

控制与决策

Control and Decision

时滞累积TDAGM($1, N, t$)模型及其在粮食生产中的应用

罗党, 安艺萌, 王小雷

引用本文:

罗党, 安艺萌, 王小雷. 时滞累积TDAGM($1, N, t$)模型及其在粮食生产中的应用[J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 2002–2012.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1630>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制](#)

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks

控制与决策. 2021, 36(8): 1955–1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

[基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 \$H_\infty\$ 控制](#)

Non-fragile H_∞ control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model

控制与决策. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

[基于FWADE-ELM的短时交通流预测方法](#)

Short-term traffic flow forecasting based on hybrid FWADE-ELM

控制与决策. 2021, 36(4): 925–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1103>

[基于FWADE-ELM的短时交通流预测方法](#)

Short-term traffic flow forecasting based on hybrid FWADE-ELM

控制与决策. 2021, 36(4): 925–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1103>

[基于多维泰勒网的超前d步预测模型](#)

d-step-ahead predictive model based on multi-dimensional Taylor network

控制与决策. 2021, 36(2): 345–354 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0722>

时滞累积TDAGM(1, N, t)模型及其在粮食生产中的应用

罗 党[†], 安艺萌, 王小雷

(华北水利水电大学 数学与统计学院, 郑州 450046)

摘要: 考虑到社会经济系统中广泛存在时滞因果关系, 通过分析驱动因素对系统主行为的时滞累积作用效果以及系统行为线性发展趋势, 构建了含时间趋势项的时滞累积型多变量灰色 TDAGM(1, N, t) 模型, 论证了 GM(1, 1)、GM(1, N)、OGM(1, N)、时滞 GM(1, N)、TDDGM(1, N) 模型均是该模型在不同参数取值下的特殊形式; 为避免模型求解过程中微分形式与差分形式转换而产生误差, 通过定义 TDAGM(1, N, t) 模型的派生形式, 给出了 TDAGM(1, N, t) 模型时间响应式的直接求解方法; 针对模型时滞效应参数的识别和优化问题, 基于粒子群优化算法, 给出了 TDAGM(1, N, t) 模型参数估计的算法框架. 时滞系统的数值实验结果表明, TDAGM(1, N, t) 模型能够较好地解决含时滞特征的多变量系统预测问题. 将该模型应用于河南省粮食产量预测的实例中, 拟合精度较高且预测结果符合河南省粮食生产发展趋势, 验证了模型的有效性.

关键词: 灰色系统; TDAGM(1, N, t); 时滞累积效应; 模型结构优化; 粒子群算法; 粮食产量预测

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1630

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 罗党, 安艺萌, 王小雷. 时滞累积 TDAGM(1, N, t) 模型及其在粮食生产中的应用 [J]. 控制与决策, 2021, 36(8): 2002-2012.

Time-delayed accumulative TDAGM(1, N, t) model and its application in grain production

LUO Dang[†], AN Yi-meng, WANG Xiao-lei

(School of Mathematics and Statistics, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, China)

Abstract: Considering the widely existed time-delayed causalities in economic realities, this paper constructs a time-delay accumulative multivariable grey mode with the time trend TDAGM(1, N, t) based on the analysis of the linear trend of system behaviors and the time-delayed accumulative mode of driving factors. It is proved that the prediction model GM(1,1), GM(1, N), OGM(1, N), time-delay GM(1, N), and TDDGM(1, N) are all special forms of TDAGM(1, N, t) with different coefficients. Furthermore, the direct solution method of the time response formula of TDAGM(1, N, t) is proposed, in order to avoid the error in the transformation of differential form and difference form in the process of model solving. Aiming at the problem of identification and optimization of the time-delay parameters, the algorithm framework of model parameter estimation is presented based on the particle swarm optimization algorithm. The numerical experiments of the time-delay system show that TDAGM(1, N, t) can solve the problem of predictive modeling for multivariable systems with time-delay characteristics. To verify the effectiveness of the development, the proposed model is applied to prediction of grain yield production in Henan Province. The result of the model is consistent with the development trend of grain production, and shows the effectiveness of the proposed model.

Keywords: grey system; the TDAGM(1, N, t); time-delayed accumulative effect; model construction optimization; the particle swarm optimization algorithm; grain yield forecasting

0 引言

农业是一个国家的基础产业, 对国家经济发展起支撑作用. 河南作为全国粮食生产大省, 为保障国家

粮食安全、实现新常态下我国经济稳定增长做出了巨大贡献. 粮食生产关乎民生大计, 一直受到学术界的关注. 目前已有众多学者针对各地区粮食生产趋

收稿日期: 2019-11-22; 修回日期: 2020-04-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51979106); 河南省科技攻关计划项目(182102310014, 162102310469); 河南省高等学校重点科研项目(18A630030, 18A630032); 河南省研究生教育优质课程建设项目(HNYJS2015KC02); 华北水利水电大学研究生创新项目(YK2018-27).

责任编辑: 赵春晖.

[†]通讯作者. E-mail: iamld99@163.com.

势构建了各具优势的预测模型,如线性回归模型^[1]、遥感估产模型^[2]、气象产量预测模型^[3]、神经网络法^[4]、粗糙集理论模型^[5]、马尔科夫模型^[6]、灰色系统模型^[7]以及组合模型^[8]等。

粮食生产与气候环境、农业技术、生产要素投入等因素间存在着复杂的非线性依赖关系,具有不确定性,且数据序列呈现波动发展的形态特征。针对这种不确定性复杂系统的预测问题,多变量灰色模型在多因素分析及系统行为预测方面显示了其优越性。GM(1, N)模型是灰色系统理论的经典模型之一,是由系统特征序列和 $N - 1$ 个驱动因素序列组成的多变量灰色预测模型,可对多因子的系统作整体的、全局的、动态的分析^[9]。一些学者通过对建模机理^[10-11]、模型参数^[12-13]、模型结构^[14-15] 等方面进行优化和发展,使得多变量灰色模型应用更为广泛。当前研究大多只讨论了驱动因素与系统行为因素的相关性,并未区分驱动因素对系统行为的作用方式,默认不同的驱动变量对系统行为的影响强度和作用时长始终是相同的。实际上在农业生产系统中,土地对肥料的保持和累积作用使得土地肥沃度增加,外在表现为以往各期施肥量影响当期农作物的产量,且这种影响具有滞后的、累积的效果,但当期粮食产量并不受往期播种面积的影响。系统行为因素间的时滞因果关系表现为驱动因素对系统主行为产生影响的时刻以及作用时长。文献[16]将驱动因素的时滞效果作用时长表述为“事件影响敏感性”,在实际问题的建模中,忽略驱动因素对系统行为的时滞因果作用方式会产生较大的预测误差。

