

控制与决策

Control and Decision

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

李丽, 卢延荣, 于晓

引用本文:

李丽, 卢延荣, 于晓. 参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计[J]. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2074–2084.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input

控制与决策. 2021, 36(6): 1435–1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

参数不确定离散时间系统的有限时间 输出反馈预见控制器设计

李 丽^{1,2†}, 卢延荣³, 于 晓⁴

(1. 湖北经济学院 信息管理与统计学院, 武汉 430205; 2. 湖北经济学院 湖北数据与分析中心, 武汉 430205; 3. 北京科技大学 数理学院, 北京 100083; 4. 山东建筑大学 理学院, 济南 250101)

摘 要: 基于参数依赖的 Lyapunov 函数方法及 LMI 技巧, 研究一类参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制问题. 首先, 采用预见控制理论中误差系统的方法, 引入差分算子和离散提升技术, 构造出包含未来目标值信号和干扰信号的信息的扩大误差系统, 将有限时间预见控制问题转化为扩大误差系统的有限时间稳定性问题; 然后, 针对所推导出的扩大误差系统设计输出反馈预见控制器, 通过改造输出方程以充分利用可预见信号的未来信息, 并通过 LMI 技巧给出闭环系统有限时间稳定的条件及预见控制器的设计方法. 研究结果表明, 通过求解 LMI, 可确定静态输出反馈预见控制器增益矩阵. 数值仿真表明了所提出方法的有效性.

关键词: 扩大误差系统; 预见控制; 参数不确定系统; 有限时间稳定; 输出反馈; 鲁棒跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1584

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 李丽, 卢延荣, 于晓. 参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2074-2084.

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty

LI Li^{1,2†}, LU Yan-rong³, YU Xiao⁴

(1. School of Information Management and Statistics, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, China; 2. Hubei Center for Data and Analysis, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, China; 3. School of Mathematics and Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 4. School of Science, Shangdong Jianzhu University, Jinan 250101, China)

Abstract: Based on the parameter-dependent Lyapunov function method and the LMI technique, the problem of finite-time output feedback preview control is proposed for a class of polytopic uncertain discrete-time systems. Firstly, the difference operator is introduced, the discrete lifting technology is employed, and an augmented error system including previewed information is constructed by using the error system method in preview control theory, which leads to a finite-time preview control problem being transformed into a finite time stabilization problem. Then, the previewable signals are fully utilized through reformulation of the output equation, considering the output feedback for the augmented error system, the condition of finite-time stability of closed-loop system and the design method of preview controller are given by LMI technique. Research result shows that the static output preview controller parameter matrices can be achieved from the solution of LMIs problems. The numerical simulation examples illustrate the validity of the proposed method in this paper.

Keywords: augmented error system; preview control; polytopic uncertain system; finite time stable; output feedback; robust tracking

0 引 言

在一些实际问题中, 只需要研究系统状态在一个有限时间段内的行为, 而不是在整个无限时间内,

因此有限时间稳定受到越来越多的关注. 给出系统初始条件的一个界, 如果其状态变量范数在一个给定的有限时间区间内不超过一定的范围, 则称系统是有

收稿日期: 2019-11-13; 修回日期: 2020-07-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61903130); 湖北省自然科学基金项目(2019CFB227).

责任编辑: 虞文武.

†通讯作者. E-mail: lili@hbue.edu.cn.

有限时间稳定的. 由于有限时间稳定性在理论和应用上的重要作用, 许多学者致力于有限时间控制问题的研究, 并取得了许多代表性的成果. 文献[1]为了避免通讯网络资源的不必要浪费, 考虑了一类切换奇异时滞系统在事件触发机制下的有限时间滤波问题. 文献[2]研究了随机非线性不确定系统有限时间跟踪控制问题, 将 Lyapunov 函数方法与自适应模糊控制方法相结合, 提出一种新的控制方案, 实现了系统的有限时间稳定. 在非线性参数满足单边李普希兹条件(quasi-one-sided Lipschitz condition)下, 文献[3]通过 Lyapunov 函数方法和 LMI 技巧, 考虑了一类具有参数不确定的 Lipschitz 非线性系统的有限时间 H_∞ 控制问题, 并给出了最优控制器的设计方法.

预见控制是一种比较新的控制方法, 其充分利用已知的未来目标值信号或未来干扰信号的信息改善闭环系统的性能. 预见控制可以融合已知未来信息提高闭环系统的性能, 还可以对系统追加预见前馈补偿^[4-6]. Sheridan^[7]采用3种预见控制模型建立的基本的预见预测结构成为后继研究的基础. 文献[8]给出了偏微分最优法、扩大误差系统法和逐次最优化法等3种预见控制器的设计方法. 随后经过相关研究工作后, 线性系统的预见控制理论已经较为完善, 尤其是带有预见补偿的线性二次型最优控制问题研究得最为深刻^[9-14]. 近年来, 人们将预见控制理论与其他控制方法相结合, 进一步发展预见控制. 文献[15-18]将 H_∞/H_2 控制理论应用于预见控制系统中, 给出了 H_∞/H_2 预见控制器的设计方法. 文献[19]将预见控制理论与模糊控制相结合, 提出模糊预见控制问题, 并基于 LMI 方法设计了一类 T-S 模糊系统的预见控制器. 文献[20-21]将滑模控制与预见控制相结合, 解决了滑模预见控制问题. 文献[22-23]将预见控制理论与重复控制相结合, 研究了离散时间系统的重复预见控制. 文献[24-25]利用模型变换技巧和标度小增益定理, 给出了变时滞不确定系统的鲁棒预见控制器设计方法.

关于有限时间预见控制问题, 文献[26-28]将 min-max 控制方法应用于预见控制系统中, 解决了有限时间区间的最优预见控制问题. 文献[29-31]运用误差系统的思想构造扩大误差系统, 并基于有限时间最优线性二次型结果给出最优控制器, 回到原系统得到最优预见控制器. 然而, 上述有限时间预见控制器的设计都依赖 Riccati 方程解的可行性, 但基于 Riccati 方程方法不适用于凸多面体不确定系统, 因此上述有限时间预见控制器的设计方法无法推广到本文中.

尽管有限时间控制与预见控制的研究均已取得了很大成果, 但是将两者结合起来的相关研究并不多见. 将有限时间稳定理论与基于误差系统方法的预见控制相结合研究参数不确定离散时间系统的文献目前也较少见到. 本文将预见控制理论方法和有限时间控制运用到一类凸多面体不确定离散时间系统中, 设计一个静态输出反馈预见控制器, 允许系统的系数矩阵不是满秩的和不确定. 首先引入文献[8]中差分算子构造扩大误差系统, 将原系统的有限时间预见跟踪问题转化为扩大误差系统的有限时间稳定性问题, 并通过改写输出方程充分利用可预见的目标值信号和干扰信号; 然后结合参数依赖的 Lyapunov 函数方法和 LMI 技巧, 给出闭环系统有限时间稳定的充分条件及预见控制器的设计方法; 最后通过数值仿真对目标值信号、干扰信号可预见及不可预见的情况进行比较, 显示出目标信号和干扰信号的预见作用对跟踪目标信号的优越性.

