

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法

李飞, 吴紫恒, 刘阡蓉, 葛二千

引用本文:

李飞, 吴紫恒, 刘阡蓉, 等. 基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法[J]. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2085–2094.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0113>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

#### 基于弱关联的自适应高维多目标进化算法

A weak association-based adaptive evolutionary algorithm for many-objective optimization

*控制与决策*. 2021, 36(8): 1804–1814 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1723>

#### 基于向量角分解的高维多目标进化算法

Many-objective evolutionary algorithm based on vector angle decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 761–768 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0925>

#### 基于复杂昂贵仿真的体系效能多目标优化

Complex and expensive simulation based multi-objective optimization to system-of-system effectiveness

*控制与决策*. 2021, 36(3): 589–598 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0844>

#### 基于分解的多目标多因子进化算法

A multiobjective multifactorial evolutionary algorithm based on decomposition

*控制与决策*. 2021, 36(3): 637–644 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0525>

#### 基于树形结构无界存档的多目标粒子群算法

Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on tree-structured unbounded archive

*控制与决策*. 2020, 35(11): 2675–2686 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0276>

# 基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法

李飞<sup>1,2†</sup>, 吴紫恒<sup>1</sup>, 刘闾蓉<sup>1</sup>, 葛二千<sup>1</sup>

(1. 安徽工业大学 电气与信息工程学院, 安徽 马鞍山 243032;

2. 安徽省高校电力电子与运动控制重点实验室, 安徽 马鞍山 243032)

**摘要:** 基于R2指标和分解策略的多目标粒子群优化算法(R2-MOPSO)在求解2、3个目标优化问题时具有较好的收敛性和多样性,但在求解高维多目标优化问题时难度较大. 对此,提出一种基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法(R2-MOPSO-II). 首先借鉴R2指标和目标空间分解策略综合权衡选择过程的收敛性和多样性,设计双层档案维护策略;然后设计一种新的向导选择策略来连接目标空间和决策变量空间,进而提出一种基于双层档案的速度和位置更新新策略以权衡粒子群优化算法的勘探和开采能力;最后通过引入高斯学习策略和精英学习策略防止粒子陷入局部最优前沿. 数值仿真结果表明,所提出算法在求解DTLZ和WFG测试问题时具有较好的收敛性和多样性.

**关键词:** 高维多目标优化; 粒子群优化算法; 双层档案; 局部最优; R2指标; 目标空间分解

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0113

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 李飞,吴紫恒,刘闾蓉,等. 基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2085-2094.

## R2 indicator and objective space partition based many-objective particle swarm optimizer

LI Fei<sup>1,2†</sup>, WU Zi-heng<sup>1</sup>, LIU Kan-rong<sup>1</sup>, GE Er-qian<sup>1</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243032, China;

2. Anhui Provincial Key Laboratory of Power Electronics and Motion Control, Ma'anshan 243032, China)

**Abstract:** The R2 indicator and decomposition based multiple particle swarm optimizer (R2-MOPSO) is suitable for solving two and three objectives optimization problems in terms of the convergence and diversity. However, it is difficult for the R2-MOPSO to address many-objective optimization problems (MaOPs). Therefore, we propose an R2 indicator and objective space partition based many-objective particle swarm optimizer (R2-MOPSO-II) to solve MaOPs. Firstly, a new bi-level archive maintenance strategy is introduced to balance the convergence and diversity after considering the R2 indicator and the objective space partition strategy. Then, a new leader selection strategy gives the bridge between objective space and decision variable space. The modified velocity updated equation based on bi-level archive is introduced to balance the exploration and exploitation. Finally, the Gaussian learning strategy and the elitist learning strategy are embedded into the proposed algorithm to help the algorithm jump out of local Pareto front. The numerical simulation results show that the proposed algorithm has achieved better convergence and diversity for solving DTLZ and WFG test instances.

**Keywords:** many-objective optimization problems; particle swarm optimizer; bi-level archive; local Pareto front; R2 indicator; objective space partition strategy

## 0 引言

复杂工业过程中存在很多包含多个目标优化的多目标优化问题,如轧钢生产过程的厚度负荷分配

和发电站电力系统负荷优化问题等,此类生产和生活中常见的问题形式吸引了研究人员的广泛关注. 在人工智能驱动自动化领域,优化目标包含4个及以

收稿日期: 2020-02-05; 修回日期: 2020-05-23.

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(61903003); 安徽省自然科学基金青年项目(2008085QE227); 安徽省高校自然科学基金重点研究项目(KJ2019A0051); 安徽省高校电力电子与运动控制重点实验室开放课题(PEMC201903).

责任编辑: 巩敦卫.

†通讯作者. E-mail: lanceleeneu@126.com.

上的优化问题被称为高维多目标优化问题 (many-objective optimization problems, MaOPs)<sup>[1-4]</sup>.

进化多目标优化算法 (evolutionary multi-objective optimization algorithms, EMOAs) 如 NSGA-II<sup>[5]</sup> 和 MOEA/D<sup>[6]</sup> 在求解 2、3 个目标优化问题时具有较好的效果,但在求解 MaOPs 时性能较差. 为了增强算法的综合性能,研究人员分别从 3 个方面对 EMOAs 进行了改进<sup>[1]</sup>: 1) 收敛性增强型机制. 此类算法主要通过提出新的支配理论或修改 Pareto 支配关系增强算法的选择压力,具有代表性的算法如 PICEA-g<sup>[7]</sup>、PICEA-w<sup>[8]</sup>、GrEA<sup>[9]</sup> 和 AnD<sup>[10]</sup>,不同收敛性增强机制可显著增强算法的能力. 2) 基于分解的 EMOAs. 此类算法的核心在于将 MOPs 分解为多个单目标优化问题协同求解,该算法主要包括权值设定、分解机制、子代生成和环境选择 4 个方面,代表性算法如 MOEA/DD<sup>[11]</sup>、RVEA<sup>[12]</sup>、NSGA-III<sup>[13]</sup>、MOEA/D-LWS<sup>[14]</sup>、RPEA<sup>[15]</sup> 和 one-by-one EA<sup>[16]</sup> 等. 3) 基于评价指标的 EMOAs. 此类算法的核心在于设计或选择合适的性能评价指标,提高算法的收敛性和多样性,代表性算法包括 HypE<sup>[17]</sup> 和 R2-EMOA<sup>[18]</sup>.

EMOAs 求解 MaOPs 取得了很大的进展,但是如何将群智能优化算法,特别是性能优越的粒子群优化算法 (particle swarm optimization, PSO)<sup>[19]</sup> 拓展到 MaOPs 求解过程中仍存在许多难点. Liu 团队<sup>[20]</sup> 提出了 R2-MOPSO 算法求解 2、3 个目标的优化问题,但是如何将该算法拓展到高维空间仍面临 3 个主要问题: 1) 如何综合权衡算法的收敛性和多样性; 2) 如何综合权衡演化过程的勘探和开采能力; 3) 如何协助粒子群跳出局部最优. 为了更好地将 R2-MOPSO 算法拓展到 MaOPs 求解过程中,本文通过深入研究和大量实验分析,设计基于 R2 指标和目标空间分解的双层档案维护机制、新的向导选择机制和学习策略,提出一种基于 R2 指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法——R2-MOPSO-II.

