

控制与决策

Control and Decision

基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计

王子赟, 张梦迪, 王艳, 纪志成

引用本文:

王子, 张梦迪, 王艳, 等. 基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计[J]. *控制与决策*, 2021, 36(12): 2973–2981.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0212>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制

Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault
控制与决策. 2021, 36(9): 2103–2112 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0083>

基于动态观测器零极点优化的网络控制系统故障检测

Pole-zero optimization design of dynamic observer for fault detection of networked control systems
控制与决策. 2021, 36(6): 1351–1360 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1107>

具有不确定丢包率和时变采样周期的Delta算子系统故障检测

Fault detection for delta operator systems with uncertain packet dropout rate and time-varying sampling periods
控制与决策. 2021, 36(5): 1101–1109 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1154>

基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law
控制与决策. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

高超声速飞行器间歇故障改进自适应容错控制

Improved adaptive fault-tolerant control of intermittent faults in hypersonic flight vehicle
控制与决策. 2021, 36(11): 2627–2636 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0483>

基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计

王子赞^{1,2†}, 张梦迪¹, 王艳¹, 纪志成¹

(1. 江南大学 物联网应用技术教育部工程研究中心, 江苏 无锡 214122;
2. 江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对未知但有界扰动和噪声的线性时不变系统, 提出一种基于向量集逆区间滤波的执行器故障观测器设计方法, 以实现噪声未知但有界环境下的故障区间估计. 通过将执行器故障视为增广状态向量, 构造与原系统等价的增广系统; 基于增广系统设计故障观测器, 得到系统执行器故障的区间估计, 同时利用多时刻的测量输出进行区间滤波; 采用观测器估计区间和集逆收缩区间的交集, 得到更紧致的当前时刻的状态区间, 降低区间计算的包裹效应. 仿真实例验证了所提方法的有效性和实用性.

关键词: 故障观测器; 向量集逆; 区间滤波; 故障检测; 执行器故障; 线性时不变系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0212

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 王子赞, 张梦迪, 王艳, 等. 基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 2973-2981.

Vector set inversion interval filtering based fault observer design

WANG Zi-yun^{1,2†}, ZHANG Meng-di¹, WANG Yan¹, JI Zhi-cheng¹

(1. Engineering Research Center of Internet of Things Technology Applications of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: A vector set inversion interval filtering based actuator fault observer design method is proposed for the linear time-invariant system with unknown but bounded disturbance and noise. By considering actuator fault as an augmented state vector, an augmented system equivalent to the original system is constructed. Then a fault observer based on the augmented system is designed to obtain the interval estimation of actuator fault. At the same time, the set inversion is carried out by using the multi-time measurement outputs. Inversion contraction interval can be used to improve the observer estimation interval by intersecting both intervals, which reduces the wrapping effect of interval computation. Finally, the simulations verify the effectiveness and practicability of the proposed method.

Keywords: fault observer; vector set inversion; interval filtering; fault detection; actuator fault; linear time-invariant system

0 引言

随着科技水平的迅速发展, 现代自动控制设备日益复杂和集成化, 系统出现故障的可能性也随之增大, 这就需要系统尽早诊断出各类异常, 使系统性能损失最小化. 因此, 故障诊断技术对提高系统的可靠性和安全性越来越重要^[1-3]. 目前, 故障诊断领域的研究方法主要分为 3 种: 基于解析模型的方法、基于信号处理的方法和基于知识的方法^[4]. 其中, 基于解析模型的方法包括基于滤波器的故障诊断、基于参

数估计的故障诊断、基于状态估计的故障诊断等方法, 通过物理原理或系统辨识技术获得系统模型, 监测实际系统的测量输出与模型预测输出的一致性, 进行故障诊断. 系统参数的不确定性以及运行过程中噪声和扰动的存在, 往往导致模型不准确, 诊断效果不理想. 传统的估计方法假设噪声和扰动满足一定的统计特性, 如概率密度函数, 但在实际应用中噪声和扰动很难用特定的统计特性描述. 为解决这一问题, 学者们提出了集员滤波方法, 该方法只需要假设

收稿日期: 2020-02-29; 修回日期: 2020-05-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61802150, 61973138); 江苏省自然科学基金项目(BK20170196); 中国博士后科学基金面上项目(2018M642161); 江南大学平台基本科研重点项目(JUSRP51912B); 江苏省食品先进制造装备技术重点实验室开放课题项目(FM-2019-07).

†通讯作者. E-mail: wangzy0601@163.com.

系统的噪声和扰动未知但有界,不需要假设其统计特性.因此,在噪声不确定环境下,该方法具有更高的实用性^[5-7].

集员滤波方法的目标是更新与系统模型、测量数据以及噪声和扰动相一致的状态可行集,得到包括故障的可行集估计故障的范围,从而实现故障诊断.如何准确描述参数可行集是决定集员滤波效果的关键.一般寻找能够包含可行集的简单几何体,例如区间^[8-10]、椭球^[11-12]、全对称多胞形^[13-15]、正多胞体^[16-17]等.其中,基于椭球的方法保守性较大,基于多胞体的方法尽管可以近似描述任何可行集,但其计算复杂度会随着维数增大而增加.相比而言,基于区间的集员滤波方法以其简单易操作的性质得到广泛应用.区间观测器能够利用系统的输入输出信息估计每一时刻的状态区间,保证了对系统的实时追踪,因此在故障诊断领域使用广泛^[18-20].设计区间观测器的关键是使系统的状态估计值与真实值之间的误差系统稳定.文献[21]中采用坐标变换法设计区间观测器,该方法可以简化设计条件但不能保证坐标变换矩阵和观测器增益矩阵同时满足鲁棒约束等性能.文献[22]将极点配置法与坐标变换法结合,能够保证误差系统的稳定性,但对于某些系统可能得不到观测器增益的最优可行集,目前常用的方法是将误差系统的稳定条件转化为线性矩阵不等式,可以有效地求解可行集,从而设计区间观测器进行故障检测.文献[23-24]和文献[25]分别为该方法在连续系统和离散系统中的研究,通过估计残差的上下界实现故障检测,但没有涉及故障区间估计的研究.文献[26]设计鲁棒故障观测器,能够有效估计故障值进行故障检测,但故障检测时间和真实发生时间存在较大的延迟.如果基于文献[26]中的故障值估计方法直接进行区间运算,则可以适用于受未知扰动和噪声影响的系统的故障检测.但由于区间运算过程中采用的轴对称盒子运算,会带来包裹可行解集的误差,随着计算量的增加,误差的累积会导致包裹可行集的外界冗余不断增加,这一现象被称为区间计算的包裹效应^[27].利用区间算法求解区间变化的同时,包裹效应也往往会导致结果区间被过度放大.针对这一问题,学者们提出用SIVIA(set inversion via interval analysis)算法^[27-29]收缩区间获得更精确的结果.然而,每次执行SIVIA算法都将递归调用函数,从而带来较大的计算量,影响了算法的执行效率.文献[30-31]利用 H_∞ 技术设计区间观测器,不仅放宽了设计条件,而且可以获得精确的状态区间估计.文献[32]将此方法推