1) 针对“已经发生,过去并没有产生影响,但预测期将会产生影响”事件,翟军等^[17]首次将时滞因子引入多变量模型中;张可等^[18]通过引入时滞项控制驱动因素,构造了一种新的多变量离散灰色模型;付中华等^[19]等引入灰色时滞关联分析方法建立了时滞多变量GM(1, N)协调度模型;毛树华等^[20]引入分数阶累加生成算子,将原模型扩展为分数阶累加GM(1, N, τ)模型。以上模型侧重研究系统行为序列当期值 $x(k)$ 受到相隔周期 τ 的单期驱动因子的影响作用。2) 针对“过去已经发生,影响已经产生,但预测期前影响停止”事件,丁松等^[21]给出了驱动因素 X_i 对系统主行为的开始和结束作用时间,构建了驱动因素控制的DFCGM(1, N)模型,该模型给出了驱动因素对系统行为的作用时间,但未考虑在这一时段内驱动因素作用强度的变化。3) 考虑“过去已经发生,其

影响效果具有延续性,仍会对预测期产生影响”事件,王正新^[22]指出,在经济系统中固定资产投资需要一定时间才能完全作用于经济增长,建立了多变量时滞GM(1, N)模型;Ding^[23]指出,在高新技术产业中任何给定年份的投入项目都会随着时间的推移对产出具有滞后的时间效应,并构建了离散多变量灰色CDGM(1, N)预测模型。这两个模型均考虑了驱动因素对系统行为的延续性时滞作用,忽略了系统行为自身固有的时间发展趋势,导致模型结构不完善,且在实例应用中仅选取了具有时滞效应的因素作为驱动变量,未考虑非时滞驱动变量与时滞驱动变量同时存在的系统预测问题。

在现实经济生产中广泛存在时滞因果作用关系,如从投入到产出的过程,从致灾要素积累到灾害暴发的过程等,驱动因素在一定时期内对系统行为存在一定强度的滞后累积作用效果,且众多驱动要素对系统行为未来趋势存在累积效应^[24]。本文从实际问题出发,深入思考驱动因素对系统行为的时滞累积作用方式和作用强度变化趋势,以及系统行为与时间的线性关系,提出一种含时间趋势项的时滞累积多变量TDAGM(1, N, t)模型。在该模型中引入时间趋势项及时滞因果力作用项,优化模型结构,并给出时滞参数的粒子群智能识别方法以减小参数选取的主观性;为避免模型离散形式估参与微分方程求解之间的跳跃性转换,给出时间响应式的直接求解方法;最后将模型与河南省粮食产量问题相结合,为政府制定粮食生产战略提供理论支持。

1 时滞累积多变量灰色模型的构建及求解

1.1 TDAGM(1, N, t) 模型构建

定义1 设系统特征数据序列为

$$X_1^{(0)} = (x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \dots, x_1^{(0)}(n)),$$

相关因素序列为

$$X_i^{(0)} = (x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \dots, x_i^{(0)}(n)),$$

$$i = 2, 3, \dots, N.$$

$X_i^{(1)}$ 为 $X_i^{(0)}$ 的一阶累加生成(1-AGO)序列, $Z_1^{(1)}$ 为 $X_1^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列, λ_i 为区间(0, 1)上的给定值,则称

$$x_1^{(0)}(k) + a z_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(1)}(j) + (k - 0.5)h_1 + h_2 \quad (1)$$

为含时间趋势项的时滞累积多变量灰色预测模型

$$\hat{x}_1^{(1)}(k) = \sum_{v=1}^{k-1} \left[\mu_1 \mu_2^{v-1} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{k-v+1} b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(1)}(j) \right] + \sum_{w=0}^{k-2} \mu_2^w [(k-w)\mu_3 + \mu_4] + \mu_2^{k-1} \hat{x}_1^{(1)}(1),$$

$$k = 2, 3, \dots, n. \tag{6}$$

其中

$$\mu_1 = \frac{1}{1 + 0.5a},$$

$$\mu_2 = \frac{1 - 0.5a}{1 + 0.5a},$$

$$\mu_3 = \frac{h_1}{1 + 0.5a},$$

$$\mu_4 = \frac{h_2 - 0.5h_1}{1 + 0.5a},$$

$$\hat{x}_1^{(1)}(1) = x_1^{(1)}(1).$$

证明 设 $X_i^{(0)}$ 、 $X_i^{(1)}$ 、 $Z_1^{(1)}$ 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{Y} 如定理1所述, $i = 1, 2, \dots, N, 0 < \lambda_i < 1$. 由TDAGM(1, N, t)模型派生形式(4)有: 当 $k = 2$ 时

$$\hat{x}_1^{(1)}(2) = \mu_1 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^2 b_i \lambda_i^{2-j} x_i^{(1)}(j) + \mu_2 \hat{x}_1^{(1)}(1) + 2\mu_3 + \mu_4; \tag{7}$$

当 $k = 3$ 时

$$\hat{x}_1^{(1)}(3) = \mu_1 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^3 b_i \lambda_i^{3-j} x_i^{(1)}(j) + \mu_2 \hat{x}_1^{(1)}(2) + 3\mu_3 + \mu_4. \tag{8}$$

将式(7)代入(8), 得到

$$\hat{x}_1^{(1)}(3) = \mu_1 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^3 b_i \lambda_i^{3-j} x_i^{(1)}(j) + \mu_2^2 \hat{x}_1^{(1)}(1) + \mu_1 \mu_2 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^2 b_i \lambda_i^{3-j} x_i^{(1)}(j) + 2\mu_2 \mu_3 + \mu_2 \mu_4 + 3\mu_3 + \mu_4. \tag{9}$$

同理依次迭代递推可得, 当 $k = t$ 时

$$\hat{x}_1^{(1)}(t) = \mu_1 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^t b_i \lambda_i^{t-j} x_i^{(1)}(j) + \mu_2 \hat{x}_1^{(1)}(t-1) + t\mu_3 + \mu_4 + \mu_1 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^t b_i \lambda_i^{t-j} x_i^{(1)}(j) +$$

$$\mu_1 \mu_2 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{t-1} b_i \lambda_i^{t-j} x_i^{(1)}(j) + \mu_1 \mu_2^{t-1} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^2 b_i \lambda_i^{t-j} x_i^{(1)}(j) + \dots + \mu_2^{t-1} \hat{x}_1^{(1)}(1) + 2\mu_2^{t-2} \mu_3 + \mu_2^{t-2} \mu_4 + 3\mu_2^{t-3} \mu_3 + \mu_2^{t-3} \mu_4 + \dots + t\mu_3 + \mu_4. \tag{10}$$

对式(10)进行化简可得TDAGM(1, N, t)模型时间响应式(6). □

定理3通过TDAGM(1, N, t)模型的派生形式, 采用迭代方法给出了时滞系统主行为序列模拟和预测的时间响应式. 定理1中模型参数估计方法与定理3中时间响应式的求解均是基于式(1)得到的, 具有一致性, 有效避免了传统多变量预测模型求解过程中差分形式与微分形式转换所产生的误差. 在驱动因子变量序列信息已知的条件下, 能够对主行为序列进行预测, 避免了 $\sum_{i=2}^N \int b_i x_i^{(1)}(t) e^{at} dt$ 项的产生, 减小模型的计算误差.

