

控制与决策

Control and Decision

航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

孙亮, 马佳鹏

引用本文:

孙亮, 马佳鹏. 航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2297–2304.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

控制与决策. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

控制与决策. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 387–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

孙亮[†], 马佳鹏

(1. 北京科技大学 自动化学院, 北京 100083; 2. 北京科技大学 人工智能研究院, 北京 100083)

摘要: 研究含模型不确定性的刚性航天器输入受限时的姿态跟踪控制设计问题. 针对修改的罗德里格斯姿态参数描述的航天器姿态跟踪动力学模型, 基于一种有界非线性连续函数和修改的罗德里格斯姿态参数自身有界性, 设计鲁棒自适应状态反馈受限控制器, 不确定参数的自适应更新律可保证在线估计参数的有界性. 通过所提出的输入受限控制设计方法给出输入受限幅值、期望轨迹上界、模型不确定性上界与控制器增益之间的定量关系, 并采用李亚普诺夫方法证明通过选择合适的控制器参数可以保证闭环系统角速度误差渐近收敛到零, 且姿态跟踪误差收敛到原点小邻域, 同时保证控制量始终在预先给定的受限范围内. 仿真结果验证了所设计的控制器可在输入受限的情况下完成控制目标并有效抑制模型的不确定性影响.

关键词: 航天器; 姿态跟踪; 控制输入受限; 状态反馈; 自适应控制; 稳定性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0013

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 孙亮, 马佳鹏. 航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2297-2304.

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

SUN Liang[†], MA Jia-peng

(1. School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 2. Institute of Artificial Intelligence, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: The attitude tracking control problem is investigated for a rigid spacecraft with constrained inputs and model uncertainties. A bounded robust adaptive state feedback control law is developed based on a kind of bounded nonlinear continuous function and the bounded property of the modified Rodrigues parameters. The proposed control designing method gives the quantitative relationship between the constraint value, the bound of the desired trajectory, the bound of the model uncertainties, and the tunable controller gains. It is proved via the Lyapunov's stability theory that angular velocity errors tend to zero asymptotically and attitude errors converge to the small neighborhoods of zero by setting suitable controller parameters. The simulation results demonstrate that the proposed approach can achieve the design objective and deal with the model uncertainties under the constrained control inputs.

Keywords: spacecraft; attitude tracking; constrained control inputs; state feedback; adaptive control; stability

0 引言

航天器姿态控制系统设计一直是航天工程领域的研究热点. 在轨航天器的姿态动力学是强非线性耦合的, 且受到重力梯度力矩、太阳光压力矩、气动力矩以及地磁力矩等各种未知外部干扰力矩的影响, 航天器内部飞轮等执行机构的机械摩擦及安装误差等产生的未知内部干扰力矩对航天器姿态控制系统也有影响, 因此当干扰力矩对航天器姿态控制的影响较大时, 姿态控制系统的设计必须考虑干扰力矩的抑制问题. 同时, 航天器的转动惯量矩阵常常不能事先精

确已知, 进而降低姿态控制系统的精度, 因此姿态控制系统的设计还需要考虑航天器转动惯量矩阵的不确定性影响. 此外, 实际航天器姿态控制系统设计中一定会遇到的问题是控制输入受限, 即航天器姿态控制执行机构的输出力矩不能无限大而是保持在预先设计好的有限范围内, 因此若不考虑执行机构输出力矩的受限问题则难以保证航天器姿态控制系统的稳定性和精度. 综上所述, 在控制输入受限条件下设计能克服模型不确定性影响的姿态控制器具有重要的实际意义.

收稿日期: 2020-01-06; 修回日期: 2020-04-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61903025).

责任编辑: 徐胜元.

[†]通讯作者. E-mail: liangsun@ustb.edu.cn.

针对控制输入受限问题已经提出了许多非线性控制设计方法. 文献[1-2]采用最优控制策略设计航天器姿态跟踪控制器,达到减小控制输入的目的并保证系统的稳定性,但这种最优控制方法不能保证控制量始终在预先给定的范围内. 文献[3]采用饱和函数对执行机构输出力矩进行限制,并设计控制输入饱和的姿态跟踪控制器. 文献[4]基于有限时间自适应控制方法设计了控制输入饱和的姿态跟踪控制器. 但文献[3-4]中所提出的控制器会导致控制系统动态响应过程中航天器执行机构的输出力矩会停留在其最大值处一段时间,对执行机构的机械特性极为不利进而降低使用寿命. 文献[5]提出了一种航天器输入受限的鲁棒自适应变结构姿态控制器,可以保证控制量始终保持在预设范围内连续变化并克服未知外部干扰的影响,但控制设计过程中忽略了航天器惯性参数不确定性. 文献[6]在反步法的设计框架下采用连续可微的反正切函数设计了一种状态反馈受限姿态机动控制器,但设计过程忽略了航天器惯性矩阵不确定性和未知干扰力矩,不能保证控制系统的鲁棒性. 文献[7]考虑改进的罗德里格斯参数(MRP)描述的航天器姿态动力学,基于齐次性理论和饱和函数设计了一种姿态镇定饱和控制器,不仅能保证控制量的有界性,而且实现了有限时间姿态镇定,但文献未研究航天器姿态跟踪控制问题. 进一步,文献[8]采用非奇异终端滑模控制方法设计有限时间饱和和姿态跟踪控制律,同时克服了未知干扰的影响. 文献[9]基于MRP描述的姿态动力学模型,考虑航天器控制输入受限问题,设计了一种饱和的比例微分姿态镇定控制律,然而所提出的控制律不能补偿或抑制模型不确定性的影响. 文献[10]基于四元数姿态描述的混杂系统动力学模型提出了一种全局稳定的输出反馈饱和和姿态跟踪控制律,但仍未考虑系统模型不确定性的影响. 文献[11]设计了一种控制输入及其变化率都受限的鲁棒饱和姿态跟踪控制器,所提出的方法可以克服模型不确定性和外部干扰的影响,但控制策略中设计参数较多. 文献[12]基于MRP描述的姿态动力学模型提出了基于双曲正切函数的鲁棒自适应姿态跟踪控制律,可以保证控制输入始终在预先给定的范围内连续变化,且能克服模型不确定性的影响. 文献[13]基于MRP描述的姿态动力学模型,提出了一种鲁棒自适应姿态跟踪受限控制律,可以保证控制输入始终在预先给定的范围内连续变化,并克服有界外部干扰和执行器部分失效故障的影响,然而所提出的控制器不能克服转动惯量参数不确定性的影响. 文

献[14-15]考虑复杂的航天器交会对接系统输入受限控制设计问题,采用一类连续分段函数设计了饱和和补偿辅助系统,并分别提出了姿轨耦合的有限时间控制器和输出反馈控制器. 两个文献尽管给出了控制饱和情况下的系统稳定性结论,但都未分析控制系统不发生饱和时的状态收敛性. 进一步,文献[16]针对执行器幅值和速率均发生饱和时的航天器姿态跟踪控制问题,仍采用基于连续分段函数的饱和补偿辅助系统,联合自适应动态面控制方法设计了鲁棒饱和和姿态跟踪控制器,且分析了饱和和补偿器系统工作在不同条件下的闭环系统稳定性. 虽然以上文献设计了航天器在各种条件下的抗饱和和姿态镇定/跟踪控制器,但实际姿态控制系统并不能够在控制输入任意限制幅值下都保证稳定跟踪和抗干扰能力,因此在设计受限控制器时需要确定系统在给定控制幅值限制下是否能够跟踪给定期望轨迹并克服模型不确定性.

