

数据驱动的贝叶斯 SVR 自适应建模 及昂贵约束多目标代理优化

林成龙, 马义中[†], 肖甜丽, 熊佳玮

(南京理工大学 经济管理学院, 江苏省 南京 210094)

摘要: 实际工程中的多目标优化问题往往具有黑箱特性且需要耗时的功能性评估, 若采用传统的进化优化方法进求解则存在计算成本高且难以实现的问题. 考虑代理优化方法在处理需要功能性评估工程设计问题中的高效性, 提出了小样本数据驱动下的贝叶斯 SVR 自适应建模及昂贵约束多目标代理优化方法. 该方法实现过程中选取贝叶斯 SVR 模型减少功能性评估过程的昂贵仿真成本, 利用最大化约束期望改进矩阵聚合策略进行新设计方案选取, 通过小样本信息的不断更新实现数据驱动下的贝叶斯 SVR 模型自适应更新和逐步优化. 贝叶斯 SVR 模型具有强的边界刻画能力及预测不确定性度量功能, 为新样本挑选提供预测精度保障及潜在的改进方向. 所提切比雪夫距离和曼哈顿距离聚合策略从样本填充的改进范围考虑, 使其具有强的改进边界探索能力, 在多变量优化问题中具有计算复杂度低、适用性强的特点. 测试函数及工程实例结果表明: 所提方法可在小样本条件下有效减少昂贵仿真成本, 提升昂贵约束多目标问题的优化效率; 获取昂贵约束多目标问题的 Pareto 前沿在收敛性、多样性及空间分布性方面均具有一定优势.

关键词: 数据驱动; 贝叶斯 SVR 模型; 昂贵多目标优化问题; 约束期望改进矩阵; 距离聚合策略; 可行性概率

中图分类号: N945.12; O212.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0112

引用格式: 林成龙, 马义中, 肖甜丽, 等. 数据驱动的贝叶斯 SVR 自适应建模及昂贵约束多目标代理优化[J]. 控制与决策.

Data-driven Bayesian SVR adaptive modeling and expensive constrained multi-objective surrogate-based optimization

LIN Chenglong, MA Yizhong[†], XIAO Tianli, XIONG Jiawei

(School of Economics and Management, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract: In practical engineering, there are many challenges when solving multi-objective optimization problems, such as the black box characteristics and time-consuming evaluation. Traditional evolutionary optimization method is usually limited due to the expensive cost and the difficulty in obtaining solutions. To modify the deficiency, a data-driven Bayesian SVR adaptive modeling technique and a constrained multi-objective surrogate-based optimization method is proposed in the context of the small sample. The Bayesian SVR model is first utilized to replace the complex computer model, thus reducing the expensive cost of every call to the actual performance function. Then, the new design by maximizing the aggregation strategy of constraints expectation improvement matrix is chosen. Next, the sample information and the data-driven Bayesian SVR model is adaptively updated, and the optimization is fulfilled step by step. The superior characteristic of the Bayesian SVR model, that is, the powerful ability to explore the boundary and the measurement of the prediction uncertainty, ensures the prediction accuracy and provides an improvement direction for selecting the new sample. In addition, the proposed Chebyshev distance and Manhattan distance aggregation strategy has the advantages of low computational complexity and good applicability for multivariable optimization problems. Test functions and engineering examples show that: (a) the proposed method can effectively reduce expensive simulation costs and improve optimization efficiency for expensive constrained multi-objective problems in the context of the small sample, (b) the Pareto frontier of surrogate-based multi-objective optimization has a certain degree of superiority in convergence, diversity, and space dispersion.

Keywords: Data-driven; Bayesian SVR model; expensive multi-objective optimization problem; distance aggregation strategy ;feasibility of probability

收稿日期: 2022-01-15; 录用日期: 2022-05-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71931006;71871119;7217010313).

[†]通讯作者. E-mail: yzma-2004@163.com.

