

控制与决策

Control and Decision

时变参数不确定离散时间系统的预见控制

李丽, 任祯琴

引用本文:

李丽, 任祯琴. 时变参数不确定离散时间系统的预见控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 3074–3082.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0373>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty

控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

输入约束不确定系统的点对点迭代学习控制与优化

Point-to-point iterative learning control and optimization for uncertain systems with constrained input

控制与决策. 2021, 36(6): 1435–1441 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0908>

带有输出约束的柔性关节机械臂预设性能自适应控制

Prescribed performance adaptive control of flexible-joint manipulators with output constraints

控制与决策. 2021, 36(2): 387–394 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0974>

基于Razumikhin方法的时变时滞非线性系统的输出反馈镇定

Output-feedback stabilization for nonlinear systems with time-varying delay based on Razumikhin-type approach

控制与决策. 2021, 36(11): 2812–2816 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0304>

时变参数不确定离散时间系统的预见控制

李 丽^{1,3}, 任祯琴^{2†}

(1. 湖北经济学院 信息管理与统计学院, 武汉 430205; 2. 洛阳师范学院 信息技术学院, 河南 洛阳 471934;
3. 湖北经济学院 湖北数据与分析中心, 武汉 430205)

摘要: 基于具有参数依赖的 Lyapunov 函数方法及 LMI 技巧, 研究一类时变参数不确定离散时间系统的预见跟踪控制问题. 首先, 采用预见控制理论中误差系统的方法, 引入两个与状态变量和输入变量有关的辅助信号, 构造出包含未来目标值信号和干扰信号的信息的扩大误差系统, 将原系统的预见跟踪问题转化为扩大误差系统的镇定问题; 然后, 针对扩大误差系统, 考虑输出反馈时, 通过改造输出方程融合可预见信号的未来信息. 研究表明, 通过求解 LMI, 即可确定静态输出反馈预见控制器增益矩阵的参数矩阵. 数值仿真表明了结果的有效性.

关键词: 扩大误差系统; 预见控制; 时变参数; 不确定系统; 输出反馈; 预见跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0373

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 李丽, 任祯琴. 时变参数不确定离散时间系统的预见控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(12): 3074-3082.

Preview control for discrete-time polytopic time-varying systems

LI Li^{1,3}, REN Zhen-qin^{2†}

(1. School of Information Management and Statistics, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, China;
2. School of Information Technology, Luoyang Normal University, Luoyang 471934, China; 3. Hubei Center for Data and Analysis, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, China)

Abstract: Based on the parameter-dependent Lyapunov function method with the LMI technique, this paper considers the preview tracking control problem of a class of discrete-time polytopic time-varying systems. Firstly, the error system method of the preview control theory is adopted and two auxiliary variables related to the system state and input are introduced. An augmented error system including previewed information is constructed, which transforms a tracking problem into a stabilization problem. Then, while considering the output feedback, a previewable reference signal is fully utilized through reformulation of the output equation for the derived augmented error system. The designed controller guarantees that the output can asymptotically track a given reference signal. Research shows that the static output preview controller parameter matrices can be achieved from the solution of LMIs problems. The numerical simulation example also illustrates the effectiveness of the desired preview controller.

Keywords: augmented error system; preview control; time-varying polytopic uncertainties; uncertain system; output feedback; preview tracking

0 引言

预见控制是充分利用已知的未来目标值或未来干扰值的信息来改善闭环系统品质的控制方法. 预见控制有以下优点: 首先, 通过利用可以预见的未来信息, 使得人们能够提高闭环系统的跟踪性能; 其次, 可以方便地对已有的反馈控制系统追加预见前馈作用^[1-2]. 预见控制的思想最初起源于 20 世纪 60 年代, Sheridan 在文献[3]中介绍了预见控制的本质特征和 3 种基本模型, 通过 3 个模型, 给出了预见控制

的概念. Bender^[4]将线性最优预见控制的方法应用于车辆悬挂系统. Hayase 等^[5]提出了利用目标值改善系统跟踪性能的预见控制方法. 20 世纪 70 年代, 以 Tomizuka 等^[6-7]、Katayama 等^[8]为代表的学者们发表了一系列成果, 这方面的研究才被人们广泛关注. 其中, 带有预见补偿的线性二次型(LQ)最优控制问题被研究得尤为深刻^[9-15]. 再后来, 一些学者还将预见控制的思想与 H_2/H_∞ 控制相结合, 提出预见控制系统的 H_2/H_∞ 控制理论^[16-19]. 需要指出的是, 上述文献

收稿日期: 2020-04-01; 修回日期: 2020-09-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61903130); 湖北省自然科学基金项目(2019CFB227).

责任编辑: 徐胜元.

[†]通讯作者. E-mail: renzhenqin619@sohu.com.

的共同特点是它们的最优预见控制器的设计方法都是基于 Riccati 方程. 然而, 基于 Riccati 方程的设计方法对于某些不确定系统则往往是失效的, 因为这类系统需要采用 LMI 方法分析鲁棒性能. 此时, 文献 [20] 构造增广系统 (将带积分鲁棒预见跟踪控制问题转化为鲁棒 LQ 调节器问题, 得到的控制器结构也包含预见前馈补偿器、状态反馈控制器和积分环节) 来研究带执行器故障的离散时间多面体不确定系统的预见控制问题. 文献 [21-22] 将预见控制理论的经典差分方法直接推广到参数不确定系统中, 并结合 LMI 技术给出了鲁棒预见控制器的设计方法. 另一方面, 为了克服文献 [20-22] 中的差分算子无法作用于时变的不确定项, 文献 [23-24] 利用系统状态与其稳态值之差代替通常的状态差分来构造扩大误差系统, 通过求解 LMI 来给出预见控制器的设计方法. 可惜的是文献 [23-24] 的构造方法所导出的扩大误差系统结构复杂、计算量大, 不利于预见控制器的设计和分析. 为了克服文献 [23-24] 中误差系统的构造困难, 文献 [25-26] 通过引入辅助变量, 并用系统状态向量及输入向量与相应辅助变量之差代替通常的状态差分, 可以构造出扩大误差系统, 将跟踪问题转化为调节问题, 进而设计鲁棒预见控制器.