本文针对MRP姿态参数描述的含模型不确定性的航天器姿态跟踪动力学模型,不同于文献[14-15]采用的抗饱和和补偿器技术,而是基于一种连续可微有界函数和MRP自身的有界性,提出了一种鲁棒自适应姿态跟踪受限控制器,同时给出了控制器参数的整定规则. 所设计的受限姿态跟踪控制律在航天器模型不确定的条件下,能够保证姿态跟踪误差的一致最终有界收敛性. 不同于文献[1-8,14-16]的受限控制方法,所提出的控制方法给出了控制限幅值、期望轨迹的界、模型不确定性的界与控制器参数之间的定量关系,可预先估算系统在给定控制限幅下是否有能力跟踪给定期望轨迹和克服一定范围的模型不确定,若有能力则可通过设计的参数整定规则确定输入受限控制器的参数,从而实现稳定的鲁棒姿态跟踪受限控制. 通过与基于抗饱和和补偿器的自适应控制律的仿真对比结果表明,所设计的控制律可避免执行器工作在最大输出力矩状态的情况.

文中: $\|\cdot\|$ 表示2范数, $\|\cdot\|_F$ 表示Frobenius范数. 对任意的矩阵 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 有 $\|A\| \triangleq \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$, $\|A\|_F \triangleq \sqrt{\text{tr}(A^T A)}$, $\|\mathbf{x}\| \triangleq \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}}$,其中 $\lambda_{\max}(A^T A)$ 、 $\text{tr}(A^T A)$ 分别表示矩阵 $A^T A$ 的最大特征值和迹. $\|\mathbf{x}\|_1 \triangleq \sum_{i=1}^n |x_i|$ 表示向量1范数,且 $\text{sgn}(\mathbf{x}) \triangleq [\text{sgn}(x_1), \dots, \text{sgn}(x_n)]^T$,其中

$$\text{sgn}(x_i) \triangleq \begin{cases} 1, & x_i > 0; \\ 0, & x_i = 0; \\ -1, & x_i < 0. \end{cases}$$

1 问题描述

记 $\bar{q} = [q_0, \mathbf{q}^T]^T = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ 为航天器本体系相对惯性系的四元数, 定义MRP^[17]为 $\sigma \triangleq \frac{\mathbf{q}}{1 + q_0}$, 由四元数定义^[18]可知

$$\sigma = \frac{\boldsymbol{\eta} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}{1 + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)} = \frac{2\boldsymbol{\eta} \sin\left(\frac{\phi}{4}\right) \cos\left(\frac{\phi}{4}\right)}{2 \cos^2\left(\frac{\phi}{4}\right)} = \boldsymbol{\eta} \tan\left(\frac{\phi}{4}\right).$$

其中: $\boldsymbol{\eta}$ 为欧拉旋转主轴的单位矢量, ϕ 为欧拉旋转角. 由定义知 $\|\sigma\| \leq 1$ 且MRP与四元数一样无物理单位. 若用 σ 表示航天器姿态, 则 σ 表示的本体系相对惯性系的旋转矩阵^[19]为

$$R = I_3 - \frac{4(1 - \sigma^T \sigma)}{(1 + \sigma^T \sigma)^2} \sigma^\times + \frac{8}{(1 + \sigma^T \sigma)^2} (\sigma^\times)^2, \quad (1)$$

其中 I_3 为 3×3 单位矩阵. 对于任意向量 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T \in \mathbf{R}^3$, 有叉乘矩阵

$$\mathbf{x}^\times \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

满足 $\mathbf{x}^T \mathbf{x}^\times = \mathbf{0}$, 且对于任意 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^3$, 满足: $\mathbf{x}^\times \mathbf{y} = -\mathbf{y}^\times \mathbf{x}$, $\mathbf{x}^T \mathbf{y}^\times \mathbf{x} = 0$. 用 σ_d 表示期望的航天器姿态, 可类似于式(1)得到用 σ_d 表示的期望本体系相对惯性系的旋转矩阵 R_d . 用MRP描述的航天器姿态误差^[19]为

$$\sigma_e = \frac{\sigma_d(\sigma^T \sigma - 1) + \sigma(1 - \sigma_d^T \sigma_d) + 2\sigma_d^\times \sigma}{1 + \sigma_d^T \sigma_d \sigma^T \sigma + 2\sigma_d^T \sigma_d}. \quad (2)$$

用 σ_e 表示的本体系相对期望坐标系的旋转矩阵为

$$R_e = I_3 - \frac{4(1 - \sigma_e^T \sigma_e)}{(1 + \sigma_e^T \sigma_e)^2} \sigma_e^\times + \frac{8}{(1 + \sigma_e^T \sigma_e)^2} (\sigma_e^\times)^2. \quad (3)$$

则 R_e 满足 $R_e = R R_d^T$. 当航天器的期望角速度在惯性系中表示为 $\boldsymbol{\omega}_d$ 时, 航天器的角速度跟踪误差在本体系中表示为 $\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega} - R_e \boldsymbol{\omega}_d$.

利用上述符号可推导出控制输入受限的航天器姿态跟踪误差动力学模型^[19]为

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_e = G(\sigma_e) \boldsymbol{\omega}_e, \\ J \dot{\boldsymbol{\omega}}_e + F(\sigma_e, \boldsymbol{\omega}_e) = \mathbf{u} + \mathbf{d}. \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$G(\sigma_e) = \frac{1}{4} [(1 - \sigma_e^T \sigma_e) I_3 + 2\sigma_e^\times + 2\sigma_e \sigma_e^T],$$

$$F(\sigma_e, \boldsymbol{\omega}_e) =$$

$$J(R_e \dot{\boldsymbol{\omega}}_d - \boldsymbol{\omega}_e^\times R_e \boldsymbol{\omega}_d) + (\boldsymbol{\omega}_e + R_e \boldsymbol{\omega}_d)^\times J(\boldsymbol{\omega}_e + R_e \boldsymbol{\omega}_d),$$

$J \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为航天器转动惯量阵, \mathbf{u} 为航天器三轴上的控制力矩且 $\mathbf{u} \in \Omega_u \triangleq \{\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T : |u_i(t)|$

$< u_m; i = 1, 2, 3; t \geq 0\}$, u_m 为给定控制力矩受限值, $\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3]^T$ 为航天器所受外部干扰力矩. 这些量都表示在航天器本体系中.