广到增广系统,以实现传感器故障区间估计.

为降低传统的区间滤波故障观测器的包裹效应,同时降低区间滤波的计算量,本文在已有研究的基础上,提出一类基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计方法,用以估计执行器故障区间.根据系统的输出数据,采用由向量表示的区间盒子进行向量集逆区间滤波.利用布尔运算搜索求解最优可行集的过程,解决了传统区间滤波算法计算量大、计算时间随着区间维度增加呈指数级增大的问题,可以更高效、准确地对执行器故障区间进行估计.考虑不确定扰动和噪声影响的情况下,与采用文献[26]中的方法推广为区间故障估计方法相比,不仅解决了故障时变导致的故障估计延迟问题,还提升了区间观测器故障检测算法的精度与可行性.

1 问题描述

考虑如下线性时不变系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Ew_k + Ff_k, \\ y_k = Cx_k + Dv_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_k \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态向量, $u_k \in \mathbf{R}^p$ 和 $y_k \in \mathbf{R}^q$ 分别为系统的输入和输出向量, $w_k \in \mathbf{R}^s$ 和 $v_k \in \mathbf{R}^l$ 为未知但有界的扰动和噪声, $f_k \in \mathbf{R}^m$ 为任意形式的执行器故障, A 、 B 、 C 、 D 、 E 和 F 均为具有适当维数的常数矩阵.

将系统(1)中的执行器故障视为状态向量的一部分,得到增广状态向量

$$\bar{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ f_k \end{bmatrix}, \quad (2)$$

并构造如下增广系统^[26]:

$$\begin{cases} \bar{x}_{k+1} = \bar{A}\bar{x}_k + \bar{B}u_k + \bar{E}w_k + \bar{G}\Delta f_k, \\ y_k = \bar{C}\bar{x}_k + \bar{D}v_k. \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & I_m \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{E} &= \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix}, \\ \bar{C} &= [C \ 0], \quad \bar{D} = D, \quad \Delta f_k = f_{k+1} - f_k. \end{aligned}$$

由增广状态向量(2)可以看出,对增广系统(3)中状态向量 x_k 估计的同时,可以做到对执行器故障 f_k 的观测.本文的目的是在给定未知扰动和噪声边界的条件下,设计区间观测器估计增广状态的区间,并通过向量集逆区间滤波算法收缩可行集,获得执行器故障 f_k 的紧致区间估计 $[f_k^-, f_k^+]$,从而实现系统(1)

的执行器故障观测。

2 基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计

构造增广系统(3)的状态观测器^[30-31]

$$\begin{aligned} \hat{x}_k = & \\ T\bar{A}\hat{x}_{k-1} + T\bar{B}u_{k-1} + L(y_{k-1} - \bar{C}\hat{x}_{k-1}) + Ny_k. & \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $\hat{x}_k \in \mathbf{R}^{n+m}$ 为增广状态向量 \bar{x}_k 的估计向量; $L \in \mathbf{R}^{(n+m) \times q}$ 为观测器增益; $T \in \mathbf{R}^{n+m}$ 和 $N \in \mathbf{R}^{(n+m) \times q}$ 为待设计的常数矩阵, 满足

$$T + N\bar{C} = I_{n+m}. \quad (5)$$

引理1 观测器中矩阵 T 和 N 的通解^[30-31] 为

$$T = M^\dagger \Psi_1 + SW\Psi_1, \quad (6)$$

$$N = M^\dagger \Psi_2 + SW\Psi_2. \quad (7)$$

其中: M^\dagger 表示矩阵 M 的伪逆, $M = [I_{n+m} \ \bar{C}]^T$, $\Psi_1 = [I_{n+m} \ 0]^T$, $\Psi_2 = [0 \ I_q]^T$, $W = I_{n+m+q} - MM^\dagger$, $S \in \mathbf{R}^{(n+m) \times (n+m+q)}$ 表示任意矩阵。

若定义估计误差为 $e_k = \bar{x}_k - \hat{x}_k$, 将式(5)代入增广系统(3), 可以得到误差系统

$$\begin{aligned} e_k = & (T\bar{A} - L\bar{C})e_{k-1} + T\bar{E}w_{k-1} + \\ & T\bar{G}\Delta f_{k-1} - L\bar{D}v_{k-1} - N\bar{D}v_k = \\ & \tilde{A}e_{k-1} + \tilde{B}d_{k-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{A} = & T\bar{A} - L\bar{C}, \\ \tilde{B} = & [T\bar{E} \ T\bar{G} \ -L\bar{D} \ -N\bar{D}], \\ d_{k-1} = & [w_{k-1}^T \ \Delta f_{k-1}^T \ v_{k-1}^T \ v_k^T]^T. \end{aligned}$$

