

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于自适应正态云模型的灰狼优化算法

张铸, 饶盛华, 张仕杰

引用本文:

张铸, 饶盛华, 张仕杰. 基于自适应正态云模型的灰狼优化算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2562–2568.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0233>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于混沌“微变异”自适应遗传算法

Adaptive genetic algorithm based on chaos “micro variation”

控制与决策. 2021, 36(8): 2042–2048 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0319>

### 嵌入Circle映射和逐维小孔成像反向学习的鲸鱼优化算法

Whale optimization algorithm for embedded Circle mapping and one–dimensional oppositional learning based small hole imaging

控制与决策. 2021, 36(5): 1173–1180 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1362>

### 基于正态云模型的状态转移算法求解多目标柔性作业车间调度问题

State transition algorithm based on normal cloud model for solving multi–objective flexible job shop scheduling problem

控制与决策. 2021, 36(5): 1181–1190 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1233>

### 一种自适应拟牛顿–状态转移混合智能优化算法及应用

A hybrid state transition optimization algorithm based on adaptive quasi–newton method and its application

控制与决策. 2021, 36(10): 2451–2458 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0214>

### 基于反时限混沌郊狼优化算法的BP神经网络参数优化

Parameter optimization of BP neural network based on coyote optimization algorithm with inverse time chaotic

控制与决策. 2021, 36(10): 2339–2349 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0408>

# 基于自适应正态云模型的灰狼优化算法

张 铸<sup>†</sup>, 饶盛华, 张仕杰

(湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭 411201)

**摘 要:** 灰狼优化算法(GWO)是一种模拟狼群等级制度和捕食行为的群体智能算法,存在收敛精度低、易陷入局部最优解等问题,为提高 GWO 的算法性能,提出一种基于 Tent 映射和正态云发生器的改进灰狼优化算法(CGWO).在灰狼群初始化阶段引入 Tent 映射,增加种群个体多样性以提高算法的优化效率;在攻击猎物阶段采用正态云模型对狼群位置进行更新,使算法前期具有较好的随机性和模糊性,提高全局开发能力,助其跳出局部最优解.随着迭代次数增加,自适应调整正态云模型熵值,使后期随机性和模糊性随之减小,有效改善局部开发能力,提高其收敛精度.选用 20 个通用的标准测试函数对 CGWO 算法性能进行验证,分别从单峰、多峰以及复合函数寻优结果与多种优化算法进行对比分析.结果表明,在同等测试条件下,CGWO 算法寻优效率和收敛精度更高,能很快跳出局部最优解,在全局搜索和局部开发能力上更为平衡.

**关键词:** 灰狼优化算法; 正态云模型; Tent 映射; 自适应云模型; 混沌映射; 函数优化

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0233

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 张铸, 饶盛华, 张仕杰. 基于自适应正态云模型的灰狼优化算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2562-2568.

## Grey wolf optimization algorithm based on adaptive normal cloud model

ZHANG Zhu<sup>†</sup>, RAO Sheng-hua, ZHANG Shi-jie

(College of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** Grey wolf optimization (GWO) is a kind of swarm intelligence algorithm which simulates the rank system and predatory behavior of wolves. It has some shortcomings such as low convergence accuracy, easily falling into local optimal solution and so on. In order to improve the performance of the GWO algorithm, this paper proposes an improved gray wolf optimization (CGWO) algorithm based on the Tent mapping and normal cloud model. In the initial population stage, the algorithm employs the Tent mapping to make the population evenly distributed in the search space to improve the optimization efficiency. In the stage of attacking prey, the normal cloud model is used to update the location of the wolves, so that the algorithm has better randomness and fuzziness in the early stage, which improves the ability of global exploration and local optimal solution avoidance. In the later stage, the entropy of the normal cloud model is decreased with the increase of the number of iterations, hence, the randomness and fuzziness are reduced, which effectively improves the local exploitation ability and the convergence accuracy. 20 international standard test functions are selected to benchmark the performance of the CGWO algorithm, and the optimization results of unimodal, multi-modal and composite function are compared with various optimization algorithms. The results show that the CGWO algorithm is improved in convergence rate and accuracy, and has better balance between global exploration ability and local exploitation ability.

