

控制与决策

Control and Decision

基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制

董潇潇, 张西, 张静

引用本文:

董潇潇, 张西, 张静. 基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2729–2734.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0798>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 H_∞ 控制

Non-fragile H_∞ control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model

控制与决策. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

基于模型依赖驻留时间的异步切换控制

Asynchronous switching control based on mode-dependent average dwell time

控制与决策. 2021, 36(3): 609–618 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0645>

有向切换拓扑条件下多航天器分组姿态协同控制

Group attitude coordinated control of multi-spacecraft with directed switching topologies

控制与决策. 2021, 36(10): 2389–2398 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0311>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制

董潇潇^{1†}, 张西¹, 张静²

(1. 沈阳工业大学理学院, 沈阳 110870; 2. 沈阳城市学院通识教育学院, 沈阳 110112)

摘要: 针对切换非线性系统, 提出一种基于反馈无源化的 H_∞ 跟踪控制策略. 首先, 提出依赖状态切换的控制方法, 在子系统不满足有界参考弱最小相位这一标准假设时, 给出解决 H_∞ 跟踪问题的充分条件, 通过零状态可检测条件保证切换系统的内部稳定性, 并利用无源不等式验证切换非线性系统满足 H_∞ 跟踪性能; 然后, 提出依赖时间切换的跟踪策略, 得到 H_∞ 跟踪问题的可解性条件, 该方法不依赖系统内部状态进行切换, 将系统输出和参考信号之间的误差作为控制输入, 并计算出切换系统满足的平均驻留时间; 最后, 给出仿真算例, 以验证结果的正确性.

关键词: 切换非线性系统; 无源化; 跟踪控制

中图分类号: TP13

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0798

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 董潇潇, 张西, 张静. 基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2729-2734.

Passification-based H_∞ tracking control for a class of switched nonlinear systems

DONG Xiao-xiao^{1†}, ZHANG Xi¹, ZHANG Jing²

(1. School of Science, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China; 2. School of General Education, Shenyang City University, Shenyang 110112, China)

Abstract: The passification-based H_∞ tracking control strategy is proposed for switched nonlinear systems. Firstly, a state-dependent switching method is proposed. When the subsystems do not satisfy the standard assumption of the bounded reference weak minimum phase (BRWMP), sufficient conditions of solving the H_∞ tracking problem are given. The internal stability of the switched system is guaranteed by a zero-state detectability condition, and the H_∞ tracking performance is verified by the passive inequality. Secondly, a time-dependent tracking control method is presented and the solvability condition of the H_∞ tracking problem is given. This method takes the error between the system output and the reference signal as the control input, and the average dwell time is computed. Finally, a simulation example is given to illustrate the correctness of the result.

Keywords: switched nonlinear systems; passification; tracking control

0 引言

切换系统是一类包含连续动态和离散动态的特殊混杂系统, 为许多实际系统的建模提供了理论框架^[1-2]. 不仅如此, 切换控制在实现系统镇定的同时还能比单一控制器更好地改善系统的暂态性能和控制精度^[3-4].

无源性理论为控制系统的输入和输出建立了重要联系, 这一性质在非切换非线性系统的分析和设计中有许多实用性, 尤其是在稳定性分析和镇定问题上^[5]. 由于切换系统的连续动态和离散动态的相互作

用以及非线性系统本身的复杂性, 基于无源的切换非线性系统的控制综合问题相对较难解决, 研究成果较少, 并且大多数研究成果都是关于切换系统的镇定问题^[6-11]. 跟踪控制是控制理论中具有实际意义的基本问题, 但是关于切换非线性系统的跟踪控制结果较为少见. 文献[12-14]讨论了基于无源的切换系统跟踪问题, 但仍没有涉及 H_∞ 控制问题. 在工程学中, 最令人关注的问题之一是如何设计反馈控制器, 在使得系统渐近稳定的同时尽可能减少外部干扰对系统的影响. 因此, 有必要研究切换系统的 H_∞ 控制问题.

收稿日期: 2020-06-17; 修回日期: 2020-09-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61503254, 61673099).

责任编委: 卢剑权.

[†]通讯作者. E-mail: dongxiaoxiao0331@sina.com.

本文针对切换非线性系统的 H_∞ 跟踪问题,提出基于反馈无源化的跟踪控制器.主要贡献有三个方面:1)利用无源不等式构建输出误差与存储函数之间的关系,与传统的Lyapunov函数方法不同,无源不等式包含系统输出和参考信号的误差,因此更容易满足 H_∞ 跟踪性能指标;2)基于该无源不等式,首次给出切换信号、无源控制器和跟踪控制器的三重设计,同时给出的切换系统跟踪问题可解性条件不依赖于有界参考弱最小相位(BRWMP)条件;3)根据时间依赖的切换信号仍然可以得到 H_∞ 跟踪问题的可解性条件,并可以计算出切换系统所要满足的平均驻留时间.本文的结果是文献[13]研究结果的扩展.

