

控制与决策

Control and Decision



基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识

潘雅璞, 谢莉, 杨慧中

引用本文:

潘雅璞, 谢莉, 杨慧中. 基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 3049–3055.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0962>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

含有分数阶有色关联噪声的分数阶系统的卡尔曼滤波器设计

Design of Kalman filter for fractional-order systems with correlated fractional-order colored noises

控制与决策. 2021, 36(7): 1672–1678 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1418>

基于数据驱动的非线性网络系统自适应迭代学习控制

Data driven adaptive learning control of nonlinear network system

控制与决策. 2021, 36(6): 1523–1528 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1182>

基于高斯混合模型聚类的非均匀采样系统的多模型切换辨识

Multi-model switching identification for non-uniformly sampled systems based on Gaussian mixture model clustering

控制与决策. 2021, 36(12): 2946–2954 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0671>

基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制

Passification-based H_∞ tracking control for a class of switched nonlinear systems

控制与决策. 2021, 36(11): 2729–2734 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0798>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

基于KRLS的非均匀采样非线性系统辨识

潘雅璞, 谢莉[†], 杨慧中

(江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 利用提升技术可将非均匀采样非线性系统离散化为一个多输入单输出传递函数模型, 从而将系统输出表示为非均匀刷新非线性输入和输出回归项的线性参数模型, 进一步基于非线性输入的估计或过参数化方法进行辨识. 然而, 当非线性环节结构未知或不能被可测非均匀输入参数化表示时, 上述辨识方法将不再适用. 为了解决这个问题, 利用核方法将原始非线性数据投影到高维特征空间中使其线性可分, 再对投影后的数据应用递推最小二乘算法进行辨识, 提出基于核递推最小二乘的非均匀采样非线性系统辨识方法. 此外, 针对系统含有有色噪声干扰的情况, 参考递推增广最小二乘算法的思想, 利用估计残差代替不可测噪声, 提出核递推增广最小二乘算法. 最后, 通过仿真例子验证所提算法的有效性.

关键词: 非均匀采样; 非线性系统; 核方法; 系统辨识; 有色噪声

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0962

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 潘雅璞, 谢莉, 杨慧中. 基于 KRLS 的非均匀采样非线性系统辨识[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 3049-3055.

Identification of non-uniformly sampled nonlinear systems based on KRLS

PAN Ya-pu, XIE Li[†], YANG Hui-zhong

(School of Internet of Things, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Using the lifting technique to discretize the non-uniformly sampled nonlinear system into a multiple input single output transfer function model, the system output can be represented as a linear parameter model with non-uniform updating nonlinear input and output regressors, and the system can be further identified based on the estimates of nonlinear inputs or the overparameterization method. However, when the nonlinear structure is unknown or cannot be parameterized by the measurable non-uniform inputs, the above mentioned identification methods will no longer apply. In order to solve this problem, the kernel method is applied to project original nonlinear data into a high dimensional feature space to make it linearly separable, and then the recursive least squares algorithm is used to identify the projected data, thus a kernel recursive least squares identification algorithm is proposed for non-uniformly sampled nonlinear systems. In addition, referring to the idea of recursive extended least squares algorithm, replacing the unmeasured noise with the estimated residual error, the kernel recursive extended least squares algorithm is proposed for systems with colored noise interference. Finally, numerical simulation examples verify the effectiveness of the proposed algorithms.

Keywords: non-uniform sampling; nonlinear system; kernel method; system identification; colored noise

0 引言

传统离散采样非线性系统通常假设系统的输入刷新周期与输出采样周期相同, 当系统输入刷新和/或输出采样存在不等时间间隔时就得到非均匀采样非线性系统^[1-3]. 此类系统广泛存在于现代工业过程中^[4-5], 例如, 在化工生产过程中, 由于硬件设备的限制, 许多关键变量都是通过非均匀采样获得. 在集散控制系统中, 为了减少存储空间, 原始数据往往会经过压缩处理, 压缩后的数据也可看作非均匀采样数

据^[6]. 非均匀采样由于分辨率高、抗混叠、不受香农定理限制, 被广泛应用在信号处理、系统辨识、过程监控及故障诊断等领域.

近年来, 非均匀采样非线性系统在辨识领域受到了国内外专家和学者的广泛研究. 文献[7]利用辅助模型思想和关键项分离技术, 研究了受有色噪声干扰的非均匀采样非线性系统的辨识算法, 解决了信息向量中含有不可测噪声和耦合参数辨识的问题; 文献[8-9]提出了非均匀采样非线性系统的模糊辨识方法,

收稿日期: 2020-07-14; 修回日期: 2020-10-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773181); 中国博士后科学基金项目(2021M691276).

责任编辑: 柴利.

[†]通讯作者. E-mail: xieli@jiangnan.edu.cn.