## 1 相关工作

多目标粒子群优化算法按照选择机制不同,主要分为 3 类: 基于 Pareto 支配、分解和评价指标的多目标粒子群优化算法<sup>[20-21]</sup>.

### 1.1 基于 Pareto 支配的多目标粒子群优化算法

2004 年, Coello 等<sup>[21]</sup> 首次将 Pareto 支配和外部存档机制拓展到 PSO 求解多目标优化问题中. Lin 等<sup>[22]</sup> 通过融合均衡适应度预测方法、新的速度更新公式、模拟二进制交叉和多项式变异算子,提出了 NMPSO 算法以求解高维多目标优化问题,使算法的收敛性

和多样性得到了显著增强. Yen 研究团队<sup>[23]</sup> 将文化框架嵌入到 MOPSO 中,通过分析演化过程中候选解在目标空间的分布特性,构建了信度空间和种群搜索空间,采用信度空间的信度自适应修正 MOPSO 中的关键参数. Yen 团队<sup>[24]</sup> 结合收敛性和多样性设计两阶段选择和平行坐标系统并拓展到求解 MaOPs 中,提出了 MaOPSO/2s-pccs 算法,算法在求解 DTLZ 测试问题时,其效果比常规的高维多目标优化算法要好. 基于 Pareto 支配的多目标粒子群优化算法的重点在于如何将 Pareto 支配引入到 MOPSO 中,并对向导选择机制、档案维护机制和粒子学习过程进行深入研究. 通过引入新的支配策略和定量评价指标,将算法拓展到高维多目标优化问题求解过程中. 但是,此类算法在演化阶段大都引入了进化算子,在求解多前沿高维多目标优化问题时算法性能有了很大提升.

### 1.2 基于分解的多目标粒子群优化算法

2008 年, Zhang 等<sup>[6]</sup> 提出了基于分解策略的进化多目标优化算法,将多属性决策与多目标优化结合起来. Coello 团队<sup>[25]</sup> 将分解策略嵌入 MOPSO 中. Dai 等<sup>[26]</sup> 将目标空间分区和差分进化思想嵌入 dMOPSO 算法中来求解复杂 PS 问题,提出了 MPSO/D 算法,该算法在求解 UF 系列测试问题时取得了很好的效果. Moubayed 等<sup>[27]</sup> 将 Pareto 支配与分解策略两种选择机制进行融合用于权衡算法的收敛性和多样性,提出了 D2MOPSO 算法,在求解 2、3 个目标 MOPs 时取得了很好的效果. Zhan 等<sup>[28]</sup> 提出了多种群多目标协同优化框架,通过子种群对每个目标函数进行优化,设置基于 Pareto 支配的档案维护机制以求解 2、3 个目标的多目标优化问题. Zhan 团队<sup>[29]</sup> 在该框架的基础上,通过引入瓶颈目标学习策略提出了协同进化粒子群优化算法以求解高维多目标优化问题. 瓶颈目标学习策略的本质是对档案种群采用精英学习和关键学习(进化算法)进行二次学习,达到综合权衡学习和进化过程中的勘探和开采能力,打破 PSO 无法有效求解多前沿高维多目标优化问题的瓶颈问题. 总之,基于分解的多目标粒子群优化算法在求解 2、3 个目标的多目标优化问题时具有较好的收敛性和多样性,但在求解复杂前沿问题时,难以综合权衡算法的勘探和开采能力,需要引入其他进化策略或学习机制.

### 1.3 基于性能评价指标的多目标粒子群优化算法

2014 年, Coello 团队<sup>[30]</sup> 提出了 MOPSO<sub>hv</sub> 算法以求解高维多目标优化问题. 然而, Hypervolume 指标难以有效权衡计算时间复杂度与计算精度之间的

矛盾,因而难以求解高维多目标优化问题. 通过研究 R2-EMOAs<sup>[18]</sup> 发现, R2 指标可以替代 Hypervolume 指标来求解 MaOPs. Li 等<sup>[20]</sup> 将 R2 指标与 PBI 分解策略相结合来求解多目标优化问题, 提出了 R2-MOPSO 算法. 文献[31]在 R2-MOPSO 的基础上提出了 IR2-MOPSO 算法, 在解决高维多目标优化问题时取得了很好的效果. Wei 团队将 R2-MOPSO 算法<sup>[20]</sup> 拓展到 UF、DTLZ 和 WFG 等测试问题的求解过程中, 提出了 R2HMOPSO<sup>[32]</sup> 和 R2SMMOPSO<sup>[33]</sup> 两种算法. 但是, R2-MOPSO 算法<sup>[20]</sup> 和立足于此的改进型算法在求解 DTLZ 和 WFG 系列高维多目标优化问题时难以满足决策者的需求.

## 2 基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法

### 2.1 主要动机和创新性

2015 年, Liu 团队<sup>[20]</sup> 提出的 R2-MOPSO 算法解答了能否将 R2 指标与分解策略集成来求解多目标优化问题的疑问. 算法采用 R2 隐式精英保持策略选择全局最优向导, 并利用 PBI 分解方法更新个体最优向导, 将精英学习策略和高斯学习策略嵌入算法中, 协助跳出局部最优前沿. 数值仿真实验结果表明, 算法在求解 MOPs 时具有较好的性能, 但在求解多前沿 MOPs 和 MaOPs 时仍然面临诸多问题. 如何改进 R2-MOPSO 而不引入其他进化算法来求解 MaOPs 更值得关注和研究.

R2-MOPSO 算法求解 MaOPs 时, 难点主要包含 3 个方面: 1) 如何合理有效地设计外部档案维护策略以权衡算法的收敛性与多样性; 2) 如何充分挖掘目标空间中的有效信息以平衡勘探和开采的能力; 3) 常规粒子学习机制不太适合求解 MaOPs, 如何修正速度和位置更新策略也是研究难点. 设计 R2-MOPSO 时, 仅采用 R2 隐式精英保持策略来修剪候选解, 可以选择综合性能较好的候选解, 该策略虽然在一定程度上增强了算法的选择压力, 即算法的收敛性较好, 但多样性缺失严重.

图 1 给出了 R2-MOPSO 和 R2-MOPSO-II 两种算法的环境选择示意. 二者的最大区别在于采用何种策略权衡种群的收敛性与多样性. 图 1 中,  $\{p_1, p_2, \dots, p_8\}$  为集成候选解, 给定一组均匀分布的权值向量  $\{\lambda^1, \dots, \lambda^4\}$  以获得与其对应的空间  $\{M_1, \dots, M_4\}$ . R2-MOPSO 选择机制主要选择实心点  $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ . 孤立子空间  $\{M_2, M_3\}$  中的候选解  $\{p_7, p_8\}$  对整个算法的多样性有很大的贡献, 然而采用 R2-MOPSO 算法修剪候选解时, 却丢掉了多样性很好

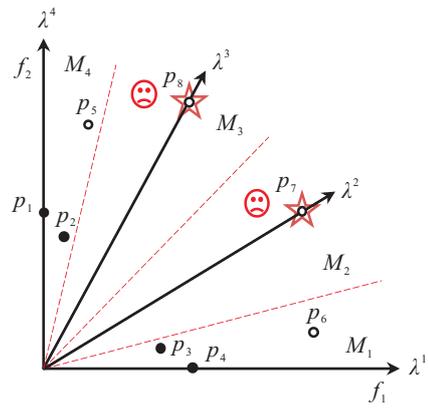


图 1 R2-MOPSO 和 R2-MOPSO-II 选择示意

的候选解. 如果仅采用 R2 指标修剪候选解, 则 R2-MOPSO 算法在求解高维多目标优化问题时, 多样性缺失较为严重. 为了增强算法选择过程的多样性, 借鉴目标空间分解策略的多样性保持机制, 设计双层档案修正策略. 双层外部档案维护策略首先选择实心点  $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ , 然后选择五角星点  $\{p_7, p_8\}$ , 最终修剪之后的候选解集为  $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_7, p_8\}$ .

