

# 控制与决策

Control and Decision

## 考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计

李泽仁, 崔颢, 章露露, 蔡云泽

引用本文:

李泽仁, 崔颢, 章露露, 等. 考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计[J]. *控制与决策*, 2021, 36(10): 2511–2516.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0284>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor  
*控制与决策*. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

### 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation  
*控制与决策*. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

### 直线同步电动机磁悬浮系统的自适应模糊滑模控制

Adaptive fuzzy sliding mode control for magnetic suspension system of linear synchronous motor  
*控制与决策*. 2021, 36(3): 693–698 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0774>

### 纵向速度和艏向角受限的水面艇有限时间协同路径跟踪

Finite-time cooperative path following of surface vessels with surge velocity and yaw angle constraints  
*控制与决策*. 2021, 36(2): 363–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0977>

### 带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints  
*控制与决策*. 2021, 36(2): 387–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

# 考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计

李泽仁<sup>1,2,3</sup>, 崔 颢<sup>4</sup>, 章露露<sup>1,2,3</sup>, 蔡云泽<sup>1,2,3†</sup>

(1. 上海交通大学 自动化系, 上海 200240; 2. 上海交通大学 系统控制与信息处理教育部重点实验室, 上海 200240; 3. 上海交通大学 海洋智能装备与系统集成技术教育部实验室, 上海 200240; 4. 中国空空导弹研究院, 河南 洛阳 471000)

**摘要:** 针对含终端角度约束的滑模制导律在制导初期加速度指令过大的问题, 采用趋近律方法和引入阻尼项设计一种考虑加速度约束的角度约束滑模制导律. 首先, 分析制导指令大小与滑模变量趋近速度的关系; 然后, 在滑模面函数中引入阻尼项, 动态调节制导指令中不同部分的占比, 从而降低制导初期整体指令值; 最后, 设计多幂次自适应趋近律来调节不同阶段的滑模变量趋近速度, 达到降低制导指令极值、满足加速度约束的目的, 同时保证滑模面函数的快速收敛. 与常见的终端角度约束滑模制导律相比, 仿真结果验证了所提出方法在降低加速度极值方面的有效性.

**关键词:** 终端角度约束; 加速度约束; 阻尼项; 多幂次自适应趋近律

中图分类号: V448.13

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0284

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 李泽仁, 崔颢, 章露露, 等. 考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2511-2516.

## Sliding-mode guidance law with acceleration and angle constraints

LI Ze-ren<sup>1,2,3</sup>, CUI Hao<sup>4</sup>, ZHANG Lu-lu<sup>1,2,3</sup>, CAI Yun-ze<sup>1,2,3†</sup>

(1. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 2. Key Laboratory of System Control and Information Processing of Ministry of Education, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 3. Key Laboratory of Marine Intelligent Equipment and System of Ministry of Education, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 4. China Air-borne Missile Academy, Luoyang 471000, China)

**Abstract:** Concerning the problem that the sliding mode guidance law with terminal angle constraint has too large an acceleration command at the initial stage of guidance process, an angle constraint guidance law considering acceleration constraint is designed using the reaching law method and a damping term. The relationship between the magnitude of the acceleration command and the approaching speed of the sliding mode variable is analyzed first. Then, a damping term is introduced into the sliding mode surface function to dynamically adjust the proportion of different parts of the guidance instruction, thereby reducing the overall instruction value at the initial stage of the guidance process. Finally, a multi-power adaptive reaching law is designed to adjust the approaching speed of the sliding mode variable at different stages to reduce the extreme value of the guidance instruction and meet the acceleration constraint. The fast convergence of the sliding mode surface function is guaranteed in the meantime. Compared with the common terminal-angle-constrained sliding mode control-based guidance law, the simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed guidance law in reducing acceleration command extremes.