定义4 TDAGM(1, N, t)模型的模拟还原值为

$$\begin{cases} \hat{x}_1^{(0)}(1) = x_1^{(0)}(1), k = 1; \\ \hat{x}_1^{(0)}(k) = \hat{x}_1^{(1)}(k) - \hat{x}_1^{(1)}(k-1), k \neq 1. \end{cases} \tag{11}$$

1.2 TDAGM(1, N, t)模型参数识别

时滞系数的识别是探明时滞系统作用机制的基础, 同时是时滞模型构建的关键步骤. 由于系统结构的不确定性, 通常情况下驱动因子对系统的作用方式及其效果难以解析, 给时滞模型的建立带来较大困难. 在时滞系数未知的情况下, 本文从提高建模精度的角度出发, 将建模平均绝对百分误差(MAPE/%)最小化作为优化目标:

$$\min_{\lambda_i} \text{MAPE} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \frac{|\hat{x}_1^{(0)}(k) - x_1^{(0)}(k)|}{x_1^{(0)}(k)},$$

$$i = 2, 3, \dots, N. \tag{12}$$

构建时滞系数的非线性优化模型, 同时采用粒子群智能优化算法^[26]对模型进行求解. 算法描述框架如下.

算法1

input: 原始序列 $X_l^{(0)}(k), l = 1, 2, \dots, N$;
 output: $\text{train } \hat{X}_1^{(0)}, \text{test } X_1^{(0)}, \text{MAPE}_{\text{train}}, \text{MAPE}_{\text{test}}$,
 模型参数 \mathbf{p} , 时滞参数 $\lambda_l (l = 2, 3, \dots, N)$.

1) 将原始序列分成两个部分:

$$\text{train } X_l^{(0)} = (x_l^{(0)}(1), x_l^{(0)}(2), \dots, x_l^{(0)}(m)),$$

$$\text{test } X_l^{(0)} = (x_l^{(0)}(m+1), x_l^{(0)}(m+2), \dots, x_l^{(0)}(n)).$$

其中: n 为 $X_l^{(0)}(k)$ 序列长度, $m \leq \frac{4}{5}n^{[27]}$.

2) 初始化粒子群参数, 包括群体规模 M , 维度 D , 迭代次数 T , 惯性权重 w , 加速常数 c_1, c_2 .

3) 初始化种群粒子速度 v_i 和位置 φ_i , 粒子个体最优位置 q_i 和粒子群全局最优位置 $g, i = 1, 2, \dots, M$.

4) for $j = 1 : T$ do

5) 对 $\text{train } X_l^{(0)}$ 序列建立 TAGM(1, N, t) 模型, 由定理1构建矩阵 B 、向量 Y 和参数 p .

6) 由式(6)计算时间响应式, 根据式(11)计算拟合值 $\hat{X}_1^{(0)}$ 与模拟预测值 $\hat{X}_1^{(0)}$.

7) 以式(12)为优化目标, 更新个体最优位置 q_i 与全局最优位置 g .

8) 迭代更新粒子的速度 v_i 和位置 φ_i , 有

$$\begin{cases} v_i = wv_i + c_1r'_1(q_i - \varphi_i) + c_2r'_2(g - \varphi_i), \\ \varphi_i = \varphi_i + v_i. \end{cases}$$

9) end for.

算法1可通过 Matlab 软件编程实现, 由算法1对数据序列建立 TDAGM(1, N, t) 模型, 可直接输出模型参数以及序列的模拟和预测值.

2 TDAGM(1, N, t) 模型性质

定理4 设序列 $X_i^{(0)}(i = 1, 2, \dots, N)$ 的数乘序列为 $Y_i^{(0)}, Y_i^{(0)} = \rho_i X_i^{(0)}$, 则数乘变换序列 $Y_1^{(1)}$ 对应 TDAGM(1, N, t) 模型的结构参数估计满足

$$p^y = [\hat{a}^y, \hat{b}_2^y, \dots, \hat{b}_N^y, \hat{h}_1^y, \hat{h}_2^y]^T = [\hat{a}, \rho_1 \rho_2^{-1} \hat{b}_2, \dots, \rho_1 \rho_N^{-1} \hat{b}_N, \rho_1 \hat{h}_1, \rho_1 \hat{h}_2]^T. \quad (13)$$

证明 设矩阵 Y, B 如定理1所示, 则序列 $Y_1^{(1)}$ 对应的矩阵为

$$Y^y = [\rho_1 x_1^{(0)}(2), \rho_1 x_1^{(0)}(3), \dots, \rho_1 x_1^{(0)}(n)]^T = \rho_1 Y,$$

$$B^y = BQ =$$

$$\begin{bmatrix} -\rho_1 z_1^{(1)}(2) \sum_{j=1}^2 \lambda_2^{2-j} \rho_2 x_2^{(1)}(j) \\ -\rho_1 z_1^{(1)}(3) \sum_{j=1}^3 \lambda_2^{3-j} \rho_2 x_2^{(1)}(j) \\ \vdots \\ -\rho_1 z_1^{(1)}(n) \sum_{j=1}^n \lambda_2^{n-j} \rho_2 x_2^{(1)}(j) \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc} \dots & \sum_{j=1}^2 \lambda_N^{2-j} \rho_N x_N^{(1)}(j) & \frac{3}{2} & 1 \\ \dots & \sum_{j=1}^3 \lambda_N^{3-j} \rho_N x_N^{(1)}(j) & \frac{5}{2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \sum_{j=1}^n \lambda_N^{n-j} \rho_N x_N^{(1)}(j) & \frac{2n-1}{2} & 1 \end{array} \right]_{(n-1) \times (N+2)}$$

其中

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \rho_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(N+2) \times (N+2)}$$

由定理1可知, 数乘变换序列 $Y_1^{(1)}$ 对应的 TDAGM(1, N, t) 模型的参数估计为

$$\begin{aligned} \hat{p}_{LS}^y &= ((B^y)^T B^y)^{-1} (B^y)^T Y^y = \\ &= ((BQ)^T (BQ))^{-1} (BQ)^T \rho_1 Y = \\ &= Q^{-1} (B^T B)^{-1} B^T \rho_1 Y = \rho_1 Q^{-1} \hat{p}_{LS} = \\ &= \rho_1 Q^{-1} [\hat{a}, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_N, \hat{h}_1, \hat{h}_2]^T, \end{aligned}$$

即 $\hat{p}_{LS}^y = [\hat{a}, \rho_1 \rho_2^{-1} \hat{b}_2, \dots, \rho_1 \rho_N^{-1} \hat{b}_N, \rho_1 \hat{h}_1, \rho_1 \hat{h}_2]^T$. \square

推论1 设序列 $Y_i^{(0)} = \rho_i X_i^{(0)}$ 为序列 $X_i^{(0)}(i = 1, 2, \dots, N)$ 的数乘变换序列, 且 $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \rho$ 时, 有

$$[\hat{a}^y, \hat{b}_2^y, \dots, \hat{b}_N^y, \hat{h}_1^y, \hat{h}_2^y]^T = [\hat{a}, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_N, \rho \hat{h}_1, \rho \hat{h}_2]^T.$$

定理4表明, 在模型 TDAGM(1, N, t) 中对数据序列进行数乘变换不会改变模型发展系数 a 的最小二乘估计值.

