

# 控制与决策

Control and Decision

## 机器人信息增益RRT环境探索算法

阮晓钢, 郭威, 黄静, 颜文静, 郭佩远

引用本文:

阮晓钢, 郭威, 黄静, 等. 机器人信息增益RRT环境探索算法[J]. *控制与决策*, 2021, 36(11): 2683–2689.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1007>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 一种结合内在动机理论的移动机器人环境认知模型

An environment cognition model combined with intrinsic motivation for mobile robots

*控制与决策*. 2021, 36(9): 2211–2217 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1744>

### 基于改进RRT\*FN算法的机器人路径规划

Robot path planning based on improved RRT\*FN algorithm

*控制与决策*. 2021, 36(8): 1834–1840 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1713>

### 移动机器人运动规划中的深度强化学习方法

Deep reinforcement learning for motion planning of mobile robots

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1281–1292 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0470>

### 一种基于免疫机理的确定性移动机器人路径规划算法

A path planning algorithm of deterministic mobile robot based on immune mechanism

*控制与决策*. 2021, 36(10): 2418–2426 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0059>

### 凸优化与A\*算法结合的路径避障算法

Convex optimization and A-star algorithm combined path planning and obstacle avoidance algorithm

*控制与决策*. 2020, 35(12): 2907–2914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0351>

# 机器人信息增益RRT环境探索算法

阮晓钢, 郭威, 黄静<sup>†</sup>, 颜文静, 郭佩远

(1. 北京工业大学 信息学部, 北京 100124;  
2. 北京工业大学 计算智能与智能系统北京市重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 由于传统RRT(rapidly-exploring random trees)路径规划算法固有的盲目探索的问题, 机器人到达目标点时除起始点扩展到目标点的路径之外还会生成其他与结果无关的分支路径与节点, 为使这些分支路径得到利用并且减少探索的盲目性, 提出基于信息增益与RRT思想相结合的机器人环境探索策略. 该方法对未知环境中的节点进行信息估计, 选取具有最大信息增益的节点作为采样节点, 且每次都会生成最大信息增益的新节点进行扩展. 该策略使机器人能完成对未知环境的探索, 还可以降低传统RRT算法固有的盲目性. 仿真实验结果表明, 所提出方法能够有效快速地帮助机器人探索未知环境, 实现环境探索.

**关键词:** RRT; 信息增益; 未知环境探索; 移动机器人

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1007

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 阮晓钢, 郭威, 黄静, 等. 机器人信息增益RRT环境探索算法[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2683-2689.

## Robot RRT based on information gain for environment exploration

RUAN Xiao-gang, GUO wei, HUANG Jing<sup>†</sup>, YAN Wen-jing, GUO Pei-yuan

(1. Faculty of Information Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Beijing Key Laboratory of Computational Intelligence and Intelligent System, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** Traditional rapidly-exploring random trees (RRT) algorithms typically tend to explore the environment blindly, which possibly causes the decrease in efficiency. For example, in traditional RRT methods, besides the path from the start point to the goal point, other branch paths unrelated to the result are also generated. In order to take advantage of these branch paths and reduce the blindness of exploration, a robot environment exploration strategy based on the combination of information gain and RRT is proposed. This method estimates the information of the nodes in the unknown environment, selects the nodes with the maximum information gain as the sampling nodes and generates the new nodes with the maximum information gain every time for expansion. This strategy enables the robot to explore the unknown environment autonomously, and also reduces the inherent blindness of the traditional RRT algorithm. The simulation results show that the proposed method can effectively and quickly help the robot explore the unknown environment and realize environmental exploration.

**Keywords:** RRT; information gain; unknown environment exploration; mobile robot

## 0 引言

移动机器人是一类能够通过传感器感知周身环境, 并通过自主运动完成特定任务的智能系统. 其中, 环境探索问题是移动机器人研究的核心内容之一, 其主要任务是利用机器人的传感器感知环境, 并建立一个完整准确的地图, 一个关键的问题是, 给定当前地图和机器人的位置, 确定下一个最有效的探索目的地, 以获得精确的环境地图. 一般而言, 自主

勘探策略可分为3个步骤: 1) 确定最佳的下一目标区域; 2) 导航到确定的目标区域; 3) 更新当前地图和对未知环境的预测. 通常, 环境探索的关注点是如何执行第1步, 这一步负责机器人决定下一步去哪里, 以增强其对环境的探索. 最著名的探索方法是near-frontier exploration (NFE)<sup>[1]</sup>, 它总是选择距离机器人位置最近的边界进行探索, 该方法只是一味地将机器人驱动到新的位置, 不考虑它们是否会降低环境的

收稿日期: 2020-07-21; 修回日期: 2020-09-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773027); 工信部2018年工业互联网创新发展工程项目(Z135060009002).