**Keywords:** terminal angle constraint; acceleration constraint; damping term; multi-power adaptive reaching law

## 0 引言

为了提高对目标的有效打击能力, 含约束的制导律已逐渐成为研究主流, 其中一类为终端角度约束制导律<sup>[1]</sup>. Kim 等<sup>[2]</sup> 首先提出角度约束这一概念, 在此基础上学者们不断完善了这一研究领域. 目前,

角度约束制导律的相关研究集中于如何实现不同形式的角度约束条件<sup>[3]</sup>. 一类常见的设计思路是基于比例制导律设计角度偏置项<sup>[4-5]</sup>; 也有学者基于现代控制理论进行设计, 如基于最优控制理论<sup>[6]</sup> 和基于滑模控制理论<sup>[7-8]</sup>. 其中, 由于滑模控制理论具有鲁棒性

收稿日期: 2020-03-14; 修回日期: 2020-05-09.

基金项目: 国家自然科学基金重大科研仪器研制项目(61627810); 国家科技重大专项项目(2018YFB1305003).

责任编辑: 张国山.

†通讯作者. E-mail: yzcai@sjtu.edu.cn.

强等优点,受到了广泛关注<sup>[9]</sup>,相关研究不断得到完善<sup>[10-11]</sup>.此外,为实现协同攻击,同时考虑其他约束条件的角度约束制导律成为研究热点,研究成果大多聚焦于攻击时间与角度同时约束<sup>[12-13]</sup>.

随着研究的深入,为应对愈发复杂的战场环境,考虑实际应用条件的角度约束制导律逐渐受到人们的关注,含加速度约束的角度约束制导律成为新的研究方向<sup>[14]</sup>.在制导律仿真中,往往会设计饱和函数来限制过大的加速度指令,以达到较好的仿真效果.然而在实际应用中,制导律给出的加速度指令将转化为导弹的法向加速度,通过导弹的机动来实现.受导弹弹体强度、空气动力学设计方案等因素影响,导弹实际机动可实现的法向加速度是有界的<sup>[14]</sup>.在某些场景下,导弹无法实现制导律给出的过大的加速度指令,这便是加速度约束问题.目前,加速度约束制导律研究成果较少,最优控制理论是设计含加速度约束制导律的主要方法,如文献[15]将制导指令分解为加速度约束和自动驾驶仪两部分,分别进行优化.也有学者使用反步法约束制导指令,如文献[16]基于反步法思想,采用指令滤波器分别设计了二维和三维的制导律.

上述工作主要针对基于最优控制理论和比例制导律设计的制导律,缺少对滑模制导律的加速度约束研究.考虑到终端角度约束滑模制导律在制导初期弹道过于曲折,反映了制导初期存在较大的制导指令,可能在实际应用中面临加速度约束问题,同时基于滑模控制理论设计的加速度约束制导律成果较少,因而考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律具有较大的研究价值.

综上所述,针对同时含加速度约束和终端角度约束的滑模制导律问题,本文基于常见的终端角度约束滑模制导律研究如何降低加速度极值.首先分析加速度指令极值与滑模面函数收敛速度的关系;然后针对指令极值往往出现于制导初期这一现象,通过引入阻尼项来改进滑模面函数,动态调整制导指令中不同部分的占比,以达到降低制导初期整体加速度指令的目的;最后设计多幂次自适应趋近律来动态约束滑模面函数的趋近速度,从而实现对加速度极值的约束.仿真实验验证了所提出方法的有效性.

## 1 拦截模型与问题分析

为简化问题,在二维平面内建立导弹与目标的拦截模型.记导弹为 $M$ ,目标为 $T$ , $V_m$ 、 $V_t$ 为导弹与目标的速度, $A_m$ 和 $A_t$ 为法向加速度, $\eta_m$ 和 $\eta_t$ 为航向角, $\theta$ 为导弹与目标的视线角(弹目视线角), $R_{tm}$ 为导弹与

目标的相对距离(弹目距离).

**假设1** 导弹速度大于目标速度,即目标与导弹的速度比 $v < 1$ ,导弹航向角 $\eta_m$ 与视线角 $\theta$ 之差存在最大值 $\varphi_{\max}$ ,且 $\varphi_{\max}$ 满足关系式 $\cos \varphi_{\max} \geq v + \varepsilon_1$ ,其中 $\varepsilon_1$ 为较小的正数.