假设1 $J = J_0 + J_\Delta$ 为对称正定矩阵, 其中标称值部分 $J_0 = \text{diag}(J_{11}, J_{22}, J_{33})$ 是已知的正定对角阵, 未知部分 $J_\Delta = [\Delta_{ij}]$ 是常值对称阵, 且存在已知的常值矩阵 $\bar{J}_\Delta = [\bar{\Delta}_{ij}]$ 使得 $|\Delta_{ij}| \leq \bar{\Delta}_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$.

假设2 $\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_\Delta$ 的各阶导数均存在, \mathbf{d}_0 为已知标称值, 且存在已知常值 d_m 满足 $\|\mathbf{d}_\Delta\| \leq d_m$.

当航天器存在模型不确定性和未知干扰力矩的情况下, 本文目标是设计控制律 $\mathbf{u} \in \Omega_u$ 使闭环系统满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}_e(t) = \mathbf{0}$ 且 $\sigma_e(t)$ 收敛到原点小邻域.

2 控制器设计与稳定性分析

引理1^[20] 设 $f(t)$ 为 $t \in [0, \infty)$ 的一致连续函数, 若 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(t) dt < \infty$, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$.

由 $\det(G(\sigma_e)) \neq 0$ 可知 $G(\sigma_e)$ 是非奇异矩阵, 取变换阵 $P = G^{-1}(\sigma_e)$, 则式(4)可化为

$$M(\sigma_e) \ddot{\sigma}_e + C(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) \dot{\sigma}_e + \mathbf{g}(\sigma_e) = P^T(\mathbf{u} + \mathbf{d}). \quad (5)$$

其中

$$M(\sigma_e) = P^T J P,$$

$$C(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) = P^T [J(R_e \boldsymbol{\omega}_d)^\times + (R_e \boldsymbol{\omega}_d)^\times J - (J R_e \boldsymbol{\omega}_d)^\times] P - P^T [J P \dot{G} + (J P \dot{\sigma}_e)^\times] P,$$

$$\mathbf{g}(\sigma_e) = P^T [(R_e \boldsymbol{\omega}_d)^\times J R_e \boldsymbol{\omega}_d + J R_e \dot{\boldsymbol{\omega}}_d].$$

进一步, 为处理模型中的转动惯量不确定性, 对任意向量 $\boldsymbol{\chi} = [\chi_1, \chi_2, \chi_3]^T$ 引入线性算子

$$L(\boldsymbol{\chi}) = \begin{bmatrix} \chi_1 & \chi_2 & \chi_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_1 & 0 & \chi_2 & \chi_3 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_1 & 0 & \chi_2 & \chi_3 \end{bmatrix}.$$

因转动惯量阵 $J = [J_{11}, J_{12}, J_{13}; J_{12}, J_{22}, J_{23}; J_{13}, J_{23}, J_{33}]$, 故 $J \boldsymbol{\chi} = L(\boldsymbol{\chi}) \boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\theta} \triangleq [J_{11}, J_{12}, J_{13}, J_{22}, J_{23}, J_{33}]^T$. 则式(5)中的 $\mathbf{g}(\sigma_e) = P^T S \boldsymbol{\theta}$, 其中回归矩阵 $S = (R_e \boldsymbol{\omega}_d)^\times L(R_e \boldsymbol{\omega}_d) + L(R_e \dot{\boldsymbol{\omega}}_d)$, 且式(5)可化为

$$M(\sigma_e) \ddot{\sigma}_e + C(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) \dot{\sigma}_e + P^T S \boldsymbol{\theta} = P^T(\mathbf{u} + \mathbf{d}). \quad (6)$$

由假设条件又知 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0 + \boldsymbol{\theta}_\Delta$, $\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 + \mathbf{d}_\Delta$, 其中

$$\boldsymbol{\theta}_0 = [J_{11}, 0, 0, J_{22}, 0, J_{33}]^T,$$

$$\boldsymbol{\theta}_\Delta = [\Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}, \Delta_{22}, \Delta_{23}, \Delta_{33}]^T,$$

故式(6)可写为

$$M(\sigma_e) \ddot{\sigma}_e + C(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) \dot{\sigma}_e + \mathbf{g}_0(\sigma_e) = P^T(\mathbf{u} - \mathbf{w}). \quad (7)$$

其中: $\mathbf{g}_0(\boldsymbol{\sigma}_e) = P^T(S\boldsymbol{\theta}_0 - \mathbf{d}_0)$, $\mathbf{w} = S\boldsymbol{\theta}_\Delta - \mathbf{d}_\Delta$.

已知 $\boldsymbol{\omega}_d(t)$ 满足 $\|\boldsymbol{\omega}_d(t)\| \leq \rho_1$, $\|\dot{\boldsymbol{\omega}}_d(t)\| \leq \rho_2$, 因 $\|R_e\| = 1$, 由式(1)叉乘矩阵 $(\cdot)^\times$ 和式(6)线性算子 $L(\cdot)$ 的定义可知

$$\begin{aligned} \|(R_e\boldsymbol{\omega}_d)^\times\| &\leq \|\boldsymbol{\omega}_d^\times\| = \|\boldsymbol{\omega}_d\| \leq \rho_1, \\ \|L(R_e\boldsymbol{\omega}_d)\| &\leq \|L(R_e\boldsymbol{\omega}_d)\|_F = \sqrt{3}\|R_e\boldsymbol{\omega}_d\| \leq \sqrt{3}\|\boldsymbol{\omega}_d\|, \\ \|L(R_e\dot{\boldsymbol{\omega}}_d)\| &\leq \|L(R_e\dot{\boldsymbol{\omega}}_d)\|_F = \sqrt{3}\|R_e\dot{\boldsymbol{\omega}}_d\| \leq \sqrt{3}\|\dot{\boldsymbol{\omega}}_d\|, \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \|L(R_e\boldsymbol{\omega}_d)\| &\leq \sqrt{3}\rho_1, \\ \|L(R_e\dot{\boldsymbol{\omega}}_d)\| &\leq \sqrt{3}\rho_2, \\ \|S\| &\leq \sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2). \end{aligned}$$

由于航天器姿态跟踪动力学模型(7)中的惯性参数不确定部分 $\boldsymbol{\theta}_\Delta$ 是未知的, 为便于控制器的设计, 用 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta$ 表示 $\boldsymbol{\theta}_\Delta$ 的估计值且假设 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta \in \Omega_{1\Delta} \triangleq \{\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta : \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| \leq \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|\}$, 其中 $\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta = [\bar{\Delta}_{11}, \bar{\Delta}_{12}, \bar{\Delta}_{13}, \bar{\Delta}_{22}, \bar{\Delta}_{23}, \bar{\Delta}_{33}]^T$, 则有如下定理1中所设计的控制器可完成控制目标.

