

# 控制与决策

Control and Decision

基于群决策考虑属性效用一致性的DEA他评交叉效率公共权重排序法

程幼明, 王慧颖, 张孝琪

引用本文:

程幼明, 王慧颖, 张孝琪. 基于群决策考虑属性效用一致性的DEA他评交叉效率公共权重排序法[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2279–2289.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1719>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于云模型和多层权重求解的多粒度语言大群体决策方法](#)

Multi-granularity linguistic large group decision-making based on cloud model and multi-layer weight determination  
控制与决策. 2021, 36(9): 2257–2266 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0102>

[基于犹豫度和相似度的专家权重确定方法及其应用](#)

Expert weights determination method and application based on hesitancy degree and similarity measure  
控制与决策. 2021, 36(6): 1482–1488 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1382>

[考虑个体累积共识贡献的犹豫模糊语言自适应共识模型](#)

Adaptive consensus model with hesitant fuzzy linguistic information considering individual cumulative consensus contribution  
控制与决策. 2021, 36(1): 187–195 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0556>

[基于TOPSIS方法改进的多属性决策模型:最小化偏好反转](#)

Modified MCDM model based on TOPSIS method: Minimizing preference reversal  
控制与决策. 2021, 36(1): 216–225 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0536>

[考虑时间序列的动态大群体应急决策方法](#)

Dynamic large group emergency decision-making method considering time series  
控制与决策. 2020, 35(11): 2609–2618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0088>

# 基于群决策考虑属性效用一致性的DEA他评 交叉效率公共权重排序法

程幼明<sup>1†</sup>, 王慧颖<sup>1</sup>, 张孝琪<sup>1,2</sup>

(1. 安徽工程大学 经济与管理学院, 安徽 芜湖 241000; 2. 中国科学技术大学 管理学院, 合肥 230026)

**摘要:** 针对数据包络分析(DEA)交叉效率方法大多是面向结果采用平均方式集结交叉效率,没有考虑评价过程中属性效用数据及其变动的特性,导致大量决策信息丢失、相对效率评价与被评价决策单元的指标值关联性不够等问题,以交叉效率评价过程为导向,引入群决策理论,研究属性偏好及其属性效用变化特征,运用熵权法分析属性效用稳定性,发现评价中存在属性效用的熵及其熵权的唯一性性质,从而将各决策单元(DMU)的自评权重(个体偏好)集结为一个DEA评价系统的群权重(DEA系统偏好或群偏好),建立仅有一组公共权重的群决策他评交叉效率评价方法.该方法面向过程,依据他评交叉属性效用稳定性区分其在评价中的作用,用群决策他评交叉综合群效用替代交叉效率平均作为相对效率评价,变结果导向的交叉效率集结为过程导向的权重偏好集结,实现将相对效率评价与群权重和属性指标值直接关联.改进后的方法简洁直观,同时方便寻求改善相对效率的途径.最后,通过算例分析验证了所提出方法的可行性与有效性.

**关键词:** 数据包络分析(DEA); 群决策; 交叉效率; 公共权重

中图分类号: F224.32

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1719

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 程幼明,王慧颖,张孝琪.基于群决策考虑属性效用一致性的DEA他评交叉效率公共权重排序法[J].控制与决策,2021,36(9): 2279-2289.

## A common-weight ranking method for DEA peer-efficiency based on group decision-making and considering the consistency of attribute utility

CHENG You-ming<sup>1†</sup>, WANG Hui-ying<sup>1</sup>, ZHANG Xiao-qi<sup>1,2</sup>

(1. School of Economics and Management, Anhui Polytechnic University, Wuhu 241000, China; 2. School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** The additive mean mode is generally employed to aggregate efficiency in the traditional data envelopment analysis (DEA) cross efficiency method. However, this method does not take into account the characteristics of the attribute utility data and its variation, which may lead to the loss of decision information and insufficient correlation between the efficiency scores and attribute values. Oriented by cross efficiency evaluation process, the changing characteristics of attribute preference and attribute utility are analysed by introducing group decision-making theory. The uniqueness of the entropy and entropy weight of attribute utility is verified, which helps to aggregate DMU's self-evaluation weight (individual preference) into group weight (DEA systematic or group preference) and forms a novel peer-efficiency evaluation method based on group decision-making with only a list of common weight. Considering the consistency of attribute utility, the average value of cross efficiency is replaced by the comprehensive group utility, which makes the aggregation object transform from cross efficiency to weight. This method realizes the direct correlation between efficiency scores and attributes values, and provides a path to improve relative efficiency. Finally, a numerical example is given to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** data envelopment analysis (DEA); group decision-making; cross-efficiency; common-weight

## 0 引言

数据包络分析(data envelopment analysis, DEA)作为多I/O(input/output)同类型决策单元(decision

making unit, DMU)的相对有效性和规模收益等绩效评价的常用方法之一,自1978年由Charnes等<sup>[1]</sup>正式提出CCR-DEA模型以来,DEA在理论与方法创新及

收稿日期: 2019-12-09; 修回日期: 2020-05-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71671001, 71801003); 安徽工程大学青年科研基金项目(2016YQ37).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: chengym815@163.com.

应用领域上受到国内外研究人员的普遍关注,主要应用于相对效率评价和DMU排序.经典DEA(CCR、BCC)模型是一种典型的基于自身最优(极端)权重向量的自评DEA效率,直接用自评效率对DMU评价,其结果往往难以令人信服,因为自评效率不是在一套被普遍认可的公共权重(或体系)下得到<sup>[2]</sup>.权重可以看成是偏好,其实质是评价准则,对不同标准下所得到的效率值进行优劣排序显然不合理,只有在公认权重下进行排序才相对客观.另外,经典DEA模型存在权重不唯一、只能区分有效和无效DMU而不能完全排序等问题.

针对经典DEA模型的不足,Sexton等<sup>[3]</sup>引入他评机制,提出了DEA交叉效率评价法,该方法考虑不同权重对DMU效率的影响,是基于一组公共权重向量集的互评DEA效率,能实现DMU全排序,从而迅速成为DEA理论的主要研究方向之一.DEA交叉效率评价方法的研究主要涉及交叉评价策略和交叉效率集结方法.交叉评价策略的研究主要是解决权重的不唯一性问题,如Sexton等<sup>[3]</sup>和Doyle等<sup>[4]</sup>引入二次目标模型,提出了进取型(aggressive strategy)和仁慈型(benevolent strategy)DEA交叉效率模型;Wu等<sup>[5]</sup>提出了优先考虑DMU排名次序的二次目标模型;Liang等<sup>[6]</sup>进一步拓展Doyle的模型,提出了几种不同评价准则的二次目标模型及其应用场景;Wang等<sup>[7]</sup>提出了中性(neutral)交叉效率模型;许娜等<sup>[8]</sup>构建了基于熵值权重限制的超效率DEA评价模型;马占新等<sup>[9]</sup>构建了考虑数据断尾现象的修正DEA模型,以提高效率测算的准确性.关于交叉效率集结方法,大多采用等权与非等权平均方式进行集结,即用互评效率的简单或加权平均值作为DMU交叉效率评价值,用于DMU间相对效率的比较和排序.由于等权或加权主观性,其结果往往难以令人信服,因为没有考虑不同权重认可情况的互评交叉效率平均得到的交叉效率评价值与权重之间没有直接关联性,平均会导致大量决策信息遗失<sup>[10]</sup>,其结果缺乏区分度<sup>[11]</sup>,并不是Pareto最优<sup>[12]</sup>,用其进行排序令人怀疑.