针对一类时变参数不确定离散系统, 本文将设计输出反馈预见控制器. 考虑到系统中的不确定项是时变的、未知的, 因此文献 [20-22] 中经典差分的方法无法推广到本文中. 为了避免对时变矩阵取差分, 本文将文献 [24-25] 中的误差系统的构造方法推广到时变参数不确定系统中, 构造出时变参数不确定系统的扩大误差系统, 并通过改写输出方程充分利用可预见的目标值信号; 然后结合参数依赖的 Lyapunov 稳定性理论和 LMI 技巧给出闭环系统渐近稳定的充分条件及预见控制器的设计方法. 本文还将通过数值仿真对带有预见补偿和没有预见作用的控制器进行比较, 显示出预见作用对跟踪目标值信号和抑制干扰信号的优越性.

本文使用如下记号: $R^n, R^{n \times m}$ 分别表示实数域上的 n 维向量空间与 $n \times m$ 矩阵空间; $P > 0$ 表示为 P 对称正定矩阵; $P > Q$ 表示 $P - Q > 0$; $*$ 表示对称矩阵的对称项; A^T 表示矩阵的转置矩阵; $l_2[0, \infty)$ 表示为平方和的向量集合; I 表示单位矩阵, 其阶数可从其前后文的叙述中知道.

1 问题描述及基本假设

考虑如下不确定离散时间系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ (A + A(\alpha_k))x(k) + (B + B(\alpha_k))u(k) + \\ (D + D(\alpha_k))w(k), \\ y(k) = (C + C(\alpha_k))x(k) + (E + E(\alpha_k))w(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$ 是状态向量; $u(k) \in R^m$ 是输入向量; $y(k) \in R^q$ 是输出向量; $w(k) \in R^l$ 是干扰向量且 $w(k) \in l_2[0, \infty)$; A, B, C, D 和 E 是具有适当维数的常数矩阵. $A(\alpha_k), B(\alpha_k), C(\alpha_k), D(\alpha_k)$ 和 $E(\alpha_k)$ 是具有适当维数的不确定时变矩阵且满足如下形式:

$$\begin{bmatrix} A(\alpha_k) & B(\alpha_k) & C(\alpha_k) & D(\alpha_k) & E(\alpha_k) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} [A_i \ B_i \ C_i \ D_i \ E_i]. \quad (2)$$

其中: A_i, B_i, C_i, D_i 和 $E_i (i = 1, 2, \dots, s)$ 为具有适当维数的常数矩阵; $\alpha(k) = (\alpha_1(k) \ \alpha_2(k) \ \dots \ \alpha_s(k))^T \in R^s$ 为不确定的时变参数向量, 且满足

$$\alpha(k) \in \Theta := \left\{ \alpha(k) \in R^s \mid \alpha_i(k) \geq 0, \sum_{i=1}^s \alpha_i(k) = 1 \right\}. \quad (3)$$

为了叙述方便, 分别将 $\alpha(k)$ 和 $\alpha_i(k)$ 简写为 α_k 和 $\alpha_{k,i}$.

对系统 (1) 作如下假设:

A1: $\begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$ 可逆;

A2: 设目标信号 $r(k) \in R^q$ 的可预见步数为 M_R , 即在当前时刻 $k, r(k), r(k+1), \dots, r(k+M_R)$ 是已知的, 并假设 M_R 步之后目标值为零, 即

$$r(k+j) = 0, \quad j \geq M_R + 1;$$

A3: 设干扰信号 $w(k) \in R^l$ 的可预见步数为 M_d , 即在当前时刻 $k, w(k), w(k+1), \dots, w(k+M_d)$ 是已知的, 并假设 M_d 步之后干扰值为零, 即

$$w(k+j) = 0, \quad j \geq M_d + 1.$$

注1 A2和A3是关于目标值信号和干扰信号可预见的假设. 理论研究和实际例子均表明, 只有一段时间的可预见信号对系统的性能有较明显的影响, 预见步数以外的信号值对系统性能的影响不大, 所以一般假设可预见步数之外的值为常向量. 事实上, 普通的反馈控制系统不利用可预见信号, 相当于预见步数为零.

本文的目的是设计一个带有预见作用的输出反馈控制器, 使得虽然系统受到不确定扰动的影响, 其输出仍然能够跟踪目标值信号.

2 主要结果

2.1 扩大误差系统的推导

首先,本文通过预见控制理论误差系统的思想和辅助方法,构造预见控制理论中所谓的“扩大误差系统”,将原系统的预见控制问题转为扩大误差系统的镇定问题.

原系统的标称系统为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (4)$$

根据文献[25-26]的辅助方法,引入如下新向量:

$$\tilde{x}(k) = x(k) - x_s(k), \quad \tilde{u}(k) = u(k) - u_s(k). \quad (5)$$

其中: $x_s(k)$ 、 $u_s(k)$ 是适当的辅助变量,令

$$\begin{cases} x_s(k) = S_x r(k), \\ u_s(k) = S_u r(k); \end{cases} \quad (6)$$

$$S_x = [I \ 0] \begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix},$$

$$S_u = [0 \ I] \begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$

注2 如文献[26]已经提到,辅助变量将用于构造时变不确定系统的扩大误差系统,以便把预见跟踪问题转化为扩大误差系统的调节问题.当 $x_s(k) = x(k-1)$ 和 $u_s(k) = u(k-1)$ 时,得到文献[8, 12-13, 20-22]的经典差分算子方法.文献[23-24]的构造方法相当于在式(5)中取 $u_s(k) = u(\infty)$, $x_s(k) = x(\infty)$.由于本文的不确定项是时变的,无法通过取差分来构造误差系统.如果利用文献[23-24]中的构造方法,则使得标称系统的信息利用得不够充分.本文方法是对以前方法的改进.