责任编辑: 高会军.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: huangjing@bjut.edu.cn.

确定度.但是有效的环境探索应该是最大程度上减少环境的不确定度,即目的地的信息增益越高,访问该目的地就越有可能更快地提高地图的准确性<sup>[2]</sup>.

RRT算法是近十几年得到广泛发展与应用的基于采样的运动规划算法,由LaValle<sup>[3]</sup>在1998年提出.RRT的研究者们针对RRT存在的不足,提出改进算法:文献[4-7]采用偏向目标搜索策略,使搜索树朝目标点方向生长;文献[8-9]利用双向搜索的RRT\_Connect算法进一步缩短搜索时间;文献[10-12]使用渐近最优的RRT\*算法解决路径规划问题.随着研究的不断深入,RRT与其他算法融合的情况逐渐增多,文献[13]将RRT与A\*融合,用于无人驾驶的车辆运动;文献[14]将RRT与人工势场法组合,简化重新规划任务;文献[15-16]结合RRT与滚动窗口法,实现了机器人对未知环境的探索.文献[17]提出的基于子目标搜索的RRT算法不仅能够使机器人在未知环境下完成探索,顺利到达指定目标,而且能够解决人工势场法易陷入局部极小的难题.

RRT算法中随机树扩展的速度快,搜索效率高,这些优点都是机器人快速探索未知环境所必需的.但是,由于具有很大的盲目性,本文提出了基于信息增益与RRT思想相结合的机器人环境探索策略.该方法对未知环境中的节点进行信息估计,选取具有最大信息增益的节点作为采样节点,且每次都会生成最大信息增益的新节点进行扩展.该策略使机器人能完成对未知环境的探索,还可以降低传统RRT算法固有的盲目性.通过仿真实验对所提出方法在探索未知环境时所体现出来的快速性进行验证,结果表明所提出方法在一定程度上减少了机器人在探索未知环境时产生的重复路径.

## 1 信息增益环境探索方法

### 1.1 信息增益的计算

假设一个独立移动机器人,装备可视范围扫描仪,即机器人知道其当前位置的周围信息,探索步骤 $t$ 由 $\{1, 2, \dots, n\}$ 表示,从机器人开始探索时开始( $t = 1$ ),到机器人完成探索的一刻结束( $t = n$ ), $O_t$ 表示机器人所在的当前区域.

在探索过程中,机器人保持从开始到目前为止获得的关于环境的所有信息,使用Occupancy Girder model<sup>[18]</sup>将连续环境转换为离散空间.该模型将环境的占用情况反映为矩阵 $M$ ,其中每一个元素 $M_{ij}$ 都有3类可能值,分别反映环境是否被占用.存有障碍的区域由值为1或黑色表示,自由区域由值为0或白色表示,未知环境由值为-1或其他颜色表示,每一个矩

阵元素都是下文RRT算法中的节点.在每一个时刻 $t$ ,应该使机器人采取减少地图不确定度最大的动作,给定机器人从开始到当前的位置节点 $O_t$ ,以及假设机器人在下一时刻的位置节点 $X_t$ .获得最高的信息增益会更有可能会减少地图的不确定度,为此机器人需要估计每一个可扩展节点的信息增益.机器人在节点 $X_t$ 的信息增益 $I$ 定义为

$$I = H(O_t) - H(X_t). \quad (1)$$

其中: $H(O_t)$ 为从开始时刻到当前位置地图的当前熵, $H(X_t)$ 为当前节点扩展新节点后地图的熵.计算出当前节点 $O_t$ 的每一个可扩展节点的信息增益后,选取最大信息增益节点作为新节点 $O_{t+1}$ 进行扩展.

要计算当前地图的信息熵需要调整矩阵 $M$ 中网格的值,本文提出一个与 $M$ 相同尺寸的初始概率矩阵 $P$ ,其中元素的含义是对应的地图位置为障碍物的概率,所以其每一个元素定义为:如果 $M_{ij} = 1$ ,则 $P_{ij} = 1$ ;如果 $M_{ij} = 0$ ,则 $P_{ij} = 0$ ;如果 $M_{ij} = -1$ ,则 $P_{ij} = 0.5$ (因为环境是未知的,所以其位置是障碍物的概率为0.5).利用下式计算地图的当前熵<sup>[19]</sup>:

$$H(O_t) = - \left[ \sum_{i,j}^{\text{size}} P_{ij} \log P_{ij} + (1 - P_{ij}) \log(1 - P_{ij}) \right]. \quad (2)$$

其中size为地图尺寸,即矩阵 $M$ 的最大行下标与最大列下标.

