

# 控制与决策

Control and Decision

## 分布式无人机的时变编队非线性控制设计

鲜斌, 李宏图

引用本文:

鲜斌, 李宏图. 分布式无人机的时变编队非线性控制设计[J]. *控制与决策*, 2021, 36(10): 2490–2496.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

#### 大规模固定翼无人机集群编队控制方法

Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms

*控制与决策*. 2021, 36(9): 2063–2073 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076>

#### 多无人机协同直播场景下自适应任务卸载决策

Adaptive task offloading decision of multi-UAVs cooperation in live broadcasting scenario

*控制与决策*. 2021, 36(4): 974–982 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1104>

#### 多无人机协同直播场景下自适应任务卸载决策

Adaptive task offloading decision of multi-UAVs cooperation in live broadcasting scenario

*控制与决策*. 2021, 36(4): 974–982 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1104>

#### 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV

*控制与决策*. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

#### 基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制

Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy

*控制与决策*. 2021, 36(10): 2435–2441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0453>

# 分布式多无人机的时变编队非线性控制设计

鲜 斌<sup>†</sup>, 李宏图

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

**摘要:** 研究了基于分布式通信网络的多无人机时变编队控制问题, 考虑到外界扰动对多无人机协同编队系统的影响, 提出一种新的连续非线性鲁棒编队控制方法. 首先基于一致性方法构造了分布式无人机编队误差系统, 降低了编队控制器对全局编队信息的要求; 然后采用一种基于误差符号函数积分的鲁棒控制算法补偿未知外界扰动的影响, 提高了无人机编队系统的鲁棒性, 并基于 Lyapunov 分析的方法, 证明了多无人机编队误差的半全局渐进收敛性; 最后在四旋翼无人机编队实验平台上进行了多无人机时变编队的实时实验验证, 实验结果表明, 所提出的分布式编队控制算法可以实现多无人机时变编队控制, 且具有较好的协同性能和抗干扰能力.

**关键词:** 多无人机; 时变队形; 分布式控制; 鲁棒控制; 协同控制; 实验验证

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0136

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 鲜斌, 李宏图. 分布式多无人机的时变编队非线性控制设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2490-2496.

## Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs

XIAN Bin<sup>†</sup>, LI Hong-tu

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** In this paper, the time-varying formation control of multiple UAVs based on distributed communication networks is investigated. Considering the effects of unknown disturbances on the cooperative formation system of multiple UAVs, a new continuous nonlinear robust control scheme is proposed. Firstly, a distributed formation error system is constructed based on the consistency method, which reduces the dependence of global formation information for the formation controller. Secondly, a robust control algorithm based on the integration of error sign function (RISE) is employed to compensate the effects of unknown external disturbances and improve the robustness of the closed-loop system. Thirdly, the semi-global asymptotic convergence of the formation error is proved via Lyapunov based stability analysis. Finally, real-time flight experiments are performed on the multiple quadrotor UAVs testbed to validate the proposed formation control scheme. The experimental results show that the distributed formation control algorithm proposed in this paper can achieve good time-varying formation control performance under the effects of external disturbances.

**Keywords:** multiple UAVs; time-varying formation; distributed control; robust control; cooperative control; experimental verification

## 0 引言

近年来,多无人机编队由于其作业效率高、灵活度高、适应性强等优势,被广泛应用于目标搜索、协同侦察等领域<sup>[1-3]</sup>. 逐渐复杂化的编队任务对多无人机系统的队形保持、队形变换和协同能力提出了更高的要求,多无人机系统的时变编队(time-varying formation)逐渐成为无人机研究的重要方向. 然而,由于气流扰动、通信时延、模型不确定性及环境不确定性等诸多因素的影响,多无人机系统的编队控制具有

挑战性.

针对多无人机的队形生成、队形保持和编队重构等问题,国内外学者展开了深入的研究,提出了许多经典的编队方法<sup>[4-6]</sup>. 文献[4]采用领航者-跟随者(leader-follower)的编队方法,分别对领航者和跟随者进行实时的轨迹规划,实现了多无人机系统的密集编队飞行;文献[6]采用虚拟结构法(virtual rigid body),将多无人机的队形变换描述为刚体的旋转运动和平移运动,进而设计和优化多无人机的期望轨迹,实现

收稿日期: 2020-02-12; 修回日期: 2020-05-02.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFB1403900); 国家自然科学基金项目(91748121, 90916004).

责任编辑: 关新平.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn.

了多无人机的变队形飞行. 上述方法都采用了集中式的编队策略, 每个跟随者无人机都需要获得领航者或者虚拟领航者的信息并进行优化求解, 计算量大, 通信网络负担重. 由于分布式通信网络在灵活性和可扩展能力等方面的优势, 许多研究人员倾向于采用基于分布式的编队方法<sup>[7-10]</sup>. 文献[7]采用分布式模型预测控制和基于一致性的控制方法, 实现了多无人机具有防撞能力的协同编队飞行; 文献[9]采用完全分布式的编队结构, 基于滑模和自适应方法设计了有限时间编队控制器. 在上述方法中, 相邻无人机个体之间进行局部通信, 便能实现整体队形的一致性. 但是, 算法只在仿真环境中验证, 无法体现出编队控制算法在现实环境下的鲁棒性和抗干扰能力.