1 问题描述

考虑如下切换非线性系统:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f_\sigma(x) + g_\sigma(x)u_\sigma(t) + g_\sigma(x)\zeta_\sigma(\omega), \\ y(t) &= h(x).\end{aligned}\quad (1)$$

其中:系统状态 $x \in R^n$, $u_i \in R^m$, $y \in R^m$ 分别为第 i 个子系统的控制输入和控制输出; ω 为外部扰动, $f_i(x)$ 、 $g_i(x)$ 为光滑向量场, $h(x)$ 为光滑函数,且 $f_i(0) = 0$, $h(0) = 0$; $\zeta_i: R^m \rightarrow R^m$, $i = 1, 2, \dots, M$. 切换时刻由如下切换序列表示:

$$\Sigma = \{x_0; (i_0, t_0), \dots, (i_k, t_k), \dots | i_k \in \bar{M}, k \in N\}.$$

其中: t_0 为初始时刻, x_0 为初始状态.当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时,第 i_k 个子系统被激活.

假设1^[5] 对于任意 $x \in R^n$, $i \in 1, 2, \dots, M$, 矩阵 $L_{g_i}h(x)$ 是非奇异的.

假设2^[5] 存在坐标变换 $z = \tau(x)$, $z \in R^{n-m}$, 满足 $L_{g_j^i}\tau(x) = 0$, 其中 $g_i = [g_1^i, \dots, g_m^i]$, $1 \leq i \leq M$, $1 \leq j \leq m$.

假设3^[12] 参考信号 $r^*(t)$ 、 $\dot{r}^*(t)$ 有界且已知.

选择共同坐标变换 $z = \tau(x)$, $y = h(x)$, 根据假设1和假设2, 系统(1)的 i 个子系统可以转换为

$$\begin{aligned}\dot{y}(t) &= p_i(y, z) + q_i(y, z)u_i(t) + q_i(y, z)\zeta_i(\omega), \\ \dot{z}(t) &= k_i(y, z).\end{aligned}\quad (2)$$

其中: $p_i(y, z) \in R^m$, $q_i(y, z) \in R^{m \times m}$, $k_i(y, z) \in R^{n-m}$, 且对于任意 (y, z) , $q_i(y, z)$ 可逆. 假设 $\zeta_i(\omega) = q_i^{-1}(y, z)\omega$, 第 i 个子系统的零动态为 $\dot{z}(t) = k_i(0, z)$.

假设 $e_y(t) = y(t) - r^*(t)$, 则系统(2)可转化为

$$\begin{aligned}\dot{e}_y(t) &= p_i(e_y + r^*, z) + q_i(e_y + r^*, z)u_i + \omega - \dot{r}^*(t), \\ \dot{z}(t) &= k_i(e_y + r^*, z),\end{aligned}\quad (3)$$

其中 $r^*(t)$ 和 $\dot{z}(t) = k_i(0 + r^*, z) = f_{0i}(r^*, z)$ 分别为系统(3)的参考输入信号和零动态, 从而系统(1)为

$$\begin{aligned}\dot{e}_y(t) &= p_\sigma(e_y + r^*, z) + q_\sigma(e_y + r^*, z)u_\sigma + \omega - \dot{r}^*(t), \\ \dot{z}(t) &= f_{0\sigma}(r^*, z) + l_\sigma(e_y + r^*, z)e(t).\end{aligned}\quad (4)$$

定义1^[15] 如果存在正定 C^r -存储函数 $U_{0i}(z)$ ($r \geq 2$), 且 $U_{0i}(0) = 0$, $i = 1, 2, \dots, M$, 对于任意有界参考输入信号 $r^*(t)$ 和 $z \in R^{n-m}$, 使得

$$L_{f_{0i}(r^*, z)}U_{0i}(z) = \frac{\partial U_{0i}(z)}{\partial z}f_{0i}(r^*, z) \leq 0, \quad (5)$$

则系统(4)的第 i 个子系统即为BRWMP系统.

定义2^[6] 如果对于所有的 $0 \leq s \leq t < \infty$, 存在一个半正定函数 $S(\sigma, x)$, 且 $S(\sigma, 0) = 0$, 满足

$$S(\sigma(t), x(t)) - S(\sigma(s), x(s)) \leq \int_s^t h^T(x(\tau))u_\sigma(\tau)d\tau, \quad (6)$$

则切换系统(1)是无源的, 其中 $S(\sigma, x)$ 为存储函数, 不等式(6)为无源不等式.

定义3^[3] 对于任意 $T \geq t \geq 0$, 令 $N_\sigma(T, t)$ 表示切换信号 σ 在时间间隔 $[t, T)$ 上的切换次数, 如果存在 $N_0 \geq 0$, $\tau_a > 0$, 使得 $N_\sigma(T, t) \leq N_0 + (T - t)/\tau_a$, 则 τ_a 和 N_0 分别称作平均驻留时间和抖颤界.