### 1.2 环境预测

熵只能在下一时刻才可以准确计算出来,如果不进行对地图的预测,精确计算熵是不可能的.

对环境的预测体现在概率矩阵 $P$ 的更新上,在机器人未开始探索前, $P$ 中的元素全部为0.5.机器人在每一次探索后,首先更新地图信息,进而更新概率矩阵 $P$ ;然后根据地图边界的局部信息对未知环境进行预测,第2次更新概率矩阵 $P$ .提出一个简单的假设:环境都有保持它们自己状态的特性.以已知的环境信息对未知的环境进行预测,即对矩阵 $M$ 中值为0或1构成的行向量与列向量进行分析.假设现有一行向量 $V = (M_{i3}, M_{i4}, \dots, M_{ih}, \dots, M_{ij})$ , $M_{ih} \sim M_{ij}$ 的值全部为1,即有 $g = j - h + 1$ 个相同值,且仅有 $g$ 大于1时才会触发预测机制,在不越界的前提下,此时会对右侧的未知环境的概率进行更新,有 $P_{i,j+1} = P_{i,j+1} + g \cdot p$ .其中 $p$ 为更新系数,其取值分两种情况:1)当 $g$ 个相同值为1时, $p = 0.125$ ;2)当

相同值为0时,  $p = -0.125$ . 同理, 对行向量的左侧也进行如此分析, 但是此策略仅是对环境的预测, 因此当概率更新后超过1时取为0.8, 更新后小于0时取为0.2. 对图1左侧的一个蓝色区域(蓝色区域代表偏向障碍物占有的区域)进行举例分析: 看起来应该是(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)的行向量比列向量(1, 1, 1)<sup>T</sup>在预测上占据主要作用, 但结果却是其区域更加偏向障碍物占有, 这是由于机器人的运动轨迹方向造成的. 首先机器人是在行向量的预测下使其概率小于0而取值为0.2, 在机器人接着探索环境得到(1, 1, 1)<sup>T</sup>的列向量后其概率更新为 $0.2 + 0.375 = 0.575$ , 因此会得到其区域偏向障碍物占有的结果.

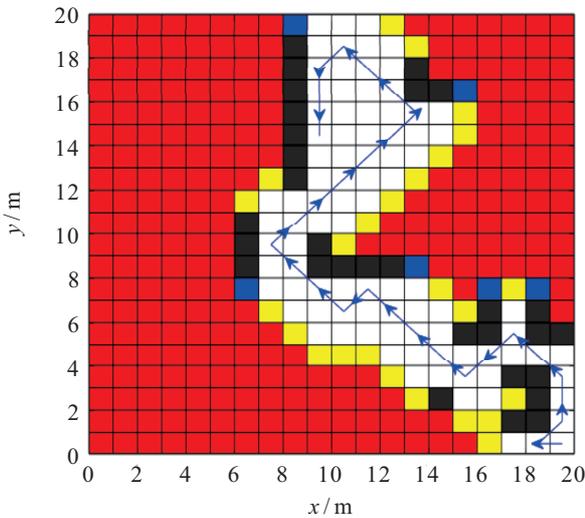


图1 机器人第1轮环境探索轨迹

### 1.3 探索结果

在时刻  $t$  选取信息增益最大的可扩展节点作为下一位置节点, 以减少地图的不确定度. 使用信息增益进行第1轮环境探索, 结果如图1所示. 图1中: 黑色代表障碍物, 白色代表自由区域, 其他颜色代表未知区域. 其中: 红色表示完全未知, 障碍物占有概率为0.5; 黄色表示偏向自由区域, 障碍物占有概率小于0.5; 蓝色表示更偏向障碍物区域, 障碍物占有概率大于0.5. 当机器人下一步扩展的节点信息增益为0时, 失去指导信号, 此时会停止探索, 所以仅使用信息增益进行环境探索会造成探索中断, 需要结合RRT算法的思想完成全图探索.

## 2 信息增益RRT算法

### 2.1 信息增益RRT算法原理

传统RRT算法是近十几年得到广泛发展与应用的基于采样的运动规划算法, 其原理是: 将一个起始点作为根节点, 通过随机采样节点、增加新节点的方式, 快速生成一个随机扩展树, 当随机树中的所有节

点包含了目标点或进入了目标区域, 便可以在随机树中找到一条由节点组成的从起始点到目标点的路径.