0 引言

多目标昂贵仿真优化问题广泛存在于结构工程、航空航天、质量设计等领域^[1-3]。尽管高精度仿真建模有效减少了实物试验的物料成本,但其功能性评估过程往往需要消耗大量的时间成本,难以满足优化设计对时效性、低成本的要求^[2,3]。例如:沃尔沃某型发动机参数优化仿真一次需 40 小时,福特汽车单次整车仿真需 36-120 小时,上述最优优化参数的获取依靠“试凑法”或网格搜索方法成本高昂且难以实现^[2-4]。此外,高精度仿真复杂的内层代码及商业仿真软件的封闭性使诸如差分进化 (Differential evolution, DE) 算法^[5]、NSGA-II 遗传算法^[6]等多目标进化算法 (Multi-objective evolutionary algorithm, MOEA) 方法难以高效求解^[1-4]。相反,小样本情形下数据驱动的多目标代理优化 (Multi-objective surrogate-based optimization, MSBO) 方法通过自适应调整实现逐步优化,大幅减少了试验成本及昂贵仿真时间成本。

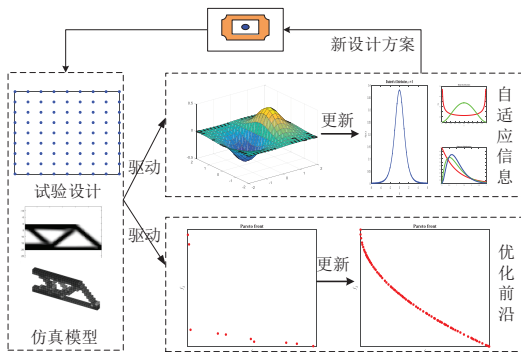


图 1 小样本情形下的数据驱动

Fig. 1 Data-driven in the situation of small samples

随着数据科学与机器学习方法的不断发展完善,一系列数据驱动方法被应用在试验设计 (design of experiments, DoE) 与代理优化等领域。MSBO 方法中的数据驱动主要是指小样本情形中的自适应建模及逐步优化过程,其一般实现过程见图 1。近年来,代理优化已经成为试验设计等领域解决昂贵多目标问题的常规做法^[1-4]。MSBO 方法高效性的关键是代理模型选取及自适应信息获取^[2,7,8]。此外,将代理模型与传统进化优化算法结合开发的多目标代理模型辅助进化 (multi-objective surrogate-assisted evolutionary, MSAE) 算法也是目前最重要的发展趋势之一。例如,王晗丁等提出的 Kriging 代理模型辅助的双档案进化算法 (Kriging-assisted two-archive evolutionary algorithm, KTA2),优化结果表明其在高维多目标问题中具有明显优势^[9];Cough 等借助参

考向量的指向性提出了 Kriging 辅助参考向量指导的进化算法 (Kriging assisted reference vector guided evolutionary algorithm, KRVEA),但在两目标问题中优化效果较差^[10]。由表 1 可知:MOEA 方法适用于具有显式表达式的多目标问题,但在实际工程应用中往往难以实现且成本高昂;两种基于代理模型发展的优化方法比较可知:MSBO 方法侧重于填充策略开发并在整个设计空间进行探索获取新样本,而 MSAE 方法则从模型管理,进化策略等方面实现进化优化^[9,10]。

表 1 多目标优化问题求解方法

优化方法	黑箱问题	样本策略
MOEA ^[5,6]	否,显式	选择、交叉、变异等
MSBO ^[1-4,8,25]	是,代理	空间填充 (进化算法)
MSAE ^[9,10,25]	是,代理	模型管理 + 进化策略

常用的代理模型有支持向量回归 (support vector regression, SVR)^[2,11]、多项式回归^[2,3]及 Kriging 模型^[4,8]等。其中,基于 Kriging 模型预测不确定性构建的空间填充策略受到广泛关注^[1,2,8]。例如,Emmerich 等通过构建期望超立方改进 (expected hypervolume improvement, EHVI) 策略,但大规模积分运算限制了其使用范围^[12];Keane 提出了期望欧拉改进策略 (expected Euclidean distance improvement, EI_e),并将其应用于翼型优化^[13];Knowles 等通过聚类函数将多目标问题转化为单目标问题,提出了混合 ParEGO 方法^[14];Zhang 等选用高斯过程 (Gaussian process, GP) 模型进行代理,并基于多目标进化分解 (MOEA decomposition, MOEA/D) 提出了基于 MOEA/D 分解的代理优化方法^[15];Zhan 等基于期望改进 (expected improvement, EI) 准则构建期望改进矩阵 (expected improvement matrix, EIM) 聚合策略,实现高效优化并将其应用于焊接梁设计^[16,17];Han 等构建期望改进 R2 指标 (R2 indicator of expectation improvement, EIR2) 对昂贵多目标优化问题求解,但在高维问题中仍需提升应用性^[18];Hussian 等基于评价指标提出了转化多目标高效全局优化 (multi-objective efficient global optimization, M-EGO) 方法^[19]。上述 MSBO 方法多基于 EI 策略发展而来,总结见表 2。