本文的主要目的是基于反馈无源化设计切换信号和控制器解决系统(1)的 H_∞ 跟踪控制问题. 首先给出 H_∞ 跟踪问题的描述.

如果切换系统(1)满足如下条件, 则该系统的 H_∞ 跟踪问题是可解的:

1) 内部稳定性. 当 $\omega = 0$ 时, 在切换信号作用下, 下述系统是渐近稳定的:

$$\begin{aligned}\dot{y}(t) &= p_\sigma(y, z) + q_\sigma(y, z)u_\sigma(t), \\ \dot{z}(t) &= f_{0\sigma}(0, z) + l_\sigma(y, z)y(t).\end{aligned}\quad (7)$$

2) 跟踪性能指标. 当 $\omega \neq 0$ 时, 对于任意初始状态 (e_{y0}, z_0) , 存在从扰动 ω 到跟踪误差 e_y 的 L_2 增益 γ , 即下述不等式成立:

$$\int_0^\infty e_y^T(t)e_y(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \omega^T(t)\omega(t)dt + \beta(e_{y0}, z_0),$$

其中 $\beta(\cdot)$ 为实值函数.

注1 在上述 H_∞ 跟踪问题的条件2)中, 如果下述不等式成立:

$$\int_0^\infty e^{-\lambda t} e_y^T(t)e_y(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \omega^T(t)\omega(t)dt + \beta(e_{y0}, z_0),$$

则系统(1)的 H_∞ 跟踪问题仍可解, 此时称系统具有从扰动 ω 到跟踪误差 e_y 的带有权重 $e^{-\lambda t}$ 的 L_2 增益 γ .

2 主要结果

下面将基于反馈无源化给出切换系统 H_∞ 跟踪问题可解的充分条件.

2.1 依赖状态切换的 H_∞ 跟踪控制

本节基于反馈无源化给出依赖状态切换的 H_∞ 跟踪控制方法.

定理1 切换系统(1)满足假设1~假设3,如果存在正定函数 $U_{0i}(z)$, 且 $U_{0i}(0) = 0$, 存在函数 $\lambda_{ij}(z) \leq 0$, 使得系统(4)满足下述不等式:

$$\frac{\partial U_{0i}(z)}{\partial z} f_{0i}(r^*, z) + \sum_{j=1}^M \lambda_{ij}(z)(U_{0j}(z) - U_{0i}(z)) \leq 0, \quad (8)$$

则在切换信号

$$\sigma(t) = \min\{i | i = \arg \max_{i \in \bar{M}} U_{0i}(z)\} \quad (9)$$

和控制器

$$u_i(t) = q_i(e_y + r^*, z)^{-1} \theta \vartheta_i(t) \quad (10)$$

的作用下,系统(4)是无源的. 其中

$$\begin{aligned} \theta &= [-I_m \quad I_m], \\ \vartheta_i(t) &= [p_i(e_y + r^*, z)^T (v_i(t) - \\ &\quad L_{l_i(e_y + r^*, z)} U_{0i}(z) + \dot{r}^*(t))^T]^T. \end{aligned}$$

此外,如果假设系统(4)所有子系统渐近零状态可检测,且存在 j 满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} (t_{j_{k+1}} - t_{j_k}) \neq 0$, 则使用控制器

$$v_i = -K_i e_y. \quad (11)$$

其中: $K_i \in R^{m \times m}$ 为正定矩阵, $e_y(t) = y(t) - r^*(t) \in R^m$. 系统(1)的 H_∞ 跟踪问题可解.

证明 当 $\omega = 0$ 时,在满足假设1和假设2的条件下,系统(1)可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{e}_y(t) &= p_\sigma(e_y + r^*, z) + q_\sigma(e_y + r^*, z) u_\sigma - \dot{r}^*(t), \\ \dot{z}(t) &= f_{0\sigma}(r^*, z) + l_\sigma(e_y + r^*, z) e_y(t). \end{aligned} \quad (12)$$

将控制器(10)代入系统(12),得到如下闭环系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}_y(t) &= v_\sigma(t) - L_{l_\sigma(e_y + r^*, z)} U_{0\sigma}(z), \\ \dot{z}(t) &= f_{0\sigma}(r^*, z) + l_\sigma(e_y + r^*, z) e_y(t). \end{aligned} \quad (13)$$

选择系统(13)的存储函数

$$V(e_y, z) = \frac{1}{2} e_y^T(t) e_y(t) + U_{0\sigma}(z).$$

当第 i 个子系统被激活时,可得

$$\dot{V}(e_y, z) = e_y^T(t) \dot{e}_y(t) + \dot{U}_{0i}(z). \quad (14)$$

由式(13)和(14),有

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_y, z) &= e_y^T(t) v_i(t) - e_y^T(t) L_{l_i(e_y + r^*, z)} U_{0i}(z) + \\ &\quad \left(\frac{\partial U_{0i}(z)}{\partial z} \right)^T \dot{z}(t). \end{aligned} \quad (15)$$