根据式(1)、(5)和(6)得到

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1) = & [A + A(\alpha_k)]\tilde{x}(k) + [B + B(\alpha_k)]\tilde{u}(k) + \\ & [D + D(\alpha_k)]w(k) + [A + A(\alpha_k)]S_x r(k) + \\ & [B + B(\alpha_k)]S_u r(k) - S_x r(k+1), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} y(k) = & [C + C(\alpha_k)]\tilde{x}(k) + [E + E(\alpha_k)]w(k) + \\ & [C + C(\alpha_k)]S_x r(k). \end{aligned} \quad (8)$$

定义跟踪误差信号

$$e(k) = y(k) - r(k). \quad (9)$$

结合式(8)和(9)得到

$$\begin{aligned} e(k) = & [C + C(\alpha_k)]\tilde{x}(k) + [E + E(\alpha_k)]w(k) + \\ & [(C + C(\alpha_k))S_x - I]r(k). \end{aligned} \quad (10)$$

由于在当前时刻 k , $r(k), r(k+1), \dots, r(k+M_R)$, $w(k), w(k+1), \dots, w(k+M_d)$ 是已知的,令

$$X_r(k) = [r(k)^T \ r(k+1)^T \ \dots \ r(k+M_R)^T]^T,$$

$$X_w(k) = [w(k)^T \ w(k+1)^T \ \dots \ w(k+M_d)^T]^T,$$

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & I_q & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & I_q \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{[(M_R+1)q] \times [(M_R+1)q]},$$

$$A_W = \begin{bmatrix} 0 & I_l & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & I_l \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{[(M_d+1)l] \times [(M_d+1)l]}.$$

根据A2和A3可得到等式

$$X_r(k+1) = A_R X_r(k), \quad (11)$$

$$X_w(k+1) = A_W X_w(k). \quad (12)$$

为了实现无静态误差跟踪,还引进离散积分器

$$v(k+1) = v(k) + e(k). \quad (13)$$

将式(10)代入(13),得

$$\begin{aligned} v(k+1) = & v(k) + [C + C(\alpha_k)]\tilde{x}(k) + [E + E(\alpha_k)]w(k) + \\ & [(C + C(\alpha_k))S_x - I]r(k). \end{aligned} \quad (14)$$

基于式(7), (11), (12)和(14),得到

$$\hat{x}(k+1) = [\hat{A} + \hat{A}(\alpha_k)]\hat{x}(k) + [\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k)]\tilde{u}(k). \quad (15)$$

其中

$$\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ \tilde{x}(k) \\ X_r(k) \\ X_w(k) \end{bmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} I & C & G_1 & G_2 \\ 0 & A & G_3 & G_4 \\ 0 & 0 & A_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_W \end{bmatrix},$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}(\alpha_k) = \begin{bmatrix} 0 \\ B(\alpha_k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{A}(\alpha_k) = \begin{bmatrix} 0 & C(\alpha_k) & G_1(\alpha_k) & G_2(\alpha_k) \\ 0 & A(\alpha_k) & G_3(\alpha_k) & G_4(\alpha_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} CS_x - I & \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 G_2 &= \begin{bmatrix} E & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix}, \\
 G_3 &= \begin{bmatrix} AS_x + BS_u - S_x & \underbrace{0 \dots 0}_{M_{R-1}} \\ & \end{bmatrix}, \\
 G_4 &= \begin{bmatrix} D & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix}, \\
 G_1(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} C(\alpha_k)S_x & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \\ & \end{bmatrix}, \\
 G_2(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} E(\alpha_k) & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix}, \\
 G_3(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} A(\alpha_k)S_x + B(\alpha_k)S_u & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \\ & \end{bmatrix}, \\
 G_4(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} D(\alpha_k) & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

由式(2)和(3)可知, $\hat{A}(\alpha_k)$ 和 $\hat{B}(\alpha_k)$ 可表示为

$$\begin{aligned}
 G_1(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} C_i S_x & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \begin{bmatrix} C_i S_x & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{1i}, \tag{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_2(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} E_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \begin{bmatrix} E_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{2i}, \tag{17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_3(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} A_i S_x + B_i S_u & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \begin{bmatrix} A_i S_x + B_i S_u & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{3i}, \tag{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_4(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} D_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \begin{bmatrix} D_i & \underbrace{0 \dots 0}_{M_d} \\ & \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{4i}, \tag{19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{A}(\alpha_k) &= \\
 & \begin{bmatrix} 0 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} C_i & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{1i} & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{2i} \\ 0 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} A_i & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{3i} & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{4i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \begin{bmatrix} 0 & C_i & G_{1i} & G_{2i} \\ 0 & A_i & G_{3i} & G_{4i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_i \hat{A}_i, \tag{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{B}(\alpha) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} B_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \begin{bmatrix} 0 \\ B_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\
 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \hat{B}_i. \tag{21}
 \end{aligned}$$

系统(15)的主要特点是: 体现预见信息的 $X_r(k)$ 和 $X_w(k)$ 是状态向量的一部分, 系统(15)便包含了可预见信号的信息. 另外, 考虑到系统(1)的输出方程和目标值信号与干扰信号的可预见, 针对形式系统(15), 输出方程取为

$$Z(k) = [C_Z + C_Z(\alpha_k)]\hat{x}(k). \tag{22}$$

其中

$$\begin{aligned}
 G_{yR} &= \begin{bmatrix} CS_x & \underbrace{0 \dots 0}_{M_R} \\ & \end{bmatrix}, \\
 C_Z &= \begin{bmatrix} I_q & & \\ C & G_{yR} & G_2 \\ & I_{(M_R+1)q} & \\ & & I_{(M_d+1)l} \end{bmatrix}, \\
 C_Z(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} 0 & & & \\ C(\alpha_k) & G_1(\alpha_k) & G_2(\alpha_k) & \\ & 0 & & \\ & & & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

改写后的输出方程使得设计的输出反馈器带有预见反馈项和误差积分项, 达到改善闭环系统的跟踪性能和消除静态误差的目的.