定理1 已知期望轨迹 $\boldsymbol{\omega}_d(t)$ 满足 $\|\boldsymbol{\omega}_d(t)\| \leq \rho_1$, $\|\dot{\boldsymbol{\omega}}_d(t)\| \leq \rho_2$, 航天器姿态模型(7)满足

$$\sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\boldsymbol{\theta}_0\| + \|\mathbf{d}_0\| + 4\sqrt{3}\vartheta_m < u_m, \quad (8)$$

其中 $\vartheta_m = 2\sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| + d_m$, 设计鲁棒自适应状态反馈控制器

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= -\frac{k_1\boldsymbol{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e}} - \frac{k_2P^{-T}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}{\sqrt{1 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}} + \\ &S(\boldsymbol{\theta}_0 + \hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta) - d_m\text{sgn}(P\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e) - \mathbf{d}_0; \quad (9) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_\Delta &= \begin{cases} -\xi\mathbf{r}, & \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| < \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| \text{ 或 } \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| = \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|, \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r} \geq 0; \\ -\xi(\mathbf{r} - \boldsymbol{\kappa}) & \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| = \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|, \hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r} < 0. \end{cases} \quad (10) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= S^T P \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e = S^T \boldsymbol{\omega}_e, \quad \boldsymbol{\kappa} = \frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T \mathbf{r}}{\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|^2}, \\ \xi &> 0, k_1 > 4\vartheta_m, k_2 > 0, \\ \sqrt{3}(k_1 + d_m) + \frac{\sqrt{3}k_2}{2} &+ \\ \sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\boldsymbol{\theta}_0\| + \|\mathbf{d}_0\| &\leq u_m. \end{aligned}$$

则此控制器可保证:

- 1) $\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta(0) \in \Omega_1$ 时 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| \leq \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|$;
- 2) 闭环系统满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}_e(t) = \mathbf{0}$, 且通过选择合适的控制器参数 k_1 可使 $\boldsymbol{\sigma}_e(t)$ 收敛到原点小邻域内;
- 3) 控制器满足受限要求 $\mathbf{u} \in \Omega_u$.

证明 1) 为证明 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| < \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|$, 取非负函数 $V_w(t) = \frac{1}{2}\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta$. 若式(10)的第1行成立, 则当 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| < \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|$, 或 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| = \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|$ 且 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r} \geq 0$ 时, 有 $\dot{V}_w(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_\Delta = -\xi\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r} \leq 0$, 即 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| \leq \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta(0)\| \leq \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|$. 若式(10)的第2行成立, 则当 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| = \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|$ 且 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r} < 0$ 时, $\dot{V}_w(t) = -\xi\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T(\mathbf{r} - \frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r}}{\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|^2}) \equiv 0$, 即总能保证 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\| \leq \|\bar{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|$.

2) 定义估计误差 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta = \hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta - \boldsymbol{\theta}_\Delta$, 取函数

$$V(t) = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T M(\boldsymbol{\sigma}_e)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \frac{1}{2\xi}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta + 4k_1\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e}}\right). \quad (11)$$

由 $M(\boldsymbol{\sigma}_e)$ 的正定性, 函数 $\frac{1}{\sqrt{1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e}} \leq 1$ 且当 $\boldsymbol{\sigma}_e = \mathbf{0}$ 时 $1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e}} = 0$ 可知, $V(t) \geq 0$. 将 $V(t)$ 沿闭环系统轨迹求导, 且由 $\boldsymbol{\sigma}_e^T G(\boldsymbol{\sigma}_e) = \left(\frac{1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e}{4}\right)\boldsymbol{\sigma}_e^T$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T M(\boldsymbol{\sigma}_e)\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T \dot{M}(\boldsymbol{\sigma}_e)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \\ &\frac{1}{\xi}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_\Delta + \frac{4k_1\boldsymbol{\sigma}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}{(1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e)\sqrt{1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e}} = \\ &\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T [P^T\mathbf{u} - P^T\mathbf{w} - P^T(S\boldsymbol{\theta}_0 - \mathbf{d}_0)] + \\ &\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T [\dot{M}(\boldsymbol{\sigma}_e) - 2C(\boldsymbol{\sigma}_e, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e)]\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + \\ &\frac{1}{\xi}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_\Delta + \frac{k_1\boldsymbol{\sigma}_e^T}{\sqrt{1 + \boldsymbol{\sigma}_e^T\boldsymbol{\sigma}_e}}P\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e. \quad (12) \end{aligned}$$

由叉乘矩阵性质 $\mathbf{x}^\times\mathbf{y} = -\mathbf{y}^\times\mathbf{x}$, $\mathbf{x}^T\mathbf{y}^\times\mathbf{x} = 0$ 及 $\dot{G} = -G\dot{P}G$ 可知 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T(\dot{M} - 2C)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e = 0$. 将式(9)代入(12), 由式(10)的第1行, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -k_2\frac{\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}{\sqrt{1 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}} + \mathbf{r}^T\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta - \\ &\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r} - d_m\|P\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e\|_1 + (P\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e)^T\mathbf{d}_\Delta \leq \\ &-k_2\frac{\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}{\sqrt{1 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}} - (d_m - \|\mathbf{d}_\Delta\|)\|P\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e\|_1 \leq \\ &-k_2\frac{\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}{\sqrt{1 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}} \leq 0. \end{aligned}$$

将式(9)代入(12), 由式(10)的第2行, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -k_2\frac{\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}{\sqrt{1 + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_e^T\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e}} + \mathbf{r}^T\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r} + \\ &\frac{\tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\mathbf{r}}{\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|^2} - (d_m - \|\mathbf{d}_\Delta\|)\|P\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e\|_1. \end{aligned}$$

因

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_\Delta^T\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta &= (\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta - \boldsymbol{\theta}_\Delta)^T\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta = \\ \frac{1}{2}(\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta\|^2 - \|\boldsymbol{\theta}_\Delta\|^2 + \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta - \boldsymbol{\theta}_\Delta\|^2) &= \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}(\bar{\theta}_\Delta^2 - \|\theta_\Delta\|^2 + \|\hat{\theta}_\Delta - \theta_\Delta\|^2) \geq 0,$$

且 $\hat{\theta}_\Delta^T r < 0$, 故

$$\dot{V}(t) \leq -k_2 \frac{\dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} \leq 0. \quad (13)$$