为了使 e_k 对扰动和噪声具有鲁棒性, 利用 H_∞ 技术设计观测器。

定理1 给定标量 $\gamma > 0$, 如果存在正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{n+m}$, $Y \in \mathbf{R}^{(n+m) \times (n+m+q)}$, $Z \in \mathbf{R}^{(n+m) \times q}$, 使

$$\begin{bmatrix} I_{n+m} - P & * & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I_s & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I_m & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I_l & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I_l & * \\ \Omega_1 & \Omega_2 & \Omega_3 & \Omega_4 & \Omega_5 & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

成立, 则系统(8)稳定。其中

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & PM^\dagger \Psi_1 \bar{A} + YW\Psi_1 \bar{A} - Z\bar{C}, \\ \Omega_2 = & PM^\dagger \Psi_1 \bar{E} + YW\Psi_1 \bar{E}, \\ \Omega_3 = & PM^\dagger \Psi_1 \bar{G} + YW\Psi_1 \bar{G}, \end{aligned}$$

$$\Omega_4 = -Z\bar{D},$$

$$\Omega_5 = -PM^\dagger \Psi_2 \bar{D} - YW\Psi_2 \bar{D}.$$

证明 给定标量 $\gamma > 0$, 系统(8)是稳定的, 当且仅当存在正定矩阵 P 使^[32]

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}P\tilde{A}^T - P + I & * \\ \tilde{B}^T P\tilde{A} & \tilde{B}^T P\tilde{B} - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

成立。利用 Schur 补引理, 结合式(8)中 \tilde{A} 和 \tilde{B} 将式(10)化为

$$\begin{bmatrix} I_{n+m} - P & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I_s & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I_m \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ P(T\bar{A} - L\bar{C}) & P\bar{E} & P\bar{G} \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ -\gamma^2 I_l & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I_l & * \\ -PL\bar{D} & -PN\bar{D} & -P \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

根据引理1, 定义

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & P(T\bar{A} - L\bar{C}) = \\ & PM^\dagger \Psi_1 \bar{A} + PSW\Psi_1 \bar{A} - PL\bar{C}, \\ \Omega_2 = & P\bar{E} = PM^\dagger \Psi_1 \bar{E} + PSW\Psi_1 \bar{E}, \\ \Omega_3 = & P\bar{G} = PM^\dagger \Psi_1 \bar{G} + PSW\Psi_1 \bar{G}, \\ \Omega_4 = & -PL\bar{D} = -Z\bar{D}, \\ \Omega_5 = & -PN\bar{D} = -PM^\dagger \Psi_2 \bar{D} - PSW\Psi_2 \bar{D}. \end{aligned}$$

令 $Y = PS, Z = PL$, 即可得到式(9)成立。□

对于每个函数 $f: \mathbf{R}^a \rightarrow \mathbf{R}^b$, 都存在区间函数 $[f]: \mathbf{IR}^a \rightarrow \mathbf{IR}^b$, 利用区间运算可得到包含该函数映射的区间映射, 即

$$\forall x \in \mathbf{R}^a, [x] \in \mathbf{IR}^a, f(x) \subseteq [f]([x]). \quad (12)$$

所以根据式(8)进行区间运算, 计算出误差区间 $[e_k]$, 结合状态观测器(4)即可得到增广状态 \bar{x}_k 的观测器估计区间

$$[\bar{x}_k]^o = \hat{x}_k + [e_k]. \quad (13)$$

在区间计算过程中, 利用式(13)迭代计算使每次得到的 $[\bar{x}_k]^o$ 都有包裹效应, 这种包裹效应不断积累会导致最终解具有极大的封闭性。下面进行区间滤波, 进一步收缩状态区间。

根据系统 k 时刻及其之后 s 时刻的输出, 通过求

解如下区间集逆问题的可行集 X 得到 k 时刻系统的状态区间 $[\bar{x}_k]^v$:

$$X = \{[\bar{x}_k]^v \in \mathbf{R}^n | O_{(k:k+s)}[\bar{x}_k]^v \subset [Y_k]\} = O_{(k:k+s)}^{-1}[Y_k]. \quad (14)$$

其中

$$[Y_k] = y(k:k+s) - O_{u(k:k+s)}u(k:k+s) - O_{f(k:k+s)}[\Delta f(k:k+s)] - O_{w(k:k+s)}[w(k:k+s)] - O_{v(k:k+s)}[v(k:k+s)],$$

$$O_{(k:k+s)} = \begin{bmatrix} \bar{C} \\ \bar{C}A \\ \vdots \\ \bar{C}A^s \end{bmatrix},$$

$$O_{u(k:k+s)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{C}B & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}A^{s-1}B & \bar{C}A^{s-2}B & \dots & \bar{C}B \end{bmatrix},$$

$$O_{f(k:k+s)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{C}G & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}A^{s-1}G & \bar{C}A^{s-2}G & \dots & \bar{C}G \end{bmatrix},$$

$$O_{w(k:k+s)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \bar{C}E & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}A^{s-1}E & \bar{C}A^{s-2}E & \dots & \bar{C}E \end{bmatrix},$$

$$O_{v(k:k+s)} = \begin{bmatrix} \bar{D} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \bar{D} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \bar{D} \end{bmatrix},$$

$y(k:k+s)$ 、 $u(k:k+s)$ 、 $[\Delta f(k:k+s)]$ 、 $[w(k:k+s)]$ 和 $[v(k:k+s)]$ 分别为系统 k 至 $k+s$ 时刻的输出、输入、故障差值区间、扰动区间和噪声区间。

随着时间长度 s 取值的增大, 区间滤波算法的精度增高, 但相应的计算量会不断增大. 为解决这一问题, 本文将区间盒子转换为行向量的形式, 能够在确保解集不变的情况下, 减少包裹效应, 同时降低算法的时间复杂度. 用向量组 \mathcal{L} 表示求解过程中所有区间盒子, 向量 $\mathcal{L}_i (i = 1, 2, \dots)$ 表示 \mathcal{L} 的第 i 行, 在利用向量集逆区间滤波求解式 (14) 过程中存在 4 种不同情况:

1) $O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i$ 与 $[Y_k]$ 有交集但不完全属于 Y_k , 且 \mathcal{L}_i 所表示的区间盒子 $[\bar{x}_k]_i^v$ 的宽度大于精度参数 ε , 需

要将区间盒子从最大区间宽度的维度二分, 得到两个新的行向量;

2) $O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i$ 与 $[Y_k]$ 的交集为空, \mathcal{L}_i 所对应的区间盒子为不可行子集;

3) $O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i$ 完全属于 $[Y_k]$, \mathcal{L}_i 所对应的区间盒子为可行子集;

4) $O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i$ 与 $[Y_k]$ 有部分交集且相应的区间盒子的宽度小于精度参数 ε , 该区间盒子为不确定子集.