进一步, 考虑到前面关于不确定性的假设, 验证可知

$$C_Z(\alpha_k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} C_i & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{1i} & \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} G_{2i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_i & G_{1i} & G_{2i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

因此扩大误差系统中的不确定矩阵仍然是凸面体形式,与系统(1)保持相同的特性.

注3 由式(16)~(21)易得,在扩大误差系统(15)中, $\hat{A}(\alpha_k)$, $\hat{B}(\alpha_k)$ 和 $C_Z(\alpha_k)$ 为不确定时变矩阵,其表达式如下:

$$[\hat{A}(\alpha_k) \quad \hat{B}(\alpha_k) \quad C_Z(\alpha_k)] = \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} [\hat{A}_i \quad \hat{B}_i \quad C_{Zi}], \quad (24)$$

这表明扩大误差系统的时变参数 α_k 依然属于集合 Θ 且维数保持不变.

注4 与文献[27]相比,本文在构造扩大误差系统过程中,没有加入误差向量,这使得本文推导的扩大误差系统不仅结构简单、系统阶数更低,而且时变参数向量维数保持不变.但是文献[27]所推导的扩大误差系统中时变参数向量维数由 s 增加到 s^2 ,增加了结果的保守性,且不利于预见控制的分析与设计.

2.2 预见控制器的设计

针对系统(15),考虑一个输出反馈

$$\tilde{u}(k) = KZ(k), \quad (25)$$

使得系统(15)的闭环系统渐近稳定,其中 K 是待定的参数矩阵.

将式(25)代入(15)得到

$$\hat{x}(k+1) = [\hat{A} + \hat{A}(\alpha_k) + (\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k))K(C_Z + C_Z(\alpha_k))] \hat{x}(k). \quad (26)$$

定理1 闭环系统(26)是渐近稳定的,如果存在矩阵 $P(\alpha_k) > 0, P(\alpha_{k+1}) > 0, L, Q$ 和参数 $\beta \neq 0$ 使得如下不等式成立:

$$\Upsilon(\alpha_k) = \begin{bmatrix} \Theta(\alpha_k) & * \\ \Xi(\alpha_k) & -P(\alpha_{k+1}) \end{bmatrix} < 0, \quad (27)$$

其中

$$\Xi_1(\alpha_k) = (\hat{A} + \hat{A}(\alpha_k))P(\alpha_k) + (\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k))L(C_Z + C_Z(\alpha_k)),$$

$$\begin{aligned} \Theta_1(\alpha_k) &= Q(C_Z + C_Z(\alpha_k)) - (C_Z + C_Z(\alpha_k))P(\alpha_k), \\ \Xi(\alpha_k) &= [-(\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k))L \quad \Xi_1(\alpha_k)], \\ \Theta(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} -\beta(Q + Q^T) & * \\ \beta\Theta_1(\alpha_k)^T & -P(\alpha_k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

证明 考虑如下的参数依赖的Lyapunov函数:

$$V(\hat{x}) = \hat{x}(k)^T P(\alpha_k) \hat{x}(k).$$

受文献[28-29]启发,引入如下形式变量:

$$\eta(k) = P(\alpha_k)^{-1} \hat{x}(k), \quad (28)$$

$$\xi(k) = (C_Z + C_Z(\alpha_k))\eta(k) - Q^{-1}Z(k). \quad (29)$$

对式(29)左乘 L 且令 $K = LQ^{-1}$, 得到

$$KZ(k) = L(C_Z + C_Z(\alpha_k))\eta(k) - L\xi(k). \quad (30)$$

将式(31)代入(15),并联合式(28)和(29),得到闭环系统

$$\hat{x}(k+1) = \Xi_1(\alpha_k)\eta(k) - (\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k))L\xi(k). \quad (31)$$

再对式(29)左乘以 Q , 有

$$\Theta_1(\alpha_k)\eta(k) - Q\xi(k) = 0, \quad (32)$$

$$2\beta\xi(k)^T[\Theta_1(\alpha_k)\eta(k) - Q\xi(k)] = 0, \quad (33)$$

其中 $\beta \neq 0$.

沿着系统(15)取 $V(\hat{x}(k))$ 差分,并加入式(33)得到

$$\begin{aligned} \Delta V &= \hat{x}(k+1)^T P(\alpha_{k+1}) \hat{x}(k+1) - \hat{x}(k)^T P(\alpha_k) \hat{x}(k) + \\ & 2\beta\xi(k)^T [\Theta_1(\alpha_k)\eta(k) - Q\xi(k)] = \\ & \mu(k)^T [\Xi(\alpha_k)^T P(\alpha_{k+1})^{-1} \Xi(\alpha_k) + \Theta(\alpha_k)] \mu(k). \end{aligned} \quad (34)$$

其中: $\mu(k) = [\xi(k)^T \quad \eta(k)^T]^T, \Xi(\alpha_k)$ 和 $\Theta(\alpha_k)$ 在式(27)中已经给出. 利用Schur补引理^[10], 易得式(27)可保证 $\Delta V < 0$, 这意味着闭环系统(26)是渐近稳定的. \square

注意,定理1中的不等式(27)与时变参数 α_k 有关,还不是LMI,因此还不能使用Matlab的LMI求解工具箱. 可通过如下定理来解决这一问题.