根据不等式(8),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_y, z) &= e_y^T(t) v_i(t) - e_y^T(t) L_{l_i(e_y + r^*, z)} U_{0i}(z) + \\ &\quad \left(\frac{\partial U_{0i}(z)}{\partial z} \right)^T f_{0i}(r^*, z) + \\ &\quad \left(\frac{\partial U_{0i}(z)}{\partial z} \right)^T l_i(e_y + r^*, z) e_y(t) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &e_y^T(t) v_i(t) + L_{f_{0i}(r^*, z)} U_{0i}(z) \leq \\ &- \sum_{i=1}^M \lambda_{ij}(U_{0j}(z) - U_{0i}(z)) + e_y^T(t) v_i(t). \end{aligned} \quad (16)$$

在切换信号(9)的作用下,上述不等式可化为 $\dot{V}(e_y, z) \leq e_y^T(t) v_i(t)$. 由于 $V(e_y, z)$ 的连续性,系统(13)是无源的. 将控制器 $v_i(t) = -K_i e_y$ 代入上述不等式,有 $\dot{V}(e_y, z) \leq -e_y^T(t) K_i e_y(t)$. 记 $\lambda = \min_{i \in \bar{M}} \{\lambda_{\min}(K_i)\}$, 其中 $\lambda_{\min}(K_i) > 0$ 为 $K_i (i \in \bar{M})$ 的最小特征值,有

$$\dot{V}(e_y, z) \leq -\lambda e_y^T(t) e_y(t).$$

显然,当 $r^* = 0$ 时,系统(12)可以转化为式(7),那么上述不等式可以转化为 $\dot{V}(y, z) \leq -\lambda y^T(t) y(t)$. 由于所有子系统都为渐近零状态可检测,根据文献[6]的定理4.5,当 $\omega = 0$ 时,系统(7)渐近稳定.

当 $\omega \neq 0$ 时,将控制器(10)代入系统(12),可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_y(t) &= v_\sigma(t) - L_{l_\sigma(e_y + r^*, z)} U_{0\sigma}(z) + \omega, \\ \dot{z}(t) &= f_{0\sigma}(r^*, z) + l_\sigma(e_y + r^*, z) e_y(t). \end{aligned} \quad (17)$$

因此,当第 i 个子系统被激活时,有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(e_y, z) &= e_y^T(t) \dot{e}_y(t) + \dot{U}_{0i}(z) = \\ &e_y^T(t) \dot{e}_y(t) + \frac{\partial U_{0i}}{\partial z} \cdot \dot{z} = \\ &e_y^T(t) [v_i - L_{l_i(e_y + r^*, z)} U_{0i}(z) + \omega] + \\ &\frac{\partial U_{0i}}{\partial z} [f_{0i}(r^*, z) + l_i(e_y + r^*, z) e_y(t)] = \\ &e_y^T(t) (v_i + \omega) + L_{f_{0i}(r^*, z)} U_{0i}(z). \end{aligned} \quad (18)$$

进而有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &+ e_y^T(t) e_y(t) - \gamma^2 \omega^T \omega = \\ &L_{f_{0i}(r^*, z)} U_{0i}(z) + e_y^T(t) e_y(t) - \\ &\gamma^2 \omega^T \omega + e_y^T(t) (v_i + \omega) = \\ &L_{f_{0i}(r^*, z)} U_{0i}(z) + e_y^T(t) e_y(t) - \\ &\gamma^2 \omega^T \omega + e_y^T(t) v_i + e_y^T(t) \omega = \\ &L_{f_{0i}(r^*, z)} U_{0i}(z) + e_y^T(t) e_y(t) - \\ &\left[\frac{1}{2\gamma} e_y(t) - \gamma \omega \right]^T \left[\frac{1}{2\gamma} e_y(t) - \gamma \omega \right] + \\ &\frac{1}{4\gamma^2} e_y^T(t) e_y(t) + e_y^T(t) v_i \leq \\ &L_{f_{0i}(r^*, z)} U_{0i}(z) + e_y^T(t) e_y(t) + \\ &\frac{1}{4\gamma^2} e_y^T(t) e_y(t) + e_y^T(t) v_i. \end{aligned} \quad (19)$$