如何选择向导对于权衡算法的勘探和开采能力尤为重要. R2-MOPSO 算法从修剪后的候选解中随机选择一个全局最优向导 (global best leader, gBest) 来引导搜索, 并采用 PBI 分解方法对个体最优向导 (personal best leader, pBest) 进行更新. 该策略在求解 MOPs 时效果很好, 但在求解 MaOPs 时, 难以较好地权衡算法的勘探与开采能力. 既然双层档案维护策略已充分挖掘出收敛性和多样性都较好的候选解, 可以将目标空间分解得到的候选解作为目标空间分解向导 osd 来引导搜索, 以便更好地处理 MaOPs. 与此同时, 选择 R2 贡献值最大的候选解作为 gBest 以提高算法的收敛性, 而 pBest 采用常规的 Pareto 支配关系进行更新. 通过双层档案维护机制综合权衡算法的收敛性与多样性, 将收敛性最好的候选解 gBest、多样性较好的候选解 osd 以及粒子个体最优信息 pBest 作为向导, 可以更好地引导粒子搜索. 通过选择合理的向导, 连接目标空间和决策变量空间, 从而增强 PSO 的勘探和开采能力.

粒子速度和位置更新策略是学习的核心. 通过综合考虑双层外部档案维护策略和向导选择机制, 根据在目标空间和决策变量空间挖掘得到的有效信息, 结合常规 PSO 学习机制, 设计新的速度和位置更新策略, 进而增强算法的勘探和开采能力. 为了更好地协助算法跳出局部最优前沿, R2-MOPSO-II 继承了 R2-MOPSO 所采用的 ELS 和 GLS.

本文算法的主要创新点包括以下 3 个方面:

1) 提出双层外部档案维护策略,该策略综合R2指标和目标空间分解策略以权衡算法的收敛性与多样性来求解MaOPs.

2) 提出一种新的向导选择机制,向导作为从双层外部档案获得的反馈信息引导决策变量空间的粒子学习,该策略连接目标空间和决策变量空间.

3) 提出基于双层档案的速度和位置更新策略,该策略可以增强算法的勘探和开采能力.与此同时,将ELS和GLS嵌入R2-MOPSO-II中,协助粒子群跳出局部前沿.

## 2.2 基于R2指标和目标空间分解的双层存档策略

档案在权衡算法求解MaOPs时的收敛性与多样性方面尤为重要.R2-MOPSO仅采用隐式环境选择机制并未引入外部档案来权衡收敛性与多样性.设计外部档案时,往往需要设定档案大小,当超过档案设定值时,采用档案维护策略对档案进行修剪,此时将不可避免地引入附加参数.R2-MOPSO-II算法提出一种无约束双层存档策略,下面给出双层存档策略的算法伪代码,该策略可以综合权衡算法的收敛性与多样性.

### 算法1 双层存档策略.

- 1)  $R \leftarrow A \cup P$ ;
- 2) \\\*基于R2指标的首次选择过程\*\\
- 3) 计算每个候选解的R2贡献值;
- 4) 找到有R2贡献值的候选解标号Index;
- 5)  $A_{R2} \leftarrow R(\text{Index})$ ;
- 6) \\\*基于目标空间分解的二次选择过程\*\\
- 7) 根据目标空间策略和候选解进行分区得 $M_i$ ;
- 8)  $M(A_{R2}) \leftarrow 0$ ;
- 9) for  $i = 1$  to  $|A|$
- 10) if 子空间 $M_i$ 非空 then
- 11)  $S = R(M_i)$ ;
- 12) if  $S$ 包含多于1个候选解 then
- 13) 计算PBI值;
- 14)  $A_{osd} \leftarrow A_{osd} \cup S(\min(\text{osd}))$ ;
- 15) end if
- 16) end if
- 17) end for
- 18)  $A \leftarrow A_{R2} \cup A_{osd}$ . \\\*集成档案\*\\

首先,通过计算每个候选解的R2贡献值,找出有贡献的候选解.此时,R2评价指标虽然可以综合评价算法的收敛性和多样性,但在求解MaOPs时,仅采用R2评价指标更侧重于收敛性.因此,第1层选择只考虑那些对R2指标有贡献的候选解,这些候选解是对

整个算法收敛性贡献最大的候选解,其中效用函数选择逆加权切比雪夫标量化函数.算法1的步骤1)~步骤5)给出了基于R2指标的首次选择过程.外部档案第1层的个体保存为 $A_{R2}$ .

其次,如何充分挖掘剩下候选解中多样性和收敛性都较好的候选解,是第2层选择的关键.目标空间分解策略作为较好的多样性保持机制,可以很好地维持档案的多样性.目标空间分解策略的本质是:采用均匀分布的权值向量,将目标空间分成若干子空间以保证候选解分布的多样性.具体而言,对于每一个给定的权值向量 $\lambda^i = (\lambda_1^i, \dots, \lambda_m^i) (i \in \{1, \dots, N\})$ ,对应的子空间 $M_i$ 定义如下:

$$M_i = \{F(x) \in R^m | (F(x), \lambda^i) \leq (F(x), \lambda^j)\}. \quad (1)$$

其中: $j \in \{1, \dots, N\}$ ,  $(F(x), \lambda^i)$ 为 $F(x)$ 与 $\lambda^j$ 之间的夹角.候选解被划分成 $N$ 个子空间 $M_1, M_2, \dots, M_N$ .二次选择过程不再考虑第1层候选解子空间中的余下候选解,而是从剩下的子空间中选择候选解以保证算法的多样性.根据子空间中候选解的数目选择综合性能较好的候选解:当子空间中仅有1个候选解时,为了保证算法的多样性,直接保留该候选解;当子空间中候选解的个数大于1时,采用PBI分解方法来选择PBI值最小的候选解.即

$$\text{PBI}(x|\lambda, z^*) = d_1 + \theta \times d_2. \quad (2)$$

其中: $d_1 = \|(F(x) - z^*)^T \lambda\| / \|\lambda\|$ ,  $d_2 = \|(F(x) - z^*) - d_1 \lambda\| / \|\lambda\|$ ,  $\lambda_j \geq 0$ 且 $\sum_{j=1}^m \lambda_j = 1$ ,  $z_j^* = \min\{F_j(x) | x \in \Omega\}$ ,  $z^*$ 为参考点.PBI值越小,候选解的收敛性和多样性越好.综合考虑目标空间分解策略和PBI标量化方法,第2层候选解记为 $A_{osd}$ 以保证双层档案的多样性.算法1中的步骤6)~步骤17)给出了基于目标空间分解的二次选择过程.