性质1 设序列 $X_i^{(0)}$ 的数乘变换序列为 $Y_i^{(0)} = \rho_i X_i^{(0)}(i = 1, 2, \dots, N), \hat{x}_1^{(0)}(k)$ 为序列 $X_1^{(0)}$ 的 TDAGM(1, N, t) 模拟值, $\hat{y}_1^{(0)}(k)$ 为其数乘变换序列 $Y_1^{(0)}$ 的 TDAGM(1, N, t) 模拟值, 则有

$$\hat{y}_1^{(0)}(k) = \rho_1 \hat{x}_1^{(0)}(k). \quad (14)$$

证明 当 $t = 1$ 时, 由初值条件有 $\hat{y}_1^{(1)}(1) = y_1^{(1)}(1) = \rho_1 x_1^{(1)}(1) = \rho_1 \hat{x}_1^{(1)}(1)$.

假设 $\hat{y}_1^{(1)}(k-1) = \rho_1 \hat{x}_1^{(1)}(k-1)$ 成立, 当 $t = k$ 时, 由式(4)有

$$\begin{aligned} \hat{y}_1^{(1)}(k) &= \mu_1^y \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i^y \lambda_i^{k-j} y_i^{(1)}(j) + \\ &= \mu_3^y k + \mu_4^y + \mu_2^y \hat{y}_1^{(1)}(k-1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\mu_1^y \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i^y \lambda_i^{k-j} \rho_i x_i^{(1)}(j) + \\ &\mu_3^y k + \mu_4^y + \mu_2^y \rho_1 \hat{x}_1^{(1)}(k-1). \end{aligned} \quad (15)$$

结合式(5)和(13)可以得到

$$\mu_1^y = \mu_1, \mu_2^y = \mu_2, \mu_3^y = \rho_1 \mu_3, \mu_4^y = \rho_1 \mu_4. \quad (16)$$

将式(16)代入(15)得到

$$\begin{aligned} \hat{y}_1^{(1)}(k) = & \rho_1 \mu_1 \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(1)}(j) + \rho_1 \mu_2 \hat{x}_1^{(1)}(k-1) + \\ & \rho_1 \mu_3 k + \rho_1 \mu_4 = \rho_1 \hat{x}_1^{(1)}(k). \end{aligned} \quad (17)$$

因此,由数学归纳法知 $\hat{y}_1^{(1)}(k) = \rho_1 \hat{x}_1^{(1)}(k)$ 成立. 结合累减还原式(11)显然可知性质1成立. □

推论2 对系统行为序列进行数乘变换后,系统主行为序列 $X_1^{(0)}$ 的TDAGM(1, N, t)模型拟合预测值仅与系统主行为序列 $X_1^{(0)}$ 的数乘变换值 ρ_1 有关,而与驱动因素序列的数乘变换值 ρ_2, \dots, ρ_N 无关.

推论3 对原始数据进行数乘变换不会改变TDAGM(1, N, t)模型模拟和预测值的绝对百分误差(APE/%)及平均绝对百分误差(MAPE/%).

多变量灰色模型在参数辨识过程中,由于不同指标数据数量级存在差异,更易发生数据矩阵的漂移现象,从而带来模型误差^[28]. 在实际应用中,TDAGM(1, N, t)模型可对系统原始序列施用数乘变换,将其变换为合适的数量级,以避免参数估计过程中可能出现的病态性问题.

性质2 依据变量个数 N 及模型结构参数向量 $p = [a, b_2, \dots, b_N, h_1, h_2]^T$ 的取值有:

1) 当 $h_1 = 0, h_2 \neq 0$ 时,TDAGM(1, N, t)模型转化为TDDGM(1, N)模型^[29],基本形式为

$$\begin{aligned} x_1^{(1)}(k) - \frac{1-0.5a}{1+0.5a} x_1^{(1)}(k-1) = & \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(1)}(j) + \frac{h_2}{1+0.5a}. \end{aligned}$$

2) 当 $h_1 = h_2 = 0$ 时,TDAGM(1, N, t)模型转化为时滞GM(1, N)模型^[22],基本形式为

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(1)}(j).$$

3) 当 $N = 1$ 时,多变量TDAGM(1, N, t)模型退化为含时间趋势项的单变量灰色模型,记为TAGM(1, 1, t)模型. 其中当 $h_1 = 0, h_2 \neq 0$ 时,TDAGM(1, N, t)模型转化为传统GM(1, 1)模型,基本形式为

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = h_2.$$

在TDAGM(1, N, t)模型中,识别数据序列是否具有“时间趋势特征”的本质是识别线性校正项 h_1 的取值是否为0, h_1 项从序列本身挖掘自身固有的趋势性,考虑了主行为序列与时间的线性关系对模型性能的影响. 由于在传统多变量灰色预测模型中灰色作用量 $h_2 = 0$,导致当 $N = 1$ 时无法与单变量模型相互转换,TDAGM(1, N, t)模型中灰色作用量 h_2 使得多变量灰色模型与单变量灰色模型之间相互转换成为可能,完善了多变量模型结构. 性质2表明,TDAGM(1, N, t)模型是传统多变量灰色预测模型的延伸与拓展,可根据实际情况调节模型参数取值,选择恰当的模型进行预测.

性质3 在TDAGM(1, N, t)模型中,若 $\exists i_0$ 使得 $\lambda_{i_0} \rightarrow 0$,则称驱动因素 $X_{i_0}^{(1)}$ 对系统行为无时滞作用效果. 若 $\forall i$ 有 $\lambda_i \rightarrow 0$ 时,时滞效应驱动项 $\sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^k b_i \lambda_i^{k-j} x_i^{(1)}(j)$ 转化为 $\sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k)$,时滞累积效应消失. 其中:

1) $h_1, h_2 \neq 0$ 时,TDAGM(1, N, t)模型转化为OGM(1, N)模型^[25],基本形式为

$$\begin{aligned} x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = & \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(j) + h_1(k-1) + (h_2 + 0.5h_1); \end{aligned}$$

2) $h_1 = h_2 = 0$ 时,TDAGM(1, N, t)模型转化为传统GM(1, N)模型,基本形式为

$$x_1^{(0)}(k) + az_1^{(1)}(k) = \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(j).$$

性质3表明:TDAGM(1, N, t)模型通过调节时滞参数 λ 的取值可将时滞系统与非时滞系统关联起来;反之,通过计算得到驱动因素的 λ 值即可判断影响因素对系统主行为是否具有滞后效应,同时可以确定时滞累积影响因素的作用时效及时滞期内的作用强度. 因此,TDAGM(1, N, t)模型适用于时滞影响因素与非时滞影响因素并存的系统预测中. 但在该系统中,驱动因素对主系统行为无时滞效应不等同于其时滞参数 $\lambda_{i_0} = 0$,而是取 $\lambda_{i_0} \rightarrow 0$,即在构建TDAGM(1, N, t)模型时其时滞参数取任意小的数.

性质4 记 $\omega_\lambda(j) = \lambda^{k-j}$,其中 $0 < \lambda < 1, 0 < j < k, k = 1, 2, \dots, n$,则有以下不等式成立:

- 1) 若 $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$,则 $\omega_{\lambda_1}(j) < \omega_{\lambda_2}(j)$;
- 2) 若 $0 < j_1 < j_2 < n$,则 $\omega_\lambda(j_1) < \omega_\lambda(j_2)$.