将控制器(11)代入式(9),选取 $\lambda = \min_{i \in \bar{M}} \{\lambda_{\min}(K_i)\}$,

$\lambda_{\min} > 1 + \frac{1}{4\gamma^2}$, 可得

$$\dot{V}_i + e_y^T(t) e_y(t) - \gamma^2 \omega^T \omega \leq 0. \quad (20)$$

对于任意 $T > 0$, 当 $t_k \leq T \leq t_{k+1}$ 时, 对式(19)两边同时积分, 有

$$\begin{aligned} & \int_0^T [\dot{V} + e_y^T(t)e_y(t) - \gamma^2 \omega^T \omega] dt = \\ & \int_0^{t_1} \dot{V} dt + \int_0^{t_2} \dot{V} dt + \dots + \int_0^T \dot{V} dt + \\ & \int_0^T e_y^T(t)e_y(t) dt - \int_0^T \gamma^2 \omega^T \omega dt = \\ & V(T) - V(0) + \int_0^T e_y^T(t)e_y(t) dt - \int_0^T \gamma^2 \omega^T \omega dt \leq 0. \end{aligned}$$

因此有

$$\int_0^T e_y^T(t)e_y(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^T \omega^T \omega dt + V(0) - V(T).$$

综上所述, 切换系统(1)的 H_∞ 跟踪问题可解. $\square$

注2 本文设计的控制器是现有研究成果中控制器的扩展^[15-16]. 当 $r^* = 0$, $M = 1$ 时, 控制器(10)退化到参考文献[15]的控制器形式. 文献[16]的控制器可解决非切换非线性系统的镇定问题, 但不能解决非线性切换系统的跟踪问题. 本文首次给出切换信号、无源控制器和跟踪控制器的三重设计, 而单一的无源控制器和单一的跟踪控制器均不能保证切换系统的跟踪问题可解.

2.2 依赖时间切换的 H_∞ 跟踪控制

本节给出基于反馈无源化的时间依赖切换 H_∞ 跟踪控制策略.

定理2 切换系统(1)满足假设1~假设3, 如果存在正定函数 $W_{0i}(z)$, $W_{0i}(0) = 0$ 和常数, 使得系统(4)满足下述不等式:

$$\frac{\partial W_{0i}(z)}{\partial z} f_{0i}(r^*, z) + \lambda_{0i} W_{0i}(z) \leq 0, \quad (21)$$

$$W_{0i}(z) \leq \mu W_{0j}(z). \quad (22)$$

则控制器

$$u_i(t) = q_i(e_y + r^*, z)^{-1} \theta \psi_i(t), \quad (23)$$

使得系统(4)的第 i 个系统是无源的. 其中

$$\begin{aligned} \theta &= [-I_m \quad I_m], \\ \psi_i(t) &= [p_i(e_y + r^*, z)^T (v_i(t) - \\ & L_{l_i(e_y + r^*, z)} W_{0i}(z) + \dot{r}^*(t))]^T. \end{aligned}$$

此外, 若假设系统(4)的切换信号满足平均驻留时间

$$\tau_a^* \geq \ln \hat{\mu} / \hat{\lambda}. \quad (24)$$

其中: $\hat{\lambda} \in (0, \hat{\lambda}_0)$, $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\lambda}_0$ 可求. 设计控制器

$$v_i = -Q_i e_y. \quad (25)$$

其中: $Q_i \in R^{m \times m}$ 为正定矩阵, $e_y(t) = y(t) - r^*(t) \in R^m$. 则系统(1)的 H_∞ 跟踪问题可解.

证明 当 $\omega = 0$ 时, 在满足假设1和假设2的条件下, 系统(1)可以表示为系统(12). 将控制器(22)代入系统(12), 得到如下闭环系统:

$$\dot{e}_y(t) = v_\sigma(t) - L_{l_\sigma(e_y + r^*, z)} W_{0\sigma}(z),$$

$$\dot{z}(t) = f_{0\sigma}(r^*, z) + l_\sigma(e_y + r^*, z) e_y(t). \quad (26)$$

为系统(25)选择存储函数 $V(e_y, z) = \frac{1}{2} e_y^T(t) e_y(t) + W_{0\sigma}(z)$, 当第 i 个子系统被激活时, 有

$$\dot{V}(e_y, z) = e_y^T(t) \dot{e}_y(t) + \dot{W}_{0i}(z). \quad (27)$$

由式(25)和(26), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_y, z) &= e_y(t)^T v_i(t) - e_y^T(t) L_{l_i(e_y + r^*, z)} W_{0i}(z) + \\ & \left(\frac{\partial W_{0i}(z)}{\partial z} \right)^T \dot{z}(t). \end{aligned} \quad (28)$$

根据不等式(20), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_y, z) &= e_y^T(t) v_i(t) - e_y^T(t) L_{l_i(e_y + r^*, z)} W_{0i}(z) + \\ & \left(\frac{\partial W_{0i}(z)}{\partial z} \right)^T f_{0i}(r^*, z) + \\ & \left(\frac{\partial W_{0i}(z)}{\partial z} \right)^T l_i(e_y + r^*, z) e_y(t) = \\ & e_y^T(t) v_i(t) + L_{f_{0i}(r^*, z)} W_{0i}(z) \leq \\ & -\lambda_{0i} W_{0i}(z) + e_y^T(t) v_i(t). \end{aligned}$$