最后,步骤18)集成 $A_{R2}$ 与 $A_{osd}$ ,所提出的双层档案维护策略可以充分挖掘目标空间中的有效信息,综合权衡算法的收敛性与多样性,其核心思想主要关心收敛性和多样性很好的候选解,而丢弃那些决策者不偏好的候选解.通过基于R2指标和目标空间分解的双层存档策略可以综合权衡算法的收敛性与多样性.

## 2.3 R2-MOPSO-II的向导选择机制

将PSO算法拓展到多目标优化问题求解过程不同于进化算法求解MOPs和MaOPs.PSO作为一种学习型算法,群体中的每个粒子都需要向个体最优和全局最优个体进行学习以找到最优解.在多目标优化领域中并不存在单一最优解,需要重新设计最优向导

选择机制. 个体最优向导  $pBest$  和全局最优向导  $gBest$  分别采用何种策略进行更新, 从而连接决策变量空间和目标空间, 对于权衡算法演化过程的勘探与开采能力尤为重要. 本文考虑充分挖掘双层档案中多样性和收敛性较好的个体, 协助群体跳出局部 Pareto 前沿. 从双层档案中选择3个向导来引导整个粒子群飞行, 下面具体阐述如何从双层档案中选择向导.

1) 双层存档策略作为权衡算法收敛性与多样性的关键机制: 第1层是基于R2指标的选择机制, 在兼顾多样性的情况下更看重收敛性; 第2层是基于目标空间分解的选择机制, 其在兼顾收敛性的情况下更看重多样性. 在求解 MaOPs 时, 随机选择  $gBest$  具有很大的盲目性. 为了发挥 PSO 算法的快速收敛特性, 从第1层候选解中选择R2贡献值最大的粒子作为  $gBest$  引导搜索.

2) 从双层档案中的第2层候选解中随机选择一个  $osd$  向导以增强算法的勘探能力, 配合  $gBest$  引导粒子, 有效增强算法的勘探和开采能力, 协助解决多前沿 MaOPs.

3) 采用常规 Pareto 支配策略更新  $pBest$  向导. 如果粒子的当前位置支配  $pBest$ , 则对  $pBest$  进行更新; 如果粒子的当前位置不支配  $pBest$ , 则  $pBest$  保持不变且将粒子年龄增加1岁; 如果粒子的年龄超过设定值  $T_a$ , 粒子有可能陷入局部最优, 则对整个粒子群采用 GLS 进行智能初始化处理.

$gBest$ 、 $pBest$  和  $osd$  向导选择机制主要关注点在于目标空间, 即如何充分挖掘目标空间中收敛性和多样性较好的候选解, 这些向导作为连接目标空间和决策变量空间之间的桥梁. 新的向导选择机制可以综合权衡决策变量空间的勘探与开采的能力.

## 2.4 基于双层档案的速度更新公式

根据  $gBest$ 、 $pBest$  和  $osd$  向导, 重新设计速度和位置更新策略, 速度和位置更新公式如下所示:

$$v_i^{t+1} = \omega v_i^t + c_1 r_1 (x_{pBest,i}^t - x_i^t) + c_2 r_2 (x_{gBest}^t - x_i^t) + c_3 r_3 (x_{osd}^t - x_i^t), \quad (3)$$

$$x_i^{t+1} = v_i^{t+1} + x_i^t. \quad (4)$$

其中:  $\omega$  为惯性权值,  $\omega$  随着迭代次数的增加从0.9线性下降到0.4;  $c_1$ 、 $c_2$  和  $c_3$  为 PSO 算法的学习参数, 设定为4/3;  $r_1$ 、 $r_2$  和  $r_3$  为[0,1]之间的随机数.

## 2.5 高斯学习策略与精英学习策略

GLS 和 ELS 可以协助粒子群跳出局部前沿. 如果  $pBest$  多次未更新, 则整个粒子群极有可能陷入局部最优, 此时执行 GLS 重置策略, 即

$$x_i^{t+1} \sim N\left(\frac{x_{gBest} - x_{pBest,i}}{2}, |x_{gBest} - x_{pBest,i}|\right). \quad (5)$$

通过  $pBest$  和  $gBest$  协同学习机制, 可以确保整个粒子群的勘探与开采能力, 使得算法快速跳出局部前沿以逼近真实前沿.

采用 GLS 虽然能协助粒子跳出局部前沿, 但单独采用该策略, 仍无法满足算法求解 MaOPs 的要求. 为了进一步提高 R2-MOPSO-II 的性能, 引入 ELS 解决多前沿 MaOPs, 其数学表达式为

$$E_i(j) \sim E_i(j) + (x_{ub}(j) - x_{lb}(j))N(0, 1). \quad (6)$$

其中:  $x_{ub}(j)$  和  $x_{lb}(j)$  分别代表第  $j$  维决策变量的上限和下限,  $N(0, 1)$  代表均值为0方差为1的随机数.

## 2.6 R2-MOPSO-II完整算法

R2-MOPSO-II 算法包括: 双层存档策略、新的向导选择机制、基于双层档案的速度更新公式、精英学习策略和高斯学习策略. 算法伪代码如下.

### 算法2 R2-MOPSO-II完整算法.

- 1) 初始化  $N$  个粒子  $P_0$  及均匀分布权值向量  $\Lambda$ ;
- 2) 采用算法1修剪  $P_0$  初始化外部档案  $A_0$ ;
- 3) repeat
- 4) 从档案  $A$  中选择  $gBest$  和  $osd$  向导;
- 5) for  $i = 1$  to  $N$
- 6) if  $a_i^t < T_a$  then
- 7) 根据式(3)更新粒子的速度  $v_i^{t+1}$ ;
- 8) 根据式(4)更新粒子的位置  $x_i^{t+1}$ ;
- 9) else
- 10) 根据式(5)执行 GLS 操作;
- 11) end if
- 12) 采用 Pareto 支持更新  $pBest$ ;
- 13) end for
- 14) 根据式(6)执行 ELS 操作, 得到精英种群  $E$ ;
- 15) 采用算法1修剪集成候选解  $A \cup E$ ;
- 16) until  $t > \max It$
- 17) 返回最终解: 档案  $A$ .

首先, R2-MOPSO-II 算法的初始化过程主要包含3部分: 初始化  $N$  个粒子  $P_0$ , 一组均匀分布的权值向量  $\Lambda$ , 采用双层存档策略修剪初始化粒子  $P_0$  作为初始化外部档案  $A_0$ , 在算法2中步骤1)和2)完成该初始化过程.

然后, 从步骤3)~16)完成迭代寻优. 步骤4)主要完成新的向导选择. 根据步骤4)选择的向导采用基于双层档案的速度和位置更新公式(3)和(4)对整个粒子群的飞行进行控制. 若  $pBest$  超过  $T_a$  次没有发

生变化,则整个粒子群极有可能陷入局部最优,此时采用GLS学习机制协助粒子群跳出局部最优.在步骤12)中采用Pareto支配关系对pBest进行更新.为了更好地采用PSO算法求解多前沿MaOPs,粒子群完成速度和位置更新后,在步骤14)对更新后的粒子群采用ELS获得精英学习粒子群.将该精英学习粒子群与外部档案集成,在步骤15)中采用算法1所给出的双层存档策略对集成候选解进行修剪.