**Keywords:** grey wolf optimization; normal cloud model; Tent mapping; adaptive cloud model; chaotic mapping; function optimization

## 0 引 言

群智能算法是通过模拟生物运动、追捕、觅食等社会行为而衍生的随机搜索算法,具有结构简单、鲁棒性高等优点,常用于解决高维和目标函数不可微等

复杂的全局寻优问题.受启发于各种生物行为,研究人员在过去 10 年中相继提出了多种群智能算法<sup>[1]</sup>.

通过模拟灰狼群体等级制度和捕猎行为, Mirjalili 等<sup>[2]</sup>于 2014 年提出了一种新型元启发式智

收稿日期: 2020-03-03; 修回日期: 2020-05-14.

责任编辑: 李少远.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: eezhuzhang@126.com.

能算法——灰狼优化算法(grey wolf optimization, GWO). GWO算法包括追踪、包围和攻击3个步骤,模型简单,易于实现,需要调节的参数少,具有良好的应用前景和学术价值.然而,GWO算法局部开发能力较弱,且优化复杂问题时难以跳出局部最优.为了提高GWO的优化性能,研究人员主要从调整控制参数、更新搜索机制、引入新算子以及算法融合等多方面对算法进行了改进.龙文等<sup>[3]</sup>采用佳点集方法产生初始狼群,并基于正切三角函数对控制参数进行非线性动态调整以平衡全局探索和局部开发性能,同时引入个体记忆功能进一步提高算法的局部开发能力.Gupta等<sup>[4]</sup>在GWO中引入随机游走模型,并基于Cauchy分布改变步长,有效提高了GWO的全局搜索能力.张新明等<sup>[5]</sup>通过融合最优最差反向学习策略和动态随机差分变异算子改善标准GWO的全局搜索能力.Emary等<sup>[6]</sup>结合强化学习原则和神经网络,依据个体经验和当前位置独立调整个体的收敛因子.Long等<sup>[7]</sup>通过在GWO中采用随机对立策略改善种群的多样性,从而提高全局搜索性能.为了进一步改善GWO的优化性能,许多学者在GWO与其他算法融和方面也做了诸多尝试<sup>[8-10]</sup>,并取得了令人满意的全局寻优能力.

本文提出一种基于Tent映射和正态云发生器的改进灰狼优化算法(CGWO).选用20个通用的标准测试函数对CGWO算法性能进行验证,分别从单峰、多峰以及复合函数寻优结果与多种优化算法进行对比分析.结果表明,在同等测试条件下,CGWO算法寻优效率和收敛精度更高,能很快跳出局部最优解,在全局搜索和局部开发能力上更为平衡.

## 1 基于正态云模型的灰狼优化算法

### 1.1 基于Tent映射的种群初始化

初始种群在搜索空间的分布越均匀,越有利于提高算法的寻优效率和求解精度.混沌序列具有良好的随机性、遍历性以及规律性的特点,其基本原理是通过映射关系在[0,1]之间产生混沌序列,再将其转化到个体的搜索空间内.相比其他映射,Tent映射能生成更均衡分布的序列<sup>[11]</sup>,因此本文利用其来初始化灰狼种群.Tent映射数学表示如下:

$$y_{j+1}^i = \begin{cases} \mu y_j^i, & y_j^i < 0.5; \\ \mu(1 - y_j^i), & y_j^i \geq 0.5. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mu \in (0, 2]$ 为混沌参数,与混沌性成正比; $i$ 和 $j$ 分别为种群数和混沌变量序号.

Tent映射对初值的选取极为敏感,式(1)中选取多个具有微小差异的初始值,可得到相应的混沌序列 $y_j^i$ ,随后将其转换到相应的个体搜索空间内得到变量 $x_j^i$ ,有

$$x_j^i = lb_i + (ub_i - lb_i)y_j^i, \quad (2)$$

其中 $lb_i$ 、 $ub_i$ 分别为 $x_j^i$ 的下限和上限.