因此, 系统(4)的第 i 个系统是无源的. 将控制器 $v_i(t) = -Q_i e_y$ 代入上述不等式, 可得

$$\dot{V}(e_y, z) \leq -\lambda_{0i} W_{0i}(z) - e_y^T(t) Q_i e_y(t).$$

记 $\tilde{\lambda} = \min_{i \in \bar{M}} \{\lambda_{\min}(Q_i)\}$, $\lambda_{\min}(Q_i) > 0$ 为 Q_i 的最小特征值. 取 $\hat{\lambda}_0 = \min_{i \in \bar{M}} \{\lambda_{0i}, 2\tilde{\lambda}\}$, $i \in \bar{M}$, 有

$$\dot{V}(e_y, z) \leq -\hat{\lambda}_0 V(e_y, z). \quad (29)$$

显然, 当 $r^* = 0$ 时, 系统(12)可以转化为(7), 那么不等式(29)可以转化为

$$\dot{V}(y, z) \leq -\hat{\lambda}_0 V(y, z). \quad (30)$$

由式(21), 令 $\hat{\mu} = \max\{\mu, 1\}$, 有

$$V_i(y, z) \leq -\hat{\mu} V_j(y, z). \quad (31)$$

由式(28)和(29)可得 $V(t) \leq e^{N_\sigma(0, t) \ln \hat{\mu} - \hat{\lambda}_0 t} V(0)$. 因为 $N_\sigma(0, t) \leq t/\tau_a^*$, 由式(23)可得 $V(t) \leq e^{-(\hat{\lambda}_0 - \hat{\lambda})t} V(0)$. 由此易知, 当 $\omega = 0$ 时, 系统(7)渐近稳定. 当 $\omega \neq 0$ 时, 将控制器(22)代入系统(12), 可得

$$\dot{e}_y(t) = v_\sigma(t) - L_{l_\sigma(e_y + r^*, z)} W_{0\sigma}(z) + \omega,$$

$$\dot{z}(t) = f_{0\sigma}(r^*, z) + l_\sigma(e_y + r^*, z) e_y(t).$$

因此, 当第 i 个子系统被激活时, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_y, z) &= e_y^T(t) \dot{e}_y(t) + \dot{W}_{0i}(z) = \\ & e_y^T(t) [v_i - L_{l_i(e_y + r^*, z)} W_{0i}(z) + \omega] + \\ & \frac{\partial W_{0i}}{\partial z} [f_{0i}(r^*, z) + l_i(e_y + r^*, z) e_y(t)] = \\ & e_y^T(t) (v_i + \omega) + L_{f_{0i}(r^*, z)} W_{0i}(z). \end{aligned}$$

进而由定理1可得

$$\begin{aligned} & \dot{V} + e_y^T(t)e_y(t) - \gamma^2 \omega^T \omega \leq \\ & L_{f_{0i}(r^*, z)} W_{0i}(z) + e_y^T(t)e_y(t) + \\ & \frac{1}{4\gamma^2} e_y^T(t)e_y(t) + e_y^T(t)v_i \leq \\ & -\lambda_{0i} W_{0i}(z) + e_y^T(t)e_y(t) + \\ & \frac{1}{4\gamma^2} e_y^T(t)e_y(t) + e_y^T(t)v_i. \end{aligned}$$

将控制器(24)代入上述不等式,选取 $\tilde{\lambda} > 1 + \frac{1}{4\gamma^2}$, 令

$$\hat{\lambda}_0 = \min_{i \in \bar{M}} \left\{ \lambda_{0i}, 2\left(\tilde{\lambda} - 1 - \frac{1}{4\gamma^2}\right) \right\}, i \in \bar{M}, \text{ 可得}$$

$$\dot{V} + e_y^T(t)e_y(t) - \gamma^2 \omega^T \omega \leq -\hat{\lambda}_0 V. \quad (32)$$