通过聚类 and 最小二乘法或随机梯度法确定模糊模型的结构和参数,建立了系统模糊模型并进行辨识;文献[10]利用多模型理论,基于“分解-合成”思想,将非均匀采样非线性系统近似为多个局部线性系统的加权,通过辨识各个子系统参数来完成对整个系统的辨识;文献[11]利用递阶辨识方法将模型分解为两个子系统,再借助多新息遗忘随机梯度辨识算法对非均匀采样 Hammerstein-Wiener 系统进行了建模研究;文献[12]针对快速非均匀刷新的输入数据和慢速均匀采样的输出数据,提出了基于奇异值分解的辨识方法,并通过改进的递推最小二乘实现了模糊模型的结构和参数优化;文献[13]通过引入时变后移算子得到系统的离散时间模型,并将其过参数化为线性回归模型,再利用负梯度搜索原理进行迭代辨识,提出了非均匀采样 Hammerstein 系统的梯度迭代辨识算法。

目前,非均匀采样非线性系统研究大多是基于 Hammerstein 等模块化结构的非线性系统,并且假设非线性模块具有某种已知的特定结构. 而实际非线性系统往往缺乏统一而普遍适用的数学模型描述,当非线性模块不易于参数化时,上述基于非线性结构假设的方法就不再适用. 针对这一问题,本文提出了一种基于核递推最小二乘(kernel recursive least squares, KRLS)的非均匀采样 Hammerstein 非线性系统辨识方法,即利用核方法将非线性数据映射到高维特征空间中,再通过线性辨识算法对其进行辨识,而无需考虑非线性模块的具体结构. 此外,针对有色噪声干扰下 KRLS 算法辨识精度降低的缺点,提出核递推增广最小二乘(kernel recursive extended least squares, KRELS)算法,并通过仿真验证了算法的有效性.

1 问题描述

考虑图1所示输入非均匀刷新,输出周期采样的非均匀采样 Hammerstein 非线性系统.

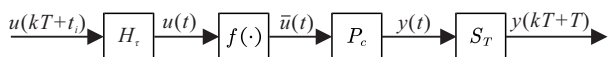


图1 非均匀采样 Hammerstein 非线性系统

连续时间信号 $u(t)$ 由离散时间信号 $u(kT + t_i)$ ($i = 1, 2, \dots, q$) 经过非均匀零阶保持器 H_τ 后生成,再通过非线性环节 $f(\cdot)$ 得到连续时间信号 $\bar{u}(t) = f(u(t))$ 作为线性动态过程 P_c 的输入,得到连续系统的可测输出 $y(t)$,最后通过周期为 T 的输出采样器 S_T 得到离散采样信号 $y(kT)$.

输入非均匀刷新,输出周期采样方案如图2所示.

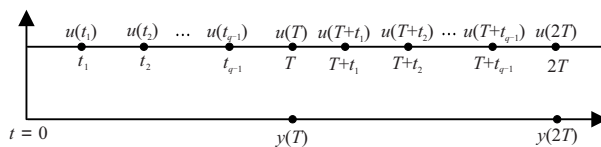


图2 非均匀周期刷新和周期采样方案

非均匀零阶保持器依次以 τ_i ($i = 1, 2, \dots, q$) 为刷新间隔,于是 $t_i = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_i$ (设 $t_0 = 0$), $T = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_q$ 为框架周期. 在第 k 个周期 $[kT, (k+1)T]$ 内控制输入以 $t = kT + t_i$ ($i = 1, 2, \dots, q, k = 0, 1, \dots$) 为刷新时间点非均匀刷新 q 次. 输入信号 $u(t)$ 可表示为

$$u(t) = \begin{cases} u(kT), & kT \leq t < kT + t_1; \\ u(kT + t_1), & kT + t_1 \leq t < kT + t_2; \\ \vdots \\ u(kT + t_{q-1}), & kT + t_{q-1} \leq t < (k+1)T. \end{cases}$$

针对图1所示的非均匀采样非线性系统,利用提升技术^[14-16]可以将连续时间过程 P_c 转换为周期 T 上的一个时不变多输入单输出系统,相应的提升传递函数模型为

$$\alpha(z)y(kT) = \sum_{i=1}^q \beta_i(z)\bar{u}(kT + t_{i-1}). \quad (1)$$

其中

$$\alpha(z) = 1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_n z^{-n},$$

$$\beta_1(z) = \beta_{10} + \beta_{11} z^{-1} + \dots + \beta_{1n} z^{-n},$$

$$\beta_i(z) = \beta_{i1} z^{-1} + \beta_{i2} z^{-2} + \dots + \beta_{in} z^{-n}.$$

本文辨识的目标是:基于可测得的输入输出数据 $\{y(kT), u(kT + t_i), i = 0, 1, \dots, q-1\}$,运用核递推最小二乘方法研究非均匀采样非线性系统的辨识问题.