将导弹和目标均视为质点,忽略空气阻力等非理想因素的影响,根据导弹与目标的相对运动关系,可得以下方程:

$$\dot{R}_{tm} = V_t \cos(\eta_t - \theta) - V_m \cos(\eta_m - \theta), \quad (1)$$

$$R_{tm} \dot{\theta} = V_t \sin(\eta_t - \theta) - V_m \sin(\eta_m - \theta), \quad (2)$$

$$\dot{\eta}_m = \frac{A_m}{V_m}, \quad \dot{\eta}_t = \frac{A_t}{V_t}. \quad (3)$$

假设导弹自动驾驶仪具有理想特性,设弹体控制加速度 $A_m = u/k$ ,其中 $u$ 为制导律产生的制导指令.由上述运动方程可以推出

$$\ddot{\theta} = -\frac{2\dot{R}_{tm}}{R_{tm}}\dot{\theta} - \frac{A_m}{R_{tm}} \cos(\eta_m - \theta) + \frac{A_t}{R_{tm}} \cos(\eta_t - \theta). \quad (4)$$

取状态变量 $x_1 = \theta(t)$ , $x_2 = \dot{\theta}(t)$ ,制导指令为 $u(t)$ .终端角度约束制导律需满足命中目标和角度约束两个要求.考虑到角度约束形式较多,同时视线角与速度矢量角差值(攻击角)可以互相转化<sup>[17]</sup>,为突出重点,此处定义终端角度约束为终端视线角约束,则常见的角度约束制导律滑模面函数形式为

$$s = AR_{tm}\dot{\theta} + \dot{R}_{tm}Y(\theta - \theta_f). \quad (5)$$

其中: $R_{tm}$ 为实时弹目距离, $Y$ 为角误差系数,通常 $A$ 为固定值.对滑模面函数求导,可得

$$\dot{s} = A\dot{R}_{tm}\dot{\theta} + AR_{tm}\ddot{\theta} + \ddot{R}_{tm}Y(\theta - \theta_f) + \dot{R}_{tm}Y\dot{\theta}. \quad (6)$$

根据式(6),令滑模面函数导数等于0,可得等效控制

$$u_{eq} = \frac{k}{\cos(\eta_m - \theta)} (A_t \cos(\eta_t - \theta) - R_{tm}\ddot{\theta} - 2\dot{R}_{tm}\dot{\theta}) + \frac{k\dot{s}}{A \cos(\eta_m - \theta)}. \quad (7)$$

对于滑模制导律而言,往往会选取趋近律来约束滑模面函数的趋近过程,以达到降低抖振和保证趋近速度的目的.设采用趋近律 $\dot{s} = f(s)$ ,于是 $u_r$ 为

$$u_r = \frac{-k}{\cos(\eta_m - \theta)} \left( \frac{f(s)}{A} \right). \quad (8)$$

一般而言,该制导律的控制指令 $u = u_{eq} + u_r$ .其中: $u_{eq}$ 为等效控制,控制目的是使滑模面函数 $s$ 维持在滑模面上; $u_r$ 的控制目的是使滑模面函数 $s$ 趋于滑模面.由式(7)和(8)可知, $|u_{eq}|$ 、 $|u_r|$ 的大小均与 $|\dot{s}|$ 正相关,而 $|\dot{s}|$ 即代表着滑模面函数 $s$ 的收敛速度.综上,

滑模面函数  $s$  的收敛速度与制导指令的大小成正比相关。

## 2 制导律设计

为满足加速度约束,降低加速度极值,一方面,需要设计新的滑模面函数,使得滑模变量  $s$  在初期更接近期望滑模面  $s = 0$ ;另一方面,当  $s$  远离  $s = 0$  时,需要降低收敛速度. 本文在以上角度约束滑模制导律的基础上,首先引入阻尼项对滑模面函数进行改进,然后设计新型趋近律以约束过快的收敛速度。

### 2.1 含阻尼项的滑模面函数

基于式(1)~(3)的制导模型,考虑到视线角约束为终端约束,并不需要全程满足. 在导弹攻击运动目标的场景下,针对导弹在初始制导阶段降低加速度指令极值的需求,为实现初期弹道轨迹的平滑化,同时满足终端对视线角的约束,设计滑模面函数为

$$s = \lambda R_{tm} \dot{\theta} + (1 - \lambda) \dot{R}_{tm} Y(\theta - \theta_f), \quad (9)$$