由式(27),对(30)两边同时积分,有

$$\begin{aligned} & V(t) \leq \\ & V(t_{N_\sigma(0,t)}) e^{-\hat{\lambda}_0(t-t_{N_\sigma(0,t)})} - \\ & \int_{t_{N_\sigma(0,t)}}^t e^{-\hat{\lambda}_0(t-s)} [e_y^T(s)e_y(s) - \\ & \gamma^2 \omega^T(s)\omega(s) - \gamma^2 \omega^T(s)\omega(s)] ds \leq \\ & \mu \left\{ V(t_{N_\sigma(0,t)-1}) e^{(-\hat{\lambda}_0 t_{N_\sigma(0,t)} - t_{N_\sigma(0,t)-1})} - \right. \\ & \int_{t_{N_\sigma(0,t)-1}}^{t_{N_\sigma(0,t)}} e^{-\hat{\lambda}_0(t_{N_\sigma(0,t)}-s)} [e_y^T(s)e_y(s) - \\ & \gamma^2 \omega^T(s)\omega(s)] ds \left. \right\} e^{-\hat{\lambda}_0(t-t_{N_\sigma(0,t)})} - \\ & \int_{t_{N_\sigma(0,t)}}^t e^{-\hat{\lambda}_0(t-s)} [e_y^T(s)e_y(s) - \gamma^2 \omega^T(s)\omega(s)] ds \dots \leq \\ & e^{-\hat{\lambda}_0 t + N_\sigma(0,t) \ln \hat{\mu}} V(0) - \\ & \int_0^t e^{-\hat{\lambda}_0(t-s) + N_\sigma(0,t) \ln \hat{\mu}} [e_y^T(s)e_y(s) - \gamma^2 \omega^T(s)\omega(s)] ds. \end{aligned}$$

上式经化简可得

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty e^{-\hat{\lambda}s} e_y^T(s)e_y(s) ds \leq \\ & \gamma^2 \int_0^\infty \omega^T(s)\omega(s) ds + \mu^{N_0} V(0). \end{aligned}$$

系统(4)有从扰动 ω 到跟踪误差 e 的带有权重 $e^{-\hat{\lambda}t}$ 的 L_2 增益 γ . 综上,系统(1)的 H_∞ 跟踪问题可解. $\square$

3 实例仿真

本节给出数值算例验证基于无源的跟踪控制方法的有效性. 考虑如下切换非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_\sigma(x) + g_\sigma(x)u_\sigma(t) + g_\sigma(x)\zeta_\sigma(\omega), \\ y(t) &= h(x). \end{aligned} \quad (33)$$

上述系统包含如下两个子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 3x_1^2 + x_2 \\ x_1 - 2x_2^3 + 2x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_\sigma(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \zeta_\sigma(\omega), \\ y(t) = x_1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 5x_1^2 + x_2 \\ x_1 + 3x_2^3 - 3x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_\sigma(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \zeta_\sigma(\omega), \\ y(t) = x_1. \end{cases}$$

其中 $\zeta_1 = \zeta_2 = \omega$. 选取坐标 $y(t) = x_1, z(t) = x_2$ 和参考输出信号 $r^*(t) = e^{-t}$. 令 $e_y(t) = y(t) - r^*(t)$, 系统(31)可以转换成式(4)的形式,其中

$$\begin{aligned} p_1(y, z) &= 3y^2 + z, \quad q_1(y, z) = 1, \\ f_{01}(r^*, z) &= -2z^3 + 2z + r^*, \quad l_1(y, z) = 1, \\ p_2(y, z) &= 5y^2 + z, \quad q_2(y, z) = 1, \\ f_{02}(r^*, z) &= 3z^3 - 3z + r^*, \quad l_2(y, z) = 1. \end{aligned}$$

对于闭环系统,选取存储函数 $U_{01}(z) = z^2/2, U_{02}(z) = z^4/4$. 有 $V_1(e_y, z) = e_y^T e_y/2 + z^2/2, V_2(e_y, z) = e_y^T e_y/2 + z^4/4$. 令 $v_1 = -2e_y(t), v_2 = -5e_y(t)$. 当 $\omega = 0$ 时,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(e_y, z) &= 2(z^2 - z^4) - 2e_y^2, \\ \dot{V}_2(e_y, z) &= 3z^2(z^4 - z^2) - 5e_y^2. \end{aligned}$$

设计切换信号如下:

$$\sigma = \begin{cases} 1, & z^4 \geq z^2; \\ 2, & z^4 < z^2. \end{cases}$$

因此,激活的子系统是无源的. 此外,得到的切换系统是稳定的. 仿真结果如图1所示. 当 $\omega \neq 0$ 时,选取 $\omega = e^{-t}$. 跟踪误差 $e_y(t)^T e_y(t)$ 和扰动 $\omega^T \omega$ 分别如图2和图3所示.