最后,当达到最大迭代次数maxIt时,返回档案中存储的候选解作为近似Pareto解.

### 3 实验

#### 3.1 测试问题和参数设置

实验主要选择两类具有代表性的高维多目标优化问题:DTLZ<sup>[34]</sup>和WFG<sup>[35]</sup>.每个测试问题的目标维数从3增加到15,即目标空间维数 $m \in \{3, 5, 8, 10, 15\}$ .对于DTLZ问题,决策变量个数设定为 $n = m + k - 1$ .DTLZ 1中的 $k$ 值取5,DTLZ 2到DTLZ 4的 $k$ 值取10.对于WFG系列测试问题,决策变量个数为 $n = k + l$ .其中: $k = 2 \times (m - 1)$ 代表位置相关变量, $l = 20$ 代表距离相关变量.IGD和HV指标可以综合评价算法的收敛性与多样性<sup>[36-37]</sup>,采用这两种指标评价各种算法在求解DTLZ和WFG系列测试问题时的综合性能.R2-MOPSO-II算法对比于5种常见多目标优化算法:R2-MOPSO<sup>[20]</sup>、DBEA<sup>[38]</sup>、MOEA/D-PBI<sup>[6]</sup>、dMOPSO<sup>[25]</sup>和CMOPSO<sup>[39]</sup>.算法参数参考相应的文献[6, 20, 25, 38, 39],其中DBEA、MOEA/D-PBI、dMOPSO和CMOPSO算法的运行平台为安徽大学张兴义团队的PlatEMO<sup>[40]</sup>.

#### 3.2 DTLZ系列测试问题实验结果与分析

DTLZ系列测试问题的真实前沿分布较为规则,根据文献[36-37],采用IGD指标评价各个算法的收敛性和多样性.R2-MOPSO-II算法和其他算法所得实验结果如表1所示.其中:实验最好结果用加粗表示,+、=和-代表R2-MOPSO-II分别优于、等价于和劣于对比算法.整体来看,R2-MOPSO-II比其他算法在求解DTLZ问题时具有更好的效果,而且R2-MOPSO-II在高维目标空间的优势更加明显.下面将逐一分析算法求解不同DTLZ测试问题的实验结果.

DTLZ 1的真实前沿为超平面,求解此类问题的难点在于如何协助种群跳出局部PF.根据表1获得的IGD指标可知,R2-MOPSO-II无论是从均值或方差都优于其他5种对比算法.R2-MOPSO、dMOPSO和CMOPSO算法作为3种典型的MOPSO算法难以收敛;DBEA算法的收敛性较好,但多样性

较差;MOEA/D-PBI在低维空间的效果较好,但却难以求解高维问题;R2-MOPSO-II算法通过引入双层档案维护机制,设计新的向导选择机制和速度及位置更新策略,更适合求解DTLZ1测试问题,解决了R2-MOPSO算法所无法解决的问题.

DTLZ 2是一个相对简单的问题.由表1可知:R2-MOPSO-II和MOEA/D-PBI算法取得了最好的效果;MOEA/D-PBI算法作为基于分解策略的高维多目标进化算法的典型代表,在求解3、5和10维MaOPs时具有更好的效果;R2-MOPSO-II在8维和15维DTLZ2问题上的效果最好;R2-MOPSO-II算法在3~15维DTLZ2问题上,从均值和方差来看都优于其他对比算法,通过对比母代算法R2-MOPSO,R2-MOPSO-II算法得益于新的向导选择机制,使算法具有更优的鲁棒性.

DTLZ 3是一个包含大量局部前沿的高维多目标优化问题.据表1给出的各个算法在求解DTLZ3问题时得到的IGD指标值可知,本文所提出算法在数量级上优于5种对比算法.表1的统计指标还表明:R2-MOPSO-II算法在求解8、10和15维DTLZ3问题时,具有更好的性能;R2-MOPSO、dMOPSO和CMOPSO三种常规MOPSO算法无法解决此类问题;MOEA/D-PBI适合求解3目标DTLZ3问题.

各个算法所获得的近似Pareto前沿分布如图2所示.对比图2(a)和(b)可知,R2-MOPSO-II算法的综合性能优于R2-MOPSO,通过设计基于R2指标和目标空间分解的双层档案维护机制,可以增强算法求解多前沿高维多目标优化问题的能力.R2-MOPSO、dMOPSO和CMOPSO算法由于没有较好地解决收敛性与多样性、勘探与开采能力的权衡问题,无法收敛到真实前沿,如图2(b)、(e)和(f)所示.对比三者所获得的近似前沿可以发现,dMOPSO算法的多样性好于R2-MOPSO和CMOPSO.由图2(c)和(d)可知,DBEA的收敛性较好但是多样性很差,MOEA/D-PBI无论收敛性还是多样性都较差.

DTLZ 4与DTLZ 2、DTLZ 3具有相同的Pareto前沿,但目标函数具有较强的偏差特性.由表1可知,R2-MOPSO-II和CMOPSO在求解3个目标的DTLZ 4时具有相似的特性,CMOPSO可以均匀快速地收敛到Pareto前沿,但是算法在求解高维问题时仍然面临早熟收敛的问题.通过设计双层档案维护机制和新的速度、位置更新策略增强算法的多样性,可以提高搜索结果的均匀性.根据表1,对比R2-MOPSO-II、R2-MOPSO和dMOPSO,R2-MOPSO-II