### 1.2 正态云模型

云模型的概念由李德毅等<sup>[12]</sup>于1995年提出,可以实现定量数值与定性概念之间的不确定转换,模型能很好地描述和处理数据的模糊性和随机性.正态云模型是最符合自然界随机概率分布的一种云模型,具有重要的数学意义.

设 $C$ 是定量论域 $U$ 上的定性概念,若定量值 $x \in U$ 是定性概念 $C$ 的一次随机实现, $x$ 对 $C$ 的确定度 $u(x) \in [0, 1]$ 是有稳定倾向的随机数,且隶属度函数满足下式:

$$\mu = \exp[-(x - Ex)^2 / (2(En')^2)], \quad (3)$$

则所有云滴 $x$ 构成的随机变量 $X$ 在论域 $U$ 上的分布称为正态云模型.

云模型由期望 $Ex$ 、熵 $En$ 和超熵 $He$ 三个数学参数表征.正态云模型中云滴的分布情况与数字特征值的关系如图1所示.可见云滴分布范围随 $En$ 的增大而扩大,离散程度随 $He$ 的增大而增大,很好地反映出云滴分布的随机性和模糊性.

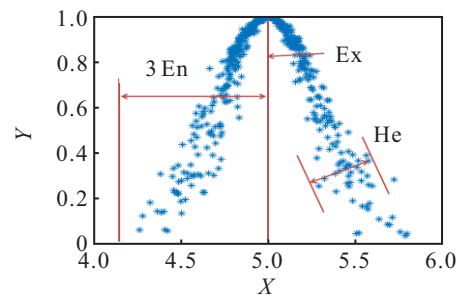


图1 正态云

正向正态云发生器是产生基本服从正态分布云滴的一种算法,每运行一次即产生一个云滴,直到运行生成期望数量的云滴.正态云滴生成过程可定义为如下形式:

$$X[x_1, x_2, \dots, x_{Nd}] = \text{Gnc}(Ex, En, He, Nd), \quad (4)$$

其中 $Nd$ 为期望生成的云滴数.

### 1.3 CGWO算法

为进一步改善GWO在处理复杂优化问题时跳出局部最优解的能力,并提高算法的收敛精度,在采

用Tent映射进行种群初始化的基础上引入正态云模型作为狼群位置新的更新机制. 新机制中,在攻击猎物阶段选择当前的最优个体,并以其所在位置为正态云模型的期望值 $E_x$ 进行深度开发,新位置更新公式如下:

$$\text{position}' = \text{Gnc}(\text{positon\_best}, \text{En}, \text{He}, \text{Nd}), \quad (5)$$

其中 $\text{position\_best}$ 为当前最优个体的位置. 因此,可通过 $\text{En}$ 的取值调整狼群更新位置距离最优个体的范围,通过 $\text{He}$ 控制狼群位置更新的分散程度. 一般而言,在狼群猎捕的早期阶段,狼群距离食物位置较远,此时可选择较大的位置更新范围. 随着迭代次数的增加,狼群会逐步接近食物,从而可以逐步缩小更新范围,提高搜索精度. 根据狼群捕食过程, $\text{En}$ 和 $\text{He}$ 的取值可自适应调整为

$$\text{En} = \omega \times \left( \frac{\text{max iter} - t}{\text{max iter}} \right)^\tau, \quad (6)$$

$$\text{He} = \text{En} \times 10^{-\xi}. \quad (7)$$

其中: $\omega \in (0, 1)$ ,  $\tau, \xi$ 为正整数,  $t$ 为当前迭代次数.