其中  $\lambda$  为阻尼项,有

$$\lambda = \frac{R_{tm}}{R} \mu. \quad (10)$$

这里:  $R$  为初始弹目距离,  $R_{tm}$  为实时弹目距离,  $\mu$  为阻尼系数. 该阻尼项的设计目的是:在制导初始阶段,减少制导指令中对角度约束的指令,降低弹道的弯曲程度,使其尽快地趋近目标;随着制导过程的进行,导弹距目标越来越近,逐步提高角度约束指令在制导指令中的占比. 通过引入阻尼项,使得终端视线角约束制导律在制导初期降低整体制导指令的输出值,达到降低加速度指令的目的,同时也可以满足最终对角度和脱靶量的要求。

基于上述滑模面函数和系统状态方程,可解出制导律等效控制为

$$u_{eq} = \frac{k}{\cos(\eta_m - \theta)} C, \quad (11)$$

其中

$$C = \left[ -\dot{R}_{tm} + \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \dot{R}_{tm} Y \right] \dot{\theta} + A_t \cos(\eta_t - \theta) + \frac{(1-\lambda)}{\lambda} \ddot{R}_{tm} (\theta - \theta_f) Y. \quad (12)$$

### 2.2 多幂次自适应趋近律

由上节分析可知:为降低加速度极值,需要降低当  $s$  远离  $s = 0$  时的趋近速度;同时,当  $s$  距离  $s = 0$  较近时,需加快趋近速度,以实现制导律对目标机动的快速响应;当  $s$  位于  $s = 0$  的邻域时,又需降低趋近速度来降低抖振。

受文献[18]的启发,设计如下多幂次自适应趋近律,通过两个幂次项系数在系统趋近过程不同阶段进

行自适应调节,以实现降低加速度极值的同时保证制导律的响应速度:

$$\dot{s} = -k_1 |s|^\alpha \text{sgns} - k_2 \left( \frac{1}{|s| + 1} \right) |s|^\beta \text{sgns} - k_3 \left( \frac{1}{|s| + 0.1} \right) s. \quad (13)$$

其中:  $k_1, k_2, k_3$  均大于0,  $0 < \alpha < 1, \beta > 1$ .

趋近律(13)的设计目的是:当  $|s|$  较大时,  $-k_1 |s|^\alpha \times \text{sgns}$  起主要作用,可以有效降低收敛速度,降低加速度极值;当  $|s|$  较小时,  $-k_2 |s|^\beta \text{sgns}$  起主要作用,保证制导律的快速响应;当  $|s|$  很小时,  $-k_3 s$  起主要作用,从而降低抖振。

**定理1** 对于所提出的滑模趋近律(13),系统状态  $s$  在其作用下可达到平衡点  $s = 0$ .

**证明** 根据趋近律表达式,有以下公式成立:

$$s \dot{s} = -k_1 |s|^{\alpha+1} - k_2 \left( \frac{1}{|s| + 1} \right) |s|^{\beta+1} - k_3 \left( \frac{1}{|s| + 0.1} \right) s^2 \leq 0, \quad (14)$$

即  $s \dot{s} \leq 0$ , 当且仅当  $s = 0$  时,有  $s \dot{s} = 0$ . 根据文献[19]可知,结论得证.  $\square$

### 2.3 含加速度约束和角度约束的滑模制导律

将趋近律代入系统方程及式(9)的滑模面函数,可解出制导律表达式为

$$u = \frac{k}{\cos(\eta_m - \theta)} \left( C - \frac{E}{\lambda} \right). \quad (15)$$

其中:  $C$  见式(12),  $E$  定义如下:

$$E = -k_1 |s|^\alpha \text{sgns} - k_2 \left( \frac{1}{|s| + 1} \right) |s|^\beta \text{sgns} - k_3 \left( \frac{1}{|s| + 0.1} \right) s. \quad (16)$$