表1 各个算法在求解DTLZ测试问题时对应的IGD均值和方差

测试问题	$m$	R2-MOPSO-II	R2-MOPSO	DBEA	MOEA/D-PBI	dMOPSO	CMOPSO
DTLZ 1	3	2.06e-02	+ 3.67e+00	+ 2.19e-02	+ 2.14e-02	+ 6.43e+00	+ 5.75e+00
		7.16e-05	1.98e+00	1.60e-03	8.06e-04	2.24e+00	5.03e+00
	5	5.28e-02	+ 2.17e+00	+ 2.58e-01	+ 5.39e-02	+ 3.64e+00	+ 7.84e+00
		5.93e-04	8.68e-01	2.98e-01	1.99e-03	1.89e+00	3.44e+00
	8	9.72e-02	+ 2.49e+00	+ 6.50e-01	+ 1.04e-01	+ 4.66e+00	+ 3.89e+01
		7.36e-04	1.26e+00	4.36e-01	1.37e-02	2.00e+00	1.69e+01
10	1.07e-01	+ 1.94e+00	+ 3.68e-01	+ 1.26e-01	+ 3.51e+00	+ 4.39e+01	
	4.47e-04	6.14e-01	5.97e-02	2.79e-02	2.03e+00	2.25e+01	
15	1.70e-01	+ 3.50e+00	+ 9.47e-01	+ 3.17e-01	+ 4.93e+00	+ 5.75e+01	
	3.62e-03	1.80e+00	5.22e-01	5.75e-01	1.87e+00	2.51e+01	
DTLZ 2	3	5.65e-02	+ 3.36e-01	= 5.63e-02	- 5.48e-02	+ 4.24e-01	= 6.11e-02
		4.09e-04	2.42e-02	4.78e-04	1.98e-04	1.66e-02	1.34e-03
	5	1.66e-01	+ 4.48e-01	+ 1.69e-01	- 1.65e-01	+ 3.06e-01	+ 2.67e-01
		1.93e-04	1.62e-02	6.85e-04	4.70e-05	1.25e-02	1.48e-02
	8	3.18e-01	+ 6.68e-01	+ 3.29e-01	+ 3.22e-01	+ 6.50e-01	+ 2.31e+00
		2.74e-04	2.57e-02	2.57e-03	2.29e-02	1.90e-02	2.86e-02
10	4.20e-01	+ 7.52e-01	+ 4.32e-01	= 4.22e-01	+ 7.17e-01	+ 4.28e+00	
	5.86e-04	1.72e-02	2.06e-03	7.50e-04	2.02e-02	8.00e-02	
15	6.22e-01	+ 9.66e-01	+ 1.29e+00	+ 7.70e-01	+ 1.05e+00	+ 3.32e+00	
	5.97e-04	2.44e-02	0.00e+00	2.54e-01	2.20e-02	4.72e-01	
DTLZ 3	3	5.86e-02	+ 6.63e+01	+ 3.83e-01	= 5.83e-02	+ 6.89e+01	+ 4.52e+01
		2.71e-03	2.37e+01	9.20e-01	2.09e-03	2.78e+01	2.80e+01
	5	2.30e-01	+ 4.26e+01	= 1.68e-01	+ 6.38e-01	+ 6.91e+01	+ 1.13e+02
		2.80e-01	1.27e+01	2.68e-03	1.20e+00	2.20e+01	2.94e+01
	8	4.03e-01	+ 7.67e+01	+ 1.15e+00	+ 1.11e+01	+ 8.21e+01	+ 5.65e+02
		2.82e-01	1.86e+01	1.54e-01	2.92e+01	1.64e+01	1.35e+02
10	4.18e-01	+ 6.16e+01	+ 1.24e+00	= 4.26e-01	+ 7.42e+01	+ 5.33e+02	
	2.17e-03	1.72e+01	4.56e-16	3.14e-03	1.85e+01	8.99e+01	
15	6.24e-01	+ 7.07e+01	+ 1.29e+00	+ 2.84e+01	+ 7.94e+01	+ 1.11e+03	
	4.52e-03	2.01e+01	5.50e-05	4.65e+01	1.68e+01	9.04e+01	
DTLZ 4	3	5.77e-02	+ 6.68e-01	+ 2.52e-01	+ 1.50e-01	+ 7.40e-01	= 6.43e-02
		3.35e-04	5.40e-02	2.47e-01	1.81e-01	1.16e-01	2.35e-03
	5	1.65e-01	+ 6.37e-01	+ 3.70e-01	+ 2.26e-01	+ 5.90e-01	+ 3.05e-01
		1.81e-04	3.21e-02	1.70e-01	1.08e-01	4.19e-02	2.01e-02
	8	3.21e-01	+ 7.26e-01	+ 4.63e-01	+ 4.07e-01	+ 6.94e-01	+ 1.69e+00
		8.79e-04	2.85e-02	4.09e-02	7.08e-02	1.89e-02	3.06e-01
10	4.20e-01	+ 7.80e-01	+ 4.96e-01	+ 9.56e-01	+ 7.42e-01	+ 3.30e+00	
	7.85e-04	1.77e-02	1.53e-02	7.22e-02	1.61e-02	2.56e-02	
15	6.22e-01	+ 9.72e-01	+ 1.29e+00	+ 6.74e-01	+ 1.02e+00	+ 3.28e+00	
	6.80e-04	2.40e-02	4.47e-05	9.40e-02	1.68e-02	1.33e+00	
overall		20 + 0 = 0-	18 + /2 = /0-	15 + /3 = /2-	20 + /0 = /0-	18 + /2 = /0-	

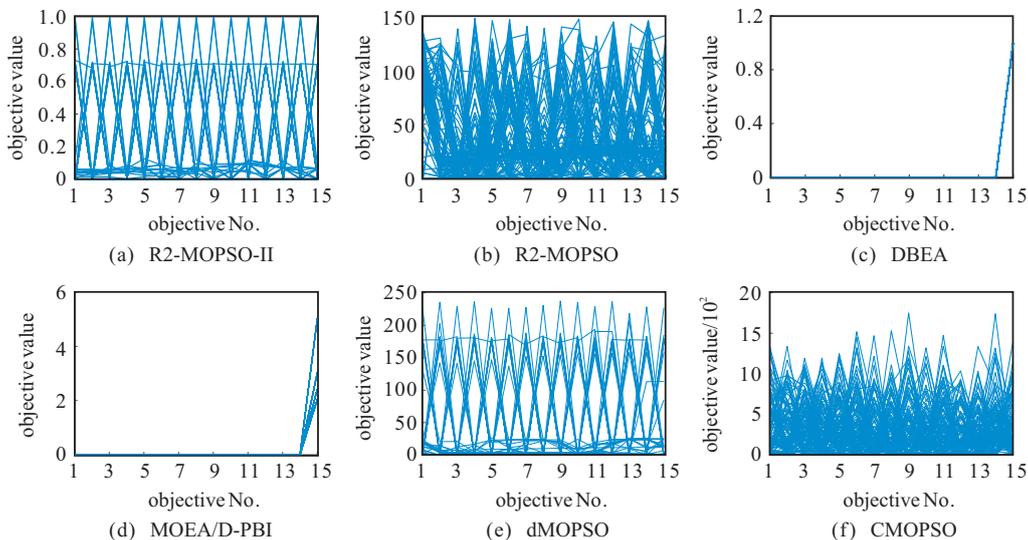


图2 6种算法在求解15维DTLZ3测试问题时,中间IGD值对应得到的近似Pareto前沿

算法通过集成双层档案维护机制、向导选择机制和新的速度和位置更新策略,使得算法在求解5、8、10和15维DTLZ4问题时具有较好的综合性能。

### 3.3 WFG系列测试问题实验结果与分析

WFG前沿特性主要包括:凸、凹、混合、不连续、衰减和线性前沿.表2给出了R2-MOPSO-II算法和其他对比算法所获得HV指标的均值和Wilson统计分析结果.其中:实验最好结果用加粗表示,+、=和-代表R2-MOPSO-II分别优于、等价于和劣于对比算法.整体来看,R2-MOPSO-II算法在求解WFG时所获得的HV值在统计上是最好的.具体而言,R2-MOPSO-II在17个测试问题上的效果要比R2-MOPSO的好,算法在求解15维WFG1问题时,R2-MOPSO-II在R2-MOPSO的基础上集成了双层档案维护机制是合理的.DBEA算法在求解高维DTLZ系

列测试问题时效果不佳,但其出色的收敛性在求解某些WFG问题时具有一定的优势;DBEA在4个问题上的效果比R2-MOPSO-II要好,在求解15维WFG1测试问题时与本文所提出的算法性能相似.但R2-MOPSO-II算法在13个测试问题上都比DBEA好,该效果主要得益于R2指标和目标空间分解的双层档案维护机制.MOEA/D-PBI的实验结果并不如在求解DTLZ时那么令人满意.由表2可知,MOEA/D-PBI和R2-MOPSO-II在求解15维WFG2时性能相似,R2-MOPSO-II在绝大多数测试问题上的性能比MOEA/D-PBI要好.最后,dMOPSO和CMOPSO在求解高维WFG时,其HV指标难以与R2-MOPSO-II媲美.R2-MOPSO-II算法在求解WFG测试问题时,无论从收敛性还是多样性都优于基于R2指标和基于分解策略的多目标优化算法.