RRT算法是用来解决机器人路径规划问题的, 经过研究发展, 已经有许多变种和改进算法, 如RRT-Connect、RRT\*等, 但是这些对传统RRT算法进行改进的算法大都用来解决机器人的路径规划问题, 并不适用于信息增益思路下的环境探索. 以RRT-Connect<sup>[20]</sup>和RRT\*算法<sup>[21]</sup>为例: RRT-Connect算法需要有明确的目标点, 由此分别在起始点与目标点构建两颗并行的随机树, 然而在机器人环境探索问题中往往不存在目标点; RRT\*算法主要用于降低路径长度, 其引入的路径成本函数选择最新节点进行扩展, 而这与本文提出的算法总是选择具有最大信息增益的节点进行扩展互相矛盾, 因此本文选择传统的RRT算法加以变化并与信息增益相结合来解决机器人在未知环境下的探索问题. 将RRT算法运用到机器人探索未知环境中需要引入信息增益, 相比传统RRT算法的盲目搜索, 信息增益RRT算法在保证探索的随机性下还可以大大降低盲目性. 其原理是: 将一个起始点作为根节点, 对所有未知节点进行信息增益的计算, 在具有较大信息增益的节点中随机采样节点, 在已扩展的节点中选取离采样节点最近的节点, 在采样的节点方向上扩展出新节点, 快速生成一个随机树, 结束条件更改为地图的信息熵为0.

RRT算法的盲目性以及单纯使用信息增益作为机器人环境探索的指导信号会出现局部区域失去指导的问题, 将两者相结合既可以减少RRT算法的盲目性, 又可以给机器人探索环境提供全新的指导信号, 其减少RRT算法的盲目性主要体现在两个方面: 1) 传统RRT的采样节点是随机选取的, 而信息增益RRT算法选取的采样节点总是具有较大的信息增益, 这样在保留一定随机性的前提下大大降低了盲目性; 2) 在扩展新节点时, 传统RRT算法的新节点扩展会朝着盲目选取的采样节点, 而信息增益RRT算法的节点扩展是优先选取最大信息增益的节点, 进一步降低了算法的盲目性.

### 2.2 新节点生成过程

信息增益RRT算法中新节点的生成过程如下: 从起始点  $X_{init}$  出发, 创建随机树  $T$ , 随机树最初只有一个起始节点, 后续会逐步将生成的一系列新节点  $X_{new}$  添加到随机树中.

依据式(1)计算每一个未知节点所具有的信息增益, 选取其中信息增益最大的节点作为一个采样节点  $X_{rand}$ , 在随机树已有的节点中找到与采样节点距离

最近的节点  $X_{near}$ , 节点  $X_{near}$  存在  $n$  个可以扩展的新节点  $X_{neari} (i = 1, 2, \dots, n)$ . 由式(3)计算出每个可扩展的节点取向价值, 具有最大取向价值的节点即为扩展的新节点  $X_{new}$ . 可扩展节点的取向价值计算如下:

$$V_i = (1 - k) \frac{1}{d_i^2} + kI_i. \quad (3)$$

其中:  $d_i$  为可扩展节点与采样节点  $X_{rand}$  的距离;  $I_i$  为可扩展节点所具有的信息增益;  $k$  为权值, 本文取为 0.8.

信息增益RRT算法的伪代码如下所示.

RRT based on information gain algorithm

1.  $T.init$
2. unvisited set.init //未访问的节点集合
3. while  $E > 0$
4.  $X_{rand} \max\_information(set)$
5.  $X_{near} \min\_distance(X_{rand})$
6. for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
7.  $X_{near}(i) = 0.2 \frac{1}{d_1^2} + 0.8I_i$
8. end for
9.  $X_{new} \leftarrow \max(X_{near}(i))$
10.  $T.add(X_{new})$
11. set.remove( $X_{new}$ )
12.  $E \leftarrow calculate(map\ entropy)$
13. end while
14. return  $T$

### 3 仿真实验

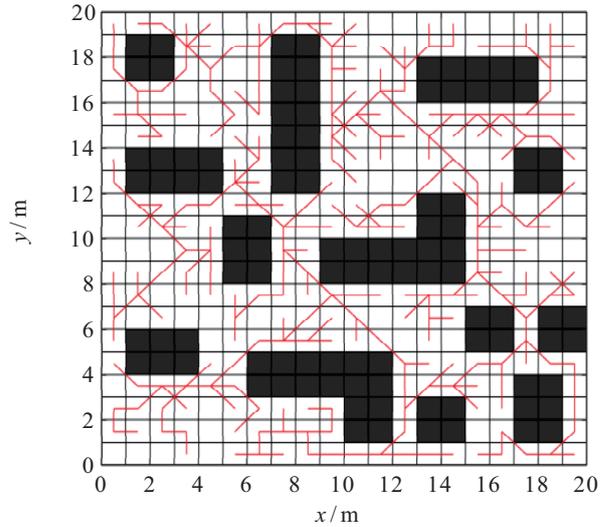
为了验证所提出算法的有效性, 在 Matlab 系统下设计多组仿真对比实验. 地图大小设计为  $20 \times 20$ , 黑色代表障碍物, 白色代表自由区域, 设置激光传感器搜索半径为 1.5, 起始点为地图的右下角, 仿真实验忽略机器人自身大小, 认为环境已经过膨化处理, 机器人不知道未知区域的全局信息.