**定理2** 对于式(1)~(3)所描述的导弹与目标相对运动方程,如果滑模面函数选取式(9),趋近律选取式(13),制导律选取式(15),则有以下结论成立:

- 1) 系统本身稳定于条件  $s = 0$ ;
- 2) 滑模面变量  $s$  在有限时间内收敛至零。

为了证明定理2,首先给出如下引理。

**引理1** 根据有限时间Lyapunov稳定性定理<sup>[20]</sup>,假设存在连续的非线性系统

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n. \quad (17)$$

其中:  $f(0) = 0, U$  为包含原点的一个开环邻域. 给定Lyapunov函数  $V(x) : U \rightarrow R$ , 如果存在实数  $k, \alpha$  满足  $k > 0, \alpha \in (0, 1)$ , 使得

$$\dot{V}(x) + k(V(x))^\alpha \leq 0,$$

其中  $\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x)$ , 则可以证明非线性系统(17)的原点是Lyapunov稳定的,即这种情况为有限时

间稳定,到达原点时间满足  $t \leq \frac{V(x(0))^{1-\alpha}}{k(1-\alpha)}$ .

下面给出定理2的证明.

**证明** 首先证明系统稳定性. 选取 Lyapunov 函数  $V = \frac{1}{2}s^2$ , 显然  $V$  正定且连续.

由式(9),对  $V$  求导可得

$$\dot{V} = s\dot{s} = -k_1|s|^{\alpha+1} - k_2\left(\frac{1}{|s|+1}\right)|s|^{\beta+1} - k_3\left(\frac{1}{|s|+0.1}\right)s^2 < -k_1|s|^{\alpha+1}. \quad (18)$$

其中:  $k_1, k_2, k_3$  均大于0,  $0 < \alpha < 1, \beta > 1$ . 因此, 无论  $s$  为何值, 均满足  $\dot{V} \leq -k_1|s|^{\alpha+1}$ . 存在正的常数  $q \in (0, k_1), \delta \in (0, 1)$ , 使得

$$\dot{V} \leq -k_1(s^2)^{\frac{\alpha+1}{2}} = -k_1(s^2)^\delta \leq -q(s^2)^\delta. \quad (19)$$

又因为  $V = \frac{1}{2}s^2$ , 则有  $\dot{V} + qV^\delta \leq 0$  成立. 由引理1可得, 制导律(15)可以保证系统有限时间稳定, 且稳定于  $s = 0$ .

然后证明收敛性. 由定理1可知, 滑模面变量  $s$  在趋近律作用下可有限时间收敛至零.  $\square$

**定理3** 记  $t_s$  为系统进入滑动模态的时刻,  $t_f$  为制导过程结束的时刻. 如果系统处于滑动模态 ( $s = 0$ ), 则有  $R_{tm}(t_f) \rightarrow 0$ , 且  $\theta(t_f) = \theta_f$ .

**证明** 由相对运动方程和假设1可知

$$\begin{aligned} \dot{R}_{tm} &\leq -V_m \cos \varphi_{\max} + V_t \leq \\ &-V_m(v + \varepsilon_1) + V_t = -V_m \varepsilon_1 < 0. \end{aligned} \quad (20)$$

因为  $R_{tm}(t_s)$  是有界的, 而  $\dot{R}_{tm}$  是严格负的且存在一个负的上确界, 所以总是存在一个有限的时刻  $t_f$ , 使得  $R_{tm}(t_f) \rightarrow 0$  成立. 此外, 由滑模变量  $s$  的定义可知,  $s = 0$  等价于

$$(1 - \lambda)\dot{R}_{tm}Y(\theta - \theta_f) = -\lambda R_{tm}\dot{\theta}. \quad (21)$$

代入系统状态方程可得

$$(1 - \lambda)\dot{R}_{tm}Y(x_1 - \theta_f) = -\lambda R_{tm}\dot{x}_1. \quad (22)$$

将该式在时间区间  $[t_s, t_f]$  积分, 考虑到  $R_{tm}(t_f) \rightarrow 0$ , 可得  $x_1(t_f) - \theta_f = 0$ , 即  $\theta(t_f) = \theta_f$ .  $\square$

### 3 仿真结果与分析

仿真软件为 Matlab, 仿真步长 0.01 s, 目标初始位置为 (0, 0), 导弹初始位置为 (-13 731, -8 756), 导弹与目标初速度方向均为  $0^\circ$ , 导弹速度为 400 m/s, 目标速度为 100 m/s, 设目标机动模式为匀速-机动-匀速运动, 取期望视线角  $-30^\circ$ .

