

控制与决策

Control and Decision

基于Razumikhin方法的时变时滞非线性系统的输出反馈镇定

王天成, 王妍, 庄迪

引用本文:

王天成, 王妍, 庄迪. 基于Razumikhin方法的时变时滞非线性系统的输出反馈镇定[J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2812–2816.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0304>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计](#)

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty

控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

[基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制](#)

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks

控制与决策. 2021, 36(8): 1955–1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

[基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 \$H_\infty\$ 控制](#)

Non-fragile H_∞ control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model

控制与决策. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

[带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制](#)

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 387–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

[基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制](#)

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

基于 Razumikhin 方法的时变时滞 非线性系统的输出反馈镇定

王天成[†], 王妍, 庄迪

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264025)

摘要: 针对一类时变时滞非线性系统, 采用 Razumikhin 方法研究其输出反馈控制问题. 利用时滞系统的 Razumikhin 定理和反推设计方法, 通过设计有效的观测器和选取适当的 Lyapunov 函数, 构造系统的输出反馈控制器. 所设计的控制器能够保证闭环系统的平衡点是全局渐近稳定的, 所给出的方法无需考虑时滞导数的限制, 改进了以前所得结果. 仿真示例验证了所设计输出反馈控制器的有效性.

关键词: Razumikhin 方法; 时变时滞; 输出反馈; 反推设计方法; Lyapunov 函数

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0304

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 王天成, 王妍, 庄迪. 基于 Razumikhin 方法的时变时滞非线性系统的输出反馈镇定 [J]. 控制与决策, 2021, 36(11): 2812-2816.

Output-feedback stabilization for nonlinear systems with time-varying delay based on Razumikhin-type approach

WANG Tian-cheng[†], WANG Yan, ZHUANG Di

(School of Mathematics and Statistical Science, Ludong University, Yantai 264025, China)

Abstract: The Razumikhin-type approach is introduced to solve the output-feedback stabilization problem for a class of nonlinear systems with time-varying delay. By using the Razumikhin-type theorem and the backstepping design method, effective observers and suitable Lyapunov functions, an output-feedback controller is constructed to ensure the origin of a closed-loop system globally asymptotically stable. The limitations on the derivative of delay can be completely removed, which is the common assumption of nonlinear systems with time-varying delay. A simulation example illustrates the effectiveness of the output-feedback controller.

Keywords: Razumikhin-type approach; time-varying delay; output feedback; backstepping design method; Lyapunov functions

0 引言

由于时滞非线性系统的研究具有重要的理论价值和实际应用意义, 目前这类系统的稳定性和控制器设计问题受到广泛的关注并取得了大量的研究成果^[1-4].

本文主要考虑如下二类二阶时变时滞非线性系统:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) + f_1(x_1(t), x_1(t - \tau(t))),$$

$$\dot{x}_2(t) = u(t) + f_2(\bar{x}_2(t), \bar{x}_2(t - \tau(t))),$$

$$y(t) = x_1(t),$$

$$x(t) = \varphi(t) \in C([- \bar{\tau}, 0], R^2), t \in [- \bar{\tau}, 0]. \quad (1)$$

其中: $u(t) \in R$, $\bar{x}_2(t) = (x_1(t), x_2(t))^T \in R^2$ 和 $y(t) \in R$ 分别为系统的控制输入、状态和可测输出; $x_2(t)$ 为不可测量的状态; $\bar{x}_i(t) = (x_1(t), x_i(t))^T$, $\bar{x}_i(t - \tau(t)) = (x_1(t - \tau(t)), x_i(t - \tau(t)))^T$, $i = 1, 2$; 时变状态时滞 $\tau(t)$ 是满足 $0 \leq \tau(t) \leq \bar{\tau}$, $\bar{\tau} > 0$ 的连续函数; 函数 $f_i : R^i \times R^i \rightarrow R$ 关于 $(\bar{x}_i(t), \bar{x}_i(t - \tau(t)))$ 是局部 Lipschitz 连续有界的, 且 $f_i(0, 0) = 0$, $i = 1, 2$.

针对时滞非线性控制系统(1)的研究, 主要包括状态反馈控制器的设计^[5-8]和输出反馈控制器的设

收稿日期: 2020-03-18; 修回日期: 2020-06-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973150).

责任编辑: 徐胜元.

[†]通讯作者. E-mail: cumt_wtc@163.com.