在多无人机的时变编队问题中, 无人机之间需要保持期望的、随时间变化的相对位置, 同时多无人机系统需要整体地执行共同的任務. 文献[11]详细描述了多无人机时变编队和一致性编队的数学关系, 并证明了多无人机实现时变编队的充分必要条件. 该文献基于线性的二阶积分系统模型设计了一种分布式控制器, 并利用GPS定位设备实现了水平方向上的多无人机时变编队. 对于非线性系统, 文献[8]使用super-twisting的控制算法抑制系统的模型不确定性和外界干扰; 文献[12]针对一种带扰动的高阶多代理系统的时变编队跟踪控制问题, 设计了一种能够使编队系统在有限时间内收敛的分布式编队控制器, 并通过数值仿真验证了算法的有效性.

在以上研究成果的基础上, 本文针对多无人机时变编队的队形生成和队形保持问题, 基于分布式通信网络和一致性理论, 提出了一种新的连续非线性鲁棒编队控制方法, 实现了多无人机时变编队飞行. 本文的创新性在于: 1) 对比文献[4,6]等对全局信息依赖性较强的算法, 本文利用相邻无人机之间的局部通信构建了分布式的编队误差系统, 减小了无人机对全局编队信息的依赖, 提高了编队系统的实时性; 2) 对比文献[11]等线性模型, 本文考虑了外界干扰对编队系统的影响, 设计了一种基于误差函数积分(robust integral of the signum of error, RISE)的鲁棒控制器, 有效地抑制了外界扰动; 3) 与文献[9]等滑模控制算法相比, 本文设计的控制器是连续的, 有效地抑制了控制信号的抖振; 4) 文献[8,13]等大多数文献仅在仿真环境验证算法, 尚未进行实时实验验证, 本文将控制算法应用于四旋翼多无人机编队平台上进行实时实验, 取得了良好的编队效果, 提高了算法应用于实际的可靠性.

## 1 问题描述

### 1.1 图论基础

多无人机协同编队系统的通信拓扑结构可以用有向图  $G = \{Q, E, \Omega\}$  来表示. 其中: 结点集  $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$  表示无人机个体的集合, 边界集  $E \subseteq \{(q_i, q_j) : q_i, q_j \in Q\}$  表示无人机的通信关系, 加权邻接矩阵  $\Omega = [w_{i,j}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$  表示无人机之间通信的可靠程度. 规定  $w_{i,i} = 0$ ; 当  $(q_i, q_j) \in E$  时,  $w_{i,j} > 0$ , 否则  $w_{i,j} = 0$ . 定义结点  $q_i$  的度  $\deg_{in}(q_i) = \sum_{j=1}^n w_{i,j}$ , 度的矩阵表示为  $J = \text{diag}\{\deg_{in}(q_i)\}$ . 图的Laplacian矩阵记为  $L = J - \Omega$ . 在图  $G$  中, 若对于图中的两个节点  $q_i, q_j$ , 存在有向路径从  $q_i$  抵达  $q_j$ , 则称  $q_i$  与  $q_j$  连通. 若有向图  $G$  中至少存在一个结点与图中的其他所有结点都连通, 则称有向图  $G$  存在生成树(spanning tree), 且称该结点是全局可达的. 关于图论的详细介绍可以参见文献[14].

对于一个包含有向图  $G$  和一个虚拟结点  $q_0$  的增广图  $\tilde{G}^{[15]}$ , 定义矩阵  $B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , 当且仅当  $q_i$  是  $q_0$  的相邻结点时,  $b_i > 0$ , 否则  $b_i = 0$ . 下面的引理<sup>[15]</sup>将在后续的设计与分析中使用.

**引理1** 如果有向图  $\tilde{G}$  存在生成树,  $q_0$  为全局可达结点, 则矩阵  $(L + B)$  是可逆的.

### 1.2 编队系统模型

参考文献[9], 单个无人机的动力学模型可以表示如下:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = v_i, \\ m_i \dot{v}_i = -T_{\tau_i} R_i e_3 + m_i g e_3 + d_i, \\ i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $p_i(t) = [x_i(t), y_i(t), z_i(t)]^T \in \mathbf{R}^3$ ,  $v_i(t) = [v_{ix}, v_{iy}, v_{iz}]^T \in \mathbf{R}^3$  分别表示无人机的位置向量和速度向量;  $R_i(t) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  表示  $t$  时刻无人机的姿态旋转矩阵;  $e_3 = [0, 0, 1]^T$ ;  $T_{\tau_i}(t) \in \mathbf{R}_+$  表示无人机旋翼产生的总升力;  $d_i(t) \in \mathbf{R}^3$  表示外界扰动; 无人机的质量为  $m_i$ ; 重力加速度为  $g$ . 忽略无人机的姿态运动动态, 定义辅助控制信号  $u_i(t) = [u_{ix}(t), u_{iy}(t), u_{iz}(t)]^T \in \mathbf{R}^3$ , 有

$$u_i = -\frac{T_{\tau_i}}{m_i} R_i e_3 + g e_3. \quad (2)$$

式(1)中的动力学模型可改写为

$$\begin{cases} \dot{p}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = u_i + d_i. \end{cases} \quad (3)$$

**假设1** 未知扰动  $d_i(t)$  连续可导, 且满足  $d_i(t) \in L_\infty$ ,  $\dot{d}_i(t) \in L_\infty$ ,  $\ddot{d}_i(t) \in L_\infty$ .

### 1.3 时变编队的描述

定义无人机*i*的期望队形 $\theta_i(t) = [x_{id}, y_{id}, z_{id}]^T \in \mathbf{R}^3$ , 则多无人机的时变队形表示为 $\theta(t) = [\theta_1(t)^T, \theta_2(t)^T, \dots, \theta_n(t)^T]^T$ . 根据文献[10-11], 有如下引理.