图 1 描述了向量集逆区间滤波求解可行集过程中区间盒子的变化趋势. 其中, $[\bar{x}_k]_0^v$ 、 $[\bar{x}_k]_1^v$ 、 $[\bar{x}_k]_2^v$ 、 $[\bar{x}_k]_3^v$ 分别代表上述 4 种情况中的向量对应的区间盒子, 不规则体 X 和阴影区域 Y 分别代表可行集和可行集映射得到的规则集.

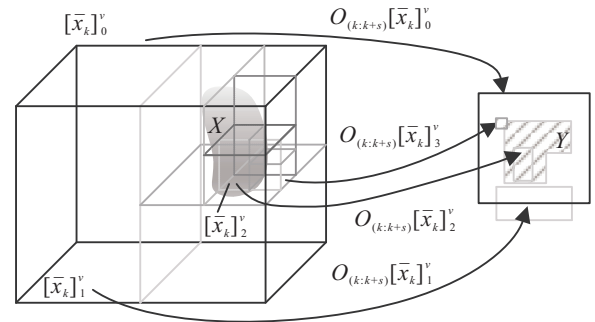


图 1 向量集逆区间滤波示意图

对于非空的向量组 \mathcal{L} , 根据如下测试函数进行不同操作:

$$[t](\cdot) = \begin{cases} \text{in}, & O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i \subset [Y_k]; \\ \text{out}, & O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i \cap [Y_k] = \emptyset; \\ \text{eps}, & W(\mathcal{L}_i) < \varepsilon. \end{cases} \quad (15)$$

其中: in、out、eps 均为布尔变量组成的与 \mathcal{L} 维数相等的列向量, $W(\mathcal{L}_i)$ 为 \mathcal{L}_i 对应的区间盒子的最大宽度, ε 为给定的精度参数. 如果 $O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i \subset [Y_k]$, 则布尔变量 $\text{in}(i) = 1$, 否则 $\text{in}(i) = 0$. 向量组 $\mathcal{L}(\text{in})$ 对应的区间盒子满足上述情况 3), 将其栈入可行集 \mathcal{N} 中. 同理, 判断 $O_{(k:k+s)}\mathcal{L}_i \cap [Y_k] = \emptyset$ 是否成立, 得到布尔向量 $\text{out}(i)$, 则向量组 $\mathcal{L}(\neg \text{in} \wedge \neg \text{out})$ 为不确定向量组, 用 \mathcal{U} 表示. 如果 \mathcal{U} 中存在向量 \mathcal{L}_i 对应的区间盒子满足上述情况 4), 则变量 $\text{eps}(i) = 1$, 将 $\mathcal{U}(\text{eps})$ 对应的区间盒子栈入不确定层 \mathcal{E} 中. \mathcal{U} 中剩余的区间盒子满足上述情况 1), 二分后得到维度为 $\mathcal{U}(\neg \text{eps})$ 两倍的新的向量组 \mathcal{L} . 循环整个过程直至 \mathcal{L} 为空, 完成向量集逆区间滤波求解过程, \mathcal{N} 中所有区间盒子的并集即为滤波后的状态可行集 $[\bar{x}_k]^v$.

上述求解可行集 X 的过程中, 通过向量组 \mathcal{L} 的布尔运算实现区间盒子堆栈、舍去、二分等一系列操作,

循环更新 \mathcal{L} 搜索得到解集,不需要SIVIA算法中每次二分之后递归调用函数. 假设求解过程中区间盒子最多二分 n 次,向量集逆区间滤波算法的计算复杂度为 $O(\log_2(n+1))$,远小于SIVIA算法 $O(2n+1)$ 的计算量,计算效率显著提高.

定理2 向量集逆区间滤波算法求得的解集 $[\bar{x}_k]^v$ 满足

$$[\bar{x}_k]^v \subset X \subset [\bar{x}_k]^v \cup \mathcal{E}. \quad (16)$$

证明 求解过程中,满足 $O_{(k:k+s)}[\bar{x}_k]_i^v$ 完全属于 $[Y_k]$ 的 $[\bar{x}_k]_i^v$ 为可行子集,满足

$$[\bar{x}_k]_i^v \subset \mathcal{N}, \quad (17)$$

\mathcal{N} 中所有的可行子集的并集为 $[\bar{x}_k]^v$,可得

$$\bigcup_{i=1,2,\dots} [\bar{x}_k]_i^v = [\bar{x}_k]^v \subset O_{(k:k+s)}^{-1}[Y_k] = X. \quad (18)$$

同理,当 $O_{(k:k+s)}[\bar{x}_k]_i^v$ 与 $[Y_k]$ 有部分交集且 $[\bar{x}_k]_i^v$ 的宽度小于精度参数 ε 时, $[\bar{x}_k]_i^v$ 为不确定子集,满足

$$[\bar{x}_k]_i^v \subset \mathcal{E}, \quad (19)$$

所有的不确定子集组成不确定层 \mathcal{E} ,满足

$$X \setminus [\bar{x}_k]^v \subset \mathcal{E}. \quad (20)$$

因此

$$[\bar{x}_k]^v \subset X \subset [\bar{x}_k]^v \cup \mathcal{E}. \quad (21)$$

由此定理2得证. \square

由定理2可知,本文提出的基于向量集逆区间滤波得到的区间 $[\bar{x}_k]^v$ 相比常用的区间滤波算法得到的状态估计区间小,包裹效应更低. 根据上述向量集逆区间滤波方法, k 时刻的状态估计由该时刻的观测器估计区间 $[\bar{x}_k]^o$ 和向量集逆区间滤波收缩区间 $[\bar{x}_k]^v$ 相交得到,即

$$[\bar{x}_k] = [\bar{x}_k]^o \cap [\bar{x}_k]^v. \quad (22)$$

最终实现更紧致状态区间估计.