本文使用如下记号: R^n 、 $R^{n \times m}$ 分别为实数域上的 n 维向量空间与 $n \times m$ 矩阵空间; $P > 0$ 为 P 对称正定矩阵; $P > Q$ 为 $P - Q > 0$; $*$ 为对称矩阵的对称项; $\text{sym}(A)$ 为 $A + A^T$; A^T 为矩阵的转置矩阵; I 为单位矩阵, 其阶数由其前后文的叙述决定.

1 问题描述及基本假设

考虑如下不确定离散时间系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + D(\theta)w(k), \\ y(k) = C(\theta)x(k) + E(\theta)w(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $k \in \{1, 2, \dots, N\}$, $x(k) \in R^n$ 为状态向量, $u(k) \in R^m$ 为输入向量, $y(k) \in R^q$ 为输出向量, $w(k) \in R^l$ 为干扰向量且 $w(k) \in L_2[0, \infty)$, $A(\theta)$ 、 $B(\theta)$ 、 $C(\theta)$ 、 $D(\theta)$ 和 $E(\theta)$ 为具有适当维数的不确定矩阵.

首先, 对系统(1)作如下假设.

假设1 设不确定矩阵具有如下的凸多面体形式:

$$[A(\theta) \ B(\theta) \ C(\theta) \ D(\theta) \ E(\theta)] = \sum_{i=1}^s \theta_i [A_i \ B_i \ C_i \ D_i \ E_i]. \quad (2)$$

其中: A_i 、 B_i 、 C_i 、 D_i 和 E_i ($i = 1, 2, \dots, s$) 为具有适当维数的常数矩阵, $\theta = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_s)^T \in R^s$ 为不确定的常参数向量且满足

$$\theta \in \Theta :=$$

$$\left\{ \theta \in R^s \mid \theta_i \geq 0, \ i = 1, 2, \dots, s, \ \sum_{i=1}^s \theta_i = 1 \right\}. \quad (3)$$

注1 这里的假设表明系统的不确定性是不随时间变化的,即与时间变量 k 无关,不确定参数向量 θ 在一个 s 维凸多面体中取值.

下面假设目标值信号和干扰信号是可预见的.

假设2 设目标信号 $r(k) \in R^q$ 的可预见步数为 M_R ,即在当前时刻 $k, r(k), r(k+1), \dots, r(k+M_R)$ 是已知的,并假设 M_R 步之后目标值不变,即

$$r(k+j) = r(k+M_R), j \geq M_R + 1.$$

假设3 设目标信号 $w(k) \in R^l$ 的可预见步数为 M_d ,即在当前时刻 $k, w(k), w(k+1), \dots, w(k+M_d)$ 是已知的,并假设 M_d 步之后目标值不变,即

$$w(k+j) = w(k+M_d), j \geq M_d + 1.$$

注2 假设2和假设3是关于目标值信号和干扰信号可预见的假设. 理论研究和实际例子均表明,只有一段时间的可预见信号对系统的性能有较明显的影响,预见步数以外的目标值信号和干扰信号值对系统性能的影响不大,所以一般假设可预见步数之外的值为常向量.

注3 为了保证系统的目标值信号和干扰信号在 $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 都是可预见的,目标值信号 $r(k)$ 和干扰信号 $w(k)$ 定义在 $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 将扩充到 $k \in \{1, 2, \dots, N + \max(M_R, M_d)\}$. 即当 $k + M_R > N$ 或 $k + M_d > N$ 时,系统是虚拟预见的^[30-31].

引理1^[32] 对于适当维数的矩阵 $L, H > 0$,有

$$-L^T H^{-1} L \leq -L^T - L + H.$$

引理2^[33] 对于适当维数的矩阵 T, W, S 和矩阵 F 及标量 β ,如果满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} T & * \\ \beta W^T + FS & -\beta F - \beta F^T \end{bmatrix},$$

则 $T + WS + S^T W^T < 0$ 成立.

2 扩大误差系统的推导

本节采用预见控制理论的误差系统方法和离散提升技术,构成出融合未来目标值信号和干扰信号信息的扩大误差系统,将系统(1)的控制问题转化为对应的扩大误差系统的控制问题.

差分算子 Δ 定义为

$$\Delta x(k) = x(k+1) - x(k). \quad (4)$$

对系统(1)的状态方程和输出方程两端取差分,得到

$$\begin{cases} \Delta x(k+1) = \\ A(\theta)\Delta x(k) + B(\theta)u(k) + D(\theta)\Delta w(k), \\ \Delta y(k) = C(\theta)\Delta x(k) + E(\theta)\Delta w(k). \end{cases} \quad (5)$$

注4 考虑的不确定矩阵只与参数 θ 有关,因此相对系统(1)而言, Δ 是线性算子,可以对系统(1)的

状态方程两端直接取差分,且所得到的系统(5)结构简单.

定义误差信号

$$e(k) = y(k) - r(k). \quad (6)$$

下面将差分算子 Δ 作用到误差向量 $e(k+1)$ 上,并结合式(6)得到

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1) = \\ \tilde{A}(\theta)\tilde{x}(k) + \tilde{B}(\theta)\Delta u(k) + \\ G_P \Delta r(k) + G_W(\theta)\Delta w(k). \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\tilde{x}(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ \Delta x(k) \end{bmatrix}, \tilde{A}(\theta) = \begin{bmatrix} I & C(\theta) \\ 0 & A(\theta) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ B(\theta) \end{bmatrix}, G_W(\theta) = \begin{bmatrix} E(\theta) \\ D(\theta) \end{bmatrix},$$

$$G_P = \begin{bmatrix} -I \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$\tilde{A}(\theta), \tilde{B}(\theta)$ 和 $G_W(\theta)$ 为误差系统的不确定矩阵.

由假设1可知,不确定矩阵 $\tilde{A}(\theta), \tilde{B}(\theta)$ 和 $G_W(\theta)$ 满足

$$\tilde{A}(\theta) = \begin{bmatrix} I & \sum_{i=1}^s \theta_i C_i \\ 0 & \sum_{i=1}^s \theta_i A_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} I & C_i \\ 0 & A_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \tilde{A}_i, \quad (8)$$

$$\tilde{B}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{i=1}^s \theta_i B_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} 0 \\ B_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \tilde{B}_i, \quad (9)$$

$$G_W(\theta) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \theta_i E_i \\ \sum_{i=1}^s \theta_i D_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} E_i \\ D_i \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i G_i, \quad (10)$$

式(7)即为所构造的误差系统,下面构造扩大误差系统.

