSMC.2019.2931812.

#### 作者简介

霍鑫(1981—),男,副教授,博士,从事伺服控制、飞行器姿态控制等研究, E-mail: huoxin@hit.edu.cn;

刘清泉(1996—),男,硕士生,从事指令整形、重复控制的研究, E-mail: liuqingquan\_hit@163.com;

李晨星(1995—),男,硕士生,从事机器人控制、鲁棒控制的研究, E-mail: chenxing.li@tum.de.

(责任编辑: 孙艺红)