证明 固定采样点 $j, \omega_\lambda(j)$ 可视为幂函数,固定

时滞参数 $\lambda, \omega_\lambda(j)$ 可视为指数函数,由指数函数与幂函数的解析性质,易证性质4成立. \square

性质4表明,序列 $X_i^{(0)}$ 第 j 个采样点对当期行为数据影响效果的权重既与时滞系数 λ 有关,又与当期时刻 $t = k$ 有关.即对两种不同时滞因素,时滞参数 λ 越大,作用强度越大,递减速度越慢,作用时间越长;对于同一时滞因素,往期值对当期值的影响权重符合新信息优先原理,越接近当期时刻,作用强度越大.图1和图2分别描绘了不同时滞强度下和不同时刻下往期值对当期值的作用效果强度变化.

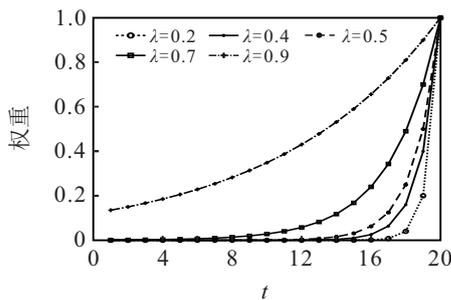


图1 不同时滞参数驱动因素对系统行为的作用效果强度

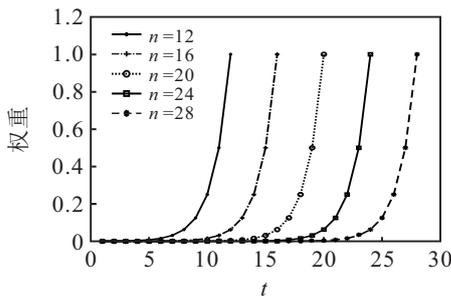


图2 不同时刻驱动因素对系统行为的作用效果强度

图1为时滞参数 λ 分别为0.2、0.4、0.5、0.7、0.9时驱动因素在 $t = k - 19, \dots, k - 1, k$ 时刻的投入对系统主行为 $t = k$ 时刻的作用效果强度.可以看出,同一时刻下驱动因素时滞系数 λ 越接近1,对系统行为的作用强度越大.设驱动因素 $X_i^{(0)}$ 的时滞参数 $\lambda_i = 0.9$,驱动因素 $X_j^{(0)}$ 的时滞参数 $\lambda_j = 0.2$,对比两驱动因素的作用效果强度发现,驱动因素 $X_i^{(0)}$ 在 $[k - 19, k]$ 时间段的投入对系统行为产生的作用效果强度均大于0.1,而驱动因素 $X_j^{(0)}$ 仅在 $t = k - 1$ 时刻大于0.1.这说明系统行为对驱动因素 $X_i^{(0)}$ 较为敏感,且敏感期较长;相反地,系统行为对驱动因素 $X_j^{(0)}$ 不敏感,驱动因素 $X_j^{(0)}$ 在 $[k - 19, k - 2]$ 时段内的投入对系统行为无时滞作用影响.图2表示在数据长度 $n = 30$,驱动因素时滞参数 $\lambda = 0.5$ 的系统中,系统行为在 $t = 12, 16, 20, 24, 28$ 时刻受往期驱动因素的作用效果强度.从图2可以看出,时间 t 的变化不会影响效果强度曲线的形状,即系统行为受驱动因素作用时长是一定的.

3 数值实验

设有一个具有时滞累积效应的双变量离散系统

$$\begin{cases} x_1^{(0)}(k) = \sum_{j=1}^k \lambda_2^{k-j} x_2^{(1)}(j) + k + \varepsilon(k), \\ x_2^{(0)}(k) = e^{-a(k-1)}. \end{cases} \quad (18)$$

其中: $x_1^{(0)}(k)$ 为主系统行为序列; $x_2^{(0)}(k)$ 为影响因子序列; λ_2 为时滞系数,决定影响因素对主系统行为的作用时效与强度; $-a$ 为发展系数,决定生成序列的数据变化特征;为使模拟系统与实际情况更吻合,增加噪声 $\varepsilon(k) = \epsilon, \epsilon \sim N(0, 0.1^2)$.

表1 3种模型在不同特征数据序列下的MAPE值 %

λ	a	序列	GM(1, N)	TDDGM(1, N)	TDAGM(1, N, t)
0.1	-0.9	$X_{1,1}^{(0)}$	6.3345	45.6277	0.3679
		$X_{1,2}^{(0)}$	8.8179	58.1165	0.5535
		$X_{1,3}^{(0)}$	16.9493	81.5373	0.8677
		$X_{1,4}^{(0)}$	5.3897	47.2889	1.3481
		$X_{1,5}^{(0)}$	2.8957	71.4080	2.3828
		$X_{1,6}^{(0)}$	4.2454	84.3362	2.8300
		$X_{1,7}^{(0)}$	5.5295	87.5506	3.0864
		$X_{1,8}^{(0)}$	6.0664	88.4943	3.2084
		$X_{1,9}^{(0)}$	6.9002	89.7020	3.3856
		$X_{1,10}^{(0)}$	7.4749	90.4053	3.5129
0.5	-0.9	$X_{2,1}^{(0)}$	5.7024	45.3266	0.3258
		$X_{2,2}^{(0)}$	9.2763	59.3168	0.4751
		$X_{2,3}^{(0)}$	3.9050	90.9722	0.7262
		$X_{2,4}^{(0)}$	3.6507	54.6641	1.1611
		$X_{2,5}^{(0)}$	3.5627	70.4192	1.8724
		$X_{2,6}^{(0)}$	5.2786	81.7082	2.6497
		$X_{2,7}^{(0)}$	4.9186	85.0301	2.7263
		$X_{2,8}^{(0)}$	6.7237	86.0558	2.7674
		$X_{2,9}^{(0)}$	7.3031	87.4021	2.9050
		$X_{2,10}^{(0)}$	7.6741	88.2003	3.0256
0.9	-0.9	$X_{3,1}^{(0)}$	5.4870	50.1741	0.2937
		$X_{3,2}^{(0)}$	2.1653	50.4733	0.4333
		$X_{3,3}^{(0)}$	1.6716	44.3224	4.2649
		$X_{3,4}^{(0)}$	2.9033	57.0665	0.7419
		$X_{3,5}^{(0)}$	4.8416	66.0317	1.0130
		$X_{3,6}^{(0)}$	7.5754	74.1579	1.4604
		$X_{3,7}^{(0)}$	8.8650	76.9889	1.6965
		$X_{3,8}^{(0)}$	9.3376	77.9346	1.7920
		$X_{3,9}^{(0)}$	9.9389	79.2430	1.9662
		$X_{3,10}^{(0)}$	10.2368	80.0632	2.3369

为测试TDAGM(1, N, t)模型对不同特征时滞系统数据的建模效果,取时滞参数 $\lambda_2 = 0.1, 0.5, 0.9$,构建3种不同强度的时滞系统,并在各系统中分别取 $a = -0.9, -0.7, -0.5, -0.3, -0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 0.7, 0.9$,生成10组仿真数据.发展系数 $-a$ 越大,数据特征越接近准指数增长规律,且序列的数量级越大.取数据长度 $n = 10$ 构建小样本序列,生成的30个序列记为 $X_{l,m}, l = 1, 2, 3, m = 1, 2, \dots, 10$.对30组数据分别建立传统GM(1, N)^[9]模型、时滞TDDGM(1, N)^[29]模型和本文TDAGM(1, N, t)模型,以平均绝对百分误差(MAPE/%)为评价指标,考察模型误差变化趋势,比较3种模型对不同强度时滞系统中不同特征数据序列的模拟精度,计算结果见表1.