为解决平均集结法的不合理性,一系列新的交叉效率集结方法相继涌现,如吴杰<sup>[13]</sup>、Liang等<sup>[14]</sup>将合作博弈引入交叉效率集结问题中,提出了博弈交叉效率集结方法;Song等<sup>[15]</sup>提出了基于证据推理和熵权法的交叉效率集结方法;陈磊等<sup>[16]</sup>、刘金培等<sup>[17]</sup>提出了考虑决策者偏好与基于前景理论的交叉效率集结方法;Wang等<sup>[18]</sup>提出了乘性语言偏好关系的通用排序方法等.这些方法仍主要是针对互评效率进

行,一定程度上只涉及评价活动的界面,即面向效率的集结,没有深入到效率测评的核心,即互评效率变动的内在因素.因为效率是效用(效用=权重×指标值)<sup>[19]</sup>的结果,以基于多组公共权重向量集的互评效率集为对象进行集结,只关注结果(以互评效率为对象)而没有考虑过程(以效用为对象),即交叉效率评价值与决策者偏好(属性指标权重)和属性指标值是一种间接关联关系;同时没有建立统一的公共权重来衡量DMU的相对效率,既不直观又不便于应用而限制其作用的发挥.为建立统一的评价标准,熊文涛等<sup>[20]</sup>与Liu等<sup>[21]</sup>引入虚拟DMU,提出了公共权重DEA模型,该方法虽然实现了统一评价标准,但由于DMU数量的增加,改变了评价系统,从CCR可以看出,权重必然发生变化,其交叉效率集结与排序也存在一定的不合理性.因此,现行DEA交叉效率方法研究仍存在以下3方面主要问题:1)面向结果的互评交叉效率集结使用交叉效率均值作为其衡量指标,没有深入到评价过程内部,没有考虑属性的效用与变化特征及其作用;2)基于多组公共权重集而没有将相对效率评价值与属性权重和属性指标值关联起来,缺乏直观性,不便于应用;3)评价后的改善大多是研究非有效DMU转化为有效DMU的改善策略,较少涉及DMU决策者所关心的通过改善而改变排序位置的策略研究,限制了其作用的发挥.

群决策方法作为一种现代决策方法,主要是针对参与同一决策问题的多个相关决策者(专家群体)往往在看法上不一致所形成的偏好,分析偏好数据系列的稳定性特征,并通过一致性分析将各决策者偏好集结为群偏好,再根据群偏好形成被评价方案的优劣与排序.因此,为解决上述3方面的问题,本文引入群决策方法研究DEA交叉效率评价过程中属性效用的数值特性,以明确DEA交叉效率评价中效用型偏好变动特征,基于信息熵实施属性效用集结,将DMU决策者个体偏好集结为DEA评价系统(或群)偏好,从而改进DEA交叉效率评价方法,设计出考虑属性效用一致性的DEA他评交叉效率公共权重排序方法,实现结果导向交叉效率集结为过程导向属性效用集结,使集结方法既有理论依据又充分利用过程信息.该方法既能够保持经典DEA方法的客观性,同时在理论上与经典DEA交叉效率方法保持一致性;具备将相对效率评价值与属性指标的群权重及指标值直接关联起来的特性,方便评价后DMU决策者寻求改进的对策与路径等,以确保DMU的优劣可比性和DMU的持续改善.

# 1 DEA交叉效率的群决策分析

## 1.1 DEA交叉效率评价法

假设由  $n$  个同质决策单元(记为  $DMU_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ) 组成DEA评价系统, 各DMU度量指标(或属性)有  $m$  个, 其中有  $p$  个投入指标 ( $I_{il}; l = 1, 2, \dots, p$ ) 和  $q$  个产出指标 ( $O_{ih}; h = 1, 2, \dots, q$ ). 其指标集为  $\{I_{il}, O_{ih}\}$ , 指标权重集为  $\{\alpha_{il}, \beta_{ih}\}$ , 表示  $DMU_i$  的第  $l$  个投入指标及权重和第  $h$  个产出指标及权重. 此时, 被评价  $DMU_i$  的自评效率值(记为  $\theta_i$ ) 可通过 Charnes 等<sup>[1]</sup> 的CCR模型获取, 其具体模型如下所示:

$$\theta_i = \max \sum_{h=1}^q (\beta_{ih} O_{ih}).$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{h=1}^q (\beta_{ih} O_{jh}) - \sum_{l=1}^p (\alpha_{il} I_{jl}) \leq 0, \\ j = 1, 2, \dots, n; \\ \sum_{l=1}^p \alpha_{il} I_{il} = 1; \\ \beta_{ih}, \alpha_{il} \geq \varepsilon, l = 1, 2, \dots, p, \\ h = 1, 2, \dots, q, \varepsilon = 10^{-6}. \end{cases} \quad (1)$$

考虑到权重变动对效率值的影响, Sexton等<sup>[3]</sup> 引入互评思想, 通过DMU间(如  $DMU_i$  与  $DMU_j$ ) 两两交换权重进行交叉评价得到交叉效率(记为  $E_{(i,j)}$ ): 用  $DMU_j (j = 1, 2, \dots, n)$  的权重测算出  $DMU_i$  的交叉效率, 其计算公式为

$$E_{(i,j)} = \frac{\sum_{h=1}^q (\beta_{jh}^* O_{ih})}{\sum_{l=1}^p (\alpha_{jl}^* I_{il})}. \quad (2)$$

形成交叉效率矩阵如表1所示, DEA交叉效率模型如下所示:

$$E_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E_{(i,j)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left[ \frac{\sum_{h=1}^q (\beta_{jh}^* O_{ih})}{\sum_{l=1}^p (\alpha_{jl}^* I_{il})} \right]. \quad (3)$$

表1 交叉效率矩阵表

被评价	评价 $DMU_j$					
	$DMU_1$	$DMU_2$	...	$DMU_j$	...	$DMU_n$
$DMU_1$	$E_{(1,1)}$	$E_{(1,2)}$	...	$E_{(1,j)}$	...	$E_{(1,n)}$
$DMU_2$	$E_{(2,1)}$	$E_{(2,2)}$	...	$E_{(2,j)}$	...	$E_{(2,n)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$DMU_i$	$E_{(i,1)}$	$E_{(i,2)}$	...	$E_{(i,j)}$	...	$E_{(i,n)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$DMU_n$	$E_{(n,1)}$	$E_{(n,2)}$	...	$E_{(n,j)}$	...	$E_{(n,n)}$

用  $E_{(i,j)}$  均值(记为  $E_i$ ) 作为衡量  $DMU_i$  交叉效率评价的相对效率评价, 同时按  $E_i$  值形成DMU排序.

## 1.2 DEA交叉效率的群决策描述

由DEA交叉效率模型可以看出, 每一个DMU都可视为一个决策者, DEA交叉效率评价问题是一个典型的多属性群决策问题. 因为从群决策角度看, DEA交叉效率评价过程中自评与互评权重的确定是基于CCR-DEA的, 都是各DMU追求自身效率最大化, 这样每个DMU都隐含着一个决策者; 权重可看成是各DMU决策者的属性偏好, 不同偏好通过影响指标效用导致互评效率改变; 交叉效率集结是以  $E_{(i,j)}$  为对象, 显然只涉及评价的界面而未涉及到核心, 是一种只考虑不同决策者  $E_{(i,j)}$  的结果导向集结方法, 尚未考虑评价过程中决策者属性效用(偏好  $\times$  指标值)等, 这些是DEA交叉效率评价中交叉效率集结缺乏理论依据与信息利用不充分的根源. 因此, DEA交叉效率评价问题是一个典型群决策问题, 将群决策方法融入DEA交叉效率评价中能解决上述问题.

DEA交叉效率评价系统的群决策可描述为  $G_{DEA}(X, V, D)$ . 其中:  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} (n \geq 2)$  为方案集, 即  $n$  个DMU,  $x_i = DMU_i$ ;  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  为属性集,  $v_i$  为方案  $x_i$  的属性集,  $v_i = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im}\}$ , 表示  $DMU_i$  的属性指标集均由  $m$  个属性指标所组成, 包含  $p$  个投入指标和  $q$  个产出指标, 且有  $p, q \geq 1$ , 对应DEA评价系统中  $DMU_i$  的指标向量为  $v_i = (I_{il}, O_{ih}), i \in I = \{1, 2, \dots, n\}, l \in L = \{1, 2, \dots, p\}, h \in H = \{1, 2, \dots, q\}; D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\} (n \geq 2)$  为专家(或决策者)集, 表示  $n$  个DMU决策者均为群决策成员,  $d_j$  即  $DMU_j$  决策者.

**定义1** (属性的权重或偏好)<sup>[1,4]</sup>  $n$  个DMU决策者(或专家)属性权重或偏好为  $(\alpha_{il}^*, \beta_{ih}^*)$ , 由式(1)确定.

记群决策时  $n$  个专家权重或偏好集为  $\omega = \{\omega^1, \omega^2, \dots, \omega^n\}$ , 其中  $\omega^j = \{\omega_1^j, \omega_2^j, \dots, \omega_m^j\}$  为  $d_j$  的权重(或偏好)集. 与DEA交叉效率相一致,  $d_j$  的权重向量为  $\omega^j = (\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*), l \in L = \{1, 2, \dots, p\}, h \in H = \{1, 2, \dots, q\}$ , 其中  $\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*$  分别为  $DMU_j$  的第  $l$  投入指标或第  $h$  产出指标自评权重.