综上,利用基于向量集逆区间滤波的故障观测器诊断执行器故障的步骤如下:

step 1: 根据系统模型构造如式(3)的增广系统.

step 2: 设计状态观测器(4),求解线性矩阵不等式(10),获得观测器矩阵 T 、 L 、 N .

step 3: 根据式(4)、(8)和(13)进行区间计算,得到 k 时刻的观测器估计区间 $[\bar{x}_k]^o$.

step 4: 若 $k \leq N - s$,则根据 k 至 $k + s$ 时刻的输出 $y_{(k:k+s)}$ 、输入 $u_{(k:k+s)}$ 、故障差值区间 $[\Delta f_{(k:k+s)}]$ 、扰动区间 $[w_{(k:k+s)}]$ 和噪声区间 $[v_{(k:k+s)}]$ 计算 k 时刻的规则映射集

$$Y_k =$$

$$y_{(k:k+s)} - O_{u(k:k+s)}u_{(k:k+s)} - O_{f(k:k+s)}[\Delta f_{(k:k+s)}] - O_{w(k:k+s)}[w_{(k:k+s)}] - O_{v(k:k+s)}[v_{(k:k+s)}]; \quad (23)$$

否则,转至step 6.

step 5: 利用测试函数,根据向量集逆区间滤波算法求解式(14),得到 k 时刻的状态区间 $[\bar{x}_k]^v$,并转至step 7.

step 6: 若 $k > N - s$,则进行区间计算,得到

$$[\bar{x}_k]^v = \bar{A}[\bar{x}_{k-1}] + \bar{B}u_{k-1} + \bar{E}[w_{k-1}] + \bar{G}[\Delta f_{k-1}]. \quad (24)$$

step 7: 由式(22)得到 k 时刻的状态估计区间 $[\bar{x}_k]$,从而得到该时刻的执行器故障区间

$$[f_k] = [0 \quad I_m][\bar{x}_k]. \quad (25)$$

step 8: 置 $k = k + 1$,返回step 3. 若 $k > N$,则算法结束.

3 仿真分析

仿真1 考虑线性系统模型

$$\begin{cases} x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.9842 & 0.0407 \\ 0 & 0.9590 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.0831 & 0.0007 \\ 0 & 0.0352 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 0.9842 & 0.0407 \\ 0 & 0.9590 \end{bmatrix} w_k + \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0 \end{bmatrix} f_k, \\ y_k = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix} v_k. \end{cases}$$

根据定理1得到观测器矩阵参数

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6550 & 0 \\ -1.2496 & 0.0086 & 1 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.0393 & 0.3780 \\ -1.2241 & -0.0225 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0.6900 \\ 2.4992 & -0.0173 \end{bmatrix}.$$

仿真中,假设初始观测状态为 $\hat{x}_0 = [0 \quad 0]^T$. 初始误差区间为 $[e_0] = \begin{bmatrix} [e_{0,1}] \\ [e_{0,2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-0.1 & 0.1] \\ [-0.1 & 0.1] \end{bmatrix}$. 未知扰动和噪声满足 $|w_k| \leq [0.2 \quad 0.2]^T, |v_k| \leq [0.2 \quad 0.2]^T$. 输入为 $u = [3 \quad 3]^T$. 故障为

$$f_k = \begin{cases} 0, & k < 50, k \geq 100; \\ 10, & 50 \leq k < 100. \end{cases} \quad (26)$$

图2为执行器故障的区间估计结果.可以看出,基于向量集逆区间滤波的故障观测器和文献[26]中设计的观测器都能做到故障检测与估计,且相比文献[26]而言,利用本文提出的向量集逆区间滤波算法后得出的故障区间对故障有更好的追踪效果,能够在故障发生、消失时刻立刻检测到故障的变化,而且估计区间更贴近真实故障,算法的保守性更低.

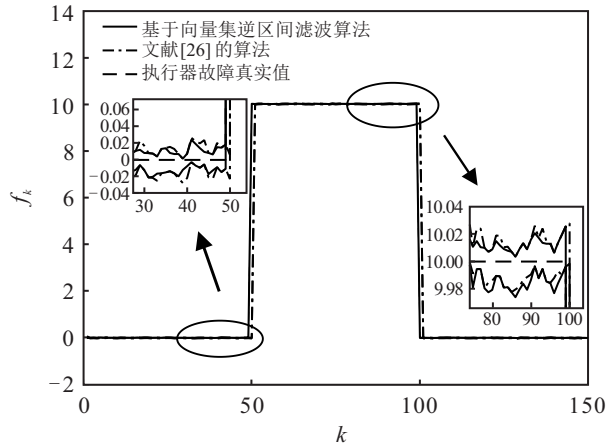


图2 执行器故障区间估计结果(仿真1)

图3从左下到右上依次放大展示了 $k = 38 \sim 45$ 时刻的状态估计数据,虚线矩形表示观测器估计状态,实线矩形表示基于向量集逆区间滤波的观测器估计状态,实心点表示当前时刻状态真实值.可以看出,滤波后的估计区间更接近真实值,包裹效应更小,该算法对状态变化也可以更有效地跟踪.