观察表1中的MAPE值发现,传统GM(1, N)模型对30组序列的模拟精度随 λ 和 $-a$ 的改变无明显规律性,MAPE值最大为16.95%,最小为1.67%,模型模拟精度尚可.TDDGM(1, N)模型虽然可以解决具有时滞累加效应的系统预测问题,但对30组不同特征数据序列的建模结果不太理想,这是因为TDDGM(1, N)模型结构不完善,导致模型模拟精度不高.在同一时滞强度系统中,本文模型的MAPE值随发展系数 $-a$ 的减小逐渐增大,这是因为发展系数 $-a$ 越小,原始序列的数量级越小,噪音项 $\varepsilon(k)$ 对原始序列的干扰程度越大,导致了模型误差的增加.从总体上看,TDAGM(1, N, t)模型对30组序列建模的MAPE/%值均小于传统GM(1, N)模型和TDDGM(1, N)模型,最小为0.29%,最大为4.26%.本文模型对不同时滞强度系统均具有较高的模拟精度,验证了本文模型的合理性.

4 实例分析

4.1 河南省粮食产量影响因素选取

新中国成立以来,河南农业实现了从传统农业向现代农业的跨越性发展,粮食产量大幅提升.但值得注意的是,2003年河南省遭受重大自然灾害,导致全省粮食产量下降到1993年生产水平.虽然2004~2015年间,粮食连年增产,连续10年居全国首位,但2016~2017年粮食生产增长率出现大幅度降低趋势,因此在2018年以后河南省粮食产量是否会进入新一轮增长低谷期,还需引起重视.

在粮食产量的多变量预测模型的构建中,影响因子选取方法目前尚未统一,不同的因子组合选取技巧会影响多变量模型的建模精度.综合已有研究,影响粮食产量的主要因素有年平均降雨量、耕地灌溉面积、化肥施用量、乡村从业人员数量、农用塑料薄

膜使用量、粮食播种面积、农用机械总动力等.同时考虑因子组合中因子驱动效果的非单一性原则及因子序列可预测性,选取无时滞效应的粮食作物播种面积($X_2^{(0)}$)作为土地投入要素,具有时滞效应的有效灌溉面积($X_3^{(0)}$)作为水利建设投入要素,具有时滞效应的化肥施用折纯量($X_4^{(0)}$)作为固定资本投入要素,建立河南省粮食产量($X_1^{(0)}$)的驱动因子组合.与其他因素相比,这些因素数据易于获取且白化信息充分,便于做外推预测,数据信息在粮食收成之前便可获得,可优先预测当年的粮食产量等优势.统计数据见表2,来源为《河南省统计年鉴》.

表2 河南省粮食产量及其影响因素数据

年份	粮食产量/万吨	粮食作物播种面积/千公顷	灌溉面积/千公顷	化肥施用折纯量/万吨
2002	4 209.98	8 975.10	4 802.36	468.83
2003	3 569.47	8 923.30	4 792.22	467.89
2004	4 260.00	8 970.10	4 829.10	493.16
2005	4 582.00	9 153.40	4 864.12	518.14
2006	5 112.30	9 455.80	4 918.80	540.43
2007	5 245.22	9 468.03	4 955.84	569.68
2008	5 365.48	9 600.00	4 989.20	601.68
2009	5 389.00	9 683.61	5 033.03	628.64
2010	5 581.82	10 027.00	5 080.96	655.50
2011	5 733.92	10 244.43	5 150.44	673.71
2012	5 898.38	10 436.56	5 205.63	684.43
2013	6 023.80	10 697.43	4 969.11	696.37
2014	6 133.60	10 944.97	5 101.74	705.75
2015	6 470.22	11 126.30	5 333.90	716.09
2016	6 498.01	11 219.55	5 360.30	715.30
2017	6 524.25	10 915.13	5 389.79	706.70

4.2 河南省粮食产量预测模型建立

以2002~2013年河南省粮食产量为模拟建模数据,2014~2017年粮食产量为预测效果检验数据,同时对河南省粮食产量建立传统GM(1, N)模型^[9]、OGM(1, N)模型^[25]、时滞GM(1, N)模型^[22]和本文TDAGM(1, N, t)模型,通过对比分析4种模型的建模效果,验证本文模型的有效性和实用性.4种模型的参数值见表3,模拟和预测结果见表4.

表3中TDAGM(1, 4, t)模型模拟河南省粮食作物播种面积、有效灌溉面积、化肥施用折纯量对粮食产量的时滞系数分别为0.04、0.81和0.47.由此可以看出,粮食作物播种面积对粮食产量几乎没有时滞影响,而灌溉面积与化肥施用折纯量对粮食产量具有一定的时滞累积效应,这与前文的分析一致.

表3 4种灰色预测模型参数值

模型参数	传统GM(1,4)	OGM(1,4)	时滞GM(1,4)	TDAGM(1,4)
a	0.925 3	0.403 2	0.668 1	2.322 8
b_2	-0.173 3	0.632 5	1.503 1	3.898 4
b_3	1.035 9	1.238 1	-0.454 1	1.098 6
b_4	0.199 7	-0.420 6	-0.110 5	-2.647 1
h_1	—	-0.907 1	—	0.162 8
h_2	—	-0.560 8	—	-0.573 2
λ_2	—	—	0.003 3	0.042 7
λ_3	—	—	0.214 1	0.812 9
λ_4	—	—	0.073 0	0.473 9

* 利用粒子群算法进行参数估计时,多次运行结果变化范围在0.000 1以内,认为时滞参数的估计是稳定的。

观察表4,对比4种模型2002~2013年模型模拟精度,其中GM(1,N)模型模拟误差较高,在

2004~2006年产生了误差跳跃现象.时滞GM(1,N)由于忽略了系统行为与时间之间的线性关系,模拟误差略大. OGM(1,N)模型与TDAGM(1,N,t)模型弥补了这一缺陷,模型结构更完善,模型性能更佳. TDAGM(1,N,t)模型模拟误差仅0.064 8%,具有较高的模拟精度.在2014~2017年四步模拟预测误差中,经典GM(1,N)模型、时滞GM(1,N)模型与OGM(1,N)模型误差较高,且最大值和最小值相差较大;TDAGM(1,N)模型误差相对较小,且稳定性较高.通过完善模型结构、充分考虑影响因素历史数据对系统行为的因果力作用效果,TDAGM(1,N)模型具有较高的模型精度,体现了本文模型的优越性。