**引理2** 多无人机系统(3)实现时变编队, 当且仅当 $\exists c(t) \in \mathbf{R}^3$ 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} (p_i(t) - \theta_i(t) - c(t)) = 0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ . 其中 $c(t)$ 被称为编队中心函数(formation center function).

定义无人机*i*的轨迹跟踪误差向量 $\delta_i(t) = [\delta_{ix}(t), \delta_{iy}(t), \delta_{iz}(t)]^T \in \mathbf{R}^3$ 如下:

$$\delta_i(t) = p_i(t) - \theta_i(t) - c(t). \quad (4)$$

**假设2** 无人机期望队形 $\theta_i(t)$ 和队形中心函数 $c(t)$ 连续且满足 $\theta_i(t) \in L_\infty, \dot{\theta}_i(t) \in L_\infty, \ddot{\theta}_i(t) \in L_\infty, \ddot{\theta}_i(t) \in L_\infty, c(t) \in L_\infty, \dot{c}(t) \in L_\infty, \ddot{c}(t) \in L_\infty, \ddot{c}(t) \in L_\infty$ .

## 2 编队控制器设计

### 2.1 分布式编队误差系统

对于无人机*i*, 定义其分布式时变编队误差向量 $e_{ip}(t)$ 为

$$e_{ip} = \sum_{j=1}^{\kappa_i} w_{ij} (p_i - \theta_i - (p_j - \theta_j)) + b_i (p_i - \theta_i - c), \quad (5)$$

其中 $\kappa_i$ 为有向图中无人机*i*的相邻结点数量.

下面分析多无人机编队系统的误差方程. 定义

$$\begin{aligned} U(t) &= \text{vec}[u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T \in \mathbf{R}^{3n}, \\ e_p(t) &= \text{vec}[e_{p1}(t), e_{p2}(t), \dots, e_{pn}(t)] \in \mathbf{R}^{3n}, \\ e_v(t) &= \text{vec}[e_{v1}(t), e_{v2}(t), \dots, e_{vn}(t)]^T \in \mathbf{R}^{3n}, \\ \Theta(t) &= \text{vec}[\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_n(t)]^T \in \mathbf{R}^{3n}, \\ C(t) &= \text{vec}[c(t), c(t), \dots, c(t)]^T \in \mathbf{R}^{3n}, \\ H &= I_3 \otimes (L + B). \end{aligned}$$

此处符号“vec”为矩阵向量化算子(vec operator)<sup>[16]</sup>, 对于矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ,  $\text{vec}A = [a_{11}, \dots, a_{1n}, a_{21}, \dots, a_{2n}, a_{m1}, \dots, a_{mn}]^T \in \mathbf{R}^{mn}$ ; 符号“ $\otimes$ ”表示科罗内克乘积(Kronecker products), 其详细介绍可以参见文献[16];  $I_m$ 表示*m*维单位矩阵. 可得

$$\begin{cases} \dot{e}_p = e_v, \\ \dot{e}_v = H(\ddot{\Theta} - U - D - \ddot{C}). \end{cases} \quad (6)$$

定义误差向量 $r_1(t) \in \mathbf{R}^{3n}$ , 滤波误差向量 $r_2(t) \in \mathbf{R}^{3n}$ , 向量 $r_3(t) \in \mathbf{R}^{3n}$ 如下:

$$\begin{cases} r_1 = e_p, \\ r_2 = \dot{r}_1 + \lambda r_1, \\ r_3 = \dot{r}_2 + \alpha r_2. \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $\lambda = \text{diag}(\lambda_{1x}, \dots, \lambda_{nx}, \lambda_{1y}, \dots, \lambda_{ny}, \lambda_{1z}, \dots, \lambda_{nz}) \in \mathbf{R}^{3n \times 3n}$ ,  $\alpha = \text{diag}(\alpha_{1x}, \dots, \alpha_{nx}, \alpha_{1y}, \dots, \alpha_{ny}, \alpha_{1z}, \dots, \alpha_{nz}) \in \mathbf{R}^{3n \times 3n}$  为对称正定增益矩阵. 对 $r_3(t)$ 求时间*t*的一阶导数, 得到滤波误差 $r_3(t)$ 的动态方程

$$\dot{r}_3 = -r_2 - H\dot{U} + N. \quad (8)$$

其中辅助函数向量 $N(t) \in \mathbf{R}^{3n}$ 定义如下:

$$N = H(\ddot{\Theta} - \dot{D} - \ddot{C}) + (\lambda + \alpha)r_3 - (\lambda^2 + \alpha\lambda + \alpha^2 - I_{3n})r_2 + \lambda^3 r_1. \quad (9)$$

根据假设1和假设2可知,  $\ddot{\Theta}$ ,  $\ddot{C}$ 和 $\dot{D}$ 均存在且有界. 分析式(9), 引入辅助函数向量 $N_d(t)$ 为

$$N_d = H(\ddot{\Theta} - \ddot{C} - \dot{D}). \quad (10)$$

令 $\tilde{N} = N - N_d$ , 参考文献[17]可以证明 $\tilde{N}$ 满足下列不等式:

$$\|\tilde{N}\| \leq \rho(\|r\|)\|r\|. \quad (11)$$

其中:  $\rho(\|\cdot\|)$ 为可逆非递减函数,  $r = [r_1^T, r_2^T, r_3^T]^T \in \mathbf{R}^{9n}$ .