计^[9-15]. 其中大部分研究成果采用 Lyapunov 稳定性的直接方法设计. 当 $\tau(t)$ 为时变函数时, 导致时变时滞函数的导数难以处理, 需要给出 $\dot{\tau}(t) \leq \gamma < 1$ 的条件限制^[8,11,13,15]. 显然该条件过于苛刻, 限制了所得结果的推广和应用. 由于时变时滞和观测器设计问题的复杂性以及 Razumikhin 方法的条件难以验证, 对系统 (1) 利用 Razumikhin 方法设计输出反馈控制器的研究成果目前很少看到.

本文采用 Razumikhin 方法设计光滑的输出反馈控制器, 使系统 (1) 的平衡点是全局渐近稳定的, 同时去掉系统 (1) 中关于时变时滞函数导数的限制条件. 最后指出, 所提出的二阶系统输出反馈设计方法可以推广至 n 阶系统的情形, 从而解决此类系统的输出反馈镇定问题.

1 预备知识

针对如下 n 阶时变时滞非线性系统:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau(t))), t > 0, \quad (2)$$

初始条件 $\{x(\theta) : -\bar{\tau} \leq \theta \leq 0\} = \varphi(t) \in C([-\bar{\tau}, 0]; R^n)$. 函数 $f : R^n \times R^n \rightarrow R^n$ 关于 $(x(t), x(t - \tau(t)))$ 偏导数连续, 且 $f(0, 0) = 0$, 有如下 Razumikhin 定理.

引理 1 (Razumikhin 定理) 对于时变时滞非线性系统 (2), 假设存在连续正定 Lyapunov 函数 $V(t, x(t)) \in C^1([-\bar{\tau}, \infty) \times R^n; R^+)$, 正常数 μ, p, c_1, c_2 和 $q > 1$, 使得

$$c_1|x|^p \leq V(t, x(t)) \leq c_2|x|^p,$$

且对于 $t \geq 0$ 和任意 $-\bar{\tau} \leq \theta \leq 0$, 当

$$V(t + \theta, x(t + \theta)) < qV(t, x(t))$$

时, 有

$$\dot{V}(t, x(t)) \leq -\mu V(t, x(t)),$$

则对于所有初值函数 $\varphi \in C([-\bar{\tau}, 0]; R^n)$, 时滞非线性系统 (2) 的平衡点 $x = 0$ 是全局渐近稳定的.

引理 2 设 a, b 为实变量, 则对于任意 $\varepsilon > 0$, 如下不等式成立:

$$2ab \leq \varepsilon a^2 + \varepsilon^{-1} b^2.$$

引理 3 设函数 $f(x, s)$ 关于 x, s 的偏导数 f_x, f_s 连续, 则有如下二元函数的全增量公式:

$$\begin{aligned} f(x, s) - f(\hat{x}, \hat{s}) &= \\ f_x(\theta_1, s)(x - \hat{x}) + f_s(\hat{x}, \theta_2)(s - \hat{s}). \end{aligned}$$

其中: θ_1 介于 x 与 \hat{x} 之间, θ_2 介于 s 与 \hat{s} 之间.

证明 考察二元函数的全增量

$$\begin{aligned} f(x, s) - f(\hat{x}, \hat{s}) &= \\ f(x, s) - f(\hat{x}, s) + f(\hat{x}, s) - f(\hat{x}, \hat{s}). \end{aligned}$$

由于函数 $f(x, s)$ 关于 x, s 的偏导数 f_x, f_s 连续, 应用 Lagrange 中值定理, 存在 θ_1 介于 x 与 \hat{x} 之间, θ_2 介于 s 与 \hat{s} 之间, 使得

$$\begin{aligned} f(x, s) - f(\hat{x}, s) &= f_x(\theta_1, s)(x - \hat{x}), \\ f(\hat{x}, s) - f(\hat{x}, \hat{s}) &= f_s(\hat{x}, \theta_2)(s - \hat{s}). \end{aligned}$$

将以上两式相加, 得引理 3 成立. \square

2 控制器设计与主要结果

为了书写方便, 以下简记

$$\begin{aligned} x_i &= x_i(t), x_{i\tau} = x_i(t - \tau(t)), \\ \xi_i &= \xi_i(t), \eta_i = \eta_i(t) = \xi_i(t - \tau(t)), \\ f_i &= f_i(\bar{x}_i(t), \bar{x}_i(t - \tau(t))), i = 1, 2. \end{aligned}$$

本文的主要目标是对系统 (1) 设计一个光滑的输出反馈控制器, 使得闭环系统的平衡点是全局渐近稳定的. 为了得到本文结果, 作如下假设.