构造如下形式的向量和矩阵:

$$\begin{aligned} X_R(k) = \\ [\Delta r(k)^T \quad \Delta r(k+1)^T \quad \dots \quad \Delta r(k+M_R)^T]^T, \\ X_W(k) = \\ [\Delta w(k)^T \quad \Delta w(k+1)^T \quad \dots \quad \Delta w(k+M_d)^T]^T, \end{aligned}$$

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & I_q & & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & I_q \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{[(M_R+1)q] \times [(M_R+1)q]},$$

$$A_W = \begin{bmatrix} 0 & I_l & & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & I_l \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{[(M_d+1)l] \times [(M_d+1)l]}.$$

根据假设2和假设3可得到

$$X_R(k+1) = A_R X_R(k), \tag{11}$$

$$X_W(k+1) = A_W X_W(k). \tag{12}$$

通过式(7)、(11)和(12)得到扩大误差系统

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}(\theta)\hat{x}(k) + \hat{B}(\theta)\Delta u(k). \tag{13}$$

其中

$$\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ X_R(k) \\ X_W(k) \end{bmatrix},$$

$$\hat{A}(\theta) = \begin{bmatrix} \tilde{A}(\theta) & G_1 & G_2(\theta) \\ 0 & A_R & 0 \\ 0 & 0 & A_W \end{bmatrix},$$

$$\hat{B}(\theta) = \begin{bmatrix} \tilde{B}_i(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} G_P & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \end{bmatrix},$$

$$G_2(\theta) = \begin{bmatrix} G_W(\theta) & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \end{bmatrix}.$$

注意到,在当前时刻 k , 目标值信号 $\Delta r(k), \Delta r(k+1), \dots, \Delta r(k+M_R)$ 已知, 干扰信号 $\Delta w(k), \Delta w(k+1), \dots, \Delta w(k+M_d)$ 已知, 从而由它们组成的变量 $X_R(k)$ 和 $X_W(k)$ 是已知的. 由于体现预见信息的 $X_R(k)$ 和 $X_W(k)$ 是状态向量的一部分, 这样扩大误差系统(13)便包含了可预见的目标值信号和干扰信号的信息. 另外, 考虑到系统(1)的观测方程和目标值信号和干扰信号的可预见性, 针对形式系统(13), 输出方程取为

$$Z(k) = C_Z(\theta)\hat{x}(k). \tag{14}$$

其中

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} E(\theta) & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \end{bmatrix},$$

$$C_Z(\theta) = \begin{bmatrix} I_q & & \\ & C(\theta) & M(\theta) \\ & & I_{(M_R+1)q} \\ & & & I_{(M_d+1)l} \end{bmatrix}.$$

形式向量 $X_R(k)$ 和 $X_W(k)$ 包含了可预见信号的信息是已知量, 且系统(1)的输出是可以测量的, 因此改写后的输出方程也是可利用的. 所设计的输出反馈控制器带有预见反馈项和误差积分项, 达到改善闭环系统的跟踪性能和消除静态误差的目的. 同时, 允许系统矩阵是不满秩和不确定的, 消除了文献[34-35]中对系数矩阵的约束条件, 降低了结果的保守性. 进一步, 考虑到前面关于不确定性的假设, 验证可知

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \theta_i E_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} E_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i M_i, \tag{15}$$

$$G_2(\theta) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \theta_i G_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} G_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i G_{2i}, \tag{16}$$

$$\hat{A}(\theta) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \theta_i \tilde{A}_i & G_1 & \sum_{i=1}^s \theta_i G_{2i} \\ 0 & A_R & 0 \\ 0 & 0 & A_W \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} \tilde{A}_i & G_1 & G_{2i} \\ 0 & A_R & 0 \\ 0 & 0 & A_W \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \hat{A}_i, \tag{17}$$

$$\hat{B}(\theta) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \theta_i \tilde{B}_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} \tilde{B}_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \hat{B}_i, \tag{18}$$

$$C_Z(\theta) = \begin{bmatrix} I_q & & \\ & C(\theta) & M(\theta) \\ & & I_{(M_R+1)q} \\ & & & I_{(M_d+1)l} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i \begin{bmatrix} I_q & & \\ & C_i & M_i \\ & & I_{(M_R+1)q} \\ & & & I_{(M_d+1)l} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \theta_i C_{Zi}. \tag{19}$$

因此, 扩大误差系统中的不确定矩阵仍然是凸多面体

形式,与系统(1)保持相同的特性.由式(13)和(14)构成的系统

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \hat{A}(\theta)\hat{x}(k) + B(\theta)\Delta u(k), \\ Z(k) = C_Z(\theta)\hat{x}(k) \end{cases} \quad (20)$$

即为所设计预见控制器需要的扩大误差系统.

定义1 (有限时间稳定 FTS)^[36-37] 考虑如下离散时间系统:

$$x(k+1)Ax(k),$$

关于 (c_1, c_2, R, N) 是有限时间稳定的,若 $x(0)^T R x(0) \leq c_1$, 则 $x(k)^T R x(k) \leq c_2, k \in \{1, 2, \dots, N\}$. 其中: $0 \leq c_1 < c_2, R > 0, N$ 为给定的正整数. 注意到

$$e(k) = H\hat{x}(k), \quad (21)$$

其中 $H = [I \ 0 \ 0 \ 0]$. 从而有

$$\begin{aligned} e(k)^T e(k) &= \\ \hat{x}(k)^T H^T H \hat{x}(k) &\leq \hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) \leq c_2, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $R > H^T H$.

如果能够设计出系统(20)的一个反馈控制使得系统(20)的闭环系统有限时间稳定,则相应的系统(1)的闭环系统便实现了 $y(k)$ 对 $r(k)$ 的有限时间跟踪.

本文所研究的有限时间跟踪是要求闭环系统在有限时间内输出与参考目标值信号的偏差不超过一定范围. 通过扩大误差系统的构造,使系统(1)的有限时间跟踪控制问题转化为扩大误差系统(20)的有限时间控制问题. 下面讨论扩大误差系统(20)的有限时间镇定问题.

3 有限时间稳定性分析及预见控制器设计

针对系统(20),考虑一个输出反馈形如

$$\Delta u(k) = KZ(k), \quad (23)$$

使得系统(20)的闭环系统有限时间稳定,其中 K 为待定的参数矩阵. 下面利用参数依赖 Lyapunov 函数方法和 LMI 技巧求解增益矩阵. 根据式(20)和(23)得到闭环系统为

$$\hat{x}(k) = [\hat{A}(\theta) + \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta)]\hat{x}(k). \quad (24)$$

定理1 假设1~假设3成立,对于给定的 (c_1, c_2, R, N) 和 $\rho > 1$, 如果存在对称正定矩阵 $P(\theta)$ 、可逆矩阵 $G(\theta)$ 和矩阵 K 使得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \rho(-\text{sym}(G(\theta)) + P(\theta)^{-1}) & * \\ (\hat{A}(\theta) + \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta))G(\theta) & -P(\theta)^{-1} \end{bmatrix} < 0, \\ \rho^N \lambda_{\max}(\hat{P}(\theta))c_1 \leq c_2 \lambda_{\min}(\hat{P}(\theta)), \end{aligned} \quad (25)$$

则闭环系统(24)是关于 (c_1, c_2, R, N) 有限时间稳定

的,其中 $\hat{P}(\theta) = R^{-1/2}P(\theta)R^{-1/2}$.