表4 河南省粮食产量的模拟和预测结果

年份	原始值	传统GM(1,N)模型		OGM(1,N)模型		时滞GM(1,N)模型		TDAGM(1,N,t)模型	
		模拟值	APE/%	模拟值	APE/%	模拟值	APE/%	模拟值	APE/%
2002	4 209.98	4 209.980 0	0	4 209.980 0	0	4 209.980 0	0	4 209.980 0	0
2003	3 569.47	3 276.589 7	8.205 1	3 578.132 4	0.242 7	3 480.732 8	2.486 0	3 569.292 7	0.005 0
2004	4 260.00	5 406.135 5	26.904 6	4 213.016 4	1.102 9	4 293.758 6	0.792 5	4 260.000 0	0.000 0
2005	4 582.00	5 676.775 6	23.893 0	4 661.090 3	1.726 1	4 698.874 1	2.550 7	4 583.522 1	0.033 2
2006	5 112.30	5 652.137 7	10.559 6	5 060.132 9	1.020 4	4 938.159 1	3.406 3	5 109.818 1	0.048 5
2007	5 245.22	5 516.233 6	5.166 9	5 256.332 3	0.211 9	5 120.289 5	2.381 8	5 246.622 5	0.026 7
2008	5 365.48	5 519.174 8	2.864 5	5 365.287 0	0.003 6	5 277.389 5	1.641 8	5 364.130 3	0.025 2
2009	5 389.00	5 541.296 2	2.826 1	5 413.573 1	0.456 0	5 438.200 6	0.913 0	5 389.000 0	0.000 0
2010	5 581.82	5 731.089 4	2.674 2	5 550.414 4	0.562 6	5 582.541 9	0.012 9	5 590.569 0	0.156 7
2011	5 733.92	5 853.450 4	2.084 6	5 720.148 5	0.240 2	5 738.475 9	0.079 5	5 718.534 8	0.268 3
2012	5 898.38	5 958.337 9	1.016 5	5 917.559 1	0.325 2	5 891.695 5	0.113 3	5 907.197 9	0.149 5
2013	6 023.80	6 153.730 8	2.157 0	6 028.138 1	0.072 0	5 807.922 1	3.583 7	6 023.800 0	0.000 0
MAPE _{train} / %		8.032 0		0.542 1		1.632 9		0.064 8	
2014	6 133.60	6 278.505 8	2.362 5	6 252.972 0	1.946 2	5 894.954 2	3.890 8	6 213.118 4	1.296 4
2015	6 470.22	6 354.921 7	1.782 0	6 564.630 4	1.459 2	6 150.757 9	4.937 4	6 415.464 6	0.846 3
2016	6 498.01	6 397.702 3	1.543 7	6 831.443 3	5.131 3	6 337.585 6	2.468 8	6 626.901 2	1.983 5
2017	6 524.25	6 216.203 9	4.721 6	6 902.229 1	5.793 4	6 533.313 5	0.138 9	6 604.269 5	1.226 5
MAPE _{test} / %		2.602 4		3.582 5		2.859 0		1.338 2	
2018	预测值	5 251.936 4		6 366.098 9		6 608.466 2		6 825.690 2	
2019		5 295.487 0		6 286.475 0		6 753.959 1		6 953.127 6	
2020		5 343.628 4		6 281.134 6		6 886.040 5		7 099.431 1	
2021		6 825.690 2		6 953.127 6		7 099.431 1		7 263.465 8	

* 相关因素的2018~2021年预测值由TDAGM(1,1,t)模型建模得到。

图3为4种模型对河南省粮食产量的模拟和预测结果(2018~2021年预测数据见表4)对比图.除经典GM(1,N)模型外,其余3种模型都能较好地拟合系统序列的发展趋势,但对2017~2021年粮食产量进行预测时,预测结果却相差甚远.究其原因,2016、2017年河南省粮食产量增长率大幅下降,系

统行为序列发展趋势发生了改变.从4种模型的四步预测值可以看出,在未考虑驱动因素时滞效应的经典GM(1,N)模型与OGM(1,N,t)模型中,其预测值显示河南省粮食产量将出现大幅减产状况,而具有时滞作用的时滞GM(1,N)模型与本文TDAGM(1,N,t)模型保持了粮食产量的时间发展趋势,预测结果呈

现上升趋势. 忽略驱动因素对系统行为的时滞累积作用, 会出现预测序列与原始序列发展趋势相反的情况. 两种时滞模型预测河南省粮食产量增长率大致相同, 但由于时滞 GM(1, N) 在 2017 年的模拟值产生了较大的误差, 预测数值有所差距. 综合建模效果来看, TDAGM(1, N, t) 模型能有效降低模型误差, 在粮食生产等具有时滞累积效应的系统预测问题中具有实用价值.

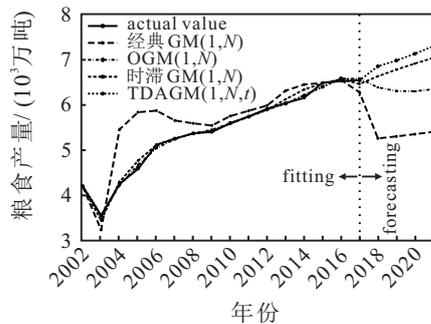


图 3 河南省粮食产量模拟和预测结果对比

5 结 论

本文针对具有时滞因果关系的多因素驱动系统预测建模问题, 基于灰色系统建模方法, 提出了基于时滞累积效应的 TDAGM(1, N, t) 模型及其求解方法. 通过模型研究和实例分析, 得到以下结论:

1) 通过完善灰色多变量预测模型结构, 避免了模型构建时产生跳跃性误差, 明确了驱动因素的时滞累积作用机制, 结合时滞参数的粒子群优化算法, 进一步提高了模型建模精度;

2) 对原始数据进行数乘变换不会影响 TDAGM(1, N, t) 模型的预测精度, 因此可对原始序列施用数乘变换, 将其变换为合适的数量级, 以避免参数估计过程中可能出现的病态性问题;

3) GM(1, 1)、GM(1, N)、OGM(1, N)、时滞 GM(1, N)、TDDGM(1, N) 模型是 TDAGM(1, N, t) 模型的特殊形式, 参数 p 的不同取值体现了模型间的差异性;

4) 数值实验表明, 在最小平均绝对百分误差下, TDAGM(1, N, t) 模型在不同强度时滞系统中不同特征数据序列的模拟精度较高, 验证了该模型在时滞系统预测建模中的有效性;

5) 河南省粮食产量预测实例的结果显示, TDAGM(1, N, t) 模型可识别影响因素对粮食产量的时滞作用强度, 可用于非滞后驱动因素与滞后驱动因素同时存在的系统预测中, 预测 2018~2021 年河南省粮食产量将继续保持增长趋势, 增长幅度平稳.

针对如何根据 λ 的值划分驱动因素对系统行为的时滞作用效果强度等级, 可进行更深一步的研究.