假设 1 存在 $a > 0$, 系统 (1) 的非线性项满足

$$\begin{aligned} |f_i(\bar{x}_i(t), \bar{x}_i(t - \tau(t)))| &\leq \\ a \sum_{j=1}^i (|x_j(t)| + |x_j(t - \tau(t))|), \\ i &= 1, 2. \end{aligned}$$

假设 2 $f_2(\bar{x}_2(t), \bar{x}_2(t - \tau(t)))$ 关于不可测量变量 $x_2(t)$ 及 $x_2(t - \tau(t))$ 偏导数全局连续有界, 即存在常数 $L > 0$, 使得

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} \leq L, \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_{2\tau}} \leq L.$$

注 1 对系统 (1) 时变时滞函数 $\tau(t)$ 的导数不作任何限制, 与文献 [8,11,13,15] 的结果相比, 本文极大地推广了以前的研究成果.

利用反推技术, 输出反馈控制器的设计过程主要分为下面两个步骤.

2.1 状态反馈控制器设计

首先假设系统 (1) 的状态是可测的, 利用 Backstepping 方法设计光滑的状态反馈控制器.

定义 $\xi_1 = x_1$, 选择 $V_1(\xi_1) = \frac{1}{2}\xi_1^2$, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \\ \xi_1(x_2) + f_1(x_1(t), x_1(t - \tau(t))) &\leq \\ \xi_1(x_2 - x_2^*) + \xi_1 x_2^* + a|\xi_1|(|\xi_1| + |\eta_1|) &\leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\xi_1(x_2 - x_2^*) + \xi_1 x_2^* + a\xi_1^2 + a|\xi_1||\eta_1| \leq \\ &\xi_1(x_2 - x_2^*) + \xi_1 x_2^* + a\xi_1^2 + \frac{1}{3}\eta_1^2 + \frac{3a^2}{4}\xi_1^2 \leq \\ &\xi_1(x_2 - x_2^*) + \xi_1 x_2^* + \left(a + \frac{3a^2}{4}\right)\xi_1^2 + \frac{1}{3}\eta_1^2. \end{aligned}$$

取虚拟控制器

$$x_2^* = -\left(\lambda + 1 + a + \frac{3a^2}{4}\right)\xi_1 = -\alpha_1\xi_1,$$

其中 $\lambda > 0$ 为待设计正常数, $\alpha_1 = \lambda + 1 + a + \frac{3a^2}{4}$, 则有

$$\dot{V}_1 \leq -(\lambda + 1)\xi_1^2 + \xi_1(x_2 - x_2^*) + \frac{1}{3}\eta_1^2.$$

定义 $\xi_2 = x_2 - x_2^* = x_2 + \alpha_1\xi_1$, 则有

$$\dot{\xi}_2 = \dot{x}_2 + \alpha_1\dot{\xi}_1 = u + \alpha_1x_2 + \alpha_1f_1 + f_2.$$

构造Lyapunov函数 $V_2(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{1}{2}\xi_2^2$, 于是有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\xi_1, \xi_2) &\leq \\ &-(\lambda + 1)\xi_1^2 + \xi_1(x_2 - x_2^*) + \\ &\frac{1}{3}\eta_1^2 + \xi_2(\dot{x}_2 + \alpha_1\dot{\xi}_1) = \\ &-(\lambda + 1)\xi_1^2 + \xi_1(x_2 - x_2^*) + \frac{1}{3}\eta_1^2 + \\ &\xi_2u + \alpha_1\xi_2x_2 + \alpha_1\xi_2f_1 + \xi_2f_2. \end{aligned}$$

由 $\xi_2 = x_2 + \alpha_1\xi_1$, 有 $x_2(t - \tau(t)) = \eta_2 - \alpha_1\eta_1$, 类似文献[7]中的不等式处理方法, 由引理2得到如下不等式:

$$\begin{aligned} \xi_1(x_2 - x_2^*) &\leq \frac{1}{4}\xi_1^2 + \xi_2^2, \\ \alpha_1\xi_2x_2 &\leq \frac{1}{4}\xi_1^2 + c_1\xi_2^2, \\ \alpha_1\xi_2f_1 &\leq a\alpha_1|\xi_2|(|\xi_1| + |\eta_1|) \leq \\ &\frac{1}{4}\xi_1^2 + c_2\xi_2^2 + \frac{1}{3}\eta_1^2, \\ \xi_2f_2 &\leq a|\xi_2|((1 + \alpha_1)|\xi_1| + |\xi_2| + \\ &(1 + \alpha_1)|\eta_1| + |\eta_2|) \leq \\ &\frac{1}{4}\xi_1^2 + c_3\xi_2^2 + \frac{1}{3}\eta_1^2 + \eta_2^2. \end{aligned}$$