定理2 给定 $\beta \neq 0$, 闭环系统(26)是渐近稳定的,如果存在矩阵 $P_d > 0, P_j > 0 (d, j = 1, 2, \dots, s)$, L 和矩阵 Q 使得

$$\Upsilon_{ij} < 0, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, s\}, \quad (35)$$

$$\Upsilon_{idj} + \Upsilon_{dij} < 0, \quad i < d, \quad i, d, j \in \{1, 2, \dots, s\}, \quad (36)$$

则增益矩阵为 $K = LQ^{-1}$. 静态输出反馈控制器为

$$\tilde{u}(k) = KZ(k) = LQ^{-1}Z(k), \quad (37)$$

式(36)中

$$\begin{aligned} \Theta_{1id} &= Q(C_Z + C_{Zi}) - (C_Z + C_{Zi})P_d, \\ \Xi_{1id} &= (\hat{A} + \hat{A}_i)P_d + (\hat{B} + \hat{B}_i)L(C_Z + C_{Zd}), \\ \Upsilon_{idj} &= \begin{bmatrix} \beta(Q + Q^T) & * & * \\ \beta\Theta_{1id}^T & -P_d & * \\ -(\hat{B} + \hat{B}_i)L & \Xi_{1id} & -P_j \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

证明 将式(35)乘以 $\alpha_{k,i}\alpha_{k+1,j}$, 这里 $1 \leq i, j \leq s$, 然后相加, 得到

$$\sum_{j=1}^s \alpha_{k+1,j} \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \Upsilon_{ij} < 0. \quad (38)$$

将式(36)乘以 $\alpha_{k,i}\alpha_{k,d}\alpha_{k+1,j}$, 这里 $i < d$ 和 $1 \leq i, j, d \leq s$, 相加得到

$$\sum_{j=1}^s \alpha_{k+1,j} \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \sum_{d=i+1}^s \alpha_{k,d} (\Upsilon_{idj} + \Upsilon_{dij}) < 0. \quad (39)$$

由式(38)和(39)与(3)可以得到

$$\sum_{j=1}^s \alpha_{k+1,j} \sum_{i=1}^s \alpha_{k,i} \sum_{d=1}^s \alpha_{k,d} \Upsilon_{idj} = \Upsilon(\alpha_k) < 0,$$

则不等式(27)成立. 即如果式(35)和(36)成立, 则定理1中的式(27)成立, 根据定理1可知定理2成立. \square

考察另一种形式的输出反馈增益矩阵 $K = S^{-1}M$, 给出如下推论.

推论1 闭环系统(27)是渐近稳定的, 如果存在矩阵 $P(\alpha_k) > 0, P(\alpha_{k+1}) > 0, M, S$ 和参数 $\alpha \neq 0$ 使得如下不等式成立:

$$\Psi(\alpha_k) = \begin{bmatrix} \hat{\Theta}(\alpha_k) & * \\ \hat{\Xi}(\alpha_k) & -P(\alpha_{k+1}) \end{bmatrix} < 0. \quad (40)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\Xi}_1(\alpha_k) &= P(\alpha_{k+1})(\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k)) - (\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k))S, \\ \hat{\Xi}_2(\alpha_k) &= P(\alpha_{k+1})(\hat{A} + \hat{A}(\alpha_k)) + \\ &\quad (\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k))M(C_Z + C_Z(\alpha_k)), \\ \hat{\Xi}(\alpha_k) &= [\alpha\hat{\Xi}_1(\alpha_k), \hat{\Xi}(\alpha_k)], \\ \hat{\Theta}(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} -\alpha(S + S^T) & * \\ (C_Z + C_Z(\alpha_k))^T M^T & -P(\alpha_k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

证明 引入形式变量 $\xi(k) = \alpha^{-1}\tilde{u}(k)$, 考虑如下参数依赖的Lyapunov函数:

$$V(k, \hat{x}) = \hat{x}(k)^T P(\alpha_k) \hat{x}(k).$$

根据 $Z(k) = (C_Z + C_Z(\alpha_k))\hat{x}(k)$, 令 $K = S^{-1}M$ 并结合式(25), 可以得到

$$M(C_Z + C_Z(\alpha_k))\hat{x}(k) - S\tilde{u}(k) = 0. \quad (41)$$

由式(15)和(41), 得到如下形式的闭环系统:

$$\hat{x}(k+1) = A_1(\alpha_k)\hat{x}(k) + A_2(\alpha_k)\tilde{u}(k), \quad (42)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1(\alpha_k) &= \hat{A} + \hat{A}(\alpha_k) + P(\alpha_{k+1})^{-1}(\hat{B} + \\ &\quad \hat{B}(\alpha_k))M(C_Z + C_Z(\alpha_k)), \\ A_2(\alpha_k) &= (\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k)) - P(\alpha_{k+1})^{-1}(\hat{B} + \hat{B}(\alpha_k))S. \end{aligned}$$

沿着系统(42)取差分, 并结合式(41)得到

$$\begin{aligned} \Delta V &= \\ &\hat{x}(k+1)^T P(\alpha_{k+1})\hat{x}(k+1) - \hat{x}(k)^T P(\alpha_k)\hat{x}(k) + \\ &2\xi(k)^T [M(C_Z + C_Z(\alpha_k))\hat{x}(k) - S\tilde{u}(k)] = \\ &\eta(k)^T \Xi_2(\alpha_k)^T P(\alpha_{k+1})\Xi_2(\alpha_k)\eta(k) + \\ &\eta(k)^T \Theta_2(\alpha_k)\eta(k) = \\ &\eta(k)^T [\Xi_2(\alpha_k)^T P(\alpha_{k+1})\Xi_2(\alpha_k) + \Theta_2(\alpha_k)]\eta(k). \end{aligned} \quad (43)$$

其中

$$\begin{aligned} \eta(k) &= [\xi(k)^T \quad \hat{x}(k)^T]^T, \\ \Xi_2(\alpha_k) &= [\alpha A_2(\alpha_k) \quad A_1(\alpha_k)], \\ \Theta_2(\alpha_k) &= \begin{bmatrix} -\alpha(S + S^T) & * \\ (C_Z + C_Z(\alpha_k))^T M^T & -P(\alpha_k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