针对CCR-DEA最优解可能不唯一, 为确保  $DMU_i (i = 1, 2, \dots, n)$  最优解唯一性, 可采用Liang等<sup>[4]</sup> 提出的DEA博弈交叉效率方法确定唯一权重集, 其基本思想是在  $DMU_i$  的效率值不降低情况下最

大化DMU<sub>j</sub>的效率值,通过迭代得到效率纳什均衡点,得到唯一最优解.考虑到该方法的普适性,本文利用CCR-DEA权重进行说明.

**定义2** (属性的效用)<sup>[4,19]</sup> 群决策下决策者(或专家)对方案属性评价为“决策者属性权重(或偏好)×方案的属性值”,表示专家对方案属性效用的偏好(记为 $a_{ik}^j$ ),包括投入效用(即 $v_{I_l}^j = \alpha_{jl}^* \times I_{il}$ )和产出效用(即 $v_{O_h}^j = \beta_{jh}^* \times O_{ih}$ )以及自评和他评属性效用.

DEA交叉效率评价时, $a_{ik}^j$ 表示 $d_j$ (即评价DMU<sub>j</sub>决策者)对方案 $x_i$ (被评价DMU<sub>i</sub>)的属性 $v_{ik}$ 评价所形成的属性效用,其计算公式为

$$a_{ik}^j = \omega_k^j \times v_{ik}. \tag{4}$$

其中:当 $j = i$ 时为自评(下同)属性效用, $j \neq i$ 时为他评(下同)属性效用.则 $d_j$ 对于 $x_i$ 的属性效用集为 $a_i^j = \{a_{i1}^j, a_{i2}^j, \dots, a_{im}^j\}$ . $D$ 对于 $x_i$ 的属性评价的他评交叉属性效用决策矩阵记为 $A_i = [a_{ij}^j]_{n \times m}, j = \{1, 2, \dots, n\}$ ,其计算公式为

$$A_i = \omega^T \times v_i = (\alpha_{jl}^* \ \beta_{jh}^*)_{j=1,2,\dots,n} \times (I_{il} \ O_{ih}) = \begin{bmatrix} a_{i1}^1 & a_{i2}^1 & \dots & a_{ik}^1 & \dots & a_{im}^1 \\ a_{i1}^2 & a_{i2}^2 & \dots & a_{ik}^2 & \dots & a_{im}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1}^j & a_{i2}^j & \dots & a_{ik}^j & \dots & a_{im}^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1}^n & a_{i2}^n & \dots & a_{ik}^n & \dots & a_{im}^n \end{bmatrix} = [a_{ik}^j]_{n \times m}. \tag{5}$$

其中: $j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m$ .

**定义3** (综合效用或互评效率)<sup>[1,4]</sup>  $d_j$ 对 $x_i$ 的综合效用(记为 $U_i^j$ )为综合产出效用与综合投入效用之比.其中:综合投入效用为投入效用之和(即 $\sum_{l=1}^p (\alpha_{jl}^* \times I_{il})$ ),综合产出效用为产出效用之和(即 $\sum_{h=1}^q (\beta_{jh}^* \times O_{ih})$ ).则有

$$U_i^j = [(\beta_{jh}^*) \times (O_{ih})^T] / [(\alpha_{jl}^*) \times (I_{il})^T] = E_{(i,j)}.$$

综合效用包括他评综合效用( $j \neq i$ 时)和自评综合效用( $j = i$ 时).

群决策下,对于 $G_{DEA}(X, V, D)$ ,不仅有 $D$ 对 $x_i$ 评价,同时有 $d_j$ 对 $X$ 评价.前者是 $x_i$ 的专家互评,形成了同一方案对不同专家的他评综合效用偏好;后者是 $d_j$ 的自评,形成了同一专家对不同方案的秩序(即地位)偏好.记 $G_{DEA}(X, V, D)$ 的综合效用向量集为 $U = (U^1, U^2, \dots, U^n)^T$ ,其 $G_{DEA}(X, V, D)$ 的综合效用决策矩阵如下所示:

$$U = \begin{bmatrix} U_1^1 & U_1^2 & \dots & U_1^j & \dots & U_1^n \\ U_2^1 & U_2^2 & \dots & U_2^j & \dots & U_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_i^1 & U_i^2 & \dots & U_i^j & \dots & U_i^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_n^1 & U_n^2 & \dots & U_n^j & \dots & U_n^n \end{bmatrix} = [U_i^j]_{n \times n},$$

or  $U = [E_{(i,j)}]_{n \times n}, i, j = 1, 2, \dots, n. \tag{6}$

类似于表1交叉效率矩阵表,包括行向量(他评交叉综合效用向量:同一被评价DMU<sub>i</sub>被 $n$ 个评价DMU<sub>j</sub>的 $d_j$ 评价,形成 $n$ 个他评综合效用)和列向量(自评交叉综合效用向量:同一评价DMU<sub>j</sub>的 $d_j$ 对 $n$ 个被评价DMU<sub>i</sub>的评价,形成 $n$ 个自评综合效用).这样,与经典DEA交叉效率模型相一致,DEA交叉效率评价的实质是群决策中 $D$ 对 $x_i = DMU_i$ 的他评综合效用评价,其向量集为 $U_i^j = (E_{(i,j)})$ (其中 $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$ ).在此仅考虑式(6)中的行向量,即他评交叉综合效用问题.

## 2 基于群决策同时考虑属性效用一致性的DEA交叉效率模型改进

从DEA交叉效率评价过程的群决策分析可以看出,现行DEA交叉效率评价中,相对效率集结大多是结果导向的取 $E_{(i,j)}$ 等权或加权均值.均值的“相对效率”不能直观体现产出与投入关系,相对性不够充分,虽然考虑到不同DMU决策者的他评综合效用偏好(式(6)中行向量)变动,但只考察了结果( $E_{(i,j)}$ )或 $U_i^j$ 而没有深入到评价过程中,即被评价DMU<sub>i</sub>的 $a_{ik}^j$ 这一中间变量,这是导致DEA交叉效率评价结果缺乏区分度的根源.再加上基于一组公共权重集( $n$ 个决策者偏好)而不是一组公共权重(群权重),缺乏直观性,无法直接分析比较各DMU的综合投入效用与综合产出效用,无法寻求改善路径,导致排序及相对效率评价价值令人怀疑,限制了作用的发挥.本文针对DEA交叉效率评价过程中DMU决策者的偏好不同,深入到评价过程内部,通过将个体权重集结为群权重,实施DEA交叉效率模型的改进,以提高DEA交叉效率评价的可靠性.

### 2.1 基于信息熵和群决策的DEA交叉效率公共权重确定

从式(6)并结合(2)可以看出, $U_i^j$ 或 $E_{(i,j)}$ 变动与 $a_{ik}^j$ 有关,一方面受 $d_j$ 的 $(\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*)$ 改变影响,另一方面又与 $(I_{il}, O_{ih})$ 相关.因此,DEA交叉效率评价过程中, $U_i^j$ 变动来源于 $d_j$ 偏好所形成DMU<sub>i</sub>的 $a_{ik}^j$ 差异.从过程角度看,只关注 $U_i^j$ 或 $E_{(i,j)}$ 而没有深入到

过程内部的  $a_{ik}^j$ , 一组  $U_i^j$  或  $E_{(i,j)}$  平均的  $E_i$  不能直接反映出  $a_{ik}^j$  的影响; 从抉择(或排序)角度看, 没有考虑  $a_{ik}^j$  的稳定性, 也没有区分不同  $a_{ik}^j$  的作用, 因为  $v_{ik}$  在群决策时  $a_{ik}^j$  越一致, 其在抉择(或排序)中的作用越小, 反之对抉择(或排序)的影响越大. 因此, 变结果导向为过程导向的区分不同  $a_{ik}^j$  的特征与作用进行  $U_i^j$  或  $E_{(i,j)}$  的集结尤其重要. 在此借用信息论中度量系统无序程度或混乱程度的指标(熵值)来分析交叉效率评价过程中他评交叉属性效用的一致性, 并运用熵权法的基本思想, 依据熵的性质来区分属性效用对他评综合效用的影响与作用.

**定义4** (熵与熵权)<sup>[22]</sup> 熵是指反映属性的评价数据序列一致性程度的参量, 熵权则是所有属性熵归一化的参量.

信息熵在决策分析中广泛应用于衡量群体决策者对某个属性评价结果的一致性, 并给出该属性的客观权重<sup>[22]</sup>. 就某项属性效用的数据序列而言, 其一致性程度越差, 熵值相应越大; 在评价系统中, 属性评价值的熵值越大, 属性越重要, 对该属性应赋予较大权重(即熵权), 并用熵值归一化值作为熵权.