证明 考虑参数依赖的 Lyapunov 函数

$$V(k, \hat{x}) = \hat{x}(k)^T P(\theta)\hat{x}(k).$$

该 Lyapunov 函数沿系统(20)的闭环系统(24)轨线的差分为

$$\begin{aligned} \Delta V &= \\ \hat{x}(k+1)^T P(\theta)\hat{x}(k+1) - \hat{x}(k)^T P(\theta)\hat{x}(k) &= \\ \hat{x}(k)^T [(\hat{A}(\theta) + \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta))P(\theta)(\hat{A}(\theta) + & \\ \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta)) - P(\theta)]\hat{x}(k). \end{aligned}$$

对式(25)第1式运用引理1,并左乘可逆矩阵 $\text{diag}\{G(\theta)^{-T}, I\}$,右乘其转置,得到

$$\begin{bmatrix} -\rho P(\theta) & * \\ \hat{A}(\theta) + \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta) & -P(\theta)^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (26)$$

根据 Schur 补引理,式(26)等价于

$$\begin{aligned} [\hat{A}(\theta) + \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta)]^T P(\theta)[\hat{A}(\theta) + & \\ \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta)] - \rho P(\theta) < 0. \end{aligned} \quad (27)$$

式(27)可以保证

$$V(k+1) < \rho V(k), \quad (28)$$

反复利用式(28),可得

$$V(k) < \rho^k V(0). \quad (29)$$

另外,有

$$V(0) = \hat{x}(0)^T P(\theta)\hat{x}(0) < \lambda_{\max}(\hat{P}(\theta))\hat{x}(0)^T R \hat{x}(0).$$

再根据初值的假设,可以得到

$$V(0) < \lambda_{\max}(\hat{P}(\theta))c_1. \quad (30)$$

考虑到 $\rho > 1$,式(29)和(30),得到

$$\begin{aligned} V(k) < \rho^k V(0) < \rho^k \lambda_{\max}(\hat{P}(\theta))c_1 \leq \\ \rho^N \lambda_{\max}(\hat{P}(\theta))c_1, \end{aligned}$$

从而有

$$\lambda_{\min}(\hat{P}(\theta))\hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) < V(k) < \rho^N \lambda_{\max}(\hat{P}(\theta))c_1,$$

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

由式(25)的第2式,得到

$$\hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) < c_2, \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

由定义1可知,闭环系统是关于 (c_1, c_2, N, R) 有限时间稳定的. \square

下面基于定理1给出输出反馈预见控制器的设计方法.

定理2 对于给定的 (c_1, c_2, N, R) 、 $\rho > 1$ 和标量 β , 如果存在矩阵 $S(\theta) > 0$ 、矩阵 Q 和 L 、可逆矩阵 U 、

$G(\theta)$ 及常数 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 使得下式成立:

$$\begin{bmatrix} \rho(-\text{sym}(G(\theta)) + S(\theta)) & * & * \\ \hat{A}(\theta)G(\theta) + \hat{B}(\theta)LQ & -S(\theta) & * \\ C_Z(\theta)G(\theta) - UQ & \beta L^T \hat{B}(\theta)^T & -\text{sym}(\beta U) \end{bmatrix} < 0, \tag{31}$$

$$\alpha_1 c_2 - \rho^N \alpha_2 c_1 > 0,$$

$$\alpha_1 R^{-1} < S(\theta) < \alpha_2 R^{-1},$$

则闭环系统 (24) 是关于 (c_1, c_2, N, R) 有限时间稳定的.

证明 对于闭环系统, 当不等式 (31) 成立时, 定理 1 的条件也成立, 从而由定理 1 可知本定理成立.

由引理 2 可知, 式 (31) 第 1 式可以保证

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G(\theta)) + \rho S(\theta) & * \\ \hat{A}(\theta)G(\theta) + \hat{B}(\theta)LQ & -S(\theta) \end{bmatrix} + \text{sym} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \hat{B}(\theta)LU^{-1}(C_Z(\theta)G(\theta) - UQ)[I \ 0] \right) = \begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G(\theta)) + \rho S(\theta) & * \\ \hat{A}(\theta)G(\theta) & -S(\theta) \end{bmatrix} + \text{sym} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \hat{B}(\theta)LU^{-1}(C_Z(\theta)G(\theta) - UQ + UQ)[I \ 0] \right) < 0. \tag{32}$$

令

$$K = LU^{-1}, S(\theta)^{-1} = P(\theta), \tag{33}$$

式 (32) 变为

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G(\theta)) + \rho P(\theta)^{-1} & * \\ \hat{A}(\theta)G(\theta) & -P(\theta)^{-1} \end{bmatrix} + \text{sym} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta)G(\theta)[I \ 0] \right) < 0,$$

即

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G(\theta)) + \rho P(\theta)^{-1} & * \\ \hat{A}(\theta)G(\theta) + \hat{B}(\theta)KC_Z(\theta)G(\theta) & -P(\theta)^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

根据式 (31) 第 3 式可以得到

$$\frac{1}{\alpha_2}R < P(\theta) < \frac{1}{\alpha_1}R,$$

从而有

$$\frac{1}{\alpha_2}I < R^{-1/2}P(\theta)R^{-1/2} = \hat{P}(\theta) < \frac{1}{\alpha_1}I.$$

而式 (25) 第 2 式是

$$\rho^N \frac{1}{\alpha_1}c_1 < \frac{c_2}{\alpha_2},$$

由 Schur 补引理可知, 上式等价于式 (31) 第 2 式. 根据定理 1 可知, 定理 2 成立. \square

观察定理 2 的判别条件可以发现其中包含不确

定参数 θ , 由于 θ 是未知的, 所给判别条件事实上无法验证, 下面将其转化为不含不确定参数的 LMI.