#### 3.1 RRT与信息增益RRT对比

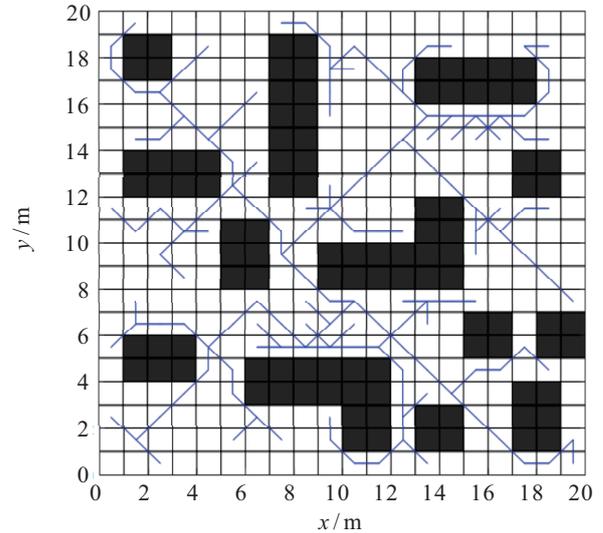
在环境未知的情况下, RRT算法和信息增益RRT算法的比较结果如图2和表1所示, 图2(a)为传统RRT算法<sup>[3]</sup>的节点扩展轨迹, 图2(b)为信息增益RRT算法的节点扩展轨迹. 由实验结果可知, 加入信息增益后的RRT算法扩展节点大大减少, 由平均255个减少到平均138个, 减少了约117个节点, 代表机器人探索环境的速度有所提高, 搜索效率明显高于用于环境探索中的传统RRT算法.

熵是衡量一个系统自学习及自组织能力的标准之一, 其值越大表明系统越无序. 熵值的下降表明系统对环境探索程度的增加, 熵值为0时表明机器人完全探索地图, 熵值下降得越快表明机器人探索环境的

速度越快. 从图3可以看出, 开始时两种算法地图熵的下降速度几乎一样, 一段时间后信息增益RRT算法下降速度明显优于RRT算法<sup>[3]</sup>, 并很快得到收敛.



(a) 传统RRT算法



(b) 信息增益RRT算法

图2 2种算法的节点扩展轨迹对比

表1 扩展节点平均个数对比

算法	实验次数		
	100	1000	10000
传统RRT	255.4200	255.5870	255.0889
信息增益RRT	138.2900	138.2740	137.743

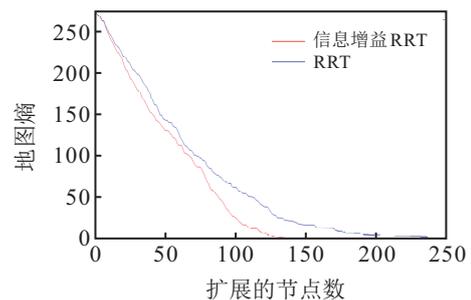


图3 地图熵的下降曲线对比

### 3.2 复杂环境下的对比

随着未知环境复杂程度的提高,传统RRT算法的盲目性以及信息增益RRT算法的优势便会越加明显.实验环境添加了数个黑洞空间,即只有一个出口或者入口的空间.机器人的起始点在左上黑洞空间之中,两种算法的节点扩展轨迹如图4所示.