### 2.2 控制律设计

设计式(2)中的辅助控制输入量 $u_i(t)$ 为

$$\begin{aligned} u_i &= (k_{si} + 1_3)(\dot{e}_{ip} + \lambda_i e_{ip}) - \\ & (k_{si} + 1_3)(\dot{e}_{ip}(0) + \lambda_i e_{ip}(0)) + \\ & \int_0^t [(k_{si} + 1_3)\alpha_i(\dot{e}_{ip}(\tau) + \lambda_i e_{ip}(\tau)) + \\ & \beta_i \text{sgn}(\dot{e}_{ip}(\tau) + \lambda_i e_{ip}(\tau))] d\tau. \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $k_{si} = \text{diag}(k_{six}, k_{siy}, k_{siz}) \in \mathbf{R}_+^{3 \times 3}$ ,  $\lambda_i = \text{diag}(\lambda_{ix}, \lambda_{iy}, \lambda_{iz})$ ,  $\alpha_i = \text{diag}(\alpha_{ix}, \alpha_{iy}, \alpha_{iz})$ ,  $\beta_i = \text{diag}(\beta_{ix}, \beta_{iy}, \beta_{iz})$ ,  $1_3 = [1, 1, 1]^T \in \mathbf{R}^3$ ,  $\text{sgn}(\cdot)$ 为标准符号函数. 将式(12)代入(8)中, 得到 $\dot{r}_3(t)$ 的闭环表达式

$$\dot{r}_3 = -r_2 - H(K_s + I_{3n})\dot{r}_2 - H(K_s + I_{3n})\alpha r_2 - H\beta \text{Sgn}(r_2) + \tilde{N} + N_d. \quad (13)$$

其中:  $K_s = \text{diag}(k_{s1x}, \dots, k_{snx}, k_{s1y}, \dots, k_{sny}, k_{s1z}, \dots, k_{snz}) \in \mathbf{R}^{3n \times 3n}$  为控制增益矩阵; 对于向量 $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T \in \mathbf{R}^n$ ,  $\text{Sgn}(a)$ 表示相应的符号函数向量, 其表达式为 $\text{Sgn}(a) = [\text{sgn}(a_1), \text{sgn}(a_2), \dots, \text{sgn}(a_n)]^T$ .

## 3 稳定性分析

为方便分析, 引入以下引理, 其证明参见文献[17-18].

**引理3** 定义辅助函数 $\Gamma(t) \in \mathbf{R}$ , 有

$$\Gamma = r_3^T [N_d - H\beta \text{Sgn}(r_2)], \quad (14)$$

其中  $\beta = \text{diag}(\beta_{1x}, \dots, \beta_{nx}, \beta_{1y}, \dots, \beta_{ny}, \beta_{1z}, \dots, \beta_{nz})$ . 由引理 1 知  $H$  为可逆矩阵. 若选择合适的增益  $\alpha_{ii}$  与  $\beta_{ii}$ , 并满足

$$\beta_{ii} > \|H\|^{-1} \|N_d\|_{\mathcal{L}_\infty} + \frac{1}{\alpha_{ii}} \|H\|^{-1} \|\dot{N}_d\|_{\mathcal{L}_\infty}, \quad (15)$$

则有下式成立:

$$\int_0^T \Gamma(\tau) d\tau < \zeta_b. \quad (16)$$

其中  $\zeta_b \in \mathbf{R}_+$  定义为

$$\zeta_b = \|H\| \|\beta\| \|r_2(0)\| - r_2(0) N_d(0). \quad (17)$$

**引理 4** 考虑系统  $\dot{\xi} = f(\xi, t)$ , 其中  $f: \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^m$ , 该系统存在实数解. 定义区域

$$M = \{\xi \in \mathbf{R}^m \mid \|\xi\| < \iota\}, \quad \iota \in \mathbf{R}^+, \quad (18)$$

令  $V: M \times \mathbf{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbf{R}^m$  连续可微, 且满足

$$\begin{cases} W_1(\xi) \leq V(\xi, t) \leq W_2(\xi), \\ \dot{V}(\xi, t) \leq -W(\xi). \end{cases} \quad (19)$$

其中:  $\forall t \geq 0, \forall \xi \in M, W_1(\xi)$  和  $W_2(\xi)$  为连续正定函数,  $W(\xi)$  为一致连续半正定函数. 若式 (19) 成立, 则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(\xi) = 0. \quad (20)$$

系统初始条件  $\xi(0)$  所在区域为  $S = \{\xi \in M \mid W_2(\xi) \leq \rho\}$ ,  $\rho \leq \min_{\|\xi\|=\iota} W_1(\xi)$ ,  $\rho \in \mathbf{R}^+$  为正常数.

**定理 1** 当  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_p(t) = 0$ , 多无人机系统 (3) 实现时变队形  $\Theta(t)$ .

**证明** 分析式 (4) 和 (5) 可得

$$e_{ip} = \sum_{j=1}^{k_i} w_{ij} (\delta_i - \delta_j) + b_i \delta_i. \quad (21)$$

由式 (21) 可以得到

$$e_p(t) = H\delta(t), \quad (22)$$

其中  $\delta(t) = \text{vec}[\delta_1(t), \delta_2(t), \dots, \delta_n(t)]^T \in \mathbf{R}^{3n}$ . 由引理 1 可知,  $H$  可逆. 不难得出  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_p(t) = 0$ , 当且仅当  $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) = 0$ . 由引理 2 可知, 多无人机系统实现时变编队.  $\square$

**定理 2** 对于系统 (6), 若控制增益  $\alpha_{ii} > \frac{1}{2}, \lambda_{ii} > \frac{1}{2}, \beta_{ii}$  为正常数, 且控制增益  $k_{sii}$  足够大, 则式 (12) 设计的控制器能够使多无人机编队误差  $e_p(t)$  实现半全局渐近收敛, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_p(t) = \vec{0}$ .