定理 3 给定常数 $\beta, \rho > 1$ 和矩阵 Q , 如果存在矩阵 $S_j > 0$, 矩阵 $U, L, G_j (j = 1, 2, \dots, s)$ 和正数 α_1, α_2 , 使得

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} + \Pi_{ji} &< 0, \quad i \leq j, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, s\}, \\ \alpha_1 c_2 - \rho^N \alpha_2 c_1 &> 0, \\ \alpha_1 R^{-1} &< S_j < \alpha_2 R^{-1}, \end{aligned} \tag{34}$$

则闭环系统 (24) 是有限时间稳定的. 其中: 反馈增益矩阵为 $K = LU^{-1}$, 控制输入为

$$\Delta u(k) = KZ(k) = LU^{-1}Z(k),$$

$$\Pi_{ij} = \begin{bmatrix} \rho(-G_j^T - G_j + S_j) & * & * \\ \hat{A}_i G_j + \hat{B}_i LQ & -S_j & * \\ C_{Z_i} G_j - UQ & \beta L^T \hat{B}_i^T & -\text{sym}(\beta U) \end{bmatrix}. \tag{35}$$

证明 为了便于叙述, 将式 (31) 第 1 式左边矩阵记为 $\Pi(\theta)$, 由式 (17) ~ (19) 可以得到

$$\begin{aligned} \Pi(\theta) &= \sum_{i=1}^s \theta_i \sum_{j=1}^s \theta_j \Pi_{ij} = \\ &= \sum_{i=1}^s \theta_i^2 \Pi_{ii} + \sum_{i=1}^{s-1} \theta_i \sum_{j=i+1}^s \theta_j (\Pi_{ij} + \Pi_{ji}). \end{aligned} \tag{36}$$

所以, 式 (34) 第 1 式 ~ 第 3 式分别可以保证定理 2 的条件成立. \square

系统模型的不确定参数可以参见文献 [38-39], 考虑如下形式的参数依赖输出控制器 $K(\theta)$:

$$\Delta u(k) = K(\theta)Z(k). \tag{37}$$

根据式 (20) 和 (37) 得到闭环系统为

$$\hat{x}(k+1) = [\hat{A}(\theta) + \hat{B}(\theta)K(\theta)C_Z(\theta)]\hat{x}(k). \tag{38}$$

结合定理 1 ~ 定理 3, 可以得到如下推论.

推论 1 假设 1 ~ 假设 3 成立, 对于给定的 (c_1, c_2, R, N) 和 $\rho > 0$, 如果存在矩阵 $S(\theta) > 0, Q, L(\theta)$, 可逆矩阵 $U(\theta), G(\theta)$ 及常数 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 使得下式成立:

$$\begin{bmatrix} \rho(\text{sym}(-G(\theta)) + S(\theta)) & * & * \\ \hat{A}(\theta)G(\theta) + \hat{B}(\theta)L(\theta)Q & -S(\theta) & * \\ C_Z(\theta)G(\theta) - U(\theta)Q & \beta L^T(\theta)\hat{B}(\theta)^T & -\text{sym}(\beta U(\theta)) \end{bmatrix} < 0, \tag{39}$$

$$\alpha_1 c_2 - \rho^N \alpha_2 c_1 > 0,$$

$$\alpha_1 R^{-1} < S(\theta) < \alpha_2 R^{-1},$$

则闭环系统 (38) 是关于 (c_1, c_2, R, N) 有限时间稳定的.

证明过程与定理 2 类似, 只需将矩阵 $L(\theta), U(\theta)$ 代替定理 2 中的矩阵 L, U 即可得到结论, 此略.

推论2 给定常数 $\beta, \rho > 1$ 及矩阵 Q , 如果存在矩阵 S_j, U_j, L_j, G_j 和正数 α_1, α_2 , 使得

$$\begin{aligned} \Psi_{ij} + \Psi_{ji} &< 0, \quad i \leq j, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, s\}, \\ \alpha_1 c_2 - \rho^N \alpha_2 c_1 &> 0, \\ \alpha_1 R^{-1} &< S_j < \alpha_2 R^{-1}, \end{aligned} \quad (40)$$

则闭环系统 (38) 是有限时间稳定的. 其中: 反馈增益矩阵为 $K(\theta) = \left(\sum_{i=1}^s \theta_i L_i \right) \left(\sum_{i=1}^s \theta_i U_i \right)^{-1}$, 控制输入为

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \left(\sum_{i=1}^s \theta_i L_i \right) \left(\sum_{i=1}^s \theta_i U_i \right)^{-1} Z(k), \\ \Psi_{ij} &= \begin{bmatrix} \rho(-G_j^T - G_j + S_j) & * & * \\ \hat{A}_i G_j + \hat{B}_i L_j Q & -S_j & * \\ C_{Zi} G_j - U_j Q & \beta L_j^T \hat{B}_i^T & -\text{sym}(\beta U_j) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (41)$$

证明过程与定理3类似, 此略.

当假设1~假设3成立时, 可以求得系统(20)的控制输入(23), 对增益矩阵 K 进行分解, 有

$$K = [K_e | K_y | K_R | K_W]. \quad (42)$$

其中

$$\begin{aligned} K_R &= [K_R(0) \quad K_R(1) \quad \dots \quad K_R(M_R)], \\ K_W &= [K_W(0) \quad K_W(1) \quad \dots \quad K_W(M_d)]. \end{aligned}$$

则式(23)可以写为

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \\ K_e e(k) + K_y \Delta y(k) &+ \sum_{j=0}^{M_R} K_R(j) \Delta r(k+j) + \\ \sum_{j=0}^{M_d} K_W(j) \Delta w(k+j). & \end{aligned} \quad (43)$$

定理4 若假设1~假设3成立, 则系统(1)具有如下带有预见作用的控制器:

$$\begin{aligned} u(k) &= \\ K_e \left(\sum_{i=0}^{k-1} e(i) \right) + K_y y(k) &+ \sum_{j=0}^{M_R} K_R(j) r(k+j) + \\ \sum_{j=0}^{M_d} K_W(j) w(k+j). & \end{aligned} \quad (44)$$

其中: $K = LU^{-1}$; U, L 由式(34)确定; $K_e, K_y, K_R(0), K_R(1), \dots, K_R(M_R), K_W(0), K_W(1), \dots, K_W(M_d)$ 与 K 的关系由式(42)确定.

证明 当假设1~假设3成立时, 可以得到扩大误差系统(20). 如果式(34)有可行解, 则由定理3可知

$$\Delta u(k) = KZ(k) = LU^{-1}Z(k) \quad (45)$$

是系统(20)的控制输入.

对增益矩阵 K 进行分割如式(42), 则式(23)可写为

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \\ K_e e(k) + K_y \Delta y(k) &+ \sum_{j=0}^{M_R} K_R(j) \Delta r(k+j) + \\ \sum_{j=0}^{M_d} K_W(j) \Delta w(k+j). & \end{aligned}$$

根据差分算子的定义(式(4)), 在假设 $x(i) = 0, u(i) = 0, r(i) = 0, w(i) = 0 (i < 0)$ 下, 得到

$$\begin{aligned} u(k) &= \\ \sum_{i=-\max(M_R+1, M_d+1)}^{k-1} \Delta u(i) &+ \\ u(-\max(M_R+1, M_d+1)) &= \\ K_e \left(\sum_{i=0}^{k-1} e(i) \right) + K_y y(k) &+ \sum_{j=0}^{M_R} K_R(j) r(k+j) + \\ \sum_{j=0}^{M_d} K_W(j) w(k+j). & \quad \square \end{aligned}$$

由上式可见, 带有预见作用的控制器由4部分构成: 第1部分为跟踪误差的积分; 第2部分为输出反馈项; 第3部分为基于未来目标值信号的预见前馈补偿项; 第4部分为基于未来干扰信号的预见前馈补偿项.