其中 $c_1 > 0, c_2 > 0, c_3 > 0$ 为常数. 于是有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\xi_1, \xi_2) &\leq \\ &-\lambda\xi_1^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \\ &\xi_2(u - u^*) + \xi_2u^* + \xi_2^2\left(1 + \sum_{i=1}^3 c_i\right). \end{aligned}$$

取虚拟控制器

$$u^* = -\xi_2\left(\lambda + 1 + \sum_{i=1}^3 c_i\right) = -\alpha_2\xi_2, \quad (3)$$

其中 $\alpha_2 = \lambda + 1 + \sum_{i=1}^3 c_i$. 可以得到

$$\dot{V}_2(\xi_1, \xi_2) \leq -\lambda(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \xi_2(u - u^*). \quad (4)$$

2.2 输出反馈控制器设计

由于时滞系统(1)的状态 x_2 不可测, 构造一个降维观测器设计系统的输出反馈控制器^[11].

引入不可测变量 $z_2 = x_2 - lx_1$, 常数 $l > 0$ 待定, 则有 $\dot{z}_2 = u - lx_2 + f_2 - lf_1$. 构造一维观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_2 &= u - l(\hat{z}_2 + lx_1) + \\ &f_2(x_1, \eta_1, \hat{x}_2, \hat{x}_{2\tau}) - lf_1(x_1, \eta_1). \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $\hat{x}_2 = \hat{z}_2 + lx_1, e = x_2 - \hat{x}_2 = z_2 - \hat{z}_2$. 于是得到误差方程

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -le + f_2(x_1, \eta_1, x_2, x_{2\tau}) - \\ &f_2(x_1, \eta_1, \hat{x}_2, \hat{x}_{2\tau}). \end{aligned} \quad (6)$$

由反推技术得到的虚拟控制器(3), 可得实际可行的光滑控制器

$$u = -\alpha_2(\alpha_1x_1 + \hat{x}_2). \quad (7)$$

估计不等式(4)中的项 $\xi_2(u - u^*)$, 利用引理2容易得到

$$\xi_2(u - u^*) = -\alpha_2\xi_2e \leq \xi_2^2 + \frac{\alpha_2^2}{4}e^2.$$

令 $\lambda_1 = \lambda - 1$, 将上式代入不等式(4), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\xi_1, \xi_2) &\leq \\ &-\lambda_1(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \frac{\alpha_2^2}{4}e^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2. \end{aligned} \quad (8)$$

对时滞非线性系统(1)和误差系统(6), 构造Lyapunov函数

$$V = V_2 + \frac{1}{2}e^2 = \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{1}{2}\xi_2^2 + \frac{1}{2}e^2. \quad (9)$$

由不等式(8), 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ &-\lambda_1(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \eta_1^2 + \eta_2^2 - \left(l - \frac{\alpha_2^2}{4}\right)e^2 + \\ &e(f_2 - f_2(x_1, \eta_1, \hat{x}_2, \hat{x}_{2\tau})). \end{aligned} \quad (10)$$

利用引理3, 估计式(10)的最后一项, 有

$$\begin{aligned} &e(f_2(x_1, \eta_1, x_2, x_{2\tau}) - f_2(x_1, \eta_1, \hat{x}_2, \hat{x}_{2\tau})) = \\ &e\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}e + \frac{\partial f_2}{\partial x_{2\tau}}e(t - \tau(t))\right) \leq \\ &L(e^2 + |ee(t - \tau(t))|) \leq \\ &\frac{3L}{2}e^2 + \frac{L}{2}e^2(t - \tau(t)). \end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)代入(10),有

$$\dot{V} \leq -\lambda_1(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \eta_1^2 + \eta_2^2 - \left(l - \frac{\alpha_2^2}{4} - \frac{3L}{2}\right)e^2 + \frac{L}{2}e^2(t - \tau(t)).$$

取 $l - \frac{\alpha_2^2}{4} - \frac{3L}{2} = \lambda_1$, 进一步得到

$$\dot{V} \leq -\lambda_1(\xi_1^2 + \xi_2^2 + e^2) + \left(1 + \frac{L}{2}\right)(\eta_1^2 + \eta_2^2 + e^2(t - \tau(t))). \quad (12)$$