**证明** 定义辅助函数  $P(t) \in \mathbf{R}$  如下:

$$P = \zeta_b - \int_0^t \Gamma dt \geq 0. \quad (23)$$

构造向量  $\gamma = [r_1^T, r_2^T, r_3^T, \sqrt{P}]^T \in \mathbf{R}^{9n+1}$ , 选取 Lyapunov 候选函数  $V(t) \in \mathbf{R}_{\geq 0}$  为

$$V = \frac{1}{2} r_1^T r_1 + \frac{1}{2} r_2^T r_2 + \frac{1}{2} r_3^T r_3 + P, \quad (24)$$

则有  $\mu_1 \|\gamma\|^2 < V < \mu_2 \|\gamma\|^2$ . 其中:  $\mu_1 = \frac{1}{2}, \mu_2 = 1$ . 对  $V(\gamma, t)$  求关于时间  $t$  的一阶导数, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -r_1^T \lambda r_1 - r_2^T \alpha r_2 + r_1^T r_2 - r_3^T H r_3 - \\ & r_3^T H K_s r_3 + r_3^T N - r_3^T H \beta \text{Sgn}(r_2) - \Gamma. \end{aligned} \quad (25)$$

由  $r_1^T r_2 \leq \frac{1}{2}(r_1^T r_1 + r_2^T r_2)$ , 对式 (25) 进行缩放得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\left(\lambda^* - \frac{1}{2}\right) r_1^T r_1 - \left(\alpha^* - \frac{1}{2}\right) r_2^T r_2 - r_3^T H r_3 - \\ & r_3^T H K_s r_3 + r_3^T \tilde{N} + r_3^T [-H \beta \text{Sgn}(r_2) + N_d] - \Gamma. \end{aligned} \quad (26)$$

其中:  $\lambda^* = \min(\lambda_{1x}, \lambda_{1y}, \lambda_{1z}, \dots, \lambda_{nx}, \lambda_{ny}, \lambda_{nz}), \alpha^* = \min(\alpha_{1x}, \alpha_{1y}, \alpha_{1z}, \dots, \alpha_{nx}, \alpha_{ny}, \alpha_{nz})$ . 利用不等式

$$\begin{cases} r_3^T \tilde{N} \leq \|r_3\| \rho(\|r\|) \|r\|, \\ r_3^T H K_s r_3 \geq \epsilon K_s^* \|r_3\|^2, \\ \rho \|r_3\| \|r\| \leq \epsilon K_s^* \|r_3\|^2 + \frac{\rho^2}{4\epsilon K_s^*} \|r\|^2, \end{cases} \quad (27)$$

进一步对式 (26) 缩放得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\varpi \|r\|^2 + \|r_3\| \rho(\|r\|) \|r\| - \epsilon K_s^* \|r_3\|^2 \leq \\ & -\left(\varpi - \frac{\rho^2(\|r\|)}{4\epsilon K_s^*}\right) \|r\|^2. \end{aligned} \quad (28)$$

其中:  $\epsilon$  为矩阵  $H$  的最小特征值,  $K_s^* = \min(K_{s1x}, K_{s1y}, K_{s1z}, \dots, K_{snx}, K_{sny}, K_{snz}), \varpi = \min\left(\epsilon, \lambda^* - \frac{1}{2}, \alpha^* - \frac{1}{2}\right)$ . 当参数满足如下条件时:

$$\|r(t)\| < 2\rho^{-1} \sqrt{\varpi \epsilon K_s^*}, \quad (29)$$

可以得到

$$\dot{V} \leq -\eta \|r\|^2, \quad \eta \in \mathbf{R}^+. \quad (30)$$

结合引理 4 可以得到

$$\begin{cases} W_1(\gamma) = \mu_1 \|\gamma\|^2, \\ W_2(\gamma) = \mu_2 \|\gamma\|^2, \\ W(\gamma) = \eta \|\gamma\|^2. \end{cases} \quad (31)$$

同时根据式 (18) 和 (29) 定义区域  $M = \{\gamma \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}_{\geq 0} \mid \|\gamma\| < 2\rho^{-1} \sqrt{\varpi \epsilon K_s^*}\}$ . 由式 (24) 可知  $V(t) \in \mathcal{L}_\infty$ , 因此  $r_1(t), r_2(t), r_3(t) \in \mathcal{L}_\infty$ . 由式 (12) 可知  $u_i(t) \in \mathcal{L}_\infty$ . 区域  $S \subset M$  为

$$S = \{\|\gamma\| \leq \mu_1 (\rho^{-1} (2\sqrt{\lambda^* \epsilon K_s^*}))^2\}. \quad (32)$$

由引理 4 可知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_1(t) = 0, \quad \gamma(0) \in S; \quad (33)$$

$$\|\gamma(0)\| \leq \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2 \|\gamma(0)\|}} \rho^{-1} (2\sqrt{\lambda^* \epsilon K_s^*}). \quad (34)$$

进一步变换为

$$K_s^* \geq \frac{1}{4\lambda^*\epsilon} \rho^2 \left( \sqrt{\frac{\mu_2 \|\gamma(0)\|}{\mu_1}} \|\gamma(0)\| \right). \quad (35)$$

当控制增益  $K_s$  足够大时,吸引域(32)可以包含更多的初始状态,得到半全局渐近收敛的结论. □

### 4 实验验证

#### 4.1 实验平台介绍

为了验证本文设计的分布式编队控制算法的有效性及其实用性,本文使用四旋翼无人机编队平台进行时变编队实验.如图1所示,四旋翼编队平台由3架四旋翼无人机和地面控制站组成.本文设计的控制律以20 Hz的频率运行在机载的ARM嵌入式控制单元中.无人机的姿态控制通过机载飞行控制器实现,无人机的位置通过运动捕捉系统OptiTrack系统测量.无人机之间以及无人机与定位系统之间通过无线局域网通信.地面站用于控制实验流程以及对无人机的状态进行监测.