2 辨识算法

2.1 白噪声干扰情形

系统模型(1)并没有考虑任何噪声干扰,而实际系统常常会受到噪声影响. 首先考虑附加噪声为白噪声的情况,即在式(1)的右端加上白噪声干扰项 $v(kT)$,可得

$$\alpha(z)y(kT) = \sum_{i=1}^q \beta_i(z)\bar{u}(kT + t_{i-1}) + v(kT). \quad (2)$$

对于非均匀采样非线性系统,目前大多数研究都是假设非线性环节具有某种特定结构,例如,非线性项 $\bar{u}(kT + t_{i-1})$ 是一组系数为 s_j 的已知基函数 $f_j(u(kT + t_{i-1}))$ 的和,即

$$\bar{u}(kT + t_{i-1}) =$$

$$\sum_{j=1}^m s_j f_j(u(kT + t_{i-1})) = \mathbf{f}^T(kT + t_{i-1}) \mathbf{s}.$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(kT + t_{i-1}) &= \\ [f_1(kT + t_{i-1}), f_2(kT + t_{i-1}), \dots, f_m(kT + t_{i-1})]^T, \\ \mathbf{s} &= [s_1, s_2, \dots, s_m]^T. \end{aligned}$$

从而基于关键项分离技术^[17]对不可测非线性输入和未知参数进行交互估计,或将模型(2)转换为过参数化模型^[18]进行辨识.

定义信息向量 $\phi(kT)$ 和参数向量 θ 如下:

$$\begin{aligned} \phi(kT) &= \\ [-y(kT - T), -y(kT - 2T), \dots, -y(kT - nT), \\ \mathbf{f}^T(kT), \mathbf{f}^T(kT - T), \dots, \mathbf{f}^T(kT - nT), \\ \mathbf{f}^T(kT - T + t_1), \dots, \mathbf{f}^T(kT - nT + t_1), \dots, \\ \mathbf{f}^T(kT - T + t_{q-1}), \dots, \mathbf{f}^T(kT - nT + t_{q-1})]^T, \\ \theta &= \\ [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_{10} \mathbf{s}^T, \beta_{11} \mathbf{s}^T, \dots, \beta_{1n} \mathbf{s}^T, \beta_{21} \mathbf{s}^T, \\ \beta_{22} \mathbf{s}^T, \dots, \beta_{2n} \mathbf{s}^T, \dots, \beta_{q1} \mathbf{s}^T, \beta_{q2} \mathbf{s}^T, \dots, \beta_{qn} \mathbf{s}^T]^T, \end{aligned}$$

则式(2)可以写为

$$y(kT) = \phi^T(kT) \theta + v(kT). \quad (3)$$

对于过参数化辨识模型(3),利用传统的线性辨识算法如递推最小二乘(recursive least squares, RLS)可以辨识出其参数,但是线性辨识算法的缺点在于信息向量 $\phi(kT)$ 中必须含有系统的非线性信息.而当系统非线性环节无法被参数化即非线性环节的输出不能用可测输入参数化表示时,RLS算法就无法获得满意的参数估计.为此,本文采用文献[19]提出的一种用于时变在线自适应的核学习方法进行辨识.核方法的主要思想是通过Mercer定理^[20]将输入空间中的数据映射到高维可再生核希尔伯特空间(reproducing kernel Hilbert space, RKHS)中,则在RKHS中的内积运算可以通过核函数在低维空间中直接完成计算^[21],不需要显式地知道具体的映射形式,整个计算过程被简化.在此过程中,RKHS提供了线性、凸性和全局逼近能力.由于映射后的数据线性可分,在特征空间中利用合适的线性算法即可巧妙地处理原本的非线性问题近似为线性问题来处理.

定义一个不包含任何非线性项的系统信息向量

$$\begin{aligned} \psi(kT) &= \\ [y(kT - T), y(kT - 2T), \dots, y(kT - nT), \\ u(kT), u(kT - T), \dots, u(kT - nT), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(kT - T + t_1), \dots, u(kT - nT + t_1), \dots, \\ u(kT - T + t_{q-1}), \dots, u(kT - nT + t_{q-1})]^T. \end{aligned}$$

显然,在原始输入空间中非均匀采样非线性系统(2)无法用 $\psi(kT)$ 线性表示,只能表示为式(3)所示的过参数化辨识模型,其中的信息向量 $\phi(kT)$ 必须包含相关的各个非线性项.

为了将非线性辨识问题转换为线性辨识问题,利用Mercer定理将原始输入空间中的信息向量 $\psi(kT)$ 通过非线性映射 $\sigma(\cdot)$ 投影到高维RKHS中,表示为 $\sigma(\psi(kT))$.则在RKHS中非均匀采样非线性系统的输出 $y(kT)$ 可由高维输入向量 $\sigma(\psi(kT))$ 线性表示,即

$$y(kT) = \sigma^T(\psi(kT)) \omega + v(kT). \quad (4)$$

对于辨识模型(4),KRLS利用投影到高维特征空间中的数据在每一次递推计算中致力于最小化

$$\min_{\omega} \sum_{i=1}^k |y(iT) - \sigma^T(\psi(iT)) \omega|^2 + \lambda \|\omega\|^2. \quad (5)$$