如上所述,所提出的CGWO算法步骤可总结如下.

step 1: 初始化算法参数 $N$ 、 $\text{max iter}$ 、 $\omega$ 、 $\tau$ 和 $\xi$ .

step 2: 由式(1)和(2),在搜索空间内采用Tent映射初始化种群.

step 3: 计算灰狼个体fitness值,  $\text{fitness}_i = f(X_i)$ , 并进行排序.

step 4: 确定此时排列前三的适应度值 $\text{fitness}_\alpha$ 、 $\text{fitness}_\beta$ 和 $\text{fitness}_\delta$ ,并记录相应灰狼个体的位置 $X_\alpha$ 、 $X_\beta$ 和 $X_\delta$ .

step 5: 更新GWO算法中的收敛因子 $a$ 以及系数向量 $A$ 和 $C$ 的值.

step 6: 基于标准GWO算法计算狼群的位置更新,比较此时的fitness值并确定 $\text{position\_best}$ .

step 7: 按照式(5),通过正态云生成器得到此时灰狼群体的位置 $X'$ ,并找出 $\text{fitness}'_\alpha$ 、 $\text{fitness}'_\beta$ 、 $\text{fitness}'_\delta$ 、 $X'_\alpha$ 、 $X'_\beta$ 和 $X'_\delta$ .

step 8: 将上述 $\text{fitness}'_\alpha$ 、 $\text{fitness}'_\beta$ 、 $\text{fitness}'_\delta$ 与 $\text{fitness}_\alpha$ 、 $\text{fitness}_\beta$ 和 $\text{fitness}_\delta$ 进行比对,更新得到最优的 $X_\alpha$ 、 $X_\beta$ 和 $X_\delta$ 位置. 如果 $t < \text{max iter}$ ,则令 $t = t + 1$ ,返回step 3,否则算法结束.

## 2 实验结果与分析

为了验证CGWO算法的有效性,选用20个国际通用的标准测试函数对CGWO进行仿真实验,并与多种算法如标准GWO、PSO、CS、SSA和GSA进行

对比分析. 为得到可信的运行结果,每种算法各独自运行30次,以标准差(std)和平均值(avg)为基准进行对比分析,其中avg越小,算法性能越优异,如果avg相同,则std越小性能越好. 统计结果采用“ $w/t/l$ ”方式表示. 其中: $w$ 指CGWO有 $w$ 个测试函数结果明显优于其他算法, $t$ 指CGWO有 $t$ 个测试函数的结果与其他算法相当, $l$ 指CGWO有 $l$ 个测试函数劣于其他算法.

### 2.1 单峰基准函数测试

文中采用的单峰测试函数( $F_1 \sim F_6$ )表达式、维数、范围和最优解如表1所示. 由表2可见,同等测试环境下,CGWO在全部6个测试函数下的寻优结果比其余5种算法更有优势,尤其是 $F_1 \sim F_3$ . 从平均值与标准差的数量级差别可知,CGWO算法寻优精度高,极大地提升了标准GWO算法的局部开采能力.

### 2.2 多峰基准函数测试

多峰基准测试函数不仅有一个全局最优解,而且同时存在多个局部最优解,适合于测试算法的全局探索开发能力. 表3给出了6个多峰测试函数( $F_7 \sim F_{12}$ )的表达式及相关参数. 由表3可见,CGWO算法的全局探索和开发能力较标准GWO有了较大提升. 在相同的测试条件下,CGWO在全部6个测试函数下的结果同样优于其他算法,尤其在 $F_8$ 和 $F_9$ 时取得了最优值,在 $F_{11}$ 时取得了较好的结果且其标准差为0. 全局探索开发能力提升的主要原因是在攻击猎物阶段采用正态云模型能更好地描述狼群的随机性和模糊性,有助于提高其跳出局部最优解的能力.

### 2.3 固定维多峰基准函数测试

固定维多峰基准测试函数更能代表真实的工程优化问题,只有当算法的探索与开采能力更为平衡才能保证算法不陷入局部最优解. 表4为8个固定维多峰基准函数及其参数,表5为各算法在测试函数下计算得到的平均值和标准差. 由统计结果可知,CGWO寻优性能在多数测试函数下表现优于其他算法,只是函数 $F_{14}$ 、 $F_{15}$ 和 $F_{16}$ 下的平均值接近,但标准差略高于其他算法. 良好的复合函数优化性能主要归因于正态云生成器中 $\text{En}$ 和 $\text{He}$ 的更新机制,使算法前期具有较好的随机性和模糊性,改进了全局开发能力;后期随机性和模糊性随着迭代次数的增加而减小,有助于提高算法的局部开发能力.