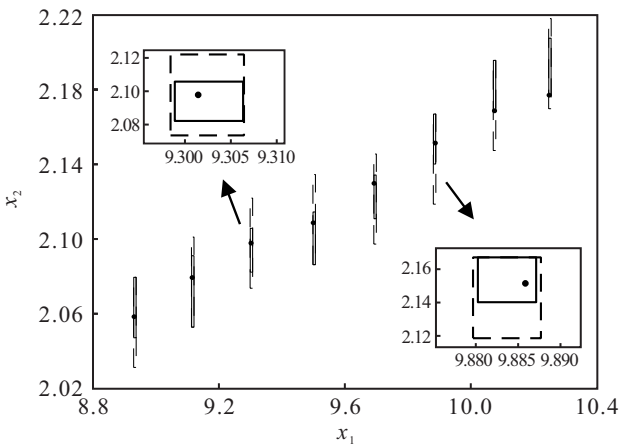


图3 状态估计结果比较(仿真1)

仿真2 为了进一步验证本文所提的执行器故障估计方法的可行性,采用低频永磁直流电动机模型^[31]进行仿真分析,其结构模型为

$$\begin{bmatrix} di/dt \\ dn/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_a/L & -K_e/L \\ K_t/J_1 & -f_r/J_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (27)$$

其中: i 和 n 分别为电动机转速和电流; u 为电枢电

压; R_a 、 L 、 K_e 、 K_t 、 f_r 和 J_1 分别为电动机的电阻、电感、反电动势常数、转矩常数、摩擦常数和电机惯量,其具体参数如表1所示.

表1 直流电动机模型参数

变量名称	参数值
R_a/Ω	1.2030
L/H	5.5840×10^{-3}
$K_e/(V \cdot \text{rad}/s)$	8.5740×10^{-2}
$K_t/(V \cdot \text{rad}/s)$	8.5783×10^{-2}
$f_r/(N \cdot m \cdot s/\text{rad})$	2.4500×10^{-4}
$J_1/(N \cdot m \cdot s/\text{rad})$	1.4166×10^{-4}

取采样时间 $T_s = 1 \text{ ms}$,将模型离散化为如系统

(1)的形式,离散化后得到的矩阵参数为

$$A = \begin{bmatrix} 0.7846 & -0.0154 \\ 0.6056 & 0.9983 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.1791 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} -0.0085 & -0.0006 \\ -0.0603 & 0.0002 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}.$$

利用定理1求解线性矩阵不等式,得到观测器矩阵参数

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0262 & 0 \\ -4.9954 & 0.3363 & 1 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.0012 & 0 \\ 0.0080 & 0.0149 \\ -1.8703 & 0.2053 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.9738 \\ 4.9954 & -0.3363 \end{bmatrix}.$$

仿真中给定系统的初始观测状态为 $\hat{x}_0 = [0 \ 0]^T$,初始误差区间为 $[e_0] = \begin{bmatrix} [e_{0,1}] \\ [e_{0,2}] \end{bmatrix} =$

$\begin{bmatrix} [-0.06 & 0.06] \\ [-0.6 & 0.6] \end{bmatrix}$,输入为 $u_k = 6V$,所受扰动和噪声为 $|w_k| \leq [0.1 \ 0.1]^T$ 和 $|v_k| \leq [0.1 \ 0.1]^T$.设定执行器故障

$$f_k = \begin{cases} 0, & k < 70, 80 \leq k < 160, k \geq 200; \\ 0.3u, & 70 \leq k < 80; \\ 5, & 160 \leq k < 200. \end{cases} \quad (28)$$

从图4可以看出,基于向量集逆区间滤波的故障观测器设计算法能够有效估计直流电动机的执行器故障区间.与文献[26]中的方法在故障发生、消失后

的时刻才能检测到故障相比,该方法对于两次故障的发生都能准确追踪,并估计出更精确的故障区间,在故障观测精度和算法保守性方面依旧具有优越性。

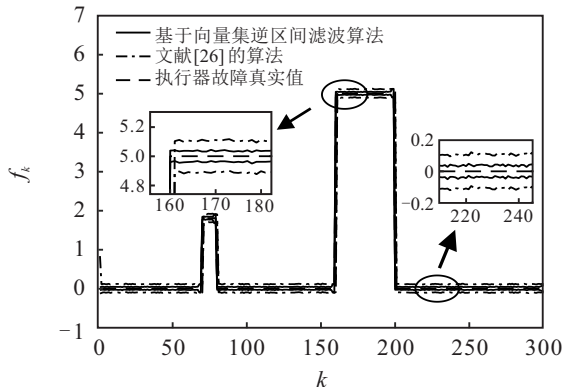


图4 执行器故障区间估计结果(仿真2)

图5从左到右依次展示了 $k = 140 \sim 150$ 时刻内每间隔2个时刻采样得到的状态估计区间对比情况。可以看出:用实心点表示的状态真实值一直位于估计区间的上下界范围内;同时,代表观测器估计区间的虚线矩形框一直包裹着代表基于向量集逆区间滤波算法的观测器估计结果的实线矩形框,说明经过区间滤波后的状态估计区间明显缩小,更接近真实值。

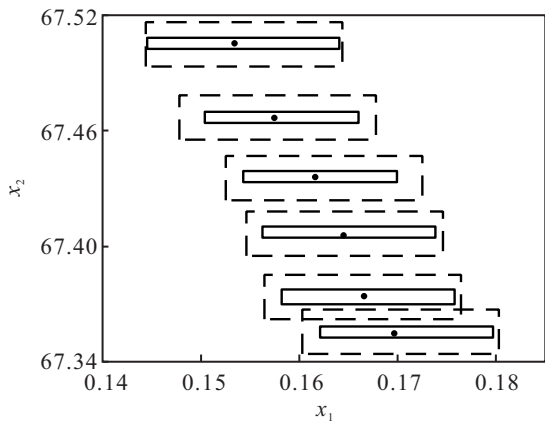


图5 状态估计结果比较(仿真2)

为进一步验证基于向量集逆区间滤波的故障观测器处理时变故障的有效性,下面保持初始条件不变,分别设定如下执行器故障:

$$f_{1,k} = \begin{cases} 0, & k < 70, k \geq 200; \\ 2(1 - e^{-0.05(k-70)}), & 70 \leq k < 200. \end{cases} \quad (29)$$

$$f_{2,k} = \begin{cases} 0, & k < 70; \\ \sin(0.05(k - 150)), & k \geq 70. \end{cases} \quad (30)$$