#### 3.1 含阻尼项的角度约束滑模制导律仿真分析

为比较有无阻尼项的区别, 针对式(5)与(9)的滑模面函数, 均使用常见的双幂次组合函数趋近

律<sup>[21]</sup>. 无阻尼项制导律参数选取为  $Y = 1.3, A = 0.5, k = 1$ ; 有阻尼项制导律参数选取为  $Y = 1.3, \mu = 0.9, k = 1$ . 趋近律系数设置为  $\alpha = 0.5, \beta = 1.5, k_1 = 4, k_2 = 1$ . 对所有制导律的制导指令施加饱和函数约束, 当  $|u| \geq u_{\max}$  时, 令  $|u| = u_{\max}$ . 为便于比较, 在仿真中取一个较小的值  $u_{\max} = 10g$ . 有阻尼项的制导律简记为 ACGLDT, 无阻尼项的制导律记为 ACGL. 仿真结果如图1、图2所示.

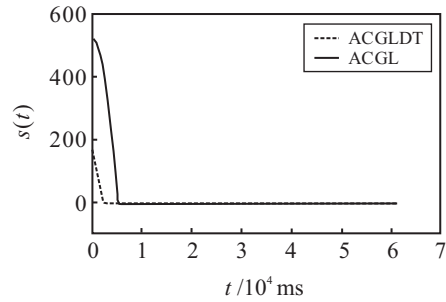


图1 滑模面函数1

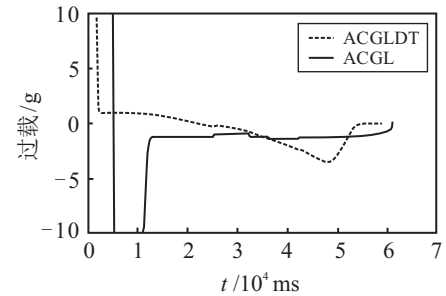


图2 制导指令1

图1展示了对应的滑模面函数趋近运动情况; 图2为应用两种制导律的导弹过载(即制导指令)变化情况. 由仿真可知, 相比于无阻尼项的滑模制导律 (ACGL), 含阻尼项的滑模制导律 (ACGLDT) 可显著降低加速度极值持续时间, 滑模变量初始位置距离期望滑模面更近. 为了便于比较, 本节设置了较小的饱和函数值, 考虑到加速度极值和极值持续时间的积分可以反映出所需加速度指令的大小, 因此, 降低加速度的极值、或存在饱和约束时显著降低加速度极值持续时间均是满足加速度约束的表现.

#### 3.2 基于多幂次自适应趋近律的角度约束滑模制导律仿真分析

为验证不同趋近律对制导指令极值的影响, 分别采用收敛速度慢的幂次趋近律 (PACGL)、收敛速度快的双幂次组合函数趋近律 (ACGL) 与本文提出的多幂次组合函数趋近律 (MPACGL), 对式(1)~(5)所示的无阻尼项滑模制导律系统进行约束, 比较加速度指令的变化轨迹. 制导律参数同上, 幂次趋近律与双幂次组合函数趋近律系数设置为  $\alpha = 0.5, \beta = 1.5, k_1 = 2, k_2 = 1$ ; 多幂次组合函数趋近律系数设

置为 $\alpha = 0.5, \beta = 1.5, k_1 = 2, k_2 = 3, k_3 = 3$ . 相关结果如图3、图4所示.

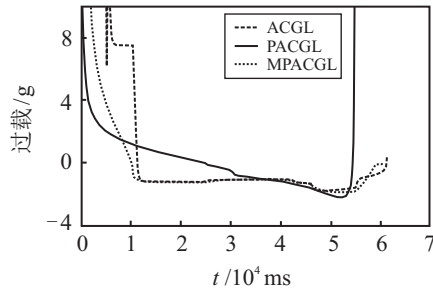


图3 制导指令2

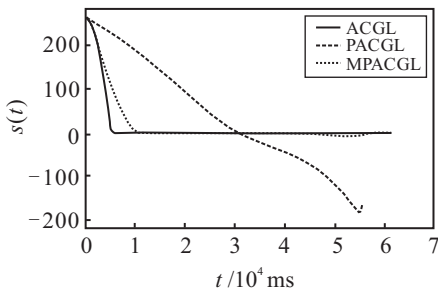


图4 滑模面函数2

图3为3种制导律的法向加速度(即制导指令)变化情况, 仿真中PACGL未能命中目标; 图4展示了对应的滑模面函数趋近运动情况, 与制导指令变化轨迹相对应. 由仿真可知, 相比于采用其他趋近律的滑模制导律(PACGL、ACGL), 采用多幂次自适应趋近律的滑模制导律(MPACGL)可以降低加速度极值持续时间.