当 $V(t - \tau(t)) < qV(t)$ 时, 由 Lyapunov 函数(9), 得到

$$\eta_1^2 + \eta_2^2 + e^2(t - \tau(t)) < q(\xi_1^2 + \xi_2^2 + e^2). \quad (13)$$

取定 $\lambda_1 > \left(1 + \frac{L}{2}\right)$, 可以取 $q = \sqrt{\lambda_1 / \left(1 + \frac{L}{2}\right)}$, 显然有 $q > 1$. 当不等式(13)成立时, 由不等式(12)可得

$$\dot{V} \leq -\mu(\xi_1^2 + \xi_2^2 + e^2), \quad (14)$$

其中 $\mu = \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1 \left(1 + \frac{L}{2}\right)} > 0$.

综上, 利用 Razumikhin 定理, 由引理 1 得到本文的主要结果.

定理 1 若假设 1 和假设 2 成立, 则在观测器(5)和光滑输出反馈控制器(7)下, 时变时滞非线性系统(1)在 $[-\bar{\tau}, \infty)$ 上存在唯一解, 且其平衡点 $x = 0$ 是全局渐近稳定的.

证明 由设计的观测器(5)和光滑输出反馈控制器(7), 得到的闭环系统(1)、(5)和(7)是局部 Lipschitz 连续的, 时变时滞非线性系统(1)在 $[-\bar{\tau}, \infty)$ 上存在唯一解. 由式(9)、(13)和(14)可知, 引理 1 的条件满足, 根据引理 1 得到系统(1)的平衡点 $x = 0$ 在 $[-\bar{\tau}, \infty)$ 是全局渐近稳定的. □

注 2 值得指出的是, Razumikhin 方法首次被用来讨论此类时变时滞系统(1)的输出反馈控制器设计问题, 主要困难在于引理 1 的条件较难验证, 这也是本文的主要创新点.

注 3 由本节的设计过程可见, 本文方法可以推广到 n 阶系统的输出反馈控制器的设计.

3 仿真示例

下面给出一个仿真示例以表明所设计方法的有效性. 考虑如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \\ x_2(t) &+ 0.1 \sin x_1(t) + 0.5x_1(t - 1.5|\sin t|), \\ \dot{x}_2(t) &= \\ u(t) &+ 0.2x_2(t) + 0.1 \sin x_2(t - 1.5|\sin t|), \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\tau(t) = 1.5|\sin t|$. 时变时滞函数 $\tau(t)$ 导数不存在, 更无法满足 $\dot{\tau}(t) \leq \gamma < 1$, 因此用之前的方法无法解决其输出反馈问题. 此时有

$$\begin{aligned} |f_1| &\leq 0.1|x_1(t)| + 0.5|x_1(t - \tau(t))|, \\ |f_2| &\leq 0.2|x_2(t)| + 0.1|x_2(t - \tau(t))|. \end{aligned}$$

因此满足假设 1 和假设 2 (这里 $a = 0.5, L = 0.2$), 利用第 2 节的设计方法, 取 $\lambda_1 = 1.2$, 则 $\alpha_1 = 3.88, \alpha_2 = 4.16, l = 5.82$. 构造一维观测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_2 &= u - 5.82(\hat{z}_2 + 5.82x_1) + \\ &f_2(x_1, \eta_1, \hat{x}_2, \hat{x}_{2\tau}) - 5.82f_1(x_1, \eta_1). \end{aligned} \quad (16)$$

设计光滑的输出反馈控制器

$$u = -\alpha_2(\alpha_1 x_1 + \hat{x}_2) = -16.14x_1 - 4.16\hat{x}_2, \quad (17)$$

其中 $\hat{x}_2 = \hat{z}_2 + 5.82x_1$. 选取初始值 $x_1(t) = 2.3, x_2(t) = 5.5, \hat{z}_2(t) = 2, t \in [-1.5, 0]$. 图 1~图 3 分别给出了闭环系统(15)~(17)的状态响应曲线、观测器状态响应曲线和控制器响应曲线, 图中曲线表明了所提出输出反馈设计方法的有效性.