表2 各个对比算法在求解WFG测试问题上对应的HV值

测试问题	$m$	R2-MOPSO-II		R2-MOPSO		DBEA		MOEA/D-PBI		dMOPSO		CMOPSO
WFG 1	3	4.72e+01	+	3.79e+01	-	4.84e+01	+	8.11e+00	+	4.18e+01	-	<b>4.86e+01</b>
	15	5.03e+16	+	4.56e+16	=	<b>6.22e+16</b>	+	2.29e+16	+	4.29e+16	+	9.99e+15
WFG 2	3	<b>9.87e+01</b>	+	6.91e+01	+	9.00e+01	+	8.46e+01	+	6.80e+01	+	8.97e+01
	15	<b>1.54e+17</b>	+	1.23e+17	+	7.95e+16	=	1.47e+17	+	1.17e+17	+	1.68e+16
WFG 3	3	<b>7.31e+01</b>	+	5.98e+01	+	7.02e+01	+	6.35e+01	+	5.89e+01	+	6.97e+01
	15	9.25e+16	=	<b>9.61e+16</b>	+	6.12e+15	+	4.99e+16	+	7.52e+16	+	4.58e+15
WFG 4	3	<b>7.14e+01</b>	+	5.22e+01	+	7.08e+01	+	6.86e+01	+	4.03e+01	=	7.13e+01
	15	<b>1.86e+17</b>	+	9.23e+16	+	7.81e+16	+	5.34e+16	+	4.81e+16	+	1.51e+16
WFG 5	3	6.99e+01	+	5.60e+01	+	6.95e+01	+	6.51e+01	+	5.04e+01	=	<b>6.99e+01</b>
	15	<b>1.68e+17</b>	+	5.99e+16	+	3.98e+16	+	3.55e+16	+	4.13e+16	+	1.37e+16
WFG 6	3	6.92e+01	+	6.16e+01	-	6.97e+01	+	6.58e+01	+	4.99e+01	-	<b>7.01e+01</b>
	15	<b>1.76e+17</b>	+	9.35e+16	+	7.10e+16	+	3.22e+16	+	1.20e+17	+	1.34e+16
WFG 7	3	6.96e+01	+	3.45e+01	-	7.10e+01	+	1.58e+01	+	3.19e+01	-	<b>7.10e+01</b>
	15	<b>1.88e+17</b>	+	3.85e+16	+	5.21e+16	+	1.96e+16	+	2.93e+16	+	9.76e+15
WFG 8	3	<b>4.79e+01</b>	+	2.89e+01	+	4.03e+01	+	3.32e+01	+	3.31e+01	+	3.97e+01
	15	<b>1.25e+17</b>	+	4.41e+16	+	6.72e+15	+	6.64e+15	+	4.78e+16	+	2.30e+15
WFG 9	3	6.64e+01	+	5.72e+01	-	<b>6.74e+01</b>	+	6.41e+01	+	4.86e+01	-	6.69e+01
	15	<b>1.41e+17</b>	+	6.79e+16	+	4.90e+15	+	1.08e+17	+	8.53e+16	+	1.09e+16
overall				<b>17 + /1 = /0-</b>		<b>13 + /1 = /4-</b>		<b>17 + /1 = 0-</b>		<b>18 + /0 = /0-</b>		<b>12 + /2 = /4-</b>

## 4 结论

针对基于R2指标和分解策略的多目标粒子群优化算法无法解决高维多目标优化问题的难题,本文提出了一种基于R2指标和目标空间分解的高维多目标粒子群优化算法.算法设计了一种基于R2指标和目标空间分解的双层档案维护策略,解决了PSO在求解高维多目标优化问题时收敛性与多样性难以权衡的难题;通过充分挖掘档案信息,设计了新的向导选择机制以及新的速度和位置更新策略,解决了PSO求解高维多目标优化问题时难以权衡勘探与开采能

力的难题;通过集成精英学习策略和高斯学习策略协助整个粒子群跳出局部最优前沿.R2-MOPSO-II突破了R2-MOPSO无法解决高维多目标优化问题的难题.仿真结果表明,R2-MOPSO-II可以很好地求解高维多目标优化问题.接下来,将算法拓展到更加复杂的MaOPs<sup>[41-45]</sup>、昂贵优化<sup>[46]</sup>、区间优化<sup>[47]</sup>、交互多目标优化<sup>[48]</sup>和运行评价<sup>[49]</sup>是未来研究的重点.

### 参考文献(References)

- [1] 刘建昌,李飞,王洪海,等.进化高维多目标优化算法研究综述[J].控制与决策,2018,33(5):879-887.