### 3.3 基于多幂次组合函数趋近律的含阻尼项角度约束滑模制导律仿真分析

第3.1节的仿真验证了通过引入阻尼项, 使得制导律在制导初期降低了整体制导指令的输出值. 第3.2节验证了多幂次组合函数趋近律可显著降低制导初期加速度极值. 本小节结合两种方法, 与使用常见趋近律的无阻尼项角度约束滑模制导律进行对比. 仿真参数同上, 使用多幂次组合函数趋近律, 含阻尼项的制导律为MPACGLDT; 与之比较的是使用双幂次组合函数趋近律、无阻尼项的制导律, 仿真参数同第3.1节, 记为ACGL. 仿真结果如图5~图7以及表1所示.

图5展示了同样条件下两种制导律的制导轨迹; 图6展示了对应的滑模面函数趋近运动情况; 图7为两种制导律的法向加速度(即制导指令)变化情况; 表1为两种制导律制导结束时的相关数据. 由仿真可知, 相比于使用常见趋近律的无阻尼项滑模制导律ACGL, 本文提出的将两种方法结合使用的

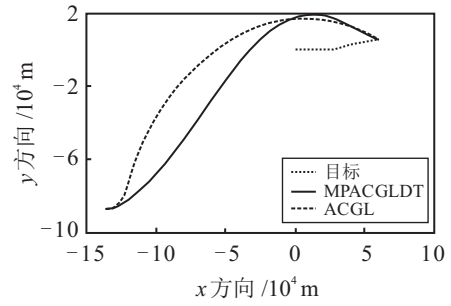


图5 弹目运动轨迹

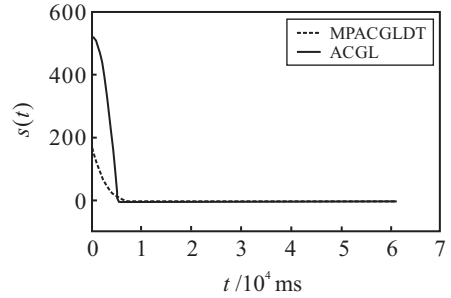


图6 滑模面函数3

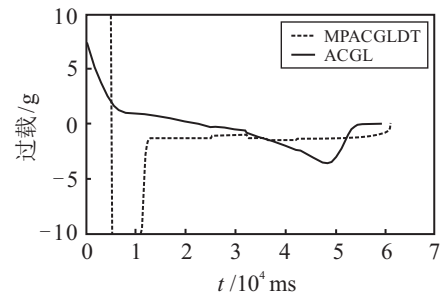


图7 制导指令3

表1 制导效果参数

制导律	脱靶量/m	最终视线角/(°)
ACGL	3.6241	-29.9028
MPACGLDT	4.9915	-29.9986

MPACGLDT可显著降低加速度极值, 滑模变量初始位置距离期望滑模面更近, 同时制导效果较好, 满足相关角度约束.

## 4 结论

本文基于滑模控制相关理论, 研究了含加速度约束和角度约束的制导律问题. 通过分析滑模制导律的指令形式, 得出了滑模面函数 $s$ 的收敛速度与滑模制导律制导指令成正相关的结论. 在滑模面函数中引入阻尼项, 动态调节加速度指令中不同部分的占比. 设计了多幂次自适应趋近律来调节不同阶段的滑模变量趋近速度. 与常见的终端角度约束滑模制导律相比, 本文设计的制导律显著降低了加速度极值, 保证命中目标并较好地满足了角度约束, 同时相关方法可适用于其他滑模制导律.