显然, 式(40)可以保证 $\Delta V < 0$, 这就表明系统(26)是渐近稳定的. \square

推论2 给定 $\alpha \neq 0$, 如果存在矩阵 $P_d > 0, P_j > 0$, 可逆矩阵 S 和矩阵 M , 使得

$$\Psi_{ij} < 0, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, s\}, \quad (44)$$

$$\Psi_{idj} + \Psi_{dij} < 0, \quad i < d, i, d, j \in \{1, 2, \dots, s\}, \quad (45)$$

则系统(26)是渐近稳定的且增益矩阵 $K = S^{-1}M$. 此外, 控制器为

$$\tilde{u}(k) = KZ(k) = S^{-1}MZ(k). \quad (46)$$

式(45)中

$$\begin{aligned} \hat{\Xi}_{1ij} &= P_j(\hat{B} + \hat{B}_i) - (\hat{B} + \hat{B}_i)S, \\ \hat{\Xi}_{2idj} &= P_j(\hat{A} + \hat{A}_i) + (\hat{B} + \hat{B}_i)M(C_Z + C_{Zd}), \\ \Psi_{idj} &= \begin{bmatrix} -\alpha(S + S^T) & * & * \\ (C_Z + C_{Zd})^T M^T & -P_d & * \\ \alpha\hat{\Xi}_{1ij} & \hat{\Xi}_{2idj} & -P_j \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

推论2的证明与定理2类似, 此略.

将增益矩阵 K 划分如下:

$$K = [K_e \quad K_y \quad K_R \quad K_W]. \quad (47)$$

其中

$$K_R = [K_0 \quad K_1 \quad \dots \quad K_{M_R}],$$

$$K_W = [k_0 \quad k_1 \quad \dots \quad k_{M_d}].$$

将式(25)改写为

$$\tilde{u}(k) = K_e v(k) + K_y y(k) + \sum_{j=0}^{M_R} K_j r(k+j) + \sum_{j=0}^{M_d} k_j w(k+j). \quad (48)$$

定理3 若A1~A3成立,则系统(1)的控制输入可以取为

$$u(k) = K_e \left(\sum_{i=0}^{k-1} e(i) \right) + K_y y(k) + \sum_{j=0}^{M_R} K_j r(k+j) + \sum_{j=0}^{M_d} k_j w(k+j) + S_u r(k). \quad (49)$$

其中: $K = LQ^{-1}$, Q 和 L 由式(35)和(36)确定, K_e , K_y , $K_0, K_1, \dots, K_{M_R}, k_0, k_1, \dots, k_{M_d}$ 与 K 的关系由式(47)确定. 且在此控制律作用下,系统(1)的闭环系统是鲁棒渐近稳定的.

由式(49)可看出,带有预见作用的控制器由4部分构成:第1部分是跟踪误差的积分;第2部分为输出反馈项; $\sum_{j=0}^{M_R} K_j r(k+j)$ 和 $\sum_{j=0}^{M_d} k_j w(k+j)$ 为基于未来目标值信号和干扰信号的预见前馈补偿项;第4部分就是辅助信号的补偿项.

3 数值仿真

为验证所提出方法的有效性,考虑如下参数系统:

$$A = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.35 \\ -1.2 & 1.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.6 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$C = [-0.6 \ 0.9], E = 0,$$

$$A(\alpha_k) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.02 \\ 0.01 & 0.02 \end{bmatrix} \alpha_{k,1} + \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix} \alpha_{k,2},$$

$$B(\alpha_k) = \begin{bmatrix} -0.04 \\ 0.01 \end{bmatrix} \alpha_{k,1} + \begin{bmatrix} -0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} \alpha_{k,2},$$

$$D(\alpha_k) = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.03 \end{bmatrix} \alpha_{k,1} + \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.03 \end{bmatrix} \alpha_{k,2},$$

$$C(\alpha_k) = [0.03 \ -0.03] \alpha_{k,1} + [0.02 \ -0.02] \alpha_{k,2},$$

$$E(\alpha_k) = 0.$$

时变不确定参数取为 $\alpha_{k,1} = \delta(|\sin(k\pi)| + 2e^{-k})$, $\alpha_{k,2} = 1 - \alpha_{k,1}$. 这里 δ 是绝对值不超过1的随机数. 为了研究预见补偿对跟踪性能的影响,分别对3种情况进行了仿真:1) $M_R = 10, M_d = 2$; 2) $M_R = 2, M_d = 2$; 3) $M_R = 0, M_d = 0$. 取 $\beta = 1.5$,根据定理2,应用Matlab的LMI工具箱可求解出LMI(35)和(36)中的矩阵变量 L 和 Q ,则反馈矩阵即可得到.

当 $M_d = 2, M_R = 10$ 时,求得

$$K_e = 0.371\ 27, K_y = 1.914\ 82,$$

$$K_W = [-0.332\ 90 \ 0.033\ 79 \ -0.005\ 85],$$

$$K_R = [2.218\ 71 \ -0.039\ 51 \ -0.674\ 80 \rightarrow \\ \leftarrow -0.478\ 60 \ -0.372\ 18 \ -0.270\ 61 \rightarrow \\ \leftarrow -0.187\ 67 \ -0.122\ 74 \ -0.074\ 22 \rightarrow \\ \leftarrow -0.039\ 39 \ -0.015\ 37].$$

当 $M_d = 2, M_R = 2$ 时,求得

$$K_e = 0.401\ 14, K_y = 1.758\ 76,$$

$$K_R = [2.030\ 50 \ -0.068\ 92 \ -0.600\ 35],$$

$$K_W = [-0.335\ 29 \ 0.032\ 28 \ -0.004\ 58].$$

当 $M_d = 0, M_R = 0$ 时,求得

$$K = [K_e \ K_y] = [0.444\ 10 \ 1.599\ 79].$$

干扰信号取为

$$w(k) = \begin{cases} 1.5, & 30 \leq k \leq 60; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (50)$$

目标值信号取为

$$r(k) = \begin{cases} 0, & k < 30; \\ 2, & k \geq 30. \end{cases} \quad (51)$$

系统(1)的输出和目标值信号如图1所示,图2所示为跟踪误差. 可以看出:无预见和带有预见信号的输出都能准确地跟踪参考信号. 但是,由图1和图2可以看出,与经典的反馈跟踪控制方法(即 $M_R = M_d = 0$)相比,预见控制方法的跟踪误差更小,闭环系统的输出可以快速地跟踪目标值信号. 另一方面,通过干扰预见补偿,闭环系统提高了干扰抑制性.