其中: $\lambda \|\omega\|^2$ 为正则化项, λ 为正则化因子.正则化项的加入是为了防止模型过拟合进而导致算法训练误差很小而测试误差却很大,因此有必要选择合适的正则化项以提高算法的泛化性能.式(5)的解为

$$\omega(kT) = [\lambda I + \Phi(kT) \Phi^T(kT)]^{-1} \Phi(kT) Y(kT). \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} Y(kT) &= [y(T), y(2T), \dots, y(kT)]^T, \\ \Phi(kT) &= [\sigma(\psi(T)), \sigma(\psi(2T)), \dots, \sigma(\psi(kT))]. \end{aligned}$$

利用矩阵求逆引理对式(6)进行转换可得

$$\omega(kT) = \Phi(kT) [\lambda I + \Phi^T(kT) \Phi(kT)]^{-1} Y(kT). \quad (7)$$

通过将式(6)转化为(7)所示的形式,容易看出,其中存在向量内积运算,这对后面利用核函数计算内积是非常重要的.令展开系数 $\mathbf{a}(kT)$ 和核逆矩阵 $Q(kT)$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(kT) &= [\lambda I + \Phi^T(kT) \Phi(kT)]^{-1} Y(kT), \\ Q(kT) &= [\lambda I + \Phi^T(kT) \Phi(kT)]^{-1}. \end{aligned}$$

利用块矩阵求逆引理可得

$$\begin{aligned} Q(kT) &= \\ r(kT)^{-1} \times \\ \begin{bmatrix} Q(kT - T) r(kT) + \mathbf{z}(kT) \mathbf{z}^T(kT) & -\mathbf{z}(kT) \\ -\mathbf{z}^T(kT) & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(kT) &= \Phi^T(kT - T)\sigma(\psi(kT)), \\ \mathbf{z}(kT) &= \mathbf{Q}(kT - T)\mathbf{h}(kT), \\ r(kT) &= \lambda + \sigma^T(\psi(kT))\sigma(\psi(kT)) - \mathbf{z}^T(kT)\mathbf{h}(kT). \end{aligned}$$

从而可得展开系数 $\mathbf{a}(kT)$ 的递推更新表达式

$$\mathbf{a}(kT) = \mathbf{Q}(kT)\mathbf{Y}(kT) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(kT - T) - \mathbf{z}(kT)r(kT)^{-1}e(kT) \\ r(kT)^{-1}e(kT) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

其中: $e(kT)$ 是 kT 时刻的新息,即系统真实输出与模型预测输出之差

$$\begin{aligned} e(kT) &= y(kT) - \sigma^T(\psi(kT))\omega(kT - T) = \\ &= y(kT) - \mathbf{h}^T(kT)\mathbf{a}(kT - T). \end{aligned} \quad (10)$$

综上所述,式(8)~(10)构成了白噪声干扰下非均匀采样非线性系统的KRLS辨识算法.其中高维特征空间中的向量内积可以通过核函数计算,即 $\sigma^T(x_1)\sigma(x_2) = \kappa(x_1, x_2)$, $\kappa(\cdot, \cdot)$ 为核函数.因此在获得 kT 时刻KRLS模型后,对于任意给定的一个系统输入 ψ^* ,可以得到系统输出为

$$\begin{aligned} y^* &= \sigma^T(\psi^*)\omega(kT) = \sigma^T(\psi^*)\Phi(kT)\mathbf{a}(kT) = \\ &= \sigma^T(\psi^*)[\sigma(\psi(T)), \dots, \sigma(\psi(kT))]\mathbf{a}(kT) = \\ &= [\kappa(\psi^*, \psi(T)), \dots, \kappa(\psi^*, \psi(kT))]\mathbf{a}(kT). \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 有色噪声干扰情形

KRLS算法在推导时假设附加噪声为不可测随机白噪声序列,如果附加噪声为有色噪声,则KRLS算法辨识精度会降低.为此,考虑有色噪声干扰下非均匀采样非线性系统的辨识问题,将系统模型(2)改写为

$$\alpha(z)y(kT) = \sum_{i=1}^q \beta_i(z)\bar{u}(kT + t_{i-1}) + D(z)v(kT), \quad (12)$$

其中

$$D(z) = 1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} + \dots + d_{n_d}z^{-n_d}.$$

定义系统增广信息向量为

$$\varphi(kT) = [\psi^T(kT), v(kT - T), \dots, v(kT - n_dT)]^T.$$

同样利用Mercer定理将 $\varphi(kT)$ 投影到RKHS中,系统输出 $y(kT)$ 可表示为

$$y(kT) = \sigma^T(\varphi(kT))\omega + v(kT). \quad (13)$$

相应的极小化损失函数由式(5)变为如下形式:

$$\min_{\omega} \sum_{i=1}^k |y(iT) - \sigma^T(\varphi(iT))\omega|^2 + \lambda \|\omega\|^2. \quad (14)$$

根据2.1节KRLS算法的推导过程可知,投影后

的高维特征空间输入向量已经包含了系统的非线性特性,所以有色噪声干扰情形下增广信息向量 $\varphi(kT)$ 也不用添加非线性项,但是由于 $\varphi(kT)$ 中含有不可测噪声项 $v(kT - iT)$,使得式(14)无法直接通过KRLS算法计算出最优权值向量 $\omega(kT)$.因此参考递推增广最小二乘算法的思想,利用估计残差 $\hat{v}(kT - iT)$ 代替增广信息向量中的不可测噪声项 $v(kT - iT)$,代替后的增广信息向量记作