### 2.4 收敛曲线对比

图2给出了20个基准测试函数的平均收敛曲线,并增加了SCA、MVO、MFO、DA和ALO参与收敛性

表1 单峰和多峰基准函数

函数	维数	范围	最优解
$F_1(x) = \sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $	30	[-10, 10]	0
$F_2(x) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i \right) x_j^2$	30	[-100, 100]	0
$F_3(x) = \max\{ x_i , 1 \leq i \leq n\}$	30	[-100, 100]	0
$F_4(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$	30	[-100, 100]	0
$F_5(x) = \sum_{i=1}^n i x_i^4 + \text{random}[0, 1)$	30	[-1.28, 1.28]	0
$F_6(x) = \sum_{i=1}^n z_i^2 - 450, z = x - o,$ $x = [x_1, x_2, \dots, x_D], o = [o_1, o_2, \dots, o_D]$	30	[-100, 100]	-450
$F_7(x) = \sum_{i=1}^n -x \sin(\sqrt{ x_i })$	10	[-500, 500]	0
$F_8(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	10	[-5.12, 5.12]	0
$F_9(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	10	[-600, 600]	0
$F_{10}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_1 + 1) + (x_n - 1)^2 [\sin^2(2\pi x_n) + 1]] \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5100, 4)$	10	[-50, 50]	0
$F_{11}(x) = \left( \frac{1}{500} + \sum_{i=1}^{25} \frac{1}{i + \sum_{j=1}^2 (x_i - a_{ij})} \right)^{-1}$	2	[-65.536, 65.536]	1
$F_{12}(x) = \sum_{i=1}^n [z_i^2 - 10 \cos(2\pi z_i) + 10] - 330, z = x - o$ $x = [x_1, x_2, \dots, x_D], o = [o_1, o_2, \dots, o_D]$	30	[-5, 5]	-330

表2 单峰基准函数测试结果

F	CGWO		GWO		SSA		PSO		GSA		CS	
	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std
F <sub>1</sub>	1.16e-21	1.98e-22	3.25e-14	2.15e-14	3.22e-5	1.39e-4	5.61e-03	2.13e-02	5.41e-02	2.01e-01	3.25e-1	2.15e-2
F <sub>2</sub>	3.17e-42	1.04e-41	3.45e-05	7.15e-05	2.06e-09	1.12e-09	5.15e+02	562.14	7.24e+2	318.154	1.52e-2	2.94e-2
F <sub>3</sub>	1.02e-22	1.93e-23	6.78e-07	5.12e-07	1.63e-05	3.79e-06	18.254	5.214	0.952	1.415	1.75e-4	3.42e-5
F <sub>4</sub>	7.31e-07	6.25e-06	30.528	1.325	186.3977	409.936	120.256	98.526	72.156	68.521	6.12e-3	5.21e-2
F <sub>5</sub>	1.32e-06	2.05e-05	1.56e-03	1.14e-03	6.04e-03	5.30e-03	5.89e-02	4.25e-02	7.86e-02	4.25e-02	2.28e-2	1.34e-3
F <sub>6</sub>	-450	1.8197e-12	-366.197	25.4459	-450	3.6613e-9	-444.6151	1.1709	2841.6311	1348.9381	324.2425	236.1462
	-		6/0/0		6/0/0		6/0/0		6/0/0		6/0/0	