参考文献(References)

- [1] Matsumura K, Gaitan C F, Sugimoto K, et al. Maize yield forecasting by linear regression and artificial neural networks in Jilin, China[J]. The Journal of Agricultural Science, 2015, 153(3): 399-410.
- [2] Franch B, Vermote E F, Skahun S, et al. Remote sensing based yield monitoring: Application to winter wheat in United States and Ukraine[J]. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2019, 76(1): 112-127.
- [3] 王建林, 王宪彬, 太华杰. 中国粮食总产量预测方法研究[J]. 气象学报, 2000, 58(6): 738-744.
(Wang J L, Wang X B, Tai H J. Study on the method of predicting food total output in China[J]. Acta Meteorologica Sinica, 2000, 58(6): 738-744.)
- [4] Han S Z, Pan W T, Zhou Y Y, et al. Construct the prediction model for China agricultural output value based on the optimization neural network of fruit fly optimization algorithm[J]. Future Generation Computer Systems, 2018, 86: 663-669.
- [5] 王丹丹. 基于粗糙集理论的河南省粮食产量预测研究[J]. 河南农业大学学报, 2015, 49(6): 156-160.
(Wang D D. Prediction on grain yield in Henan Province by rough set theory[J]. Journal of Henan Agricultural University, 2015, 49(6): 156-160.)
- [6] 尹邦华, 廖基定, 黄朝强. 改进灰色马尔可夫模型在湖南省粮食产量预测中的研究[J]. 南华大学学报: 自然科学版, 2019, 33(1): 52-57.
(Yi B H, Liao J D, Huang Z Q. Study on improved grey Markov model in grain yield prediction in Hunan Province[J]. Journal of University of South China: Science and Technology, 2019, 33(1): 52-57.)
- [7] 李炳军, 杨卫明. 基于灰色区间预测和 GM(1, N) 模型的我国粮食供需结构平衡分析[J]. 江苏农业科学, 2019, 47(18): 325-329.
(Li B J, Yang W M. Analysis on the balance of grain supply and demand structure in China based on grey interval prediction and GM(1, N) model[J]. Jiangsu Agricultural Science, 2019, 47(18): 325-329.)
- [8] 郭亚菲, 樊超, 闫洪涛. 基于主成分分析和粒子群优化神经网络的粮食产量预测[J]. 江苏农业科学, 2019, 47(19): 241-245.
(Guo Y F, Fan C, Yan H T. Prediction of grain yield based on principal component analysis and particle swarm optimization neural network[J]. Jiangsu Agricultural Science, 2019, 47(19): 241-245.)
- [9] Liu S F, Yang Y J, Jeffrey F. Grey data analysis: Methods, models and applications[M]. Singapore: Springer, 2017: 171-173.
- [10] Ma X, Xie M, Wu W Q, et al. The novel fractional discrete

- multivariate grey system model and its applications[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 70: 402-424.
- [11] Wang Z X, Li Q. Modelling the nonlinear relationship between CO₂ emissions and economic growth using a PSO algorithm-based grey Verhulst model[J]. Journal of Cleaner Production, 2019, 207(10): 214-224.
- [12] Zeng B, Luo C M, Liu S F, et al. A novel multi-variable grey forecasting model and its application in forecasting the amount of motor vehicles in Beijing[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 101: 479-489.
- [13] Zeng B, Li C. Improved multi-variable grey forecasting model with a dynamic background-value coefficient and its application[J]. Computers & Industrial Engineering, 2018, 118: 278-290.
- [14] Wang H X, Wang P G, Senel M T, et al. On novel nonhomogeneous multivariable grey forecasting model NHMGM[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019, 1(1): 1-13.
- [15] Luo D, Wei B L. Grey forecasting model with polynomial term and its optimization[J]. Journal of Grey System, 2017, 29(3): 58-69.
- [16] 陈全润, 杨翠红. 河南省粮食产量预测方法研究[J]. 系统科学与数学, 2018, 38(7): 813-822.
(Chen Q R, Yang C H. Grain output forecasting for Henan Province[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2018, 38(7): 813-822.)
- [17] 翟军, 冯英俊, 盛建明. 带有时滞的 GM(1,2) 模型及应用[J]. 系统工程, 1996, 14(6): 66-68.
(Zhai J, Feng Y J, Sheng J M. A time-lag-existing GM(1,2) model and its application[J]. Systems Engineering, 1996, 14(6): 66-68.)
- [18] 张可, 曲晶晶, 张隐桃. 时滞多变量离散灰色模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(8): 2092-2103.
(Zhang K, Qu P P, Zhang Y T. Delay multi-variables discrete grey model and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2015, 35(8): 2092-2103.)
- [19] 付中华, 郑榕娇. 时滞多变量 GM(1, N) 协调度模型及其应用[J]. 统计与决策, 2018, 34(13): 77-80.
(Fu Z H, Zheng R J. Delay multi-variables GM(1, N) coordination degree model and its application[J]. Statistics & Decision, 2018, 34(13): 77-80.)
- [20] 毛树华, 高明运, 肖新平. 分数阶累加时滞 GM(1, N, τ) 模型及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(2): 430-436.
(Mao S H, Gao M Y, Xiao X P. Fractional order accumulation time-lag GM(1, N, τ) model and its application[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2015, 35(2): 430-436.)
- [21] 丁松, 党耀国, 徐宁, 等. 基于驱动因素控制的 DFCGM(1, N) 及其拓展模型构建与应用[J]. 控制与决策, 2018, 33(4): 712-718.
(Ding S, Dang Y G, Xu N, et al. Modeling and application of DFCGM(1, N) and its extended model based on driving factors control[J]. Control and Decision, 2018, 33(4): 712-718.)
- [22] 王正新. 多变量时滞 GM(1, N) 模型及其应用[J]. 控制与决策, 2015, 30(12): 2298-2304.
(Wang Z X. Multivariables time-delayed GM(1, N) model and its application[J]. Control and Decision, 2015, 30(12): 2298-2304.)
- [23] Ding S. A novel discrete grey multivariable model and its application in forecasting the output value of China's high-tech industries[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 127: 749-760.
- [24] Armstrong J S, Collopy F. Causal forces: Structuring knowledge for time-series extrapolation[J]. Journal of Forecasting, 1993, 12(2): 103-115.
- [25] Zeng B, Luo C M, Liu S F, et al. Development of an optimization method for the GM(1, N) model[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2016, 55: 353-362.
- [26] 包子阳, 余继周. 智能优化算法及其 Matlab 实例[M]. 北京: 电子工业出版社, 2016: 108-111.
(Bao Z Y, Yu J Z. Intelligent optimization algorithm and its Matlab example[M]. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2016: 108-111.)
- [27] Wei B L, Xie N M, Hu A Q. Optimal solution for novel grey polynomial prediction model[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 62: 717-727.
- [28] 郑照宁, 武玉英, 包涵龄. GM 模型的病态性问题[J]. 中国管理科学, 2001, 9(5): 38-44.
(Zheng Z N, Wu Y Y, Bao H L. Morbid problems of GM model[J]. Chinese Journal of Management Science, 2001, 9(5): 38-44.)
- [29] 丁松, 党耀国, 徐宁, 等. 基于时滞效应的多变量离散灰色预测模型[J]. 控制与决策, 2017, 32(11): 1997-2004.
(Ding S, Dang Y G, Xu N, et al. Multi-variable time-delayed discrete grey model[J]. Control and Decision, 2017, 32(11): 1997-2004.)

作者简介

罗党(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论与决策分析等研究, E-mail: iamld99@163.com;

安艺萌(1995—), 女, 硕士生, 从事灰色系统理论与预测技术的研究, E-mail: anyimeng699@163.com;

王小雷(1993—), 男, 硕士生, 从事灰色系统理论与预测分析的研究, E-mail: wangxiaolei0721@163.com.

(责任编辑: 齐 霖)