## 参考文献(References)

- [1] 李庆春, 张文生, 韩刚. 终端约束条件下末端制导律研究综述[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(1): 1-12.  
(Li Q C, Zhang W S, Han G. Review of terminal guidance law with terminal constraints[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(1): 1-12.)
- [2] Kim M, Grider K V. Terminal guidance for impact attitude angle constrained flight trajectories[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, AES-9(6): 852-859.
- [3] 蔡洪, 胡正东, 曹渊. 具有终端角度约束的导引律综述[J]. 宇航学报, 2010, 31(2): 315-323.  
(Cai H, Hu Z D, Cao Y. A survey of guidance law with terminal impact angle constraints[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2): 315-323.)
- [4] Kim B S, Lee J G, Han H S. Biased PNG law for impact with angular constraint[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 277-288.
- [5] Jeong S K, Cho S J, Kim E G. Angle constraint biased PNG[C]. The 5th Asian Control Conference (IEEE Cat. No. 04EX904). Piscataway: IEEE, 2004, 3: 1849-1854.
- [6] Park B G, Kim T H, Tahk M J. Range-to-go weighted optimal guidance with impact angle constraint and seeker's look angle limits[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 52(3): 1241-1256.
- [7] Zhang Y X, Sun M W, Chen Z Q. Finite-time convergent guidance law with impact angle constraint based on sliding-mode control[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 70(1): 619-625.
- [8] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4): 1230-1246.
- [9] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407-418.  
(Liu J K, Sun F C. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(3): 407-418.)
- [10] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(4): 1114-1130.
- [11] 李晓宝, 张友安, 鲍虎, 等. 带攻击角度约束的非奇异终端滑模固定时间收敛制导律[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 474-482.  
(Li X B, Zhang Y A, Bao H, et al. Nonsingular terminal sliding mode based impact angle constraint guidance law with fixed-time convergence[J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 474-482.)
- [12] Lee J I, Jeon I S, Tahk M J. Guidance law to control impact time and angle[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 301-310.
- [13] Yan X H, Zhu J H, Kuang M C, et al. A computational-geometry-based 3-dimensional guidance law to control impact time and angle[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 98: 105672.
- [14] 张友安, 黄诒, 王丽英. 约束条件下的末制导律研究进展[J]. 海军航空工程学院学报, 2013, 28(6): 581-586.  
(Zhang Y A, Huang Y, Wang L Y. Research progress of terminal guidance law under constraints[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2013, 28(6): 581-586.)
- [15] Taub I, Shima T. Intercept angle missile guidance under time varying acceleration bounds[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(3): 686-699.
- [16] 苏翰翀. 考虑导弹加速度约束的制导律设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014: 28-64.  
(Su H C. Design of missile guidance law considering the acceleration constraint[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014: 28-64.)
- [17] 熊少锋, 王卫红, 刘晓东, 等. 考虑导弹自动驾驶仪动态特性的带攻击角度约束制导律[J]. 控制与决策, 2015, 30(4): 585-592.  
(Xiong S F, Wang W H, Liu X D, et al. Impact angle guidance law considering missile's dynamics of autopilot[J]. Control and Decision, 2015, 30(4): 585-592.)
- [18] 张瑶, 马广富, 郭延宁, 等. 一种多幂次滑模趋近律设计与分析[J]. 自动化学报, 2016, 42(3): 466-472.  
(Zhang Y, Ma G F, Guo Y N, et al. A multi power reaching law of sliding mode control design and analysis[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(3): 466-472.)
- [19] Utkin V. Variable structure systems with sliding modes[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1977, 22(2): 212-222.
- [20] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [21] 廖瑛, 杨雅君, 王勇. 滑模控制的新型双幂次组合函数趋近律[J]. 国防科技大学学报, 2017, 39(3): 105-110.  
(Liao Y, Yang Y J, Wang Y. A novel double power combination function reaching law for sliding mode control[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2017, 39(3): 105-110.)

## 作者简介

李泽仁(1995—), 男, 博士生, 从事群体智能的研究, E-mail: liflipped@163.com;

崔颖(1977—), 男, 研究员, 从事空空导弹总体技术等研究, E-mail: 014cui@sina.com;

章露露(1996—), 女, 硕士生, 从事任务分配的研究, E-mail: zll0522@sjtu.edu.cn;

蔡云泽(1975—), 女, 研究员, 博士生导师, 从事智能信息处理等研究, E-mail: yzcai@sjtu.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)