表3 多峰基准函数测试结果

F	CGWO		GWO		SSA		PSO		GSA		CS	
	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std
$F_7$	-12569.4	5.05e-08	-5842.1	725.28	-2856.61	373.903	-8546.8	723.45	-2563.0	458.32	-2289.8	0.589
$F_8$	0	0	3.5689	3.9826	18.274	8.9812	1.2546	10.2634	19.256	8.524	0.589	2.58e-3
$F_9$	0	0	6.15e-3	1.23e-2	0.2441	0.1412	1.89e-02	2.3e-02	20.356	3.256	0.2481	3.56e-2
$F_{10}$	4.97e-12	1.09e-11	0.6523	0.3546	1.09e-03	3.35e-3	0.256	0.3256	7.526	5.231	0.521	6.29e-8
$F_{11}$	0.9980	0	5.0231	4.235	0.998	2.3e-16	0.998	1.3e-10	5.892	3.256	1.568	2.5e-03
$F_{12}$	-330	2.5864e-09	-185.6884	40.3278	-159.6853	44.1481	-2.9627	18.1202	-260.6379	12.6357	-97.0206	41.5592
	-		6/0/0		6/0/0		6/0/0		6/0/0		6/0/0	

表4 固定维多峰基准函数

函数	维数	范围	最优解
$F_{13}(x) = \sum_{i=1}^{11} \left[ a_i - \frac{x_i(b_i^2 - b_i x_2)^2}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4} \right]^2$	4	[-5, 5]	0.003
$F_{14}(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^2 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	2	[-5, 5]	-1.0316
$F_{15}(x) = \left( x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6 \right)^2 + 10 \left( 1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos x_1 + 10$	2	[-5, 5]	0.398
$F_{16}(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 3x_2^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2] \times (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)$	2	[-2, 2]	-10.1532
$F_{17}(x) = -\sum_{i=1}^5 [(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	[0, 10]	-10.4028
$F_{18}(x) = -\sum_{i=1}^7 [(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	[0, 10]	-10.5363
$F_{19}(x) = -\sum_{i=1}^{10} [(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	[0, 10]	-140
$F_{20}(x) = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D z_i^2} \right) - \exp \left( \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi z_i) \right) + 20 + e - 140$ $z = (x - o)M, x = [x_1, x_2, \dots, x_D], o = [o_1, o_2, \dots, o_D]$ $M$ : linear transformation matrix, condition number = 100	2	[-32, 32]	-330

表5 固定维多峰基准函数测试结果

F	CGWO		GWO		SSA		PSO		GSA		CS	
	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std	Avg	Std
$F_{13}$	3.19e-05	2.15e-04	5.26e-3	5.6e-03	8.90e-4	2.76e-4	3.25e-3	7.25e-3	3.57e-3	1.85e-3	5.12e-4	1.56e-4
$F_{14}$	-1.0316	3.21e-08	-1.0316	2.5e-12	-1.0316	1.24e-14	-1.0316	7.1e-16	-1.0316	4.2e-15	-1.0316	1.48e-8
$F_{15}$	0.3979	5.21e-05	0.3978	8.95e-7	0.3978	7.527e-15	0.3979	0	0.3979	0	0.398	3.25e-6
$F_{16}$	3	2.12e-03	3	4.21e-5	3	8.476e-14	3	1.5e-14	3	4.2e-15	3.01	2.15e-3
$F_{17}$	-10.1532	2.59e-07	-9.3954	2.145	-8.3048	2.7181	-6.3248	2.985	-5.955	3.7524	-9.728	0.325
$F_{18}$	-10.4029	1.55e-05	-10.224	0.9521	-9.366	2.4183	-7.039	3.567	-9.368	2.526	-9.853	0.3256
$F_{19}$	-10.5364	1.69e-05	-10.083	1.5246	-9.8445	2.1406	-7.7241	3.6258	-10.5342	3.1e-14	-9.8752	0.5246
$F_{20}$	-140	3.2145e-11	-119.9999	0.000116	-139.3333	3.6515	-121.8767	5.7421	-119.9974	2.8543e-03	-125.3292	6.4542e-02
	-		5/3/0		5/3/0		5/3/0		4/4/0		6/2/0	