因 $V(t) \geq 0$ 且 $\dot{V}(t) \leq 0$, 表明沿闭环系统轨迹 $V(t)$ 是单调有界的, 故 $V(t) < \infty, t \rightarrow \infty$ 时 $V(t)$ 存在有限极限 $V(\infty)$ 且 $0 \leq V(\infty) \leq V(t) \leq V(0) < \infty, \forall t \geq 0$. 又由 $V(t)$ 的定义可知

$$0 \leq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(M) \|\dot{\sigma}_e\|^2 + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{\theta}_\Delta\|^2 \leq \frac{1}{2} \dot{\sigma}_e^T M(\sigma_e) \dot{\sigma}_e + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{\theta}_\Delta\|^2 < V(t) < \infty,$$

其中 $\lambda_{\min}(M) > 0$ 为正定阵 $M(\sigma_e)$ 的最小特征值. 故 $\|\dot{\sigma}_e\| < \infty, \|\tilde{\theta}_\Delta\| < \infty$. 再由函数的一致有界性可知 $\left\| \frac{\dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} \right\| < \infty$. 将式(13)两边积分, 得

$$\int_0^\infty \frac{\|\dot{\sigma}_e\|^2}{\sqrt{1 + \|\dot{\sigma}_e\|^2}} dt \leq \frac{V(0)}{k_2} < \infty. \quad (14)$$

因

$$\begin{aligned} \|\theta_\Delta\| &\leq \|\bar{\theta}_\Delta\|, \\ \|\mathbf{d}_\Delta\| &\leq d_m, \|\sigma_e\| \leq 1, \\ \|\dot{\sigma}_e\| &< \infty, \|\mathbf{u}\| < \infty, \end{aligned}$$

由式(7)可知 $\|\dot{\sigma}_e\| < \infty$, 故 $\dot{\sigma}_e$ 一致连续. 由引理1可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} = \mathbf{0}$, 故 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\sigma}_e = \mathbf{0}$. 又由姿态误差运动学方程 $\dot{\sigma}_e = G(\sigma_e)\omega_e$ 和 $G(\sigma_e)$ 的非奇异性可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_e = \mathbf{0}$. 进一步, 由姿态运动的连续性可知系统稳态时有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_e = \mathbf{s}$, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\sigma}_e = \mathbf{0}$, 其中 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, s_3]^T$ 为常向量. 由式(9)可知, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有

$$k_1 \frac{\sigma_{ei}}{\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e}} = k_1 \frac{s_i}{\sqrt{1 + \mathbf{s}^T \mathbf{s}}} = \vartheta_i. \quad (15)$$

其中 $\vartheta_i (i = 1, 2, 3)$ 为 $\vartheta = P^T(S\tilde{\theta}_\Delta + \mathbf{d}_\Delta)$ 的第 i 行.

由式(4)矩阵 $G(\sigma_e)$ 的定义可知

$$G^{-T}(\sigma_e) = \frac{16G(\sigma_e)}{(1 + \sigma_e^T \sigma_e)^2}, \quad \|G(\sigma_e)\| = \frac{1 + \sigma_e^T \sigma_e}{4}.$$

因此 $2 \leq \|P^T\| = \|G^{-T}(\sigma_e)\| \leq 4$. 又因 $\|\tilde{\theta}_\Delta\| \leq 2\|\bar{\theta}_\Delta\|, \|\mathbf{d}_\Delta\| \leq d_m$, 有 $\|\vartheta\| \leq 4\vartheta_m$, 其中 $\vartheta_m = 2\sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\bar{\theta}_\Delta\| + d_m$. 取 $k_1 > 4\vartheta_m$, 有

$$\frac{\vartheta_i}{k_1} < \frac{\|\vartheta\|}{k_1} < \frac{4\vartheta_m}{k_1} < 1, \quad i = 1, 2, 3. \quad (16)$$

此时由 $\|\sigma_e\| \leq 1$ 可知 $\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e} \leq \sqrt{2}$, 故有

$$\begin{aligned} \sigma_{ei} = s_i = \frac{\vartheta_i}{k_1} \sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e} &\leq \frac{\sqrt{2}\vartheta_i}{k_1}, \\ i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (17)$$

取合适的控制律参数 k_1 可以使 $\sigma_e(t)$ 收敛到任意给定的原点小邻域内, 故 $\sigma_e(t)$ 一致最终有界稳定.

3) 已知给定的航天器姿态控制力矩受限值满足式(8), 且由式(9)、 $\|\text{sgn}(P\dot{\sigma}_e)\| \leq \sqrt{3}$ 和 $\|P^{-T}\| \leq \frac{1}{2}$ 可知

$$\begin{aligned} |u_i| &< \left\| \frac{k_1 \sigma_e}{\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e}} - \frac{k_2 P^{-T} \dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} + \right. \\ &\quad \left. S\theta_0 - \mathbf{d}_0 + S\hat{\theta}_\Delta - d_m \text{sgn}(P\dot{\sigma}_e) \right\| \leq \\ &\quad \sqrt{3}(k_1 + d_m) + \frac{\sqrt{3}k_2}{2} + \\ &\quad \sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\theta_0\| + \|\mathbf{d}_0\| < u_m. \end{aligned} \quad (18)$$

故控制器(9)满足 $\mathbf{u} \in \Omega_u$. \square

注1 因 $\sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\theta_0\| + \|\mathbf{d}_0\| + 4\sqrt{3}\vartheta_m < u_m$, 故总存在 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$ 使得 $u_m = \sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\theta_0\| + \|\mathbf{d}_0\| + 4\sqrt{3}\vartheta_m + \alpha_1 + \alpha_2$. 只要取 $\sqrt{3}k_1 = 4\sqrt{3}\vartheta_m + \alpha_1, \frac{\sqrt{3}}{2}k_2 = \alpha_2$, 就能满足定理1中控制器参数条件:

$k_1 > 4\vartheta_m, k_2 > 0, \sqrt{3}(k_1 + d_m) + \frac{\sqrt{3}k_2}{2} + \sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)\|\theta_0\| + \|\mathbf{d}_0\| \leq u_m$. 相比文献[1-8, 14-16]的受限控制方法, 式(8)给出了控制受限幅值与模型已知参数之间的先验条件, 由此可确定给定 u_m 时是否存在控制器增益保证期望轨迹的跟踪能力并克服模型不确定性.

定理2 当航天器转动惯量阵 J 完全未知且干扰力矩 $\mathbf{d} = \mathbf{0}$ 时, 假设 $\hat{\theta}$ 满足 $\hat{\theta} \in \Omega_\theta \triangleq \{\hat{\theta} : \|\hat{\theta}\| \leq \theta_m\}$, 基于模型(6)可设计自适应控制律

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= -\frac{k_1 \sigma_e}{\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e}} - \frac{k_2 P^{-T} \dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} + S\hat{\theta}; \quad (19) \\ \dot{\hat{\theta}} &= \begin{cases} -\xi \mathbf{r}, & \|\hat{\theta}\| < \theta_m \text{ 或 } \|\hat{\theta}\| = \theta_m, \hat{\theta}^T \mathbf{r} \geq 0; \\ -\xi \left(\mathbf{r} - \frac{\hat{\theta} \hat{\theta}^T \mathbf{r}}{\|\hat{\theta}\|^2} \right), & \|\hat{\theta}\| = \theta_m, \hat{\theta}^T \mathbf{r} < 0. \end{cases} \quad (20) \end{aligned}$$

控制律(19)和(20)可保证 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma_e, \omega_e) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ 且控制器(19)满足控制受限条件 $|u_i| < u_m, i = 1, 2, 3$.