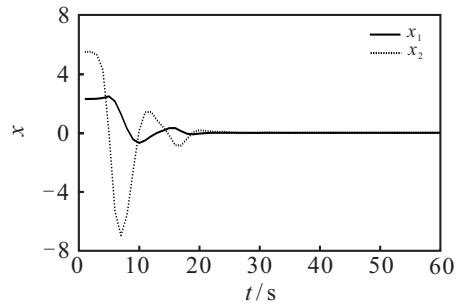


图 1 系统状态响应曲线

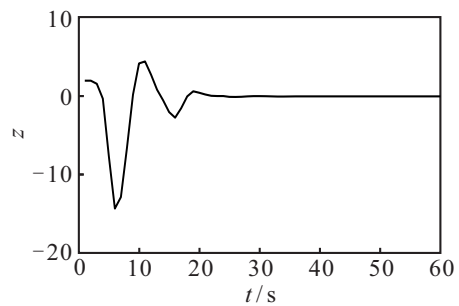


图 2 观测器状态响应曲线

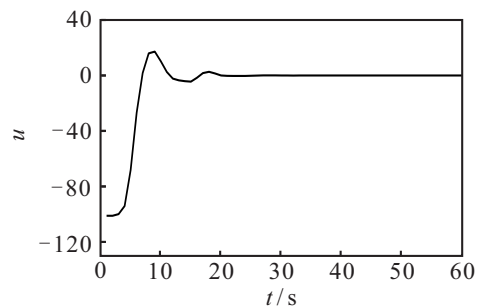


图 3 控制响应曲线

4 结论

本文利用 Razumikhin 方法和反推设计思想, 讨论了时变时滞非线性系统的输出反馈镇定问题, 所设计的输出反馈控制器能够使系统的平衡点全局渐近稳定. 如何将本文的方法推广至时变时滞高阶非线性系统是下一步的研究工作.

参考文献(References)

- [1] Hales J K, Lunel S M L V. Introduction to functional differential equations[M]. New York: Springer-Verlag, 1993: 126-140.
- [2] Gu K, Kharitonov V L, Chen J. Stability of time-delay systems[M]. Boston: Birkhauser, 2003: 82-124.
- [3] Qian C J, Lin W. Smooth output feedback stabilization of planar systems without controllable/observable linearization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(12): 2068-2073.
- [4] Michiels W, Niculescu S L. Stability and stabilization of time-delay systems: An eigenvalued-based approach[M]. Philadelphia: SIAM, 2007: 91-130.
- [5] 王天成, 李刚. 基于 Razumikhin 方法的随机时变时滞非线性系统的状态反馈[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1519-1522.
(Wang T C, Li G. State feedback of stochastic nonlinear systems with time-varying delay base on Razumikhin-type approach[J]. Control and Decision, 2015, 30(8): 1519-1522.)
- [6] Nguang S K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(4): 756-762.
- [7] Wang T C, Luo X X, Li W Q. Razumikhin-type approach on state feedback of stochastic high-order nonlinear systems with time-varying delay[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2017, 27(12): 3124-3134.
- [8] Xie X J, Liu L. A homogeneous domination approach to state feedback of stochastic high-order nonlinear systems with time-varying delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(2): 494-499.
- [9] Xie L, He X, Xiong G. Decentralized output feedback stabilization for large scale stochastic nonlinear system with time delays[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(6): 825-830.
- [10] Li Y F, Zhang L L, Hua C C, et al. Output feedback control for stochastic nonlinear time delay systems using dynamic gain technique[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(2): 1073-1087.
- [11] Liu L, Xie X J. Output-feedback stabilization for stochastic high-order nonlinear systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2011, 47(12): 2772-2779.
- [12] Zhai J, Karimi H. Global output feedback control for a class of nonlinear systems with unknown homogeneous growth condition[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(7): 2082-2095.
- [13] Li Z H, Long L J, Zhao J. Linear output-feedback-based semi-global stabilization for switched nonlinear time-delay systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(13): 7224-7245.
- [14] Chen C C, Sun Z Y. Output feedback finite-time stabilization for high-order planar systems with an output constraint[J]. Automatica, 2020, 114: 108843.
- [15] Zhou H Q, Zhai J Y. Adaptive output feedback control for a class of nonlinear time-varying delay systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 365: 124692.

作者简介

王天成(1967—), 男, 教授, 博士, 从事随机非线性控制、鲁棒控制理论及应用等研究, E-mail: cumt_wtc@163.com;

王妍(1995—), 女, 硕士生, 从事随机控制理论的研究, E-mail: 1746877391@qq.com;

庄迪(1998—), 女, 硕士生, 从事非线性控制理论的研究, E-mail: 1029019878@qq.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)