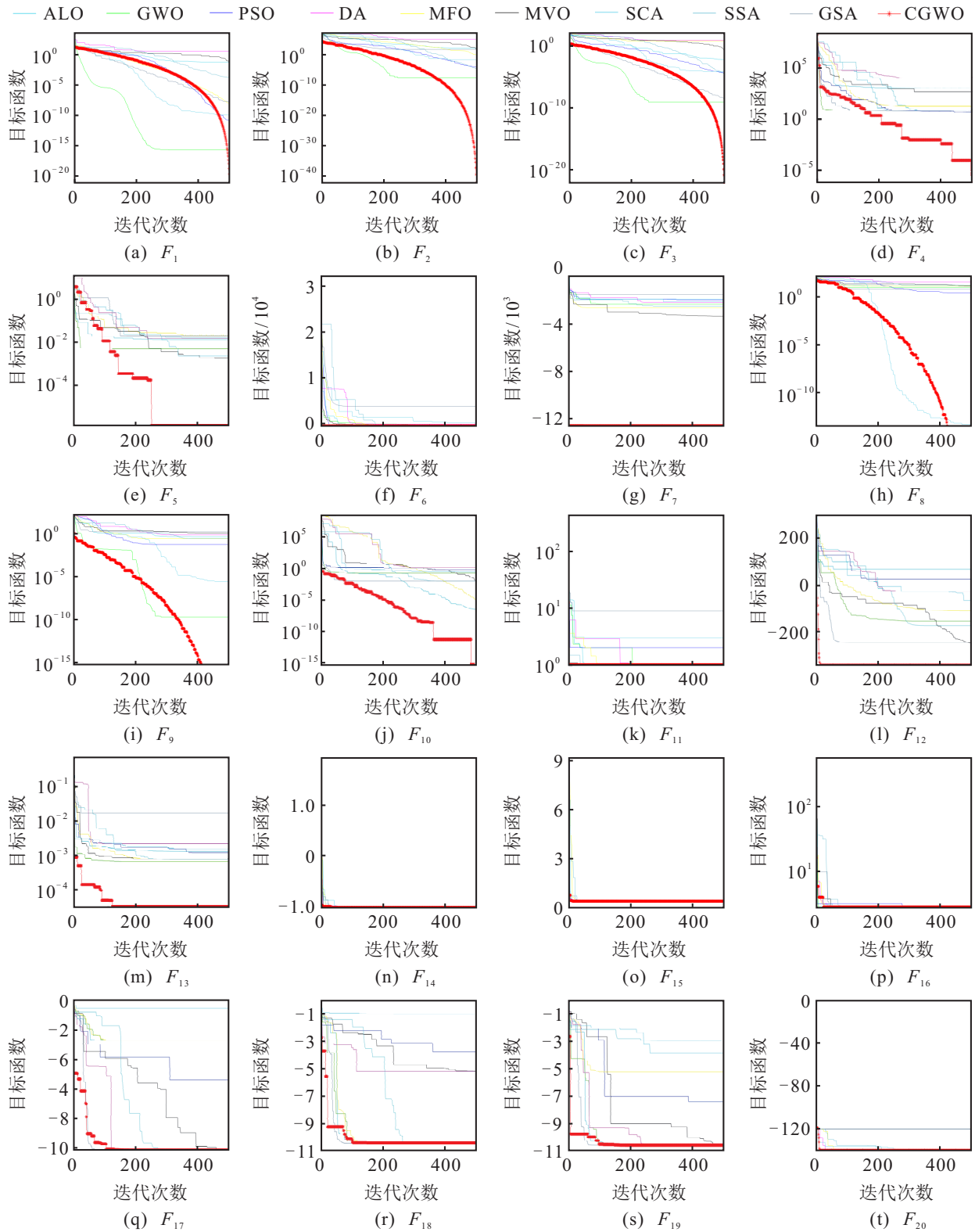


图2 收敛曲线

能对比,以验证CGWO的收敛性能.由图2可见,对于大多数测试函数,CGWO算法的收敛曲线在迭代一开始迅速下降,表明基于Tent映射的种群初始化方法有效提高了算法的收敛速度,而且在整个迭代寻优过程中,CGWO算法陷入停滞的次数远少于其他优化算法,仅在 $F_4$ 和 $F_{10}$ 出现了较为明显的停滞.