在预见控制器的设计方法上采用两种技巧:

- 1) 利用误差系统的方法和离散提升技术构造包含可预见的目标值信号和干扰信号的扩大误差系统;
- 2) 结合参数依赖的Lyapunov函数方法和LMI技巧分析闭环系统的有限时间稳定性, 并设计带有输出反馈的预见控制器.

4 数值仿真

在系统(1)中, 取

$$\begin{aligned} A(\theta) &= \begin{bmatrix} 1.1 & 0.4 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} \theta_1 + \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix} \theta_2, \\ B(\theta) &= \begin{bmatrix} -1.8 \\ 1.3 \end{bmatrix} \theta_1 + \begin{bmatrix} -1.7 \\ 1.2 \end{bmatrix} \theta_2, \\ C(\theta) &= [-0.9 \quad -0.5] \theta_1 + [-0.5 \quad -0.5] \theta_2, \\ D(\theta) &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.2 \end{bmatrix} \theta_1 + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \theta_2, \\ E(\theta) &= 0. \end{aligned}$$

首先选取调节参数 $\beta = 0.8, \rho = 1.001, c_1 = 0.5, c_2 = 14, N = 70$ 和矩阵 $R = I, Q = 0.85C_Z(\theta)$ 及

不确定参数 $\theta_1 = 0.5, \theta_2 = 0.5$. 初始条件为 $x(0) = [0.2 \ 0.1]^T$. 针对以下3种情况进行数值仿真: 1) $M_d = 2, M_R = 6$; 2) $M_d = 2, M_R = 2$; 3) 没有预见的情况, 即 $M_d = M_R = 0$.

根据定理3, 应用Matlab的LMI工具箱可求解出式(34)中的矩阵变量 L 和 U , 由此得到反馈增益矩阵 $K = LU^{-1}$, 进而得到系统(20)的控制输入.

当 $M_d = 2, M_R = 6$ 时, 求得

$$\begin{aligned} K_e &= -0.08298, \\ K_y &= -0.97636, \\ K_R &= [0.10381 \ 0.09786 \ 0.08950 \ 0.07935 \rightarrow \\ &\leftarrow 0.06871 \ 0.05849 \ 0.04910], \\ K_W &= [0.05267 \ 0.03186 \ 0.01747]. \end{aligned}$$

当 $M_d = 2, M_R = 2$ 时, 求得

$$\begin{aligned} K_e &= -0.08339, \\ K_y &= -0.99606, \\ K_R &= [0.10884 \ 0.10250 \ 0.09588], \\ K_W &= [0.05494 \ 0.03265 \ 0.01746]. \end{aligned}$$

当 $M_d = M_R = 0$ 时, 求得

$$K = [K_e \ K_y] = [-0.08356 \ -1.01129].$$

干扰信号取为

$$w(k) = \begin{cases} \sin(1/30\pi k), & 20 \leq k \leq 50; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (46)$$

目标值信号取为

$$r(k) = \begin{cases} 0, & k < 20; \\ 2, & k \geq 20. \end{cases} \quad (47)$$

图1为系统(1)的闭环系统输出响应, 图2为控制输入. 可以看出, 在上面所述的3种情况下, 输出信号都能准确地跟踪目标值信号. 但是, 随着目标值预见步长的增加, 跟踪误差在减小, 调整时间在缩短, 且系统的输出能更快地跟踪目标信号, 干扰预见补偿有效地抑制了干扰所引入的振荡, 这正是预见控制要达到的目的.

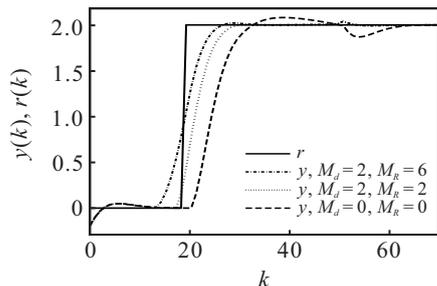


图1 3种情形闭环系统输出响应的比较

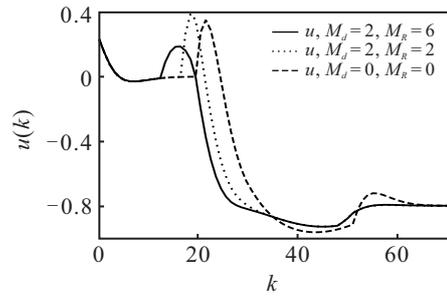


图2 3种情形闭环系统的控制输入

为了解在有限时间段内系统(1)的状态变量和误差向量的情况, 给出 $x(k)^T x(k)$ 和 $e(k)^T e(k)$ 随着时间运动的轨迹图形. 图3和图4分别为 $x(k)^T x(k)$ 及 $e(k)^T e(k)$ 的仿真曲线. 由图3和图4可见, 有限时间段内系统的状态变量和跟踪误差都不超过给定范围, 且带有预见作用的控制输入能明显减小跟踪误差.

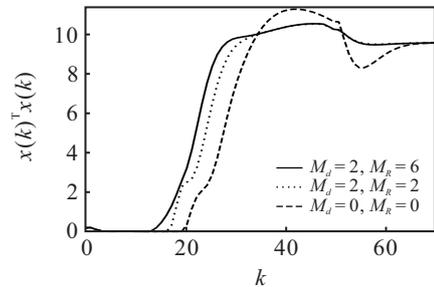


图3 3种情形 $x(k)^T x(k)$ 随时间变化曲线

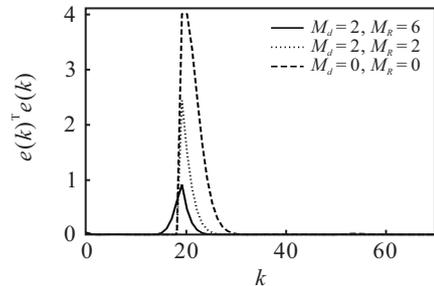


图4 3种情形 $e(k)^T e(k)$ 随时间变化曲线

下面验证只有目标值信号 $r(k)$ 可预见时闭环系统的输出也可以很好地跟踪目标信号. 给出 $M_d = 0, M_R = 0, 2, 6$ 的仿真结果. 图5为闭环系统的输出响应. 图6为相应的控制输入. 图7为 $e(k)^T e(k)$ 随时间变化曲线. 同样可以看出, 当采用预见控制时, 误差明显减小, 而且可以更快地跟踪目标信号, 这是目标值