- (Liu J C, Li F, Wang H H, et al. Survey on evolutionary many-objective optimization algorithms[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(5): 879-887.)
- [2] 孙靖, 巩敦卫. 进化高维多目标优化研究进展[J]. *控制理论与应用*, 2018, 35(7): 928-938.  
(Sun J, Gong D W. Recent advances in evolutionary many-objective optimization[J]. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(7): 928-938.)
- [3] 巩敦卫, 季新芳. 融入偏好的区间高维多目标集合进化优化方法[J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(11): 1369-1383.  
(Gong D W, Ji X F. Optimizing interval higher-dimensional multi-objective problems using set-based evolutionary algorithms incorporated with preferences[J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(11): 1369-1383.)
- [4] 巩敦卫, 刘益萍, 孙晓燕, 等. 基于目标分解的高维多目标并行进化优化方法[J]. *自动化学报*, 2015, 41(8): 1438-1451.  
(Gong D W, Liu Y P, Sun X Y, et al. Parallel many-objective evolutionary optimization using objectives decomposition[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(8): 1438-1451.)
- [5] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [6] Zhang Q F, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712-731.
- [7] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. Preference-inspired coevolutionary algorithms for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(4): 474-494.
- [8] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. Preference-inspired co-evolutionary algorithms using weight vectors[J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 243(2): 423-441.
- [9] Yang S X, Li M Q, Liu X H, et al. A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(5): 721-736.
- [10] Liu Z Z, Wang Y, Huang P Q. AnD: A many-objective evolutionary algorithm with angle-based selection and shift-based density estimation[J]. *Information Sciences*, 2020, 509: 400-419.
- [11] Li K, Deb K, Zhang Q F, et al. An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(5): 694-716.
- [12] Cheng R, Jin Y C, Olhofer M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5): 773-791.
- [13] Deb K, Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, Part I: Solving problems with box constraints[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4): 577-601.
- [14] Wang R, Zhou Z B, Ishibuchi H, et al. Localized weighted sum method for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1): 3-18.
- [15] Liu Y P, Gong D W, Sun X Y, et al. Many-objective evolutionary optimization based on reference points[J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 50: 344-355.
- [16] Liu Y P, Gong D W, Sun J, et al. A many-objective evolutionary algorithm using a one-by-one selection strategy[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(9): 2689-2702.
- [17] Bader J, Zitzler E. HypE: An algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45-76.
- [18] 陈国玉, 李军华, 黎明, 等. 基于R2指标和参考向量的高维多目标进化算法[J]. *自动化学报*, DOI: 10.16383/j. aas. c180722.  
(Chen G Y, Li J H, Li M, et al. An R2 indicator and reference vector based many-objective optimization evolutionary algorithm[J]. *Acta Automatica Sinica*, DOI: 10.16383/j. aas. c180722.)
- [19] Mirjalili S, Jin S D, Lewis A, et al. Particle swarm optimization: Theory, literature review, and application in airfoil design[C]. *Nature-Inspired Optimizers*. Cham, 2020: 167-184.
- [20] Li F, Liu J C, Tan S B, et al. R2-MOPSO: A multi-objective particle swarm optimizer based on R2-indicator and decomposition[C]. 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Sendai: IEEE, 2015: 3148-3155.
- [21] Coello C A C, Pulido G T, Lechuga M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(3): 256-279.
- [22] Lin Q Z, Liu S B, Zhu Q L, et al. Particle swarm optimization with a balanceable fitness estimation for many-objective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1): 32-46.
- [23] Daneshyari M, Yen G G. Cultural-based multiobjective particle swarm optimization[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2011, 41(2): 553-567.
- [24] Hu W, Yen G G, Luo G C. Many-objective particle swarm optimization using two-stage strategy and parallel cell coordinate system[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(6): 1446-1459.
- [25] Martínez S Z, Coello Coello C A. A multi-objective particle swarm optimizer based on decomposition[C]. *Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic*

- and Evolutionary Computation. Dublin: ACM, 2011: 69-76.
- [26] Dai C, Wang Y P, Ye M. A new multi-objective particle swarm optimization algorithm based on decomposition[J]. Information Sciences, 2015, 325: 541-557.
- [27] Al Moubayed N, Petrovski A, McCall J. D<sup>2</sup>MOPSO: MOPSO based on decomposition and dominance with archiving using crowding distance in objective and solution spaces[J]. Evolutionary Computation, 2014, 22(1): 47-77.
- [28] Zhan Z H, Li J J, Cao J N, et al. Multiple populations for multiple objectives: A coevolutionary technique for solving multiobjective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2013, 43(2): 445-463.
- [29] Liu X F, Zhan Z H, Gao Y, et al. Coevolutionary particle swarm optimization with bottleneck objective learning strategy for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(4): 587-602.
- [30] Garcia I C, Coello C A C, Arias-Montañón A. MOPSOhv: A new hypervolume-based multi-objective particle swarm optimizer[C]. 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Beijing: IEEE, 2014: 266-273.
- [31] Díaz-Manríquez A, Toscano G, Barron-Zambrano J H, et al. R2-based multi/many-objective particle swarm optimization[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2016, 2016: 1898527.
- [32] Wei L X, Li X, Fan R, et al. A hybrid multiobjective particle swarm optimization algorithm based on R2 Indicator[J]. IEEE ACCESS, 2018, 6: 14710-14721.
- [33] Wei L X, Li X, Fan R. A new multi-objective particle swarm optimisation algorithm based on R2 indicator selection mechanism[J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(10): 1920-1932.
- [34] 郑金华, 邹娟. 多目标进化优化[M]. 北京: 科学出版社, 2017: 203-208.  
(Zheng J H, Zou J. Multi-objective evolutionary optimization[M]. Beijing: Science Press, 2017: 203-208.)
- [35] Huband S, Hingston P, Barone L, et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(5): 477-506.
- [36] Li M Q, Yao X. Quality evaluation of solution sets in multiobjective optimisation: A survey[J]. ACM Computing Surveys, 2019, 52(2): 1-38.
- [37] Falcón-Cardona J G, Coello C A C. Indicator-based multi-objective evolutionary algorithms[J]. ACM Computing Surveys, 2020, 53(2): 1-35.
- [38] Asafuddoula M, Ray T, Sarker R. A decomposition-based evolutionary algorithm for many objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 19(3): 445-460.
- [39] Zhang X Y, Zheng X T, Cheng R, et al. A competitive mechanism based multi-objective particle swarm optimizer with fast convergence[J]. Information Sciences, 2018, 427: 63-76.
- [40] Tian Y, Cheng R, Zhang X Y, et al. PlatEMO: A Matlab platform for evolutionary multi-objective optimization[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73-87.
- [41] Gong D W, Liu Y P, Yen G G. A meta-objective approach for many-objective evolutionary optimization[J]. Evolutionary Computation, 2020, 28(1): 1-25.
- [42] Gong D W, Ji X F, Sun X Y. Solving many-objective optimization problems using set-based evolutionary algorithms[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(1): 77-83.
- [43] Li F, Cheng R, Liu J C, et al. A two-stage R2 indicator based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. Applied Soft Computing, 2018, 67: 245-260.
- [44] Cheng R, Li M Q, Tian Y, et al. A benchmark test suite for evolutionary many-objective optimization[J]. Complex & Intelligent Systems, 2017, 3(1): 67-81.
- [45] Zapotecas-Martinez S, Coello Coello C A, Aguirre H E, et al. A review of features and limitations of existing scalable multi-objective test suites[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(1): 130-142.
- [46] 刘建昌, 赵阳杰, 李飞, 等. 基于R2指标的昂贵多目标进化算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 823-832.  
(Liu J C, Zhao Y J, Li F, et al. Expensive multi-objective optimization algorithm based on R2 indicator[J]. Control and Decision, 2020, 35(4): 823-832.)
- [47] Gong D W, Sun J, Miao Z. A set-based genetic algorithm for interval many-objective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(1): 47-60.
- [48] Gong D W, Wang G X, Sun X Y. Set-based evolutionary optimization algorithms integrating decision-Maker's preferences for many-objective optimization problems[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(5): 933-939.
- [49] 褚菲, 赵旭, 代伟, 等. 数据驱动的最优运行状态鲁棒评价方法及应用[J]. 自动化学报, 2020, 46(3): 444-455.  
(Chu F, Zhao X, Dai W, et al. Data-driven robust evaluation method for optimal operating status and its application[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(3): 444-455.)

## 作者简介

李飞(1988—), 男, 副教授, 博士, 从事高维多目标优化、昂贵优化等研究, E-mail: lanceleoneu@126.com;

吴紫恒(1988—), 男, 讲师, 博士, 从事灰色系统的研究, E-mail: 282604514@qq.com;

刘阡蓉(1999—), 女, 硕士生, 从事机器学习与数据挖掘的研究, E-mail: 1989414945@qq.com;

葛二千(1999—), 男, 硕士生, 从事多目标优化算法的研究, E-mail: 1982935775@qq.com.

(责任编辑: 李君玲)