由图6和图7所示的发生执行器指数型故障 $f_{1,k}$ 和正弦波型故障 $f_{2,k}$ 的区间估计结果可以看出,该算法不仅能有效地估计突变型故障,当故障实时变化时也能准确跟踪。由于向量集逆区间滤波收缩区间的

作用,降低了区间观测器的包裹效应,包裹故障的区间更小,估计结果更精确。

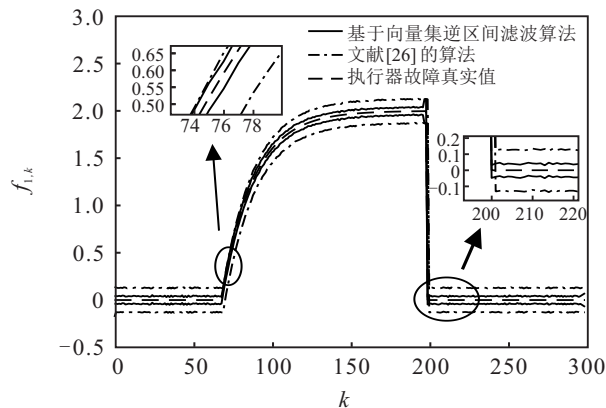


图6 执行器故障 $f_{1,k}$ 的区间估计结果

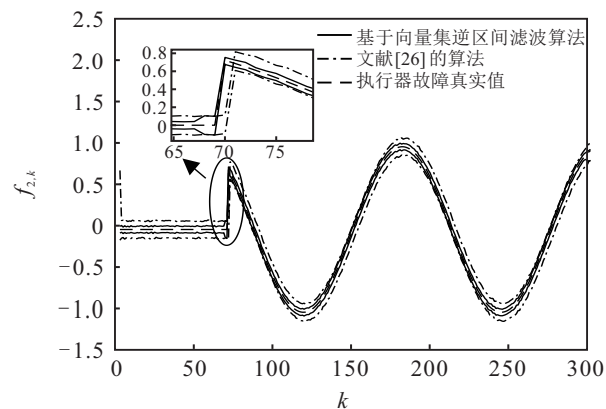


图7 执行器故障 $f_{2,k}$ 的区间估计结果

文献[26]利用 H_∞ 技术减弱了故障变化对故障估计结果的影响,但考虑不确定扰动和噪声时将该方法直接推广到区间运算,从仿真结果对比可以看出,区间算法的包裹效应导致估计区间较大。本文利用向量集逆区间滤波算法,以向量表示区间盒子,以向量组的布尔运算代替区间盒子运算,更高效地进一步收缩观测器的估计区间,使估计结果区间更精确。同时,考虑到故障变化对系统输出的影响,利用输出数据设计区间滤波问题,解决了文献[26]中由于故障时变导致的故障估计延迟问题。

4 结论

本文将观测器设计与向量集逆区间滤波结合,研究了含有未知但有界噪声及扰动的线性系统执行器故障观测方法。利用多时刻输出数据滤波,缩小区间计算的包裹效应,解决了传统区间滤波算法的计算时间随着区间维度增加呈指数级增大的问题。最后,通过数值仿真和直流电动机系统为例进行仿真,可以直观看出该方法估计执行器故障区间的可行性与有效性。本文提出的故障观测器设计方法适用于其他扰动和噪声未知但有界系统的故障估计问题,也可以推广

到处理飞行器系统^[33]、多机节点系统^[34]、伺服电机系统^[35]、二极管电路^[36]等工程领域的故障诊断问题。

参考文献(References)