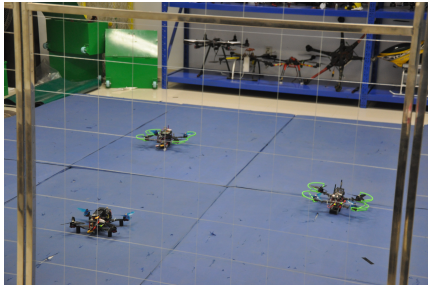


图1 无人机编队实验平台

本实验中四旋翼无人机轴距  $l_i$  分别为

$$l_1 = 0.25 \text{ m}, l_2 = 0.28 \text{ m}, l_3 = 0.25 \text{ m}.$$

同时,  $B = \text{diag}(1, 1, 1)$ ,  $L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

#### 4.2 时变队形跟踪实验

本实验中无人机编队的期望队形如下:

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= [1.2 \sin(\pi t/20 + 4\pi/3), \\ &\quad 1.2 \cos(\pi t/20 + 4\pi/3) - 1.2, -0.7]^T \text{m}, \\ \theta_2(t) &= [1.2 \sin(\pi t/20 + 2\pi/3), \\ &\quad 1.2 \cos(\pi t/20 + 2\pi/3) - 1.2, -0.7]^T \text{m}, \\ \theta_3(t) &= [1.2 \sin(\pi/20t), \\ &\quad 1.2 \cos(\pi t/20) - 1.2, -0.7]^T \text{m}. \end{aligned}$$

队形中心函数

$$c(t) = [0, 1.5 \sin(\pi t/40 - \pi/2) + 1.5, 0]^T \text{m}.$$

无人机的初始位置为

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= [-1.2, -0.9, -0.7]^T \text{m}, \\ \theta_2(0) &= [1.2, -0.9, -0.7]^T \text{m}, \\ \theta_3(0) &= [0, 0, -0.7]^T \text{m}. \end{aligned}$$

首先由操作人员通过地面站程序控制3架无人机自动起飞,到达指定初始位置后切换为本文所提出的控制算法.图2为3架无人机在水平方向的运动轨迹,其中实线、虚线、点划线分别为3架无人机的实际飞行轨迹.为方便分析编队效果,分别标记出了在  $t = 1 \text{ s}$ ,  $t = 9 \text{ s}$ ,  $t = 17 \text{ s}$  和  $t = 25 \text{ s}$  时刻无人机的位置关系.从图2可以看出,3架无人机的位置保持一个旋转的正三角形关系.为直观地体现多无人机时变编队的效果,这里对无人机的轨迹跟踪误差数据  $\delta(t)$  进行分析.图3为无人机的轨迹跟踪误差曲线图.

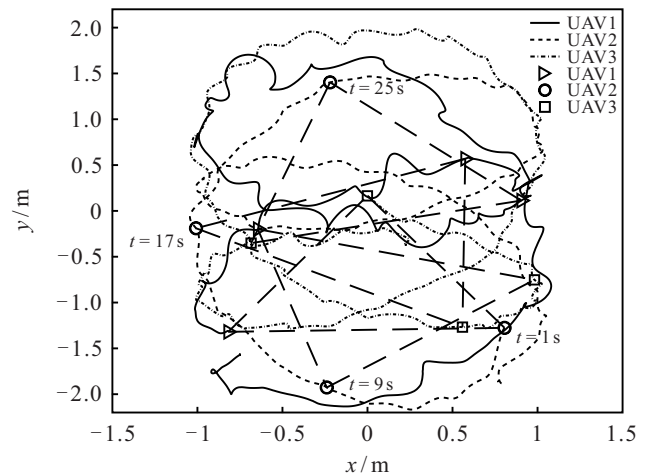


图2 时变编队轨迹

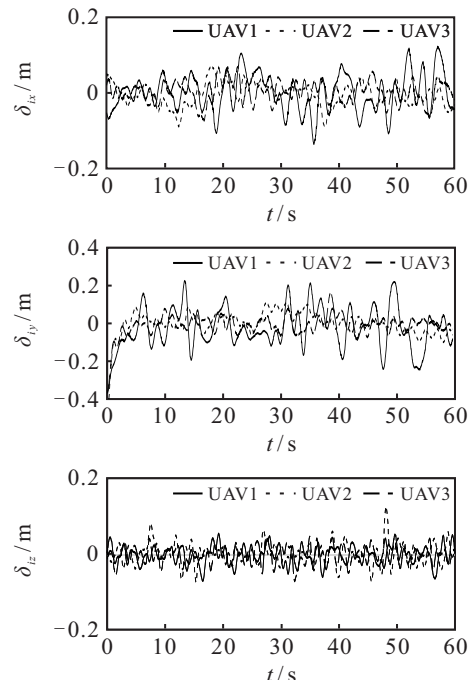


图3 时变编队轨迹跟踪误差曲线

分析图2可知,多无人机系统在本文设计的编队控制算法下实现了时变编队飞行.对图3的误差数据进行统计,如表1所示.  $x$  方向误差在  $\pm 0.14 \text{ m}$  内,  $y$  方向误差在  $\pm 0.25 \text{ m}$  内,高度误差在  $\pm 0.07 \text{ m}$  内,编队效果较好,从而验证了该算法的有效性.