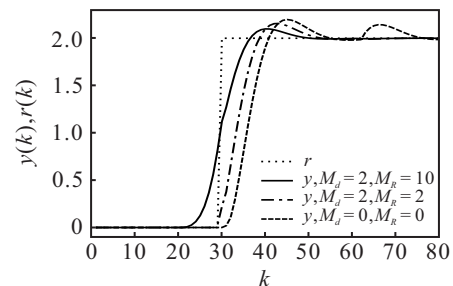


图1 无预见和带预见作用的系统(1)的输出响应

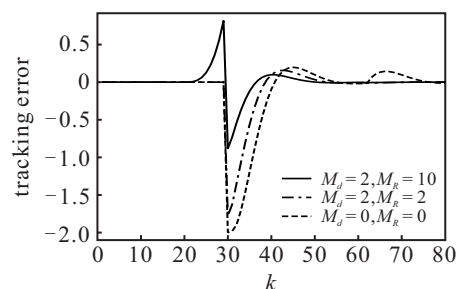


图2 无预见和带预见作用的系统(1)的跟踪误差

由式(6)有

$$S_x = \begin{bmatrix} -0.059\ 52 \\ 1.071\ 43 \end{bmatrix}, S_u = -0.476\ 19.$$

图3是控制输入,由图3可以很容易看出预见补偿对控制输入的影响。

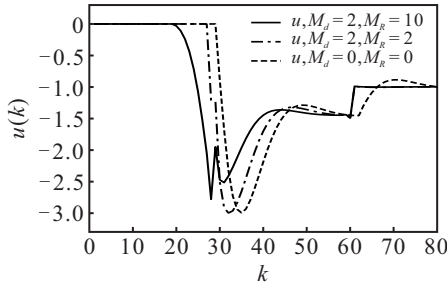


图3 无预见和带预见作用的系统(1)的控制输入

为了研究干扰预见补偿对抗扰性能的影响,将目标值信号的预见长度固定(即 $M_R = 2$),并将干扰信号的预览长度分别选择为 $M_d = 2$ 和 10 。图4为无预见和带有预见信息的系统(1)的输出。图5为跟踪误差,图6为控制输入。

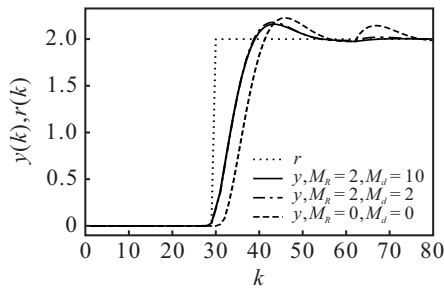


图4 无预见和不同 M_d 的系统(1)的输出响应

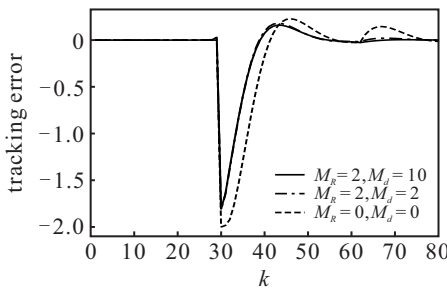


图5 无预见和不同 M_d 的系统(1)的跟踪误差

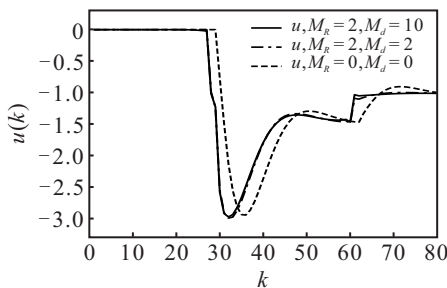


图6 无预见和不同 M_d 的系统(1)的控制输入

由图4~图6可以看出,通过增加干扰信号的预见长度,输出响应的超调减小,并且可以缩短稳定时

间。同无预见控制的情况相比较,带有预见作用的控制能很好地降低干扰对系统的影响,具有比传统反馈控制更好的衰减性能。

为了验证该控制器的鲁棒性,进一步考察两种特殊情况,即将时变参数 $\alpha_{k,1}$ 选取为1和0,并完成相应的仿真。图7是时变参数为 $\alpha_{k,1} = 0$ 和 $\alpha_{k,2} = 1$ 闭环系统的输出响应;图8是时变参数为 $\alpha_{k,1} = 1$ 和 $\alpha_{k,2} = 0$ 系统(1)的输出。由图7和图8可以看出,当使用带有预见补偿的控制器时,输出响应可以更快地达到稳态。