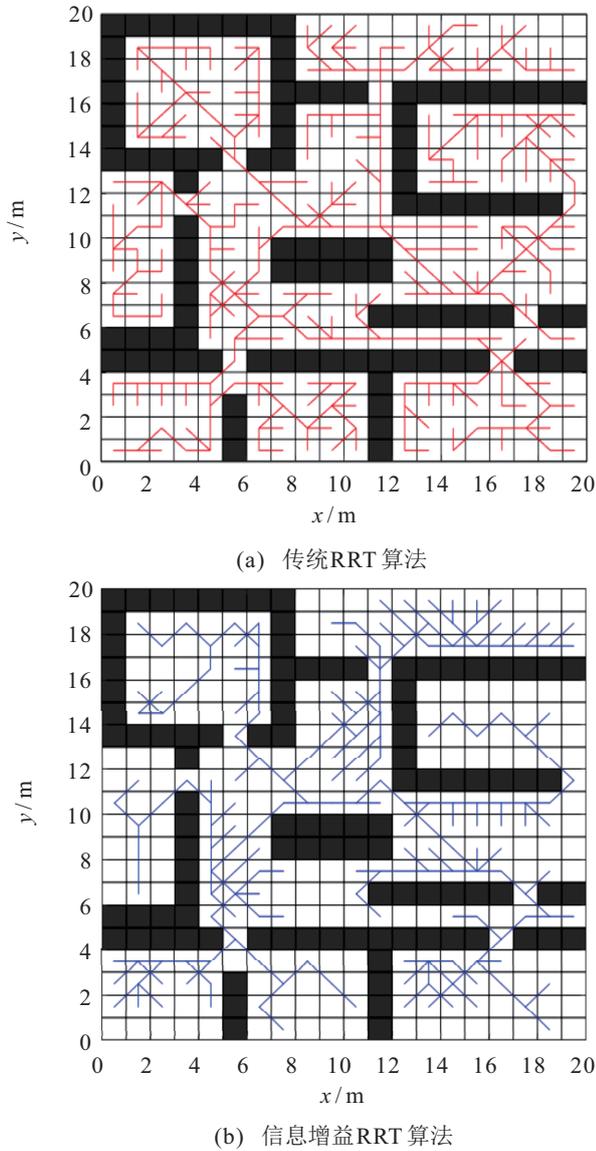


图4 复杂环境下节点扩展轨迹对比

在对实验重复进行1000次后,RRT算法的平均扩展节点个数为270.612,而信息增益RRT算法的扩展节点个数为171.536,减少了约99个节点.可以看出,无论是简单环境还是复杂环境,加入了信息增益的RRT算法都比传统RRT算法更加快速地完成环境探索.

### 3.3 重复路径的减少

将传统RRT与信息增益相结合用于机器人环境探索,虽然可以提高机器人的探索效率,但是机器人的探索路径存在大量重复路径.不同于机器人路径

规划问题只存在一条起点到目标点的路径,机器人的环境探索不可避免会存在重复路径,若机器人的探索路径中存在闭环路径,则可以大大减少重复路径的数量与长度.文献[22]提出的边界约束RRT算法中当机器人遇到障碍物时,会对障碍物进行包围式搜索,获得更全面的环境信息,其中的包围式搜索即产生了闭环的探索路径.将边界约束RRT与信息增益相结合得到的探索路径如图5(a)所示,信息增益RRT算法的探索路径如图5(b)所示(起始点更改为左上角).

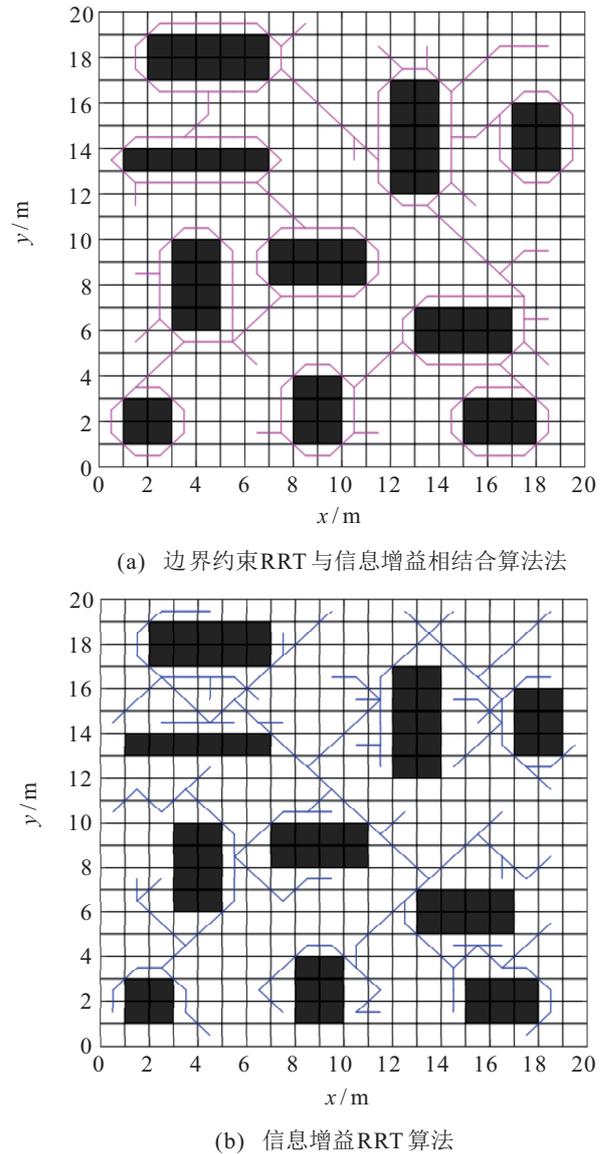


图5 路径复杂程度对比

实验重复进行1000次后,对两种算法的节点数进行统计:未使用边界约束RRT的信息增益算法其节点数平均为130.030,使用边界约束RRT的信息增益算法其节点数平均为149.792.虽然使用边界约束RRT后节点数略微增加,但是其探索路径的优化程度明显有大幅提升,大大减少了机器人探索环境的重复路径.