群决策视角下, DEA交叉效率评价形成式(6)的  $U_i^j$  或  $(E_{(i,j)} (j \in J = \{1, 2, \dots, n\}))$ , 由式(5)的  $a_{ik}^j$  中间变量所决定, 同式(2)的  $E_{(i,j)} (j = \{1, 2, \dots, n\})$  变动来源相一致; 不同  $d_j$  的  $a_{ik}^j$  越一致,  $E_{(i,j)}$  变动差异越小. 这样对于  $x_i = DMU_i$  的第  $k$  个属性效用, 用熵值(记为  $S_{ik}$ ) 度量专家集的他评交叉属性效用一致性程度, 其计算公式为

$$S_{ik} = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n \frac{a_{ik}^j}{\sum_{j=1}^n a_{ik}^j} \ln \frac{a_{ik}^j}{\sum_{j=1}^n a_{ik}^j}. \quad (7)$$

对其进行归一化, 即

$$\omega_{ik} = \frac{S_{ik}}{\sum_{k=1}^m S_{ik}}. \quad (8)$$

从而形成群决策偏好(记为  $\omega_{ik}$ ), 表示  $D$  对被评价  $DMU_i$  的第  $k$  个属性的权重.

**命题1** (DEA交叉效率评价的实质与他评属性效用熵权的唯一性) DEA交叉效率评价是一个群决策问题. 若将DMU自评权重看作是DMU决策者的偏好, 则群决策下针对专家个体权重偏好形成了属性效用偏好. 考虑到他评交叉属性效用一致性, 运用熵权法可实现DMU个体属性效用偏好集结, 所确立属性效用熵权(记为  $\omega_{ik}$ ) 在整个评价系统中具有唯一性, 可看作是该属性在  $G_{DEA}(X, V, D)$  中的群偏好(公共权重, 记为  $\omega_k$ ), 同时属性效用熵权只与DMU属性指标自评权重集有关.

**证明** 1) DEA交叉效率评价法的实质是一种群决策方法. 这是因为DEA交叉效率评价是一种自评与互评相结合的评价方法. 一方面, 从定义1不难看出, 每一DMU均从自身效率最大化角度确定其  $(\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*)$  与  $\theta_i$ , 这样DEA系统中DMU<sub>j</sub> 都隐含着一个群决策中的  $d_j$ , 形成了群决策的  $D$ ; 另一方面, 从定义2也可以看出,  $E_{(i,j)}$  是通过交换权重测算  $v_{ik}$  的  $a_{ik}^j$  进而计算的效率值, 对应于群决策是  $a_{ik}^j$  测算进而计算  $U_i^j$  或  $E_{(i,j)}$  并集结为  $E_i$ , 因此命题成立.

2) 属性效用的熵和熵权只与DMU属性自评权重集有关, 具有唯一性, 所确立的群偏好具有公共性, 是DEA系统公共权重. 对于被评价DMU<sub>i</sub>, 将式(4)代入(7), 有

$$S_{ik} = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n \frac{\omega_k^j \times v_{ik}}{\sum_{j=1}^n [\omega_k^j \times v_{ik}]} \ln \frac{\omega_k^j \times v_{ik}}{\sum_{j=1}^n [\omega_k^j \times v_{ik}]} = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \ln \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j}.$$

将上式代入式(8), 有

$$\omega_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \ln \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j}}{\sum_{k=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \ln \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \right)},$$

所以  $S_{ik}$ 、 $\omega_{ik}$  只与专家  $d_j$  的  $\omega_k^j (j = 1, 2, \dots, n)$  有关而与DMU<sub>i</sub> 的  $v_{ik}$  无关. 令  $S_{ik} = S_k, \omega_{ik} = \omega_k$ .

对于被评价DMU<sub>s</sub>, 同样将式(4)代入(7), 有

$$S_{sk} = \frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{\omega_k^j \times v_{sk}}{\sum_{j=1}^n [\omega_k^j \times v_{sk}]} \ln \frac{\omega_k^j \times v_{sk}}{\sum_{j=1}^n [\omega_k^j \times v_{sk}]} \right\} = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n \left( \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \ln \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \right),$$

所以  $S_{sk} = S_{ik} = S_k$ .

同理, 有  $\omega_{sk} = \omega_{ik} = \omega_k$ , 故熵值与熵权具有唯一性和公共性.  $\square$

由命题1可以得出下列性质和结论.

**性质1** (属性效用熵权的性质: 唯一性、公共性及关联性) 群决策下, DMU他评交叉属性效用的  $S_k$

及其 $\omega_k$ 只与群决策时各专家对该属性的权重偏好 $\omega_k^j(j \in J = \{1, 2, \dots, n\})$ 有关,而与该属性的指标值无关. 其计算公式为

$$S_k = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n \left( \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \ln \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \right), \quad (9)$$

$$\omega_k = \frac{S_k}{\sum_{k=1}^m S_k}. \quad (10)$$

**结论1**(群决策专家客观性评价) 群决策下,不同方案同一属性的信息熵权是否一致,可判定专家是否客观公正地基于同一规则实施评价.

**结论2**(群偏好和他评交叉群综合效用,即DEA交叉效率评价系统的公共权重和相对效率评价) 基于属性效用偏好一致性,运用熵权法可以实现DEA交叉效率评价中由自评权重组成的公共权重向量集(即 $n$ 组自评权重)转化为公共权重(即一组群权重偏好),从而按统一规则(而不是一组规则)衡量DMU的 $a_{ik}$ 与 $E_i^S$ (即相对效率),有效回避了多个不同 $E_{(i,j)}$ 的集结问题,同时实现了结果导向( $E_{(i,j)}$ 的集结)向关注过程( $(\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*)$ 的集结)的转变,使得交叉效率评价不仅得到投入产出原理的支持,也有了熵权法理论依据.

**2.2 考虑属性效用一致性的DEA他评交叉效率公共权重群决策评价法**

DEA交叉效率评价是一个决策问题,与经典DEA交叉效率模型相一致. 考虑属性效用偏好和他评综合效用,可定义DEA他评交叉的群权重集 $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k, \dots, \omega_m\} (k \in K = \{1, 2, \dots, m\})$ 为第 $k$ 个属性指标的他评交叉群权重)为公共权重. 令 $k \in \{1, 2, \dots, p\}$ 时所对应的属性指标是投入指标,其权重用 $\omega_l (l = k, l \in L = \{1, 2, \dots, p\})$ 表示; $k \in \{p+1, p+2, \dots, m\}$ 时的属性指标是产出指标,其权重用 $\omega_h (h = k-p, h \in H = \{1, 2, \dots, q\})$ 表示. 则群决策下DEA交叉效率的相对效率评价为他评交叉群综合效用(记为 $E_i^S$ ),其计算公式为

$$E_i^S = \frac{\sum_{h=1}^q (\omega_h Q_{ih})}{\sum_{l=1}^p (\omega_l I_{il})}. \quad (11)$$

**性质2**( $E_i^S$ 的关联性) 群决策下,被评价DMU $_i$ 的 $E_i^S$ 与 $(\omega_l, \omega_h)$ 和 $(I_{il}, O_{ih})$ 具有直接关联的关联性.

考虑到满足“ $\theta_i \in (0, 1]$ ”条件,将 $E_i^S$ 按望大指标进行归一化并记为 $E_i^{S^*}$ ,表示他评交叉相对于群综

合效用,其计算公式为

$$E_i^{S^*} = E_i^S / \max_{i \in [1, n]} (E_i^S). \quad (12)$$

$E_i^{S^*}$ 越大,方案 $x_i$ (DMU $_i$ )排序越靠前. 根据 $E_i^{S^*}$ 值可以得出 $n$ 个DMU排序.

**结论3**(方法的比较优势) 与式(3)相比较,式(11)具有下列优势: 1)直观化. 式(11)基于公共权重(群权重或系统偏好),而式(3)基于公共权重集( $n$ 组公共权重). 2)可解释性. 式(3)无法直接考察属性指标及其变动对评价值的影响,而式(11)则能直接进行直观分析. 3)相对性. 不再是交叉效率(等权或非等权)平均,而是综合产出效用相对于综合投入效用,充分体现了相对效率评价的相对性. 4)关联性与可操作性. 不仅能对DMU进行排序,使评价值直接与权重偏好和指标值关联,还能进一步分析提升 $E_i^S$ 的路径或改变DMU在DEA系统中地位的策略.