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}(kT) &= \\ &= [y(kT - T), y(kT - 2T), \dots, y(kT - nT), \\ &= u(kT), u(kT - T), \dots, u(kT - nT), \\ &= u(kT - T + t_1), \dots, u(kT - nT + t_1), \dots, \\ &= u(kT - T + t_{q-1}), \dots, u(kT - nT + t_{q-1}), \\ &= \hat{v}(kT - T), \dots, \hat{v}(kT - n_dT)]^T. \end{aligned} \quad (15)$$

同样通过Mercer定理将 $\hat{\varphi}(kT)$ 投影到高维RKHS中,将其表示为 $\sigma(\hat{\varphi}(kT))$,则估计残差 $\hat{v}(kT)$ 可通过下式计算:

$$\begin{aligned} \hat{v}(kT) &= y(kT) - \sigma^T(\hat{\varphi}(kT))\omega(kT) = \\ &= y(kT) - \sigma^T(\hat{\varphi}(kT))[\sigma(\hat{\varphi}(T)), \dots, \\ &= \sigma(\hat{\varphi}(kT))]\mathbf{a}(kT) = y(kT) - \mathbf{H}^T(kT)\mathbf{a}(kT). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(kT) &= \\ &= [\kappa(\hat{\varphi}(kT), \hat{\varphi}(T)), \dots, \kappa(\hat{\varphi}(kT), \hat{\varphi}(kT))]^T. \end{aligned}$$

由此可得有色噪声干扰下非均匀采样非线性系统的核递推增广最小二乘(kernel recursive extended least squares, KRELS)辨识算法

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(kT) &= \\ &= [\kappa(\hat{\varphi}(kT), \hat{\varphi}(T)), \dots, \kappa(\hat{\varphi}(kT), \hat{\varphi}(kT - T))]^T, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathbf{z}(kT) = \mathbf{Q}(kT - T)\mathbf{h}(kT), \quad (17)$$

$$r(kT) = \lambda + \kappa(\hat{\varphi}(kT), \hat{\varphi}(kT)) - \mathbf{z}^T(kT)\mathbf{h}(kT), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(kT) &= \\ &= r(kT)^{-1} \times \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}(kT - T)r(kT) + \mathbf{z}(kT)\mathbf{z}^T(kT) & -\mathbf{z}(kT) \\ -\mathbf{z}^T(kT) & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$e(kT) = y(kT) - \mathbf{h}^T(kT)\mathbf{a}(kT - T), \quad (20)$$

$$\mathbf{a}(kT) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(kT - T) - \mathbf{z}(kT)r(kT)^{-1}e(kT) \\ r(kT)^{-1}e(kT) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\mathbf{H}(kT) = [\kappa(\hat{\varphi}(kT), \hat{\varphi}(T)), \dots, \kappa(\hat{\varphi}(kT), \hat{\varphi}(kT))]^T, \quad (22)$$

$$\hat{v}(kT) = y(kT) - \mathbf{H}^T(kT)\mathbf{a}(kT). \quad (23)$$

非均匀采样非线性系统KRELS算法的计算流程如图3所示,具体的计算步骤如下.

step 1: 设定数据长度为 L ,令 $k = 1$,并进行初始化: $u(kT - lT + t_i) = 1/p_0, y(kT - lT) = 1/p_0, \hat{v}(kT - jT) = 1/p_0, l = 1, 2, \dots, n, i = 0, 1, \dots, q - 1, j = 1, 2, \dots, n_d, p_0 = 10^6$;置初值 $Q(T) = (\lambda + \kappa(\hat{\varphi}(T), \hat{\varphi}(T)))^{-1}, a(T) = Q(T)y(T)$.

step 2: 令 $k = k + 1$,收集非均匀输入输出观测数据 $\{u(kT), u(kT + t_1), \dots, u(kT + t_{q-1}), y(kT)\}$,由式(15)构造 $\hat{\varphi}(kT)$.

step 3: 根据式(16)~(18)依次计算 $\mathbf{h}(kT), \mathbf{z}(kT), r(kT)$,根据式(20)计算预测误差 $e(kT)$.

step 4: 分别由式(19)和(21)刷新核逆矩阵 $Q(kT)$ 和展开系数 $\mathbf{a}(kT)$.

step 5: 根据式(22)计算 $\mathbf{H}(kT)$,由式(23)获得估计残差 $\hat{v}(kT)$.

step 6: 判断 k 是否小于 L ,如果是,则转step 2继续递推计算,否则结束计算,存储模型各个参数.