## 4 结论

RRT是解决机器人路径规划问题的经典算法,但存在搜索的盲目性,除了生成到达目标点的路径外还会生成其他无关的分支与节点,鉴于此,本文提出将RRT用于解决机器人环境探索问题的思想.在环境探索问题中,仅靠信息增益作为探索环境的指导函数时,会出现局部信息增益为0从而机器人失去指导信号的情况,将之与RRT算法的随机性相结合,提出机器人信息增益RRT环境探索算法,解决了局部信息增益为0机器人失去指导的问题,同时解决了传统RRT算法的盲目性.在其基础上引入边界约束RRT算法后,还大大减少了机器人在环境探索时产生的重复路径.实验结果表明,所提出算法能够有效帮助机器人快速探索未知环境,实现机器人的环境探索.

另一方面,所提出算法为了计算信息增益建立了网格模型,这种网格模型并不对未知区域的大小及形状有任何要求.以图6为例,对于任意大小、任意形状的未知区域(图中红色部分表示),不失一般性,可以假设它被包含于一个足够大的规则格式空间中(图中方框表示).引入这一格式空间后,未知区域也将被划分为若干网格.显然,即使对于不规则形状的未知区域,当网格大小足够小时,依然可以将其表示为若干网格,本文所提出方法依然适用.

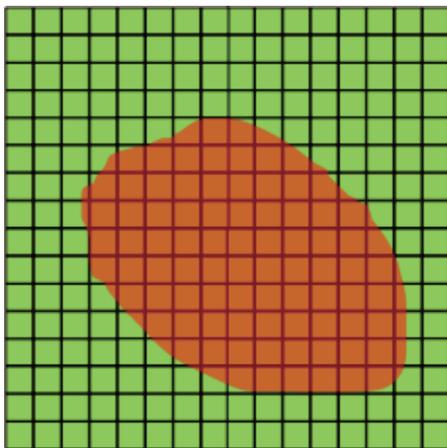


图6 扩展的网格模型

本文所提出的信息增益RRT算法是将信息增益与RRT算法结合的初步尝试,未来将继续探索不同的改进思路,以期取得更好的效果.

### 参考文献(References)

[1] Yamauchi B. A frontier-based approach for autonomous exploration[C]. IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. Piscataway: IEEE, 1997: 146-151.

- [2] Amigoni F, Caglioti V. An information-based exploration strategy for environment mapping with mobile robots[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2010, 58(5): 684-699.
- [3] LaValle S M. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning[R]. Iowa State University, 1998.
- [4] Daqi Zhu, Mingchong Yan. A survey of mobile robot path planning technology[J]. Control and Decision Making, 2010, 25(8): 961-967.
- [5] 杜明博, 梅涛, 陈佳佳, 等. 复杂环境下基于RRT的智能车辆运动规划算法[J]. 机器人, 2015, 37(4): 443-450.  
(Du M B, Mei T, Chen J J, et al. RRT-based intelligent vehicle motion planning in complex environment[J]. Robot, 2015, 37(4): 443-450.)
- [6] 郝利波, 侯媛彬. 基于一种改进RRT算法的足球机器人路径规划[J]. 西安科技大学学报, 2011, 31(1): 81-85.  
(Hao L B, Hou Y B. Path planning of soccer robot based on an improved RRT algorithm[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2011, 31(1): 81-85.)
- [7] 刘成菊, 韩俊强, 安康. 基于改进RRT算法的RoboCup机器人动态路径规划[J]. 机器人, 2017, 39(1): 8-15.  
(Liu C J, Han J Q, An K. RoboCup robot dynamic path planning based on improved RRT algorithms[J]. Robot, 2017, 39(1): 8-15.)
- [8] LaValle S M, Kuffner J J. Rapidly-exploring random trees: progress and prospects[C]. Proceeding of International Workshop on Algorithmic Foundations of Robotics. New Hampshire: CRC Press, 2000: 1-5.
- [9] 莫栋成, 刘国栋. 改进的RRT-Connect双足机器人路径规划算法[J]. 计算机应用, 2013, 33(8): 2289-2292.  
(Mo D C, Liu G D. Improved RRT-Connect biped robot path planning algorithms[J]. Computer Application, 2013, 33(8): 2289-2292.)
- [10] Sertac K, Emilio F. Incremental sampling-based algorithms for optimal motion planning[R]. Cambridge: Laboratory for Information and Decision Systems, 2010.
- [11] 潘思宇, 徐向荣. 基于改进RRT\*的移动机器人运动规划算法[J]. 山西大学学报, 2017, 40(2): 244-254.  
(Pan S Y, Xu X R. Motion planning algorithm of mobile robot based on improved RRT\*[J]. Journal of Shanxi University, 2017, 40(2): 244-254.)
- [12] Islam F, Nasir J, Malik U, et al. RRT\*-Smart: Rapid convergence implementation of RRT\* towards optimal solution[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). Chengdu: IEEE, 2012: 1651-1656.
- [13] 冯来春. 基于引导域的参数化RRT无人驾驶车辆运动