综上所述,基于群决策考虑属性效用一致性的DEA交叉效率模型改进形成的DEA他评交叉效率公共权重群决策模型可具体描述如下:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{h=1}^q (\beta_{ih} O_{ih}). \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{h=1}^q (\beta_{ih} O_{ih}) - \sum_{l=1}^p (\alpha_{il} I_{il}) \leq 0, \\ i = 1, 2, \dots, n; \\ \sum_{l=1}^p (\alpha_{il} I_{il}) = 1; \\ \beta_{ih}, \alpha_{il} \geq \varepsilon, l = 1, 2, \dots, p, \\ h = 1, 2, \dots, q, \varepsilon = 10^{-6}. \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

$$E_i^{S^*} = E_i^S / \max_{i \in [1, n]} (E_i^S).$$

其中

$$E_i^S = \frac{\sum_{h=1}^q (\omega_h O_{ih})}{\sum_{l=1}^p (\omega_l I_{il})}, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$\omega_k = \frac{S_k}{\sum_{k=1}^m S_k};$$

$$S_k = -\frac{1}{\ln(n)} \sum_{j=1}^n \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j} \ln \frac{\omega_k^j}{\sum_{j=1}^n \omega_k^j};$$

$$\omega_k^j = \begin{cases} \alpha_{jk}^*, & k = 1, 2, \dots, p; \\ \beta_{jh}^*, & k = p+1, p+2, \dots, m, h = k-p; \end{cases}$$

$k = 1, 2, \dots, p$  时,  $l = k, \omega_l = \omega_k$ ;

$k = p + 1, p + 2, \dots, m$  时,  $h = k - p, \omega_h = \omega_k$ .

### 2.3 评价后改变DMU排序位置的改进策略

对于DMU的决策者不仅关注评价结果,而且更关注相对于标杆DMU如何进行内部挖潜的 $O\uparrow$ 与 $I\downarrow$ ,从而提升自身的评价值以改变其在评价系统中的地位. 现行DEA模型中虽然松弛变量模型解决了非有效DMU向有效DMU转化的指标值改善程度,但对于多个有效DMU的DEA系统,由于多个有效DMU均处在前沿面上,而无法排序的标杆DMU不唯一,也就无法分析出改善地位所需改善的指标及其改进程度;DEA交叉效率模型虽然能全排序而确立其标杆DMU,但由于 $E_i$ 没直接与权重关联起来,显然也不便于直观分析改善指标及其改善效果. 本文算法直接变交叉效率集为权重集,将评价值与群权重和指标值关联起来,可直接用来分析从而寻求改善策略.

**定义5** (改善的约束条件) 前沿面约束: 改善DMU改进后可转化为有效DMU, 但原有效DMU的有效性应保持不变; 生产函数约束: 改善DMU所改进的属性指标在改进后应不优于标杆(或比较)DMU的属性指标值; 资源条件约束: 主要是内部挖潜, 不考虑指标改善的成本.

从式(11)可以看出, 改善策略有两类. 一类是针对指标值性质的3种策略: 1) 仅关注 $O$ 的单纯 $O\uparrow$ 策略.  $I$ 不变, 对那些低于标杆的 $O_h$ 采取内部挖潜提升到不高于标杆水平. 2) 仅关注 $I$ 的单纯 $I\downarrow$ 策略.  $O$ 不变, 对那些高于标杆的 $I_l$ 采取内部挖潜降低到不低于标杆值. 3) 既关注 $I$ 又关注 $O$ 的 $O\uparrow$  &  $I\downarrow$ 并举策略. 同时降低 $I_l$ 和提升 $O_h$ 到不优于对应标杆值. 另一类是针对所改善指标个数的2种策略: 单一指标策略和多指标策略. 策略的选择应满足改善后改善DMU的群决策他评交叉效率不低于标杆DMU的群决策他评交叉效率, 同时优先单一指标策略, 并且产出优先而投入次之.

综上所述, 基于经典DEA交叉效率模型, 引入群决策思想, 深入到DEA交叉效率评价过程内部, 从分析交叉效率值产生变化根源在于属性效用的变化着手, 通过分析属性效用一致性, 运用熵权法确定属性效用熵权, 根据属性效用熵权的唯一性或公共性和关联性性质, 变关注结果的交叉效率集为关注评价过程的属性效用集结, 将个体权重集结为群权重确立公共权重, 用统一规则评价DMU他评交叉的群综合效用, 并将其作为DEA交叉效率评价的相对效率评价, 从而延续经典DEA的客观性, 克服现行DEA交叉效率评价的相对效率评价带有主观色彩(等权

或加权平均)的不足, 实现将评价值与权重和指标值关联, 方便寻求效率改善路径. 这对于持续改进DMU的业绩是DMU永恒目标的组织管理基本理念有着极其重要的现实意义. 具体应用步骤如下.

**step 1:** 构建DEA交叉效率评价的 $G_{DEA}(X, V, D)$ .  $n$ 个同质DMU组成一个 $G_{DEA}(X, V, D)$ , DMU $_i$ 既是 $X$ 中的 $x_i$ 同时又是 $D$ 中的 $d_j$ , 其中 $i = 1, 2, \dots, n$ . DMU $_k$ 的属性指标集为 $v_k = (I_{kl}, O_{kh})$ ,  $k \in K = 1, 2, \dots, n, l \in L = \{1, 2, \dots, p\}, h \in H = \{1, 2, \dots, q\}, p, q \geq 1$ .

**step 2:** 基于CCR-DEA的 $G_{DEA}(X, V, D)$ 专家偏好(权重)集确定. 由定义1和式(1)最优解 $(\theta_i^*, \alpha_{il}^*, \beta_{ih}^*)$ 确定 $D$ 的权重集 $\omega = \{\omega^1, \omega^2, \dots, \omega^n\}$ . 其中:  $\omega^j = (\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*), j \in J = \{1, 2, \dots, n\}, l \in L = \{1, 2, \dots, p\}, h \in H = \{1, 2, \dots, q\}$ .

**step 3:**  $G_{DEA}(X, V, D)$ 的属性效用测算与他评交叉属性效用决策矩阵建立. 由定义2对 $x_i$ (即DMU $_i, i = 1, 2, \dots, n$ )用式(4)测算出 $d_j$ 的 $a_{ik}^j (j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, m)$ , 形成式(5)所示的被评价DMU $_i$ 的 $A_i$ .

**step 4:** 公共权重 $(\omega)$ 确定及他评交叉群综合效用值与相对群综合效用值测算. 由命题1和性质1并按式(7)和(8)或式(9)和(10)对(6)的行向量求 $v_{ik}$ 的 $S_k$ 和 $\omega_k$ , 得公共权重 $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$ , 据式(11)和(12)计算 $E_i^S$ 和 $E_i^{S^*}$ , 建立群决策的 $\{E_i^S\}$ 和 $\{E_i^{S^*}\} (i = 1, 2, \dots, n)$ .

**step 5:** DMU的排序与选择. 按 $E_i^{S^*}$ 形成DMU $_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的排序, 在此基础上进行DMU选择.

**step 6:** DMU的持续改进. 以排序位置调整为目标, 按step 5排序相应序位的DMU为标杆DMU, 受定义5限制, 由单纯策略到混合策略、对单一指标到对多指标寻求改进具体对策方案.

## 3 算例分析

### 3.1 算例情景

以文献[19]中的数据(表2所示)为例进行算例分析与验证. 由13个供应商且每个供应商有3个投入和3个产出所形成的 $G_{DEA}(X, V, D)$ , 其评价指标集为 $(I_{il}, O_{ih}) (i = 1, 2, \dots, 13, l, h = 1, 2, 3), I_1 \sim I_3$ 分别为运输总成本、延时供货和维修服务,  $O_1 \sim O_3$ 分别为合格零件数量、供货准时到达次数和供货数量准确到达次数. 其交叉效率决策矩阵如表3所示.

### 3.2 计算结果及其分析

用式(1)确定属性权重偏好, 用式(4)和(5)计算出 $A_i$ . 以DMU $_3$ 为例, 计算结果如表4所示.