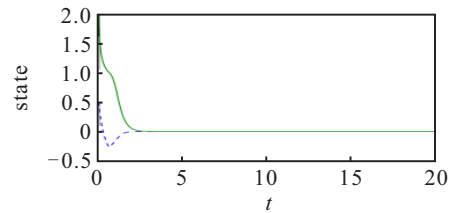


图1 切换系统的状态响应

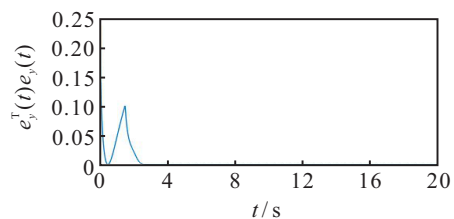


图2 切换系统跟踪误差 $e_y^T(t)e_y(t)$ 的响应

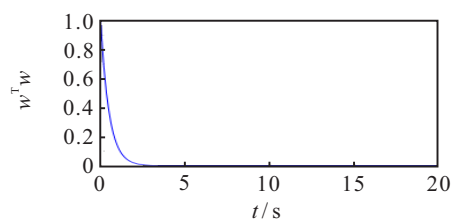


图3 切换系统扰动 $\omega_y^T \omega_y$ 的响应

为进一步验证本控制策略的有效性,将其与单一的跟踪控制器和无源控制器^[15-16]设计方法进行比较. 针对系统(31),文献[15-16]中控制策略的状态响应和跟踪误差仿真结果分别如图4和图5所示. 由此可知,非切换的无源控制器和跟踪控制器并不能满足系统的内部稳定性和跟踪性能指标.

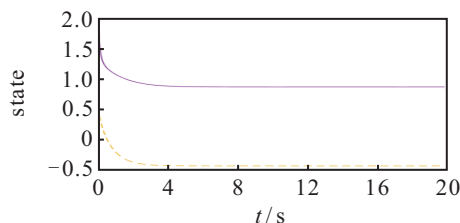


图4 非切换系统的状态响应

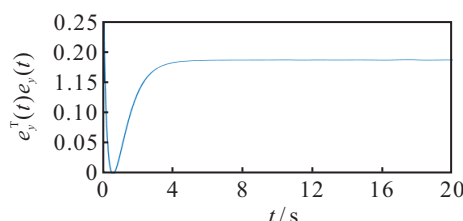


图5 非切换系统跟踪误差 $e_y^T(t)e_y(t)$ 的响应

4 结论

本文基于反馈无源化给出了切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制方法,突破了解决非切换非线性系统跟踪问题的传统假设. 通过设计切换信号和控制器满足内部稳定性和 H_∞ 跟踪性能. 未来的工作将会利用无源和能量交换的方法解决切换非线性切换系统的跟踪问题,该方法已被文献[6]应用于解决切换非线性系统的稳定性问题.

参考文献(References)

- [1] Li T F, Fu J, Deng F, et al. Stabilization of switched linear neutral systems: An event-triggered sampling control scheme[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(10): 3537-3544.
- [2] Fei Z Y, Shi S, Wang Z H, et al. Quasi-time-dependent output control for discrete-time switched system with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 63(8): 2647-2653.
- [3] Hespanha J P, Morse A S. Stability of switched systems with average dwell-time[C]. Proceedings 38th IEEE Conference Decision Control. Piscataway: IEEE, 1999, 3: 2655-2660.
- [4] Yang J, Tong S C. An observer-based robust fuzzy stabilization control design for switched nonlinear systems with immeasurable premise variables[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2016, 18(6): 1019-1030.
- [5] Van der Schaft A. Port-hamiltonian systems[M]. Cham: Springer, 2016: 113-171.
- [6] Zhao J, Hill D J. Dissipativity theory for switched systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(4): 941-953.
- [7] Pang H B, Zhao J. Robust passivity, feedback passification and global robust stabilisation for switched non-linear systems with structural uncertainty[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(11): 1723-1730.
- [8] Gao Z R, Wang Z Y, Ji Z C, et al. H_∞ control of continuous switched systems based on input and output strict passivity[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(14): 1951-1955.
- [9] Li C S, Zhao J. Robust passivitybased H_∞ control for uncertain switched nonlinear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016, 26(14): 3186-3206.
- [10] Wang Y, Gupta V, Antsaklis P J. On passivity of a class of discrete-time switched nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(3): 692-702.
- [11] Zhao J, Hill D J. On stability, L_2 -gain and H_∞ control for switched systems[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1220-1232.
- [12] Dong X X, Zhao J. Incremental passivity and output tracking of switched nonlinear systems[J]. International Journal of Control, 2012, 85(10): 1477-1485.
- [13] Zhang J, Dong X X. Passivity-based tracking control for a class of nonlinear switched systems[C]. The 37th Chinese Control Conference. Wuhan: IEEE, 2018: 154-157.
- [14] Sun Y W, Zhao J. Passivitybased adaptive output tracking control for switched nonlinear systems with uncertain parameters[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2018, 32(1): 170-184.
- [15] Travieso T J C, Duarte M M A, Sepuleveda D I. Passivitybased control for stabilization, regulation and tracking purposes of a class of nonlinear systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2007, 21(7): 582-602.
- [16] Byrnes C I, Isidori A, Willems J C. Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control 1991, 36(11): 1228-1240.

作者简介

董潇潇(1983—),女,副教授,博士,从事切换系统、非线性控制系统等研究, E-mail: dongxiaoxiao0331@sina.com;

张西(1995—),男,硕士生,从事切换系统的研究, E-mail: WEST23021995@163.com;

张静(1993—),女,助教,硕士生,从事切换系统的研究, E-mail: zj20120608@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)