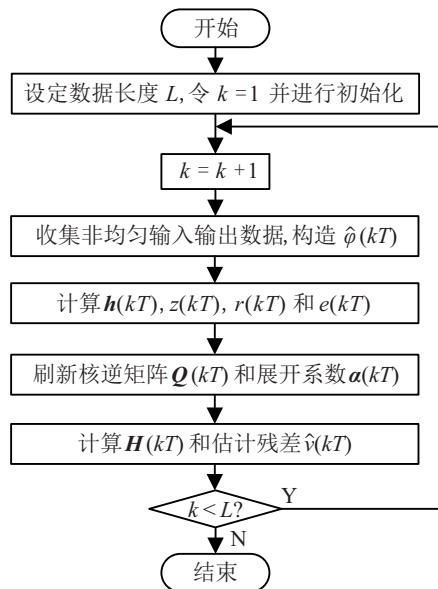


图3 非均匀采样非线性系统KRELS算法

3 仿真例子

考虑图1所示的非均匀采样非线性系统,其中线性动态环节 P_c 的状态空间模型如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -0.3 & -0.2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \bar{u}(t), \\ y(t) = [0.4 \quad 0.2] \mathbf{x}(t). \end{cases}$$

静态非线性环节为

$$\bar{u}(t) = \tanh(u(t)) + 0.3u^2(t) + 0.2u^3(t).$$

取 $q = 2, \tau_1 = 1 \text{ s}, \tau_2 = 2 \text{ s}$,则 $t_1 = \tau_1 = 1 \text{ s}, t_2 =$

$t_1 + \tau_2 = T = 3 \text{ s}$,利用提升技术离散化 P_c 可得提升传递函数模型

$$y(kT) = \frac{0.2287z^{-1} + 0.2277z^{-2}}{1 - 0.3852z^{-1} + 0.4065z^{-2}} \bar{u}(kT) + \frac{-0.2148z^{-1} + 0.7797z^{-2}}{1 - 0.3852z^{-1} + 0.4065z^{-2}} \bar{u}(kT + t_1).$$

假设附加噪声为白噪声,可得该非均匀采样非线性系统的输入输出表达模型

$$(1 - 0.3852z^{-1} + 0.4065z^{-2})y(kT) = (0.2287z^{-1} + 0.2277z^{-2})\bar{u}(kT) + (-0.2148z^{-1} + 0.7797z^{-2})\bar{u}(kT + t_1) + v(kT).$$

进行50次Monte Carlo仿真,每一次输入 $\{u(kT + t_i), i = 0, 1, \dots, q - 1\}$ 采用零均值单位方差不相关可测随机变量序列,附加噪声 $v(kT)$ 取零均值白噪声序列,取1000组数据作为训练集,另100组数据作为测试集,评价指标为均方误差 $\text{MSE} = E[e^2(kT)]$.

由于本文的研究对象为非均匀采样非线性系统,在系统非线性特性未知的情况下,高斯核函数往往比其他核函数具有更好的表现能力,因此仿真中的核函数均采用高斯核函数

$$\kappa(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \exp(-c\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|^2).$$

通过交叉验证方法^[22]选取KRLS核参数 $c = 0.02$,正则化因子 $\lambda = 0.0005$,为了验证KRLS算法的有效性,对该算法与RLS算法进行比较.表1给出了噪声方差为 $\sigma^2 = 0.1^2$ 时两种算法对非均匀采样非线性系统辨识的均方误差.可以看出,KRLS算法不论是在训练集还是测试集的辨识精度上都比RLS算法更高.

表1 RLS和KRLS辨识的均方误差

算法	训练MSE	测试MSE
RLS	0.15756	0.16221
KRLS	0.01121	0.01279

图4给出了噪声方差分别为 $\sigma^2 = 0.1^2, \sigma^2 = 0.2^2, \sigma^2 = 0.3^2, \sigma^2 = 0.4^2, \sigma^2 = 0.5^2$ 下RLS算法与KRLS算法的辨识结果.可以看出,在不同噪声方差下,KRLS算法相对于RLS算法均有更高的辨识精度.

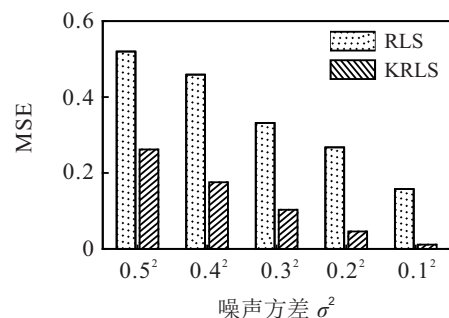


图4 不同噪声方差下RLS与KRLS均方误差比较

图5给出了当噪声方差为 $\sigma^2 = 0.1^2$ 时,KRLS算法在训练集上的整体学习曲线.可以看出,训练均方误差MSE随着数据长度 k 的增加而减小,说明KRLS算法具有较强的自适应学习能力.

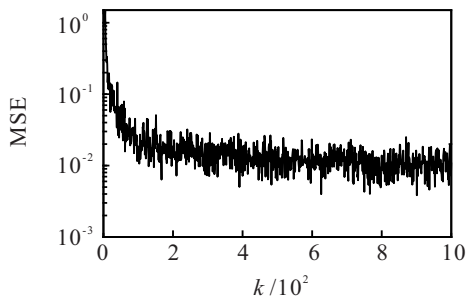


图5 KRLS训练均方误差随数据长度 k 的变化曲线

图6给出了噪声方差为 $\sigma^2 = 0.1^2$ 时,在测试集上KRLS模型输出与系统真实输出的比较结果.可以看出,系统真实输出与KRLS模型输出具有较好的拟合程度,说明KRLS算法对非均匀采样非线性系统有较好的辨识能力.