表2 DMU原始数据及CCR-DEA评价

DMU <sub>i</sub>	投入型指标(I)			产出型指标(O)			CCR-DEA		
	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	O <sub>1</sub>	O <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>	效率值(θ <sub>i</sub> )	有效否	排序
DMU <sub>1</sub>	267	48	90	103	189	100	0.6508	否	9
DMU <sub>2</sub>	253	46	58	134	197	130	0.9229	否	5
DMU <sub>3</sub>	189	35	53	130	210	175	1.0000	是	1
DMU <sub>4</sub>	258	43	65	125	179	160	0.7740	否	6
DMU <sub>5</sub>	257	70	86	117	187	173	0.7270	否	7
DMU <sub>6</sub>	248	28	55	139	195	170	1.0000	是	1
DMU <sub>7</sub>	275	64	95	106	197	120	0.6447	否	10
DMU <sub>8</sub>	331	45	98	120	198	145	0.6667	否	8
DMU <sub>9</sub>	327	72	83	95	203	150	0.6173	否	11
DMU <sub>10</sub>	330	76	100	79	174	90	0.4745	否	13
DMU <sub>11</sub>	322	54	89	86	177	100	0.5310	否	12
DMU <sub>12</sub>	328	32	92	102	212	180	0.9369	否	4
DMU <sub>13</sub>	249	28	59	118	198	170	1.0000	是	1

表3 交叉效率(E<sub>(i,j)</sub>)决策矩阵与DEA交叉效率评价结果

被评价 DMU <sub>i</sub>	评价 DMU <sub>j</sub>													DEA交叉效率		
	DMU <sub>1</sub>	DMU <sub>2</sub>	DMU <sub>3</sub>	DMU <sub>4</sub>	DMU <sub>5</sub>	DMU <sub>6</sub>	DMU <sub>7</sub>	DMU <sub>8</sub>	DMU <sub>9</sub>	DMU <sub>10</sub>	DMU <sub>11</sub>	DMU <sub>12</sub>	DMU <sub>13</sub>	效率值(E <sub>i</sub> )	归一化值(E <sub>i</sub> <sup>*</sup> )	排序
DMU <sub>1</sub>	0.6508	0.4808	0.5144	0.4758	0.4045	0.4555	0.6371	0.6452	0.5300	0.6371	0.6508	0.5568	0.4364	0.5442	0.5639	8
DMU <sub>2</sub>	0.7101	0.9229	0.6947	0.9184	0.5549	0.6214	0.7008	0.7153	0.8572	0.7008	0.7101	0.6056	0.5455	0.7121	0.7379	4
DMU <sub>3</sub>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8154	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.8485	0.8825	0.9651	1.0000	1
DMU <sub>4</sub>	0.6731	0.7641	0.6869	0.7740	0.6698	0.6242	0.6244	0.6798	0.6950	0.6244	0.6731	0.5887	0.6365	0.6703	0.6945	6
DMU <sub>5</sub>	0.4884	0.5533	0.6300	0.5652	0.7270	0.3847	0.6549	0.4879	0.5488	0.6549	0.4884	0.3778	0.4344	0.5381	0.5576	9
DMU <sub>6</sub>	0.9864	1.0000	0.8195	1.0000	0.7403	1.0000	0.7077	1.0000	0.8948	0.7077	0.9864	0.9848	0.9989	0.9097	0.9426	2
DMU <sub>7</sub>	0.5437	0.4702	0.5204	0.4649	0.4713	0.3682	0.6447	0.5379	0.5234	0.6447	0.5437	0.4353	0.3787	0.5036	0.5218	10
DMU <sub>8</sub>	0.6667	0.5016	0.5229	0.5023	0.4731	0.5512	0.5384	0.6667	0.5099	0.5384	0.6667	0.6222	0.5734	0.5641	0.5845	7
DMU <sub>9</sub>	0.4915	0.5004	0.4856	0.4611	0.4954	0.3086	0.5587	0.4823	0.6173	0.5587	0.4915	0.3987	0.3900	0.4800	0.4973	11
DMU <sub>10</sub>	0.4034	0.3483	0.3530	0.3249	0.2945	0.2355	0.4745	0.3951	0.4391	0.4745	0.4034	0.3238	0.2569	0.3636	0.3768	13
DMU <sub>11</sub>	0.5310	0.4181	0.4069	0.3933	0.3354	0.3463	0.4947	0.5229	0.5019	0.4947	0.5310	0.4635	0.3754	0.4473	0.4635	12
DMU <sub>12</sub>	0.8848	0.4810	0.5713	0.4520	0.5927	0.6555	0.5817	0.8735	0.5816	0.5817	0.8848	0.9369	0.9020	0.6907	0.7157	5
DMU <sub>13</sub>	1.0000	0.8225	0.7668	0.7986	0.7373	0.8687	0.7157	1.0000	0.8470	0.7157	1.0000	1.0000	1.0000	0.8671	0.8984	3

表4 DMU<sub>3</sub>他评属性效用决策矩阵

评价 DMU <sub>j</sub>	v <sub>I<sub>1</sub></sub> <sup>j</sup> (ω <sub>1</sub> <sup>j</sup> × I <sub>31</sub> )	v <sub>I<sub>2</sub></sub> <sup>j</sup> (ω <sub>2</sub> <sup>j</sup> × I <sub>32</sub> )	v <sub>I<sub>3</sub></sub> <sup>j</sup> (ω <sub>3</sub> <sup>j</sup> × I <sub>33</sub> )	∑ <sub>l=1</sub> <sup>3</sup> v <sub>I<sub>l</sub></sub> <sup>j</sup>	v <sub>O<sub>1</sub></sub> <sup>j</sup> (ω <sub>4</sub> <sup>j</sup> × O <sub>31</sub> )	v <sub>O<sub>2</sub></sub> <sup>j</sup> (ω <sub>5</sub> <sup>j</sup> × O <sub>32</sub> )	v <sub>O<sub>3</sub></sub> <sup>j</sup> (ω <sub>6</sub> <sup>j</sup> × O <sub>33</sub> )	∑ <sub>h=1</sub> <sup>3</sup> v <sub>O<sub>h</sub></sub> <sup>j</sup>	U <sub>3</sub> <sup>j</sup>
d <sub>1</sub>	0.1996	0.5235	0.0000	0.7231	0.0000	0.7232	0.0000	0.7232	1.0000
d <sub>2</sub>	0.0000	0.0000	0.9138	0.9138	0.7092	0.2046	0.0000	0.9138	1.0000
d <sub>3</sub>	0.7311	0.1142	0.1547	1.0000	0.3485	0.2999	0.3516	1.0000	1.0000
d <sub>4</sub>	0.0923	0.0000	0.7126	0.8049	0.8049	0.0000	0.0000	0.8049	1.0000
d <sub>5</sub>	0.7354	0.0000	0.0000	0.7354	0.0000	0.0000	0.7354	0.7354	1.0000
d <sub>6</sub>	0.1030	1.0101	0.0548	1.1679	0.7932	0.0614	0.0977	0.9523	0.8154
d <sub>7</sub>	0.6872	0.0000	0.0000	0.6872	0.0000	0.6873	0.0000	0.6873	1.0000
d <sub>8</sub>	0.1920	0.5162	0.0000	0.7082	0.0518	0.6565	0.0000	0.7083	1.0000
d <sub>9</sub>	0.0000	0.0000	0.6386	0.6386	0.0000	0.6386	0.0000	0.6386	1.0000
d <sub>10</sub>	0.5727	0.0000	0.0000	0.5727	0.0000	0.5727	0.0000	0.5727	1.0000
d <sub>11</sub>	0.1739	0.4561	0.0000	0.6300	0.0000	0.6300	0.0000	0.6300	1.0000
d <sub>12</sub>	0.0000	1.0938	0.0000	1.0938	0.0000	0.9280	0.0000	0.9280	0.8485
d <sub>13</sub>	0.0949	1.0584	0.0254	1.1787	0.0089	0.3483	0.6830	1.0402	0.8825
S <sub>3k</sub>	0.7861	0.7006	0.5367		0.5568	0.8826	0.4692		
ω <sub>3k</sub>	0.1999	0.1782	0.1365		0.1416	0.2245	0.1193		

从表4不难看出:一方面,用经典DEA交叉效率所确定的 $E_3$ 即为群决策下 $U_3^j$ 的简单平均,这样经典DEA交叉效率方法即为考虑群决策时效用值偏好的群决策方法,取 $E_{(3,j)}$ 平均值 $(1/n)$ ,存在缺乏理论基础和没有考虑不同属性在排序中的作用与地位等问题,其不合理性显而易见;另一方面, $E_{(3,j)}$ 的变动受 $(\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*)$ 和 $(I_{3l}, O_{3h})$ 等因素影响,是 $a_{3l}^j (l \in L = \{1, 2, 3\})$ 和 $a_{3h}^j (h \in H = \{1, 2, 3\})$ 变动的结果.