证明 取正定函数

$$\begin{aligned} \bar{V}(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) &= \frac{1}{2} \dot{\sigma}_e^T M(\sigma_e) \dot{\sigma}_e + \frac{1}{2\xi} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \\ &\quad 4k_1 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e}} \right), \end{aligned} \quad (21)$$

可知

$$0 \leq \frac{1}{2} \lambda_{\min}[M(\sigma_e)] \|\dot{\sigma}_e\|^2 + \frac{1}{2\xi} \|\tilde{\theta}\|^2 < \bar{V}(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) < \infty.$$

故 $\|\dot{\sigma}_e\| < \infty, \|\tilde{\theta}\| < \infty$. 另外, 还可得到

$$\dot{\bar{V}}(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) = -k_2 \frac{\dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} \quad (22)$$

是半负定的,且当 $\dot{V}(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) \equiv 0$ 时必有 $\dot{\sigma}_e \equiv 0$.代入式(6)和(19)后可得 $\frac{k_1 \sigma_e}{\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e}} \equiv 0$,即 $\sigma_e \equiv 0$.

这表明在 $\dot{V}(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) \equiv 0$ 中除 $(\sigma_e, \dot{\sigma}_e) = (0, 0)$ 外不包含系统其他整轨线,由李亚普诺夫稳定性理论可知闭环系统原点是全局渐近稳定的,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma_e, \dot{\sigma}_e) = (0, 0)$.再由姿态误差运动学方程 $\dot{\sigma}_e = G(\sigma_e) \omega_e$ 和 $G(\sigma_e)$ 非奇异性可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma_e, \omega_e) = (0, 0)$.另外,由式(19)、(20)、 $\left\| \frac{\sigma_e}{\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e}} \right\| \leq \sqrt{3}$ 、 $\left\| \frac{\dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} \right\| \leq \sqrt{3}$ 、 $\|P^{-T}\| \leq \frac{1}{2}$ 、 $\|S\| \leq \sqrt{3}(\rho_1^2 + \rho_2)$ 和投影自适应律,有 $\|\hat{\theta}\| \leq \theta_m$,因此有

$$|u_i| < \left\| \frac{k_1 \sigma_e}{\sqrt{1 + \sigma_e^T \sigma_e}} + \frac{k_2 P^{-T} \dot{\sigma}_e}{\sqrt{1 + \dot{\sigma}_e^T \dot{\sigma}_e}} + S \hat{\theta} \right\| \leq \sqrt{3} k_1 + \frac{\sqrt{3} k_2}{2} + \sqrt{3} \theta_m (\rho_1^2 + \rho_2) < u_m. \quad (23)$$

故满足控制受限要求 $|u_i| < u_m, i = 1, 2, 3$. \square

注2 定理1和定理2是在航天器三轴控制力矩受限幅值相同的情况下设计的控制器.当航天器三轴控制力矩受限值不同,即 $u_m = [u_{m1}, u_{m2}, u_{m3}]^T$ 时,也可设计类似定理1的控制器以保证 $|u_i| < u_{mi}, i = 1, 2, 3$.若取期望角速度为常值轨道角速度,则所设计的控制器可用于轨道系内的姿态保持操作.此外,为克服因在控制律中采用符号函数而导致的控制抖振现象,通常在实际应用中用双曲正切函数等饱和连续函数代替符号函数实现无抖振控制.

3 数值仿真算例

已知航天器转动惯量阵 J 的标称值 J_0 及不确定性 J_Δ 为 $J_0 = \text{diag}(40, 25, 60) (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$, $J_\Delta = [\Delta_{ij}] (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$,且 $|\Delta_{11}| \leq 3, |\Delta_{22}| \leq 2, |\Delta_{33}| \leq 3, |\Delta_{ij}| \leq 3 (i \neq j, i, j = 1, 2, 3)$.干扰力矩标称值为 $d_0 = [1, 1, 1]^T \times 10^{-2} (\text{N} \cdot \text{m})$,且 $d_m = 3 \times 10^{-2}$.

仿真目的是将航天器从初始状态 $\sigma_e(0) = [0.8, 0.9, -0.8]^T, \omega_e(0) = P(\sigma_e(0)) \dot{\sigma}_e(0), \dot{\sigma}_e(0) = [0.02, -0.01, 0.02]^T$ 控制到期望状态 $\sigma_{ed} = [0, 0, 0]^T, \omega_{ed} = [0, 0, 0]^T (\text{rad/s}), \omega_d(t) = \sin(0.01\pi t)[1, 2, -2]^T \times 10^{-3} (\text{rad/s})$.

根据以上数据及本文假设条件有

$$\bar{J}_\Delta = [3, 3, 3; 3, 2, 3; 3, 3, 3],$$

$$\theta_0 = [40, 0, 0, 25, 0, 60]^T,$$

$$\bar{\theta}_\Delta = [3, 3, 3, 2, 3, 3]^T,$$

$$\dot{\omega}_d(t) = \cos(\pi t)[\pi, 2\pi, -2\pi]^T \times 10^{-5} (\text{rad/s}^2).$$

取参数 $\rho_1 = 0.003, \rho_2 = 0.0001$,若已知系统控制输入受限值为 $u_m = 3 (\text{N} \cdot \text{m})$,且要求姿态跟踪误差

满足 $|\sigma_{ei}(\infty)| \leq 0.001 (i = 1, 2, 3)$,则由式(8)检验可知,在给定的控制输入受限值下能够利用定理1设计的控制器完成控制目标.由式(17)和(18)可设计航天器姿态跟踪系统的鲁棒自适应受限控制器参数分别为 $\vartheta_m = 0.05, \xi = 0.2, k_1 = 0.25, k_2 = 2.45, \hat{\theta}_\Delta(0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$.