表1 轨迹跟踪实验误差分析 m

跟踪误差	最大误差	均方根误差
$\delta_{1x}$	0.136	0.052
$\delta_{1y}$	0.245	0.103
$\delta_{1z}$	0.068	0.023
$\delta_{2x}$	0.089	0.027
$\delta_{2y}$	0.109	0.046
$\delta_{2z}$	0.128	0.028
$\delta_{3x}$	0.074	0.030
$\delta_{3y}$	0.164	0.038
$\delta_{3z}$	0.069	0.022

4.3 协同性测试实验

本实验在两架无人机上测试编队算法的协同性能. 无人机的期望队形如下: $\theta_1(t) = [1.3, 0, -0.7]^T \text{ m}$ ,  $\theta_2(t) = [-0.5, 0, -0.7]^T \text{ m}$ . 队形中心函数  $c(t) = [0, 2\sin(\pi t/20), 0]^T \text{ m}$ . 操作人员分别在42 s和80 s时刻通过细绳拖拽对 UAV2 加入干扰, 无人机的轨迹跟踪误差如图4所示. 对图4的误差数据进行统计, 如表2所示.

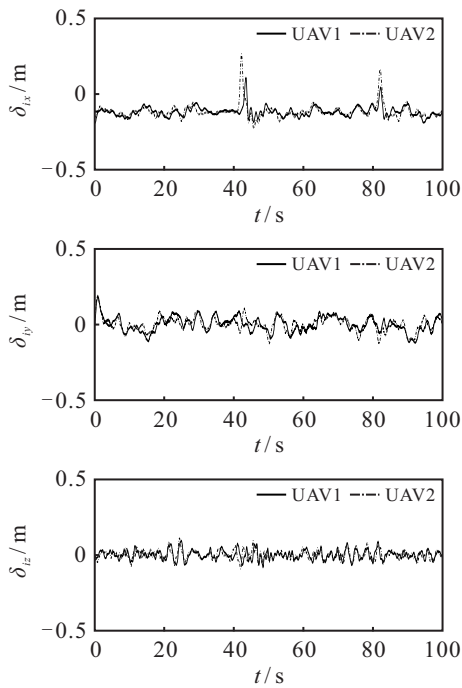


图4 协同实验位置误差曲线

表2 协同性测试实验误差分析 m

跟踪误差	最大误差	均方根误差
$\delta_{1x}$	0.291	0.045
$\delta_{1y}$	0.121	0.046
$\delta_{1z}$	0.094	0.031
$\delta_{2x}$	0.494	0.066
$\delta_{2y}$	0.126	0.044
$\delta_{2z}$	0.109	0.029

分析图4和表2可知, 给 UAV2 加入扰动且  $x$  方向产生 0.494 m 的误差之后, UAV1 也会做出相应的反

应, 误差的峰值到达 0.291 m, 符合一致性条件以及参数  $w_{1,2} = 1$  和  $b_1 = 1$  的预期效果. 实验结果表明, 本文提出的编队算法具有较好的协同性能.

4.4 抗扰动实验

为了能直观地分析本文所设计控制器的鲁棒性, 在飞行实验过程中加入阵风扰动. 本实验中无人机编队的期望队形如下:

$$\theta_1(t) = [1.2 \sin(\pi t/20 + 4\pi/3), 1.2 \cos(\pi t/20 + 4\pi/3) - 1.2, -0.7]^T \text{ m},$$

$$\theta_2(t) = [1.2 \sin(\pi t/20 + 2\pi/3), 1.2 \cos(\pi t/20 + 2\pi/3) - 1.2, -0.7]^T \text{ m},$$

$$\theta_3(t) = [1.2 \sin(\pi t/20), 1.2 \cos(\pi t/20) - 1.2, -0.7]^T \text{ m}.$$

队形中心函数

$$c(t) = [0, 1.5 \sin(\pi t/40 - \pi/2) + 1.5, 0]^T \text{ m}.$$

无人机的初始位置为

$$\theta_1(0) = [-1.2, -1, -0.7]^T \text{ m},$$

$$\theta_2(0) = [1.2, -1, -0.7]^T \text{ m},$$

$$\theta_3(0) = [0.2, 0.2, -0.7]^T \text{ m}.$$

在 5 s 后加入阵风干扰, 并持续到 50 s, 风速约为 4 m/s. 无人机轨迹跟踪误差如图5所示. 对图5的误差数据进行统计, 如表3所示.