由式(7)和(8)或式(9)和(10),用 $S_{3k}$ 度量 $a_{3k}^j (j \in J = \{1, 2, \dots, 13\})$ 的稳定性可测算其 $\omega_{3k}$ . 同样,对

于 $DMU_4$ 可测算 $\omega_{4k}$ ,有 $\omega_{3k} = \omega_{4k}$ ,从而验证了命题1、性质1和结论2的成立. 将 $(\alpha_{jl}^*, \beta_{jh}^*)$ 集结为 $\omega = (0.1999, 0.1782, 0.1365, 0.1416, 0.2245, 0.1193)$ . 用式(11)和(12)或(13)计算出 $E_i^S$ (或 $E_i^{S^*}$ ),评价结果如表5所示.

由表5可以看出,本文算法实现了将基于多组公共权重集的交叉效率集结转化为一组公共权重交叉综合效用评价,具有无需交叉效率的集结便可将评价价值与群权重和属性指标值直接关联起来的相对优势.

表5 DEA交叉效率公共权重法评价结果

被评价 DMU <sub>i</sub>	$v_{I_1}$ ( $\omega_1 \times I_{i1}$ )	$v_{I_2}$ ( $\omega_2 \times I_{i2}$ )	$v_{I_3}$ ( $\omega_3^j \times I_{i3}$ )	$\sum_{l=1}^3 v_{I_l}$	$v_{O_1}$ ( $\omega_4 \times O_{i1}$ )	$v_{O_2}$ ( $\omega_5 \times O_{i2}$ )	$v_{O_3}$ ( $\omega_6 \times O_{i3}$ )	$\sum_{h=1}^3 v_{O_h}$	$E_i^S$	$E_i^{S^*}$	排序
DMU <sub>1</sub>	53.373	8.554	12.285	74.212	14.585	42.431	11.930	68.945	0.929	0.5509	8
DMU <sub>2</sub>	50.575	8.197	7.917	66.689	18.974	44.227	15.509	78.710	1.180	0.6999	4
DMU <sub>3</sub>	37.781	6.237	7.235	51.253	18.408	47.145	20.878	86.431	1.686	1.0000	1
DMU <sub>4</sub>	51.574	7.663	8.873	68.109	17.700	40.186	19.088	76.974	1.130	0.6702	5
DMU <sub>5</sub>	51.374	12.474	11.739	75.587	16.567	41.982	20.639	79.188	1.048	0.6212	6
DMU <sub>6</sub>	49.575	4.990	7.508	62.072	19.682	43.778	20.281	83.741	1.349	0.8000	2
DMU <sub>7</sub>	54.973	11.405	12.968	79.345	15.010	44.227	14.316	73.552	0.927	0.5497	9
DMU <sub>8</sub>	66.167	8.019	13.377	87.563	16.992	44.451	17.299	78.742	0.899	0.5333	10
DMU <sub>9</sub>	65.367	12.830	11.330	89.527	13.452	45.574	17.895	76.921	0.859	0.5095	11
DMU <sub>10</sub>	65.967	13.543	13.650	93.160	11.186	39.063	10.737	60.986	0.655	0.3885	13
DMU <sub>11</sub>	64.368	9.623	12.149	86.139	12.178	39.737	11.930	63.844	0.741	0.4395	12
DMU <sub>12</sub>	65.567	5.702	12.558	83.828	14.443	47.594	21.474	83.511	0.996	0.5908	7
DMU <sub>13</sub>	49.775	4.990	8.054	62.818	16.709	44.451	20.281	81.441	1.296	0.7688	3

3.3 提升DMU<sub>6</sub>在DEA系统中地位改进策略分析

从表5并结合式(10)和(11)或(12)可以看出, $E_i^S$ (或 $E_i^{S^*}$ )与DEA系统的群权重 $\omega_k$ 和被评价DMU<sub>i</sub>的 $v_{ik}$ 直接相关,这为DMU<sub>i</sub>决策者寻求改善 $E_i^S$ (或 $E_i^{S^*}$ )指明了方向和明确了目标. 在此仅以排序第2名的DMU<sub>6</sub>为例进行说明. 受定义5的约束,DMU<sub>6</sub>改善策略的目标应该是力争成为该DEA系统第1名,以DMU<sub>3</sub>为标杆,受定义5的约束,采用内部挖潜的改善策略. 通过对表5的分析发现,DMU<sub>6</sub>相对于标杆DMU<sub>3</sub>而言,只有 $E_i^{S^*}$ 提升幅度不低于25%的提升路径才有效. 其差异主要有2个产出指标( $O_{62} < O_{32}$ 、 $O_{63} < O_{33}$ )和2个投入指标( $I_{61} > I_{31}$ 、 $I_{63} > I_{33}$ ). 因此,DMU<sub>6</sub>实施改善的具体路径、对策及其效果如表6所示.

从表6可以看出:对DMU<sub>6</sub>而言,有效对策方案实施后 $E_i^S$ 的提升幅度必须大于25%的阈值;单纯 $I \downarrow$ 或 $O \uparrow$ 的改善对策虽然能提高 $E_3^S$ 和 $E_3^{S^*}$ ,但提升幅度均低于阈值而不能改变其地位;采用 $O \uparrow$  &  $I \downarrow$ 并举的对策则提升幅度大于阈值,有助于改善其地位,对

策方案可行. 在5种可行对策中:“ $O_2 \uparrow + O_3 \uparrow$  &  $I_1 \downarrow + I_3 \downarrow$ ”最优, $E_6^S$ 提高了30%((1.7539 - 1.3491)/1.3491)高于 $E_3^S$ (1.6864);“ $O_2 \uparrow + O_3 \uparrow$  &  $I_1 \downarrow$ ”次优, $E_6^S$ 提高了29.3%((1.7444 - 1.3491)/1.3491);“ $O_3 \uparrow$  &  $I_1 \downarrow + I_3 \downarrow$ ”改善效果最差,虽然 $E_6^S$ 提高了25.02%((1.6866 - 1.3491)/1.3491)而改变了地位,但仅微超 $E_3^S$ . 相对于经典DEA交叉效率模型,调整属性指标值的效果测算由 $n + 1$ ( $n$ 个DMU的交叉效率+取平均)次简化为仅需1次,即由13个 $E_{(3,j)}$ 和1个 $E_i$ 的14个计算简化为仅计算1个 $E_3^S$ ,这在DMU数较多时节省计算工作量以减少差错方面的效果极其明显. 由此可见,本文算法解决了经典DEA交叉效率模型没有将评价价值与权重直接关联起来而不便于应用的不足. 以“ $O_2 \uparrow + O_3 \uparrow$  &  $I_1 \downarrow + I_3 \downarrow$ ”为例,改进后的DMU<sub>6</sub>的属性指标集为(189, 28, 53; 139, 210, 175),与其他DMU组成新的DEA系统,其有效DMU仍是DMU<sub>3</sub>、DMU<sub>6</sub>、DMU<sub>13</sub>,新DEA系统的前沿面包含了原前沿面. 与该例相类似,其他可行对策方式仍具有相同效果.

表6 DMU<sub>6</sub>改善路径与效果

类型	对策方式	改善幅度	改善后 $E_i^S$		改善后 $E_i^{S^*}$		排序	可行否
			值	%	值	%		
I类: 单纯提升产出	$O_2 \uparrow$	15 = 210-195	1.403 3	4.021	0.832 2	4.021	2	
	$O_3 \uparrow$	5 = 175-170	1.358 7	0.712	0.805 9	0.712	2	×
	$O_2 \uparrow + O_3 \uparrow$	15+5	1.412 9	4.734	0.837 9	4.734	2	
II类: 单纯降低投入	$I_1 \downarrow$	59 = 248-189	1.665 6	23.458	0.987 7	23.458	2	
	$I_3 \downarrow$	2 = 55-53	1.355 0	0.442	0.803 5	0.442	2	×
	$I_1 \downarrow + I_3 \downarrow$	59+2	1.674 6	24.132	0.993 1	24.132	2	
III类: 降低投入与提升产出并举	$O_2 \uparrow \& I_1 \downarrow$	15 & 59	1.732 5	28.422	1.000 0	25.000	1	√
	$O_2 \uparrow \& I_3 \downarrow$	15 & 2	1.409 5	4.481	0.835 8	4.481	2	×
	$O_2 \uparrow \& I_1 \downarrow + I_3 \downarrow$	15 & 59+2	1.742 0	29.123	1.000 0	25.000	1	√
	$O_3 \uparrow \& I_1 \downarrow$	5 & 59	1.677 4	24.337	0.994 7	24.337	2	×
	$O_3 \uparrow \& I_3 \downarrow$	5 & 2	1.364 7	1.157	0.809 3	1.157	2	×
	$O_3 \uparrow \& I_1 \downarrow + I_3 \downarrow$	5 & 59+2	1.686 6	25.016	1.000 0	25.000	1	√
	$O_2 \uparrow + O_3 \uparrow \& I_1 \downarrow$	15+2 & 59	1.744 4	29.302	1.000 0	25.000	1	√
	$O_2 \uparrow + O_3 \uparrow \& I_3 \downarrow$	15+2 & 2	1.419 2	5.196	0.841 6	5.196	2	×
$O_2 \uparrow + O_3 \uparrow \& I_1 \downarrow + I_3 \downarrow$	15+2 & 59+2	1.753 9	30.008	1.000 0	25.000	1	√	