- [1] 杨光红, 张志慧. 基于区间观测器的动态系统故障诊断技术综述[J]. 控制与决策, 2018, 33(5): 769-781.
(Yang G H, Zhang Z H. Review of interval observer based fault diagnosis techniques for dynamic systems[J]. Control and Decision, 2018, 33(5): 769-781.)
- [2] 胡正高, 赵国荣, 李飞. 基于自适应未知输入观测器的非线性动态系统故障诊断[J]. 控制与决策, 2016, 31(5): 901-906.
(Hu Z G, Zhao G R, Li F. Fault diagnosis for nonlinear dynamical system based on adaptive unknown input observer[J]. Control and Decision, 2016, 31(5): 901-906.)
- [3] 沈艳霞, 杨雄飞, 赵芝璞. 风力发电系统传感器故障诊断[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 321-328.
(Shen Y X, Yang X F, Zhao Z P. Sensor fault diagnosis for wind turbine system[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(3): 321-328.)
- [4] Gao Z W, Cecati C, Ding S X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques-part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(6): 3757-3767.
- [5] Cerone V, Razza V, Regruto D. Set-membership errors-in-variables identification of MIMO linear systems[J]. Automatica, 2018, 90: 25-37.
- [6] Casini M, Garulli A, Vicino A. A linear programming approach to online set membership parameter estimation for linear regression models[J]. International Journal of Adaptive Control & Signal Processing, 2016, 31(3): 360-378.
- [7] 沈艳霞, 尹天骄. 一种基于凸多面体的集员滤波故障诊断方法[J]. 控制与决策, 2018, 33(1): 150-156.
(Shen Y X, Yin T J. A fault diagnosis method of set membership filter based on convex ploytope[J]. Control and Decision, 2018, 33(1): 150-156.)
- [8] Ravanbod L, Jauberthie C, Nathalie V. Improved solutions for ill-conditioned problems involved in set-membership estimation for fault detection and isolation[J]. Journal of Process Control, 2017, 58: 139-151.
- [9] Meslem N, Ramdani N. Reliable stabilizing controller based on set-value parameter synthesis[J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2015, 34(1): 159-178.
- [10] Tornil S S, Ocampo M C, Pujg V. Robust fault dagnosis of nonlinear systems using interval constraint satisfaction and analytical redundancy relations[J]. IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics: Systems, 2014, 44(1): 18-29.
- [11] 宋莎莎, 赵忠盖, 刘飞. 模型参数失配有界下的扩展集员估计方法[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 648-654.
(Song S S, Zhao Z G, Liu F. Extended set membership filtering method for process with bounded-mismatch parameters[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(5): 648-654.)
- [12] Loukkas N, Martine J J, Meslem N. Set-membership observer design based on ellipsoidal invariant sets[J]. IFAC-PapersOnLine, 2017, 50(1): 6471-6476.
- [13] Combastel C. An extended zonotopic and Gaussian Kalman filter (EZGKF) merging set-membership and stochastic paradigms: Toward non-linear filtering and fault detection[J]. Annual Reviews in Control, 2016, 42: 232-243.
- [14] Scott J K, Raimondo D M, Marseglia G R, et al. Constrained zonotopes: A new tool for set-based estimation and fault detection[J]. Automatica, 2016, 69: 126-136.
- [15] Alamo T, Bravo J M, Camacho E F. Guaranteed state estimation by zonotopes[J]. Automatica, 2005, 41(6): 1035-1043.
- [16] Hamdi S E, Amairi M, Aoun M. Orthotopic set-membership parameter estimation of fractional order model[C]. Proceedings of 24th Mediterranean Conference on Control and Automation. New York: IEEE, 2016: 634-639.
- [17] Casini M, Garulli A, Vicino A. A constraint selection technique for recursive set membership identification[J]. IFAC Process Volumes, 2014, 47(3): 1790-1795.
- [18] 郭胜辉, 朱芳来. 基于区间观测器的执行器故障检测[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1118-1122.
(Guo S H, Zhu F L. Actuator fault detection based on interval observers[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1118-1122.)
- [19] Rotondo D, Fernandez C R, Tornil S S, et al. Robust fault diagnosis of proton exchange membrane fuel cells using a Takagi-Sugeno interval observer approach[J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2016, 41(4): 2875-2886.
- [20] Guo S H, Jiang B, Zhu F L, et al. Luenberger-like interval observer design for discrete-time descriptor linear system[J]. Systems & Control Letters, 2019, 126: 21-27.
- [21] Efimov D, Raissi T. Design of interval observers for uncertain dynamical systems[J]. Automation and Remote Control, 2016, 77(2): 191-225.
- [22] Cacace F, Germani A, Manes C. A new approach to design interval observers for linear systems[J].

- IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(6): 1665-1670.
- [23] Huang D, Duan Z S, Hao Y Q. An iterative approach to H_-/H_∞ fault detection observer design for discrete-time uncertain systems[J]. Asian Journal of Control, 2017, 19(1): 188-201.
- [24] Zhang Z H, Yang G H. Interval observer-based fault isolation for discrete-time fuzzy interconnected systems with unknown interconnections[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(9): 2413-2424.
- [25] Su Q Y, Fan Z X, Lu T. Fault detection for switched systems with all modes unstable based on interval observer[J]. Information Sciences, 2020, 517: 167-182.
- [26] Wang Z H, Rodrigues M, Theilliol D. Actuator fault estimation observer design for discrete-time linear parameter-varying descriptor systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2015, 29(2): 242-258.
- [27] Jaulin L, Kieffer M, Didrit O. Applied interval analysis[M]. London: Springer, 2001: 15-43.
- [28] Jaulin L, Walter E. Set inversion via interval analysis for nonlinear bounded-error estimation[J]. Automatica, 1993, 29(4): 1053-1064.
- [29] 彭瑞, 岳继光. 区间分析及其在控制理论中的应用[J]. 控制与决策, 2006, 21(11): 1201-1207.
(Peng R, Yue J G. A review on interval analysis and its applications to control problems[J]. Control and Decision, 2006, 21(11): 1201-1207.)
- [30] Wang Z H, Lim C C, Shen Y. Interval observer design for uncertain discrete-time linear systems[J]. Systems & Control Letters, 2018, 116: 41-46.
- [31] Tang W T, Wang Z H, Shen Y. Interval estimation for discrete-time linear systems: A two-step method[J]. Systems & Control Letters, 2019, 123: 69-74.
- [32] 张文瀚, 王振华, 沈毅. 线性系统传感器故障的区间估计[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(6): 923-930.
(Zhang W H, Wang Z H, Shen Y. Interval estimation of sensor fault for linear systems[J]. Control Theory & Applications, 2019, 36(6): 923-930.)
- [33] 张文瀚, 王振华, 沈毅. 基于鲁棒正不变集的传感器故障区间估计[J]. 自动化学报, DOI: 10.16383/j.aas.c180504.
(Zhang W H, Wang Z H, Shen Y. Interval estimation for sensor fault based on robust positive invariant set[J]. Acta Automatica Sinica, DOI: 10.16383/j.aas.c180504.)
- [34] 王振华, 沈毅, 郭胜辉. 线性广义系统的区间观测器设计[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(7): 956-962.
(Wang Z H, Shen Y, Guo S H. Interval observer design for linear descriptor systems[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(7): 956-962.)
- [35] Zhang W H, Wang Z H, Shen Y, et al. Interval estimation of actuator fault by interval analysis[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(16): 2717-2724.
- [36] Pan Y N, Yang G H. Event-triggered fault detection filter design for nonlinear networked systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics: Systems, 2018, 48(11): 1851-1862.

作者简介

王子赞(1989—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂系统故障诊断和滤波理论等研究, E-mail: wangzy0601@163.com;

张梦迪(1998—), 女, 硕士生, 从事区间算法分析和故障诊断方法的研究, E-mail: zbd94264@163.com;

王艳(1978—), 女, 教授, 博士生导师, 从事生产过程建模与优化控制等研究, E-mail: yanwang@jiangnan.edu.cn;

纪志成(1959—), 男, 教授, 博士生导师, 从事工业过程建模和智能算法等研究, E-mail: zcji@jiangnan.edu.cn.

(责任编辑: 齐 霖)