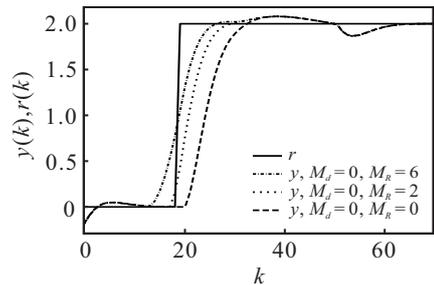


图5 $M_d = 0, M_R$ 取不同值情形闭环系统的输出响应

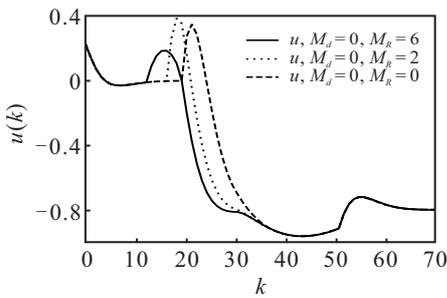


图6 $M_d = 0, M_R$ 取不同值情形闭环系统控制输入

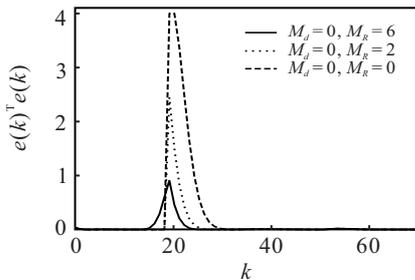


图7 $M_d = 0, M_R$ 取不同值情形 $e(k)^T e(k)$ 轨迹曲线

预见补偿所起到的作用. 而在干扰信号出现或消失时, 系统输出有较大的波动, 这是缺少干扰预见补偿所引发的结果.

在系统(1)中, 取

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & 0.9 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.2 \end{bmatrix} \theta_1 + \begin{bmatrix} 1.6 & -0.5 & 0.3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.1 \end{bmatrix} \theta_2,$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.6 \\ 0 \end{bmatrix} \theta_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1.1 \\ 0 \end{bmatrix} \theta_2,$$

$$C(\theta) = [1 \ 0 \ 0] \theta_1 + [1 \ 0 \ 0] \theta_2,$$

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \theta_1 + \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ -0.2 \end{bmatrix} \theta_2, \quad E(\theta) = 0.$$

在上述相同的条件下, 根据推论2, 应用Matlab的LMI工具箱可求解出矩阵变量 L_1 、 L_2 、 U_1 和 U_2 , 由此得到反馈增益矩阵 $K(\theta)$, 进而得到系统(20)的控制输入.

当 $M_d = 2, M_R = 6$ 时, 求得

$$K_e = -0.08400,$$

$$K_y = -0.83083,$$

$$K_R = [0.08745 \ 0.08715 \ 0.07667 \ 0.06583 \rightarrow$$

$$\leftarrow 0.05504 \ 0.04445 \ 0.03485],$$

$$K_W = [-0.09454 \ -0.03969 \ -0.02752].$$

当 $M_d = 2, M_R = 2$ 时, 求得

$$K_e = -0.08509,$$

$$K_y = -0.82509,$$

$$K_R = [0.09592 \ 0.09364 \ 0.08236],$$

$$K_W = [-0.09426 \ -0.03970 \ -0.02696].$$

当 $M_d = M_R = 0$ 时, 求得

$$K = [K_e \ K_y] = [-0.09060 \ -0.82327].$$

图8为 $M_d = 2, M_R = 2, 6$ 及 $M_d = M_R = 0$ 时的闭环系统输出响应, 实线表示目标值信号. 图9为相应的控制输入. 由图8和图9可见, 具有目标值预见和干扰预见作用的控制器对不确定系统的有效性, 这里状态变量 $x(k)^T x(k)$ 的图形不再给出.

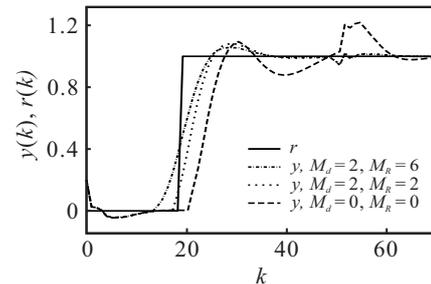


图8 M_d 不变、 M_R 取不同值与无预见情形闭环系统的输出响应

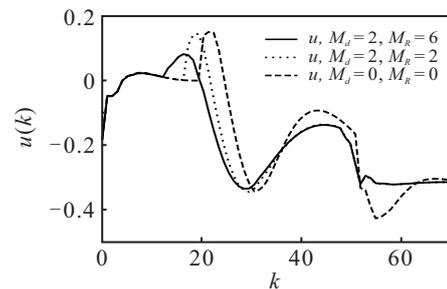


图9 M_d 不变、 M_R 取不同值与无预见情形闭环系统的控制输入

计算 $e(k)^T e(k)$ 如图10所示. 可见, 系统(1)的跟踪误差在有限时间段内都不超过一定的范围, 很好地实现了有限时间跟踪, 且预见控制可以使得所限制的范围变小.

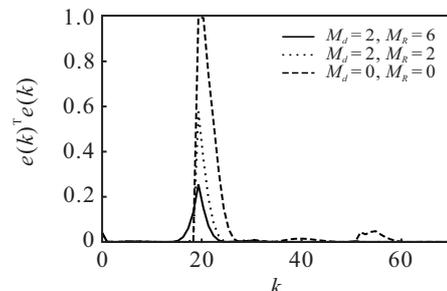


图10 $e(k)^T e(k)$ 的曲线图像

通过对多种形式的目标值信号和干扰信号仿真发现, 选择不同的参数 θ_1 、 θ_2 , 只要它们满足 $\theta_1 + \theta_2 = 1, \theta_1 \geq 0, \theta_2 \geq 0$, 闭环系统便具有很好的跟踪性能.

5 结论

本文研究了一类参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见跟踪控制问题. 采用预见控制理论中误差系统的方法推导出扩大误差系统, 使得状态变量中融合可预见的目标值信号和干扰信号的信息, 将原系统的有限时间跟踪控制问题转化为扩大误差系统的有限时间控制问题. 结合参数依赖 Lyapunov 思想和有限时间稳定性理论, 给出带有预见作用的输出反馈控制器. 最后通过求解一个 LMI 得到反馈增益矩阵, 仿真实例表明了预见控制器的有效性.