对于非有效DMU要想改变地位或成为有效DMU,则可直接用现行位置的DMU(或排名最后的有效DMU)作为标杆DMU,按定义5的规则即可确定改进的属性指标及其程度,这相对于松弛变量的DEA模型而言,具有无需线性规划求解的优势。

### 4 结论

作为相对效率评价和DMU排序方法工具的DEA交叉效率方法大多采用结果导向的交叉效率集结方法,忽视了评价活动过程,信息利用不充分。本文引入群决策方法,打开评价过程“黑箱”关注其内部,着眼属性效用一致性,得出了DEA交叉效率评价的实质是一个群决策系统;在群决策视角下,DEA交叉效率即为群决策的他评交叉综合效用,评价中存在效用偏好和序关系偏好;基于熵权法考察他评交叉属性效用的一致性,发现了DEA交叉效率评价过程中,属性效用熵权只与不同DMU属性权重相关而与评价DMU属性指标值无关且属性熵权具有唯一性的性质;考虑到他评交叉属性效用熵权的唯一性,将其定义为DEA交叉效率评价的公共权重,提出了考虑属性效用一致性的DEA他评交叉公共权重评价法,重新定义了他评交叉效率DEA模型,且该方法实现了统一群权重下DMU他评交叉群综合效用的测评,用其作为交叉效率评价具有与权重和指标值直接关联的关联性性质,无需考虑交叉效率集结问题并实现了将评价与权重和指标值直接关联起来;将面向结果的交叉效率集结转化为面向过程的属性效用的集结并归根于权重集结。本文所提出的方法在一

定程度上修正了DEA交叉效率评价方法,使得DEA交叉效率模型给出的结果具备较高的可信性和效率改善的可操作性,从经济学的效用理论和决策科学的群决策理论方法解析DEA交叉效率评价,为DEA领域的其他模型的改进提出了新的思路,为决策者的科学决策提供了理论与方法的支持。

### 参考文献(References)

- [1] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. European Journal of Operational Research, 1978, 2(6): 429-444.
- [2] 杨锋, 杨琛琛, 梁樑, 等. 基于公共权重DEA模型的决策单元排序研究[J]. 系统工程学报, 2011, 26(4): 551-557.  
(Yang F, Yang C C, Liang L, et al. Ranking decision making units using common-weight DEA model[J]. Journal of Systems Engineering, 2011, 26(4): 551-557.)
- [3] Sexton T R, Silkman R H, Hogan A J. Data envelopment analysis: Critique and extensions[J]. New Directions for Program Evaluation, 1986(32): 73-105.
- [4] Doyle J, Green R. Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations meanings and a uses[J]. Journal of the Operational Research Society, 1994, 45(5): 567-578.
- [5] Wu J, Liang L, Zha Y, et al. Determination of cross-efficiency under the principle of rank priority in cross-evaluation[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 4826-4829.
- [6] Liang L, Wu J, Cook W D, et al. Alternative secondary goals in DEA cross-efficiency evaluation[J]. International Journal of Production Economics, 2008, 113(2): 1025-1030.
- [7] Wang Y M, Chin K S. A neutral DEA model for

- cross-efficiency evaluation and its extension[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(5): 3666-3675.
- [8] 许娜, 路文杰. 基于熵值权重限制的超效率DEA评价模型[J]. *数学的实践与认识*, 2018, 48(17): 285-290.  
(Xu N, Lu W J. Super efficiency DEA evaluation model based on entropy weight restriction[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2018, 48(17): 285-290.)
- [9] 马占新, 赵佳风. DEA方法的效率悖论与数据短尾现象[J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(1): 200-214.  
(Ma Z X, Zhao J F. The efficiency of the DEA method and the short tail phenomenon of data[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2019, 39(1): 200-214.)
- [10] Wu J, Sun J S, Liang L. DEA cross-efficiency aggregation method based upon shannon entropy[J]. *International Journal of Production Research*, 2012, 50(23): 6726-6736.
- [11] 陈洪转, 郑垂勇, 张之艳. 基于群决策DEA的农村水利投入产出研究[J]. *河海大学学报: 自然科学版*, 2009, 37(2): 245-248.  
(Chen H Z, Zheng C Y, Zhang Z Y. Input and output of rural water conservancy based on group DEA model[J]. *Journal of Hohai University: Natural Sciences*, 2009, 37(2): 245-248.)
- [12] 孙加森. 数据包络分析(DEA)的交叉效率理论与应用研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2014.  
(Sun J S. Research on cross-efficiency of data envelopment analysis (DEA): Theoretical method and application[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2014.)
- [13] 吴杰. 数据包络分析(DEA)的交叉效率研究——基于博弈理论的效率评估方法[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2008.  
(Wu J. Research on cross-efficiency of data envelopment analysis (DEA): The efficiency evaluation method based on game theory[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2008.)
- [14] Liang L, Wu J, Cook W D, et al. The DEA game cross-efficiency model and its nash equilibrium[J]. *Operations Research*, 2008, 56(5): 1278-1288.
- [15] Song M L, Zhu Q Y, Peng J, et al. Improving the evaluation of cross efficiencies: A method based on shannon entropy weight[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2017, 112: 99-106.
- [16] 陈磊, 王应明. 基于前景理论的交叉效率集结方法[J]. *系统科学与数学*, 2018, 38(11): 1307-1316.  
(Chen L, Wang Y M. Cross-efficiency aggregation method based on prospect theory[J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2018, 38(11): 1307-1316.)
- [17] 刘金培, 杨宏伟, 陈华友, 等. 基于交叉效率DEA与群体共识的区间乘性语言偏好关系群决策[J]. *中国管理科学*, 2020, 28(2): 190-198.  
(Liu J P, Yang H W, Chen H Y, et al. Group decision making with interval multiplicative linguistic preference relations based on cross-efficiency DEA and group consensus[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2020, 28(2): 190-198.)
- [18] Wang Y M, Chin K S. The use of OWA operator weights for cross-efficiency aggregation[J]. *OMEGA*, 2011, 39(5): 493-503.
- [19] 程幼明, 姚丽, 何惠妍, 等. 一种考虑DMU间交叉竞争的博弈效率DEA评价方法[J]. *控制与决策*, 2018, 33(9): 1677-1685.  
(Cheng Y M, Yao L, He H Y, et al. An evaluation method for DEA game efficiency considering cross-competition game of DMUs[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(9): 1677-1685.)
- [20] 熊文涛, 冯育强, 雍龙泉. 基于公共权重和理想决策单元的DEA排序方法[J]. *系统工程*, 2016, 34(3): 124-128.  
(Xiong W T, Feng Y Q, Yong L Q. A method for ranking decision making units by common set of weights and ideal decision making unit in DEA[J]. *Systems Engineering*, 2016, 34(3): 124-128.)
- [21] Liu F H, Peng H H. Ranking of units on the DEA frontier with common weights[J]. *Computers & Operations Research*, 2008, 35(5): 1624-1637.
- [22] 周荣喜, 范福云, 何大义, 等. 多属性群决策中基于数据稳定性与主观偏好的综合熵权法[J]. *控制与决策*, 2012, 27(8): 1169-1174.  
(Zhou R X, Fan F Y, He D Y, et al. Integrated entropy weight method based on data stability and subjective preference in multi-attribute group decision-making[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(8): 1169-1174.)

## 作者简介

程幼明(1963—), 男, 教授, 从事运营管理、决策理论等研究, E-mail: chengym815@163.com;

王慧颖(1992—), 女, 硕士生, 从事工业工程与管理、DEA的研究, E-mail: 854348717@qq.com;

张孝琪(1990—), 男, 讲师, 博士生, 从事决策分析、供应链管理的研究, E-mail: xqzhang@ahpu.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)