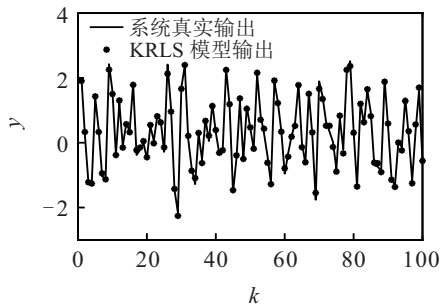


图6 KRLS模型输出与系统真实输出的比较

进一步考虑附加噪声为有色噪声的情形,假设有色噪声项为

$$D(z) = 1 - 0.7z^{-1} + 0.8z^{-2}.$$

通过交叉验证重新选取KRLS算法和KRELS算法最优核参数 $c = 0.005$,正则化因子 $\lambda = 0.001$,其余参数不变,利用这两种算法分别对该系统进行辨识.

不同噪声方差($\sigma^2 = 0.1^2, \sigma^2 = 0.2^2, \sigma^2 = 0.3^2, \sigma^2 = 0.4^2, \sigma^2 = 0.5^2$)下KRLS算法与KRELS算法的辨识结果如图7所示.

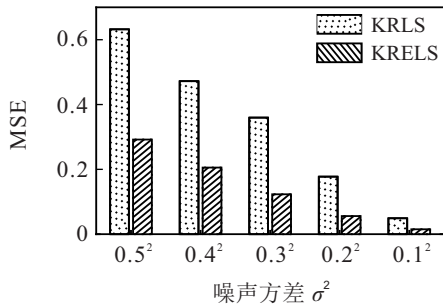


图7 不同噪声方差下KRLS与KRELS均方误差比较

由图7可以看出,对于含有有色噪声干扰的情况,KRELS算法在辨识精度和抗干扰性上都要优于KRLS算法,说明KRELS算法在针对有色噪声干扰问题时具有更好的辨识能力.

固定噪声方差 $\sigma^2 = 0.1^2$,表2和图8分别给出了两种算法在训练集和测试集上的均方误差比较结果以及在训练集上的收敛曲线.

表2 KRLS和KRELS辨识的均方误差

算法	训练MSE	测试MSE
KRLS	0.034 05	0.036 42
KRELS	0.015 11	0.015 39

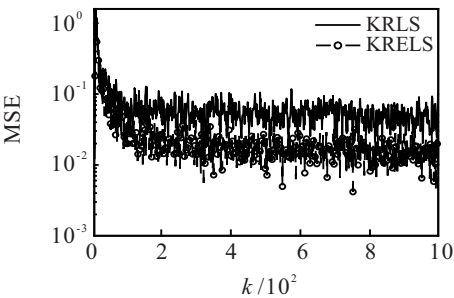


图8 KRLS和KRELS均方误差随数据长度 k 的变化曲线

图9给出了KRLS、KRELS模型输出与系统真实输出的比较结果.可以看出,KRELS算法利用估计残差代替输入向量中不可测噪声不仅能够有效提高辨识精度,且收敛速度相比KRLS算法更快.

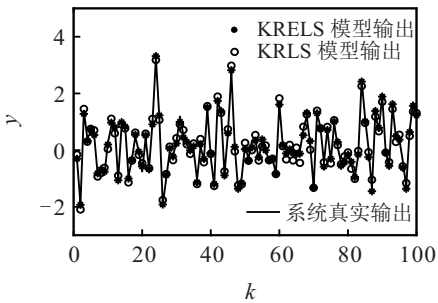


图9 KRLS和KRELS模型输出与系统真实输出的比较

4 结 论

本文针对非线性环节未知或无法被参数化表达时非均匀采样非线性系统难以辨识的问题,提出了一种KRLS辨识算法.与传统的RLS算法相比,KRLS算法在辨识精度和泛化能力方面表现出更良好的性能.此外,针对有色噪声干扰下KRLS算法辨识能力下降的问题,对KRLS算法进行改进,将信息向量中的不可测噪声用其估计值代替,提出了一种基于KRELS的非均匀采样非线性系统辨识方法.仿真结果表明,KRELS算法在处理有色噪声干扰时能有效提高辨识精度.