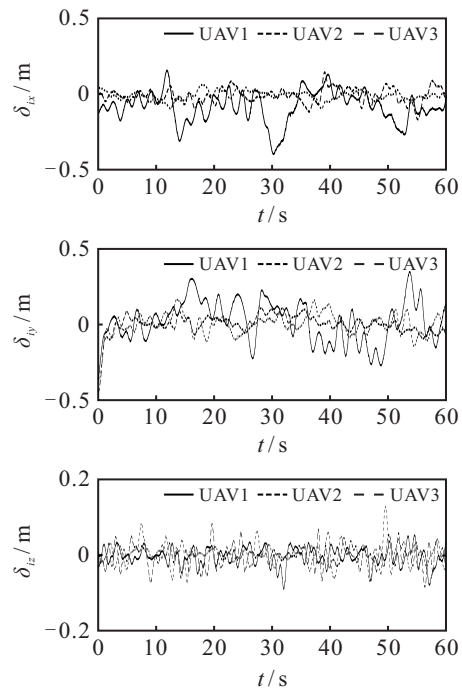


图5 抗扰动实验轨迹跟踪误差曲线

分析图5和表3可知, 在加入阵风扰动后,  $x$  方向轨迹跟踪误差可以控制在  $\pm 0.39 \text{ m}$  内,  $y$  方向轨迹跟踪误差在  $\pm 0.35 \text{ m}$  内, 高度误差在  $\pm 0.13 \text{ m}$  内, 实验

表3 抗扰动实验误差分析 m

跟踪误差	最大误差	均方根误差
$\delta_{1x}$	0.390	0.111
$\delta_{1y}$	0.349	0.140
$\delta_{1z}$	0.088	0.024
$\delta_{2x}$	0.089	0.027
$\delta_{2y}$	0.109	0.046
$\delta_{2z}$	0.128	0.028
$\delta_{3x}$	0.163	0.051
$\delta_{3y}$	0.163	0.062
$\delta_{3z}$	0.084	0.026

效果较好. 图中各通道的辅助控制信号均能稳定在一定范围内, 从而验证了本文提出的编队控制算法的抗干扰能力.

## 5 结论

本文针对基于分布式通信网络的多无人机时变编队问题, 基于一致性方法分析了多无人机编队系统的误差模型. 针对存在扰动情况下的时变编队控制问题, 设计了基于误差符号函数积分 (RISE) 的分布式鲁棒控制器, 然后基于 Lyapunov 分析的方法证明了编队误差的收敛性和闭环系统的稳定性, 并在室内四旋翼多无人机飞行平台上进行了实时的实验验证. 飞行实验结果表明, 本文提出的编队算法能实现多无人机时变编队, 并取得良好的队形跟踪以及协同效果, 可以有效抑制外界扰动带来的影响, 使系统具有较好的鲁棒性. 为了体现无人机编队控制的特殊性, 后期将结合无人机的位置、速度和姿态控制, 并考虑更多的约束开展多无人机编队控制的研究.

## 参考文献 (References)

- [1] Saska M, Chudoba J, Přeucil L, et al. Autonomous deployment of swarms of micro-aerial vehicles in cooperative surveillance[C]. International Conference on Unmanned Aircraft Systems. Orlando: IEEE, 2014: 584-595.
- [2] Zhao Y Y, Wang X K, Wang C, et al. Systemic design of distributed multi-UAV cooperative decision-making for multi-target tracking[J]. Autonomous Agents and Multi-Agent Systems, 2019, 33(1/2): 132-158.
- [3] Duan H B, Huo M Z, Fan Y M. Flight verification of multiple UAVs collaborative air combat imitating the intelligent behavior in hawks[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(12): 1812-1819.
- [4] Turpin M, Michael N, Kumar V. Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors[J]. Autonomous Robots, 2012, 33(1/2): 143-156.
- [5] Kim S, Dhin J, Suk J. Development of robust flocking control law for multiple uavs using behavioral decentralised method[J]. Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences, 2015, 43(10): 859-867.
- [6] Zhou D, Schwager M. Virtual rigid bodies for coordinated agile maneuvering of teams of micro aerial

vehicles[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seattle: IEEE, 2015: 1737-1742.

- [7] Kuriki Y, Namerikawa T. Formation control with collision avoidance for a multi-UAV system using decentralized MPC and consensus-based control[J]. SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 2015, 8(4): 285-294.
- [8] Wang D D, Zong Q, Zhang B Y, et al. Fully distributed finite-time formation control for multiple UAVs[J]. Control and Decision, 2019, 34(12): 2656-2600.
- [9] Rojo-Rodriguez E G, Ollervides E J, Rodriguez G, et al. Implementation of a super twisting controller for distributed formation flight of multi-agent systems based on consensus algorithms[C]. International Conference on Unmanned Aircraft Systems. Miami: IEEE, 2017: 1101-1107.
- [10] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [11] Dong X W, Yu B C, Shi Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(1): 340-348.
- [12] Hua Y Z, Dong X W, Han L, et al. Finite-time time-varying formation tracking for high-order multiagent systems with mismatched disturbances[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(10): 3795-3803.
- [13] Labbadi M, Cherkaoui M. Robust integral terminal sliding mode control for quadrotor UAV with external disturbances[J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2019, 2019: 1-10.
- [14] Chris G, Gordon F R. Algebraic graph theory[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013: 207.
- [15] Hu J P, Hong Y G. Leader-following coordination of multi-agent systems with coupling time delays[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2007, 374(2): 853-863.
- [16] Henderson H V, Searle S R. The vec-permutation matrix, the vec operator and Kronecker products: A review[J]. Linear and Multilinear Algebra, 1981, 9(4): 271-288.
- [17] Xian B, Dawson D M, Dequeiroz M S, et al. A continuous asymptotic tracking control strategy for uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(7): 1206-1211.
- [18] An H, Xian B. Attitude reinforcement learning control of an unmanned helicopter with verification[J]. Control Theory & Applications, 2019, 36(4): 516-524.

## 作者简介

鲜斌(1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统控制、无人机系统、实时控制系统及其应用等研究, E-mail: xbin@tju.edu.cn;

李宏图(1996—), 男, 硕士生, 从事多无人机编队控制的研究, E-mail: lihongtu@tju.edu.cn.