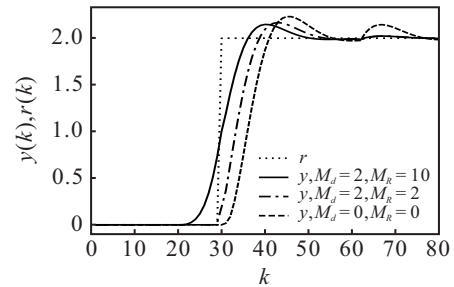


图7 时变参数为 $\alpha_{k,1} = 0$ 时系统(1)的输出响应

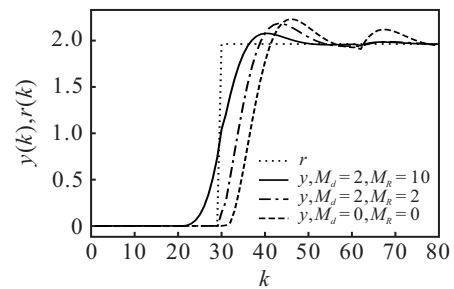


图8 时变参数为 $\alpha_{k,1} = 1$ 时系统(1)的输出响应

4 结论

本文研究了时变参数不确定离散时间系统的输出反馈预见控制问题。基于误差系统方法和状态提升技术,构造扩大误差系统,将原系统的预见跟踪控制器设计问题转化为扩大误差系统输出反馈镇定问题。利用Lyapunov函数进行稳定性分析,并利用LMI技巧给出了静态输出反馈控制的充分条件。最后,通过数值仿真实例表明了该控制器的有效性。在今后的研究中,进一步将该方法推广到带有变时滞的参数不确定系统中。

参考文献(References)

[1] Birla N, Swarup A. Optimal preview control: A review[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2015, 36(2): 241-268.
 [2] Zhen Z Y. Research development in preview control theory and applications[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(2): 172-188.
 [3] Sheridan T B. Three models of preview control[J]. IEEE Transactions on Human Factors in Electronics, 1966,

- HFE-7(2): 91102.
- [4] Bender E K. Optimum linear preview control with application to vehicle suspension[J]. Journal of Basic Engineering, 1968, 90(2): 213-221.
- [5] Hayase M, Ichikawa K. Optimal servosystem utilizing future value of desired function[J]. Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, 1969, 5(1): 8694.
- [6] Tomizuka M. Optimal continuous nite preview problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20(3): 362-365.
- [7] Tomizuka M, Whitney D E. Optimal discrete nite preview problems (why and how is future information important?)[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1975, 97(4): 319-325.
- [8] Katayama T, Ohki T, Inoue T, et al. Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand[J]. International Journal of Control, 1985, 41(3): 677-699.
- [9] Lu Y R, Liao F C, Deng J M, et al. Cooperative optimal preview tracking for linear descriptor multi-agent systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(2): 908-934.
- [10] Wu J, Liao F C, Tomizuka M. Optimal preview control for a linear continuous-time stochastic control system in finite-time horizon[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(1): 129-137.
- [11] Running K D, Martins N C. Optimal preview control of Markovian jump linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(9): 2260-2266.
- [12] Cao M J, Liao F C. Design of an optimal preview controller for linear discrete-time descriptor systems with state delay[J]. International Journal of Systems Science, 2015, 46(5): 932-943.
- [13] 廖福成, 任祯琴. 基于控制系统直接方法的非线性系统预见控制器设计[J]. 控制与决策, 2013, 28(11): 1679-1684.
(Liao F C, Ren Z Q. Design of a preview controller for nonlinear systems based on the control system directly method[J]. Control and Decision, 2013, 28(11): 1679-1684.)
- [14] Salton A T, Chen Z Y, Zheng J C, et al. Constrained optimal preview control of dual-stage actuators[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(2): 1179-1184.
- [15] Zhao L, Sun F Q, Ren J C, et al. Optimal preview control for a class of continuous time-invariant descriptor systems[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2016, 37(2): 279-289.
- [16] Kojima A. H_∞ controller design for preview and delayed systems[C]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(2): 404-419.
- [17] Tadmor G, Mirkin L. H_∞ preview control and fixed-lag smoothing II: Fixed size ARE solutions in discrete-time systems[C]. IEEE Conference on Decision and Control. Maui, 2003: 6521-6526.
- [18] Moelja A A, Meinsma G. H_2 control of preview systems[J]. Automatica, 2006, 42(6): 945-952.
- [19] Hazell A J, Limebeer D J N. A framework for discrete-time H_2 preview control[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2010, 132(3): 1-13.
- [20] Liao F C, Wang J, Yang G H. Reliable robust preview tracking control against actuator faults[J]. Asian Journal of Control, 2003, 5(1): 124-131.
- [21] Li L, Liao F C. Parameter-dependent preview control with robust tracking performance[J]. IET Control Theory & Application, 2017, 11(1): 38-46.
- [22] Takaba K. Robust servomechanism with preview action for polytopic uncertain systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2000, 10(2): 101-111.
- [23] Li L, Liao F C. Design of a preview controller for discrete-time systems based on LMI[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 1-12.
- [24] Li L, Liao F C. Design of a robust H_∞ preview controller for a class of uncertain discrete-time systems[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2018, 40(8): 2639-2650.
- [25] Li L, Liao F C. Robust preview control for a class of uncertain discrete-time systems with time-varying delay[J]. ISA Transactions, 2018, 73: 11-21.
- [26] Li L, Liao F C, Deng J. H_∞ preview control of a class of uncertain discrete-time systems[J]. Asian Journal of Control, 2017, 19(4): 1542-1556.
- [27] Li L, Liao F C. Output feedback preview tracking control for discrete-time polytopic time-varying systems[J]. International Journal of Control, 2019, 92(12): 2979-2989.
- [28] Shen M Q, Yan S, Zhang G M, et al. Finite-time H_∞ static output control of Markov jump systems with an auxiliary approach[J]. Applied Mathematics and Computation, 2016, 273: 553-561.
- [29] K roglu H, Falcone P. New LMI conditions for static output feedback synthesis with multiple performance objectives[C]. The 53rd IEEE Conference on Decision and Control. Los Angeles, 2014: 866-871.
- [30] Nguyen C M, Pathirana P N, Trinh H. Robust observer and observer-based control designs for discrete one-sided Lipschitz systems subject to uncertainties and disturbances[J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 353: 42-53.

作者简介

李丽(1989—),女,讲师,博士,从事鲁棒控制、预见控制的研究, E-mail: lili@hbue.edu.cn;

任祯琴(1983—),女,讲师,博士,从事广义系统预见控制的研究, E-mail: renzhenqin619@soho.com.

(责任编辑: 孙艺红)