参考文献(References)

- [1] Vallarella A J, Haimovich H. Characterization of semiglobal stability properties for discrete-time models of non-uniformly sampled nonlinear systems[J]. Systems & Control Letters, 2018, 122: 60-66.
- [2] Braga A R, Caminhas W, Braga C M P. A recursive algorithm for estimating multiple methods continuous transfer function with non-uniform sampling[J]. International Journal of Systems Science, 2018, 49(6): 1131-1145.
- [3] Jing S X, Pan T H, Li Z M. Recursive Bayesian algorithm for identification of systems with non-uniformly sampled input data[J]. International Journal of Automation and Computing, 2018, 15(3): 335-344.
- [4] Chen J, Jiang B, Li J. Missing output identification model based recursive least squares algorithm for a distributed parameter system[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(1): 150-157.
- [5] Wang H W, Liu T. Recursive state-space model identification of non-uniformly sampled systems using singular value decomposition[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2014, 22(11/12): 1268-1273.
- [6] Ni B, Xiao D. Identification of non-uniformly sampled multirate systems with application to process data compression[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(6): 970-984.
- [7] 李向丽, 夏静, 陈维. 受滑动平均有色噪声干扰的非均匀采样非线性系统的辨识算法研究[J]. 常熟理工学院学报: 自然科学版, 2016, 30(4): 58-63.
(Li X L, Xia J, Chen W. Identification algorithm research on the multirate sampling nonlinear system with moving average colored noise[J]. Journal of Changshu Institute Technology: Nature Science, 2016, 30(4): 58-63.)
- [8] 王宏伟, 夏浩. 非均匀多采样率非线性系统的模糊辨识[J]. 控制与决策, 2015, 30(9): 1646-1652.
(Wang H W, Xia H. Fuzzy identification for non-uniformly multi-rate sampled nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2015, 30(9): 1646-1652.)
- [9] 王宏伟, 连捷. 基于竞争学习的非均匀采样非线性系统的模糊辨识[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2016, 48(4): 109-113.
(Wang H W, Lian J. Fuzzy identification of non-uniformly multirate sampled nonlinear systems based on competitive learning[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(4): 109-113.)
- [10] Liu R, Pan T H, Li Z M. Multi-model recursive identification for nonlinear systems with non-uniformly sampling[J]. Cluster Computing, 2017, 20(1): 25-32.
- [11] 刘冉冉, 潘天红, 李正明. 非均匀Hammerstein-Wiener系统的递归随机梯度辨识算法[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1491-1496.
(Liu R R, Pan T H, Li Z M. Hierarchical stochastic gradient identification for Hammerstein-Wiener systems with non-uniformly sampling[J]. Control and Decision, 2015, 30(8): 1491-1496.)
- [12] 王宏伟, 谢丽蓉. 基于奇异值分解的非均匀采样非线性系统的模糊模型辨识[J]. 控制与决策, 2020, 35(3): 757-762.
(Wang H W, Xie L R. Identification of fuzzy model of non-uniformly sampled nonlinear systems based on singular value decomposition[J]. Control and Decision, 2020, 35(3): 757-762.)
- [13] 谢莉, 杨慧中. 非均匀采样Hammerstein系统的梯度迭代辨识算法[J]. 南京理工大学学报, 2017, 41(6): 738-747.
(Xie L, Yang H Z. Gradient based iterative identification algorithm for non-uniformly sampled Hammerstein systems[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2017, 41(6): 738-747.)
- [14] 丁锋, 陈通文, 萧德云. 一般双率随机系统状态空间模型及其辨识[J]. 自动化学报, 2004, 30(5): 652-663.
(Ding F, Chen T W, Xiao D Y. State-space modeling and identification of general dual-rate stochastic systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(5): 652-663.)
- [15] Ding F, Chen T W. Hierarchical identification of lifted state-space models for general dual-rate systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2005, 52(6): 1179-1187.
- [16] 丁锋, 陈通文, 萧德云. 非均匀周期采样多率系统的一种辨识方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1414-1420.
(Ding F, Chen T W, Xiao D Y. Identification of non-uniformly periodically sampled multirate systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1414-1420.)
- [17] Ding F, Chen H B, Xu L, et al. A hierarchical least squares identification algorithm for Hammerstein nonlinear systems using the key term separation[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(8): 3737-3752.
- [18] Chen H B, Ding F. Hierarchical least squares identification for Hammerstein nonlinear controlled autoregressive systems[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2015, 34(1): 61-75.
- [19] Engel Y, Mannor S, Meir R. The kernel recursive least-squares algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(8): 2275-2285.
- [20] Pillonetto G, Dinuzzo F, Chen T S, et al. Kernel methods in system identification, machine learning and function estimation: A survey[J]. Automatica, 2014, 50(3): 657-682.
- [21] Takizawa M A, Yukawa M. Efficient dictionary-refining kernel adaptive filter with fundamental insights[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(16): 4337-4350.
- [22] Wang T H, Chen J T. Survey of research on kernel selection[J]. Computer Engineering and Design, 2012, 33(3): 1181-1186.

作者简介

潘雅璞(1996—), 男, 硕士生, 从事多率系统辨识的研究, E-mail: 6191913025@stu.jiangnan.edu.cn;

谢莉(1985—), 女, 副教授, 博士, 从事软测量建模和多率系统辨识等研究, E-mail: xieli@jiangnan.edu.cn;

杨慧中(1955—), 女, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模与优化控制等研究, E-mail: yhz@jiangnan.edu.cn.

(责任编辑: 闫 妍)