假设仿真时航天器转动惯量阵 J 和外部环境干扰力矩 d 分别为

$$J = \begin{bmatrix} 42 & 2.5 & -1.5 \\ 2.5 & 26 & -2 \\ -1.5 & -2 & 58 \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^2),$$

$$d = \begin{bmatrix} 2 + 3 \sin(0.2t) + \sin(0.02t) \\ 3 + 2 \sin(0.2t) + \cos(0.02t) \\ 2 + 2 \cos(0.2t) + \cos(0.02t) \end{bmatrix} \times 10^{-4} (\text{N} \cdot \text{m}).$$

由式(1)定义的旋转矩阵 $R = [R_{ij}] (i = j = 1, 2, 3)$ 可知姿态误差对应的欧拉角 $\psi_e = [\psi_{e1}, \psi_{e2}, \psi_{e3}]^T$ (deg)为

$$\psi_{e1} = \frac{180}{\pi} \text{atan}(R_{12}/R_{11}),$$

$$\psi_{e2} = -\frac{180}{\pi} \text{asin}(R_{13}), \psi_{e3} = \frac{180}{\pi} \text{atan}(R_{23}/R_{33}).$$

航天器姿态跟踪系统仿真结果如图1所示.由图1可知,采用定理1所设计的控制器能够实现航天器的姿态及角速度跟踪任务,在完成整个姿态跟踪的过程中,控制力矩始终在预先给定的限制范围内,即三轴上的控制满足 $u_i(t) < u_m = 3 (\text{N} \cdot \text{m}) (i = 1, 2, 3)$,且实时控制量的幅值不会达到其受限值,因此避免了执行机构工作在最大输出力矩状态进而延长使用寿命,所设计的控制律能有效克服模型不确定性并完成控制目标.然而,由图1可见,实时控制量幅值始终小

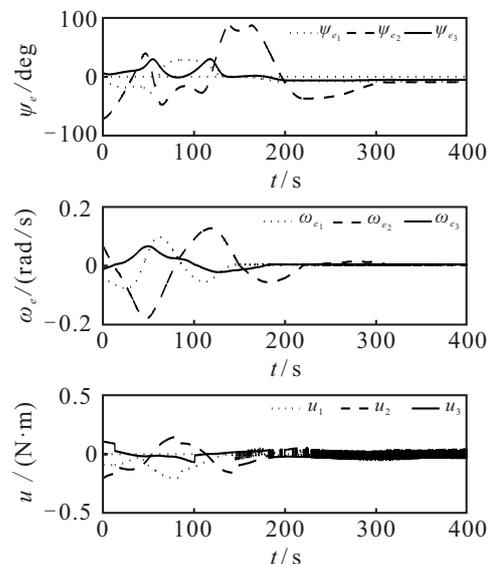


图1 采用控制器(9)的姿态跟踪系统仿真结果

于0.5(N·m),且动态响应时间相对较长,表明所给参数整定规则仍具有保守性.图2表明,自适应律可保证不确定参数估计值始终有界.进一步,为验证所提出算法的优越性,采用基于抗饱和补偿器的自适应比例微分控制器为

$$\mathbf{u}_0 = -k_1\boldsymbol{\sigma}_e - k_2P^{-T}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e + k_3\boldsymbol{\zeta} + S(\boldsymbol{\theta}_0 + \hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta) - d_m\text{sgn}(P\dot{\boldsymbol{\sigma}}_e) - \mathbf{d}_0, \quad (24)$$

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = -k_4\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{u}_\Delta, \quad \mathbf{u}_\Delta = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0, \quad (25)$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_\Delta$ 的自适应律如式(10),其中 $k_1 = 3.5, k_2 = 12, k_3 = 0.1, k_4 = 0.2, \mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T, -3 \leq u_i \leq 3 (i = 1, 2, 3)$,其他参数与控制器(9)取值相同.图3和图4给出了采用抗饱和补偿器的自适应比例微分控制器时的姿态跟踪仿真结果.对比图1和图3可知,图3中的控制量到达最大力矩值得使得执行器工作在最大输出力矩状态,降低执行机构的工作寿命.