参考文献(References)

- [1] 李振璧, 贾汉坤, 李学洋. 切换奇异时滞系统事件触发机制的有限时间 H_∞ 滤波[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(23): 144-149.
(Li Z B, Jia H K, Li X Y. Finite-time H_∞ filtering for event triggering mechanism of switched singular time-delay systems[J]. Science Technology and Engineering, 2019, 19(23): 144-149.)
- [2] Wang F, Chen B, Sun Y M, et al. Finite time control of switched stochastic nonlinear systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2019, 365: 140-152.
- [3] Li M Q, Sun L Y, Yang R M. Finite-time H_∞ control for a class of discrete-time nonlinear singular systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(13): 5384-5393.
- [4] Bira N, Swarup A. Optimal preview control: A review[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2015, 36(2): 241-268.
- [5] Xu Y J, Liao F C, Liu Y X, et al. Research summary of preview control theory and its application[J]. Control Engineering of China, 2017, 24(9): 1741-1750.
- [6] Tomizuka M, Whitney D E. Optimal discrete finite preview problems(why and how is future information important?)[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1975, 97(4): 319-325.
- [7] Sheridan T B. Three models of preview control[J]. IEEE Transactions Human Factors in Electronics, 1966, 7(2): 91-102.
- [8] Tsuchiya T, Egami T. Digital preview and predictive control[M]. Beijing: Beijing Science and Technology Press, 1994: 35-48.
- [9] Katayama T, Ohki T, Inoue T, et al. Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand[J]. International Journal of Control, 1985, 41(3): 677-699.
- [10] Tomizuka M. Optimal continuous finite preview problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20(3): 362-365.
- [11] Katayama T, Hirono T. Design of an optimal servomechanism with preview action and its dual problem[J]. International Journal of Control, 1987, 45(2): 407-420.
- [12] Liao F C, Ren Z Q, Tomizuka M, et al. Preview control for impulse-free continuous-time descriptor systems[J]. International Journal of Control, 2015, 88(6): 1142-1149.
- [13] Liao F, Wang Y, Lu Y, et al. Optimal preview control for a class of linear continuous-time large-scale systems[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2018, 40(14): 4004-4013.
- [14] Lu Y R, Liao F C, Deng J M, et al. Cooperative optimal preview tracking for linear descriptor multi-agent systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(2): 908-934.
- [15] Kojima A. H_∞ controller design for preview and delayed systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(2): 404-419.
- [16] Gershon E, Shaken U. H_∞ preview tracking control of retarded state-multiplicative stochastic systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24(15): 2119-2135.
- [17] Saleh L, Chevrel P, Lafay J F. Generalized H_2 -preview control and its application to car lateral steering[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(2): 132-137.
- [18] Moelja A A, Meinsma G. H_2 control of preview systems[J]. Automatica, 2006, 42(6): 945-952.
- [19] Choi H D, Lee C J, Lim M T. Fuzzy preview control for half-vehicle electro-hydraulic suspension system[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(5): 2489-2500.
- [20] Sato T, Egami T, Tsuchiya T. Digital sliding mode servo systems with preview feedforward compensation[J]. Electrical Engineering in Japan, 2004, 149(1): 33-43.
- [21] Yim S. Design of preview controllers for active roll stabilization[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(4): 1805-1813.
- [22] 兰永红, 夏君君. 基于观测器的线性离散系统预见重复控制[J]. 计算机集成制造系统, 2020, 26(10): 2714-2722.
(Lan Y H, Xia J J. Observer based design of preview repetitive control for linear discrete systems[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2020, 26(10): 2714-2722.)
- [23] Lan Y H, Xia J J, Shi Y X. Robust guaranteed-cost preview repetitive control for polytopic uncertain discrete-time systems[J]. Algorithms, 2019, 12(1): 1-19.
- [24] Li L, Liao F C. Robust preview control for a class of uncertain discrete-time systems with time-varying

- delay[J]. ISA Transactions, 2018, 73: 11-21.
- [25] Li L, Yuan Y L. Output feedback preview control for polytopic uncertain discrete-time systems with time-varying delay[J]. International Journal of Robust Nonlinear Control, 2019, 29(9): 2619-2638.
- [26] Wang H X, Zhang H S. Finite horizon H_∞ preview control[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(2): 327-331.
- [27] Cohen A, Shaked U. Robust discrete-time H_∞ -optimal tracking with preview[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1998, 8(1): 29-37.
- [28] Wang H X, Zhang H S, Xie L H. Discrete-time preview control problem in finite horizon[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014: 1-7.
- [29] Wu J, Liao F C, Tomizuka M. Optimal preview control for a linear continuous-time stochastic control system in finite-time horizon[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(1): 129-137.
- [30] 廖福成, 徐玉洁. 状态时滞时变离散时间系统的最优预见控制器设计[J]. 北京科技大学学报, 2012, 34(2): 211-216.
(Liao F, Xu Y. Design of an optimal preview controller for time-varying discrete-time systems with state time-delay[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2012, 34(2): 211-216.)
- [31] 徐玉洁, 廖福成. 一类具有输入时滞的时变离散系统的预见控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 466-470.
(Xu Y J, Liao F C. Preview control for a class of time-varying discrete systems with input time-delay[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 466-470.)
- [32] Wang S Q, Jiang Y L, Li Y C, et al. Reliable observer-based H_∞ control for discrete-time fuzzy systems with time-varying delays and stochastic actuator faults via scaled small gain theorem[J]. Neurocomputing, 2015, 147(5): 251-259.
- [33] Chang X H, Zhang L, Park H P. Robust static output feedback H_∞ control for uncertain fuzzy systems[J]. Fuzzy Sets Systems, 2015, 273(15): 87-104.
- [34] Feng Z Y, Xu L, She J, et al. Optimization of coordinate transformation matrix for Hinf static-output-feedback control of linear discrete-time systems[J]. Asian Journal of Control, 2015, 17(1): 604-614.
- [35] Dong J X, Yang G H. Static output feedback H_∞ control of a class of nonlinear discrete-time systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(19): 2844-2859.
- [36] Li M Q, Sun L Y, Yang R M. Finite-time H_∞ control for a class of discrete-time nonlinear singular systems[J]. Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics, 2018, 355(13): 5384-5393.
- [37] Zong G D, Wang R H, Zheng W X, et al. Finite-time H_∞ control for discrete-time switched nonlinear systems with time delay[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(6): 914-936.
- [38] Zhang L X, Wang C H, Chen L J. Stability and stabilization of a class of multimode linear discrete-time systems with polytopic uncertainties[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(9): 3684-3692.
- [39] Sahin I H, Kasnakoglu C. An affine parameter dependent controller for an autonomous helicopter at different flight conditions[J]. IFAC-PapersOnLine, 2015, 48(9): 174-179.

作者简介

李丽(1989—), 女, 讲师, 博士, 从事鲁棒预见控制的研究, E-mail: lili@hbue.edu.cn;

卢延荣(1990—), 男, 讲师, 博士, 从事多智能体系统预见控制的研究, E-mail: sl20121269@163.com;

于晓(1991—), 女, 讲师, 博士, 从事非线性系统预见控制的研究, E-mail: yuxiao19@sdjzu.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)