图2(a)~(l)是单峰函数和多峰函数的收敛曲线,由图可看见,CGWO算法的收敛精度与其他算法相比具有明显优势,这与迭代后期正态云模型有效提高了算法的局部开发能力相关;图2(m)~(t)为固定维多峰测试函数的收敛曲线,由图可见,多个参与比较的优化算法在 $F_{17}$ 、 $F_{18}$ 和 $F_{19}$ 函数下陷入了局部最

优,CGWO算法在 $F_{18}$ 函数下前期收敛速度很快,但也短暂陷入了局部最优,随着迭代次数增加CGWO很快跳出了局部最优,并较快地找到了全局最优解。

### 3 结论

本文在GWO算法的基础上引入Tent映射和正态云模型,分别从狼群初始分布和位置更新策略上改善算法寻优性能。从标准差和平均值等统计结果以及收敛曲线来看,所提出的CGWO算法具有更好的收敛速度和精度,以及跳出局部最优解的能力,在全局搜索和局部开发能力上性能较为平衡。后续研究将进一步通过工程实际优化问题验证算法的有效性。

#### 参考文献(References)

- [1] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95: 51-67.
- [2] Mirjalili S, Mirjalili S M, Lewis A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69(3): 46-61.
- [3] 龙文, 伍铁斌. 协调探索和开发能力的改进灰狼优化算法[J]. *控制与决策*, 2017, 32(10): 1749-1757.  
(Long W, Wu T B. Improved grey wolf optimization algorithm coordinating the ability of exploration and exploitation[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(10): 1749-1757.)
- [4] Gupta S, Deep K. A novel random walk grey wolf optimizer[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2019, 44: 101-112.
- [5] 张新明, 王霞, 康强. 改进的灰狼优化算法及其高维函数和FCM优化[J]. *控制与决策*, 2019, 34(10): 2073-2084.  
(Zhang X M, Wang X, Kang Q. Improved grey wolf optimizer and its application to high-dimensional function and FCM optimization[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(10): 2073-2084.)
- [6] Emary E, Zawbaa H M, Grosan C. Experienced gray wolf optimization through reinforcement learning and neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(3): 681-694.
- [7] Long W, Jiao J J, Liang X M, et al. A random opposition-based learning grey wolf optimizer[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 113810-113825.
- [8] Singh Narinder, Hanaa H. A new hybrid whale optimizer algorithm with mean strategy of grey wolf optimizer for global optimization[J]. *Mathematical and Computational Applications*, 2018, 23(1): 1-32.
- [9] Zhang X M, Kang Q, Cheng J F, et al. A novel hybrid algorithm based on biogeography-based optimization and grey wolf optimizer[J]. *Applied Soft Computing*, 2018, 67: 197-214.
- [10] Arora S, Singh H, Sharma M, et al. A new hybrid algorithm based on grey wolf optimization and crow search algorithm for unconstrained function optimization and feature selection[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 26343-26361.
- [11] 单梁, 强浩, 李军, 等. 基于Tent映射的混沌优化算法[J]. *控制与决策*, 2005, 20(2): 179-182.  
(Shan L, Qiang H, Li J, et al. Chaotic optimization algorithm based on Tent map[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(2): 179-182.)
- [12] 李德毅, 孟海军, 史雪梅. 隶属云和隶属云发生器[J]. *计算机研究与发展*, 1995, 32(6): 15-20.  
(Li D Y, Meng H J, Shi X M. Membership clouds and membership cloud generators[J]. *Journal of Computer Research and Development*, 1995, 32(6): 15-20.)

#### 作者简介

张铸(1981-), 男, 讲师, 博士, 从事电力电子与电力传动、智能控制等研究, E-mail: eezhuzhang@126.com;

饶盛华(1993-), 男, 硕士生, 从事电力电子与电力传动的研究, E-mail: 1014791899@qq.com;

张仕杰(1995-), 男, 硕士生, 从事电力电子与电力传动的研究, E-mail: Zhangsj007@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)