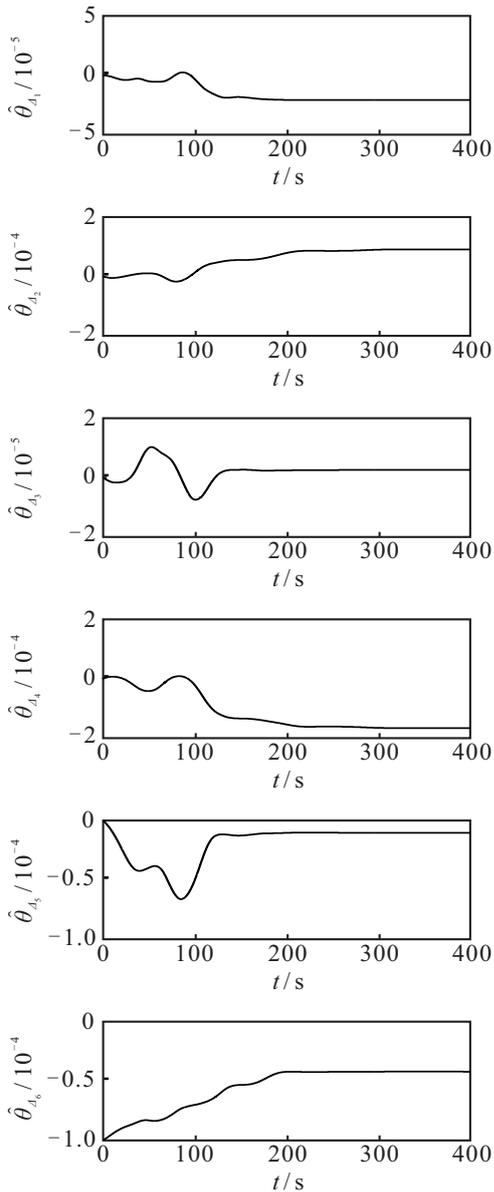


图2 采用控制器(9)的不确定参数估计结果

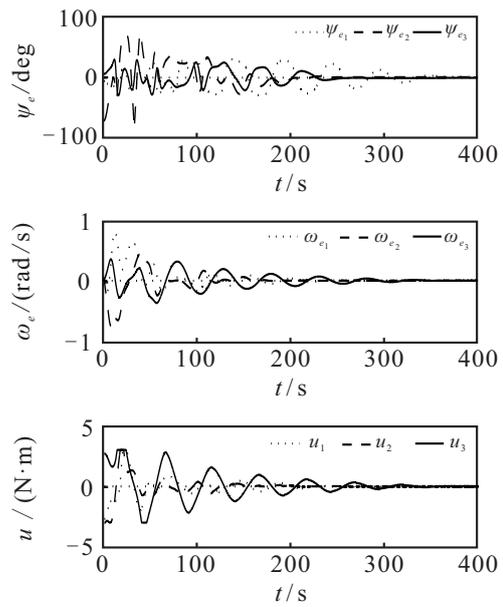


图3 采用控制器(24)的姿态跟踪系统仿真结果

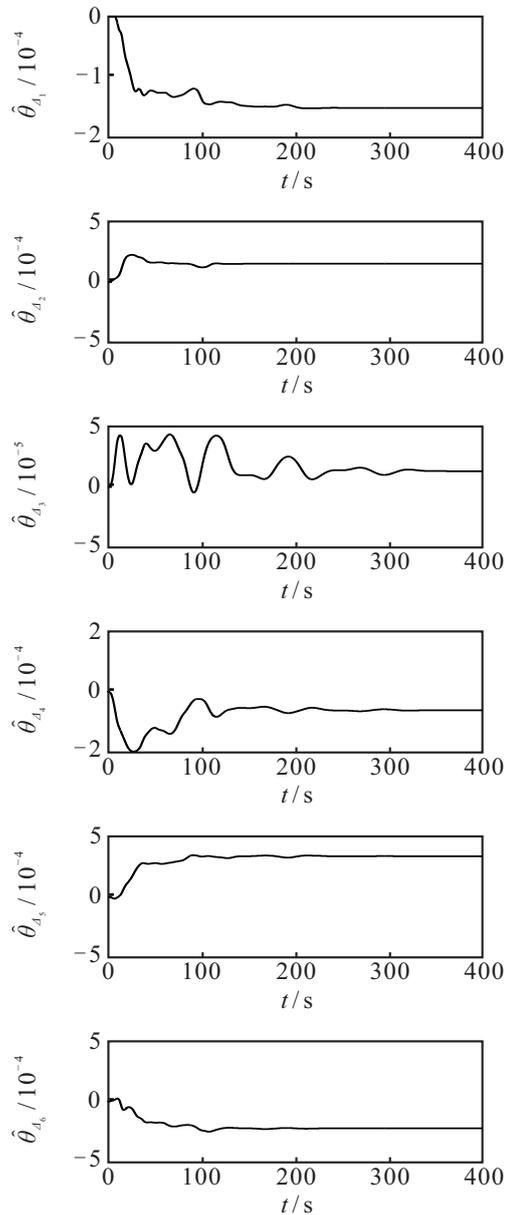


图4 采用控制器(24)的不确定参数估计结果

4 结论

本文针对航天器姿态跟踪系统,在控制输入受限、有界外部干扰和转动惯量参数不精确预知的情况下,设计了一种能抑制模型参数不确定性及外部干扰影响的鲁棒自适应姿态跟踪受限控制器.用李亚普诺夫方法证明了闭环系统角速度跟踪误差是渐近稳定的,姿态跟踪误差是一致最终有界稳定的.所设计的控制器利用一种有界函数和姿态参数本身的有界性实现了控制输入受限的要求,并由控制器参数的整定规则可知闭环系统姿态跟踪性能依赖于控制输入受限的幅值和不确定性上界的大小,由于有界非线性函数的连续可微性使得所设计的控制律具有较好的动态特性.通过对含模型不确定性的航天器姿态跟踪系统进行仿真,结果表明航天器能够在控制输入受限时完成姿态跟踪任务.未来将研究控制器参数整定规则保守性更小的高精度输入受限姿态跟踪控制器.

参考文献(References)

- [1] Park Y. Robust and optimal attitude control of spacecraft with disturbances[J]. *International Journal of Systems Science*, 2015, 46(7): 1222-1233.
- [2] Park Y. Inverse optimal and robust nonlinear attitude control of rigid spacecraft[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2013, 28(1): 257-265.
- [3] De Ruiter A H J. Adaptive spacecraft attitude tracking control with actuator saturation[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(5): 1692-1696.
- [4] Guo Y, Guo J H, Song S M. Backstepping control for attitude tracking of the spacecraft under input saturation[J]. *Acta Astronautica*, 2017, 138: 318-325.
- [5] Boskvic J D, Li S M, Raman K. Robust adaptive variable structure control of spacecraft under control input saturation[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(1): 14-22.
- [6] Imran A, Gianmarco R, Jongrae K. Backstepping control design with actuator torque bound for spacecraft attitude maneuver[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(1): 254-259.
- [7] 程盈盈, 都海波, 何怡刚. 输入饱和和受限下的刚体飞行器姿态系统的有限时间镇定[J]. *控制与决策*, 2015, 30(8): 1386-1392.
(Cheng Y Y, Du H B, He Y G. Finite-time attitude stabilization of rigid spacecraft under input saturation[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(8): 1386-1392.)
- [8] Hu Q L, Wang H, Shi Z, et al. Novel non-singular saturated terminal sliding mode based attitude controller for spacecraft[J]. *Chinese Journal of Astronautics*, 2015, 36(4): 430-437.
- [9] Su Y X, Zheng C H. Globally asymptotic stabilization of spacecraft with simple saturated proportional-derivative control[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(6): 1932-1935.
- [10] Xia Y Q, Su Y X. Saturated output feedback control for global asymptotic attitude tracking of spacecraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2018, 41(10): 2298-2305.
- [11] Zou A M, Kumar K D, De Ruiter A H J. Robust attitude tracking control of spacecraft under control input magnitude and rate saturations[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016, 26(4): 799-815.
- [12] Sun L, Huo W. Robust adaptive attitude tracking for satellites with constrained control inputs[C]. *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. Xi'an: IEEE, 2013, 2: 2885-2890.
- [13] Sun L. Constrained adaptive fault-tolerant attitude tracking control of rigid spacecraft[J]. *Advances in Space Research*, 2019, 63(7): 2229-2238.
- [14] 武冠群, 宋申民, 孙经广. 考虑输入受限的航天器安全接近姿轨耦合控制[J]. *控制理论与应用*, 2018, 35(10): 1511-1520.
(Wu G Q, Song S M, Sun J G. Attitude and orbital coupled control of spacecraft safe approach considering input saturation[J]. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(10): 1511-1520.)
- [15] 赵琴, 段广仁. 带有控制饱和约束的航天器交会输出反馈控制[J]. *控制理论与应用*, 2018, 35(10): 1503-1510.
(Zhao Q, Duan G R. Output feedback control for spacecraft rendezvous with control saturation[J]. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(10): 1503-1510.)
- [16] 陈海涛, 宋申民. 考虑执行器性能约束的刚体航天器鲁棒姿态跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2019, 34(4): 735-742.
(Chen H T, Song S M. Robust attitude tracking control of rigid spacecraft considering control input constraints[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(4): 735-742.)
- [17] Schaub H, Junkins J L. Stereographic orientation parameters for attitude dynamics: A generalization of the rodrigues parameters[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1996, 44(1): 1-19.
- [18] Shuster M D. A survey of attitude representations[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, 41(4): 439-517.
- [19] Schaub H, Junkins J L. *Analytical mechanics of space systems*[M]. Reston: AIAA, 2003: 64-102.
- [20] Khalil H. *Nonlinear systems*[M]. New York: Prentice Hall, 2002: 322-323.

作者简介

孙亮(1986—),男,副教授,博士,从事非线性系统控制、自适应控制、航天器控制、机器人控制等研究, E-mail: liangsun@ustb.edu.cn;

马佳鹏(1995—),男,硕士生,从事航天器控制的研究, E-mail: G20188678@xs.ustb.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)