- 规划算法研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2017.  
(Feng L C. Research on parametric RRT vehicle motion planning algorithms based on guidance domain[D]. Hefei: China University of Science and Technology, 2017.)
- [14] Amiryani J, Jamzad M. Adaptive motion planning with artificial potential fields using a prior path[C]. International Conference on Robotics and Mechatronics. Tehran: IEEE, 2015: 731-736.
- [15] 康亮, 赵春霞, 郭剑辉. 未知环境下改进的基于RRT算法的机器人路径规划[J]. 模式识别与人工智能, 2009, 22(3): 337-343.  
(Kang L, Zhao C X, Guo J H. Modified RRT-based path planning for mobile robots in unknown environments[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2009, 22(3): 337-343.)
- [16] 张捍东, 陈阳, 吴玉秀. 未知环境下机器人实时路径规划[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(19): 140-146.  
(Zhang H D, Chen Y, Wu Y X. Real-time path planning for mobile robots in unknown environments[J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(19): 140-146.)
- [17] 阮晓钢, 周静, 张晶晶, 等. 基于子目标搜索的机器人目标导向RRT路径规划算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2543-2548.  
(Ruan X G, Zhou J, Zhang J J, et al. Robot goal guide RRT path planning based on sub-target search[J]. Control and Decision, 2020, 35(10): 2543-2548.)
- [18] Moravec H, Elfes A. High resolution maps from wide angle sonar[C]. IEEE International Conference on Robotics & Automation. Louis: IEEE, 1985: 116-121.
- [19] Carrillo H, Dames P, Kumar V, et al. Autonomous robotic exploration using occupancy grid maps and graph SLAM based on shannon and rényi entropy[C]. IEEE International Conference on Robotics & Automation. Seattle: IEEE, 2015: 489-494.
- [20] 王坤, 黄勃, 曾国辉, 等. 基于改进RRT-Connect的快速路径规划算法[J]. 武汉大学学报: 理学版, 2019, 65(3): 283-289.  
(Wang K, Huang B, Zeng G H, et al. Faster path planning based on improved RRT-Connect algorithm[J]. Journal of Wuhan University: Natural Science Edition, 2019, 65(3): 283-289.)
- [21] 曹凯, 陈阳泉, 高嵩, 等. 涡流人工势场引导下的RRT\*移动机器人路径规划[J]. 计算机科学与探索, 2021, 15(4): 723-732.  
(Cao K, Chen Y Q, Gao S, et al. Vortex: artificial-potential-field guided RRT\* for path planning of mobile robot[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2021, 15(4): 723-732.)
- [22] 吕伟新, 赵立军, 王珂, 等. 基于边界约束RRT的未知环境探索方法[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2011, 39(S2): 366-369.  
(Lv W X, Zhao L J, Wang K, et al. Efficient exploration of unknown environments with RRT-boundary constraints[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2011, 39(S2): 366-369.)

## 作者简介

阮晓钢(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 从事人工智能与机器人等研究, E-mail: adrxg@bjut.edu.cn;

郭威(1996—), 男, 硕士生, 从事认知机器人的研究, E-mail: 18401658535@163.com;

黄静(1979—), 女, 副教授, 从事认知机器人、机器学习及工业大数据应用等研究, E-mail: huangjing@bjut.edu.cn;

颜文静(1996—), 女, 硕士生, 从事认知导航和单目深度估计的研究, E-mail: yanwj@emails.bjut.edu.cn;

郭佩远(1996—), 男, 硕士生, 从事环境认知建模与视觉SLAM的研究, E-mail: guopeiyuan0819@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)