表 2 统计表明:Kriging 模型已成为解决昂贵多目标优化问题最常用的代理模型之一。注意到 Osuna 等通过支持向量分类 (support vector classifier, SVC) 拓展的 SVR 模型具有强的非线性关系拟合、边界刻画及容错能力^[8],但 SVR 模型难以采用自适应设计方法取代一次设计 (one shot design)^[11,19,20];Chu 等采用

损失函数构建贝叶斯 SVR(Bayesian SVR, BSVR) 模型, 并给出了 BSVR 模型的理论解释^[20]; Chen 等构建两种 BSVR 模型, 并采用修正的期望改进(modified expected improvement, MEI) 策略实现黑箱问题的广义近似及可靠性分析^[21]. 因此, 小样本数据驱动下的 BSVR 自适应建模及优化成为新的研究方向.

表 2 不同多目标代理优化方法总结

优化方法	模型	代理数	策略	积分维度
Emmerich et al ^[12]	Kriging	m	EHVI	m
Keane ^[13]	Kriging	m	El _e	m
Zhan et al ^[17]	Kriging	m	EIM _{e,h,m}	1
Hussein et al ^[19]	Kriging	m	EI	1
Knowels et al ^[14]	Kriging	1	EI	1
Zhang et al ^[15]	GP	m	EI	1
Han et al ^[18]	Kriging	m	EIR2	1
Lin et al	BSVR	m	EIM _c , EIM _M	1

BSVR 模型在复杂多变量(高维)问题中, 具有预测精度高、拟合非线性问题性能强的优势, 而切比雪夫距离及曼哈顿距离强具有强边界刻画能力. 因此, 该文提出了数据驱动的 BSVR 自适应建模及昂贵约束多目标代理优化方法, 简记为 BSVR-MSBO 方法. 研究集中在空间填充策略的拓展及 BSVR 模型在 MSBO 方法中的应用. 主要创新点及贡献: (1) 从改进距离的视角构造了两种新的约束期望改进矩阵聚合策略, 有效提升 MSBO 方法优化效率; (2) 新的聚矩阵聚合策略拓展了 EIM 聚合策略的内涵, 使其在昂贵多目标问题中更具普适性; (3) 基于 BSVR 模型及多目标改进矩阵聚合策略, 提出了小样本数据驱动的 BSVR-MSBO 方法; (4) 通过工程设计问题验证了所提 BSVR-MSBO 方法的实用性.

1 基本理论知识

1.1 昂贵多目标优化问题

工程中的多目标优化问题可表示如下:

$$\min \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]^T.$$

$$\text{s.t. } g_l(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \mathbf{x} \in [\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_r], \quad \mathbf{x} \in \mathbf{R}^d.$$

其中 $f_m(\mathbf{x})$, $g_l(\mathbf{x})$ 分别为第 m 个目标及第 l 个约束; $\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_r$ 为 $\mathbf{x}$ 的左右边界向量. 昂贵多目标优化问题的响应值均来自高精度仿真或商业封闭软件^[4].

定义 1 假设设计空间中存在任意两点 $\mathbf{x}$ 及 $\mathbf{x}'$ 满足所有约束, 当 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \neq \mathbf{f}(\mathbf{x}')$ 时, 所有 m 个目标均满足 $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}')$. 则称点 $\mathbf{x}$ 支配点 $\mathbf{x}'$ ($\mathbf{x} \prec \mathbf{x}'$). 点 $\mathbf{x}$ 组成的元素集合称作 Pareto 优化解集 (Pareto optimal set, PoS). PoS 中元素 $\mathbf{x}$ 所对应的目标向量 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 集合称为 Pareto 非支配前沿 (Pareto nominated frontier, PF), 即 $\text{PF} = \{\mathbf{f}(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in \text{PoS}\}$. PF 中的点称为非支配前沿点.

1.2 支持向量回归

令 $\Omega = \{(\mathbf{x}_1, y_1), (\mathbf{x}_2, y_2), \dots, (\mathbf{x}_N, y_N)\}$, 包含 N 个样本, 输入 $\mathbf{x}$ 存在特征映射 $f: \mathbf{x} \rightarrow \varphi(\mathbf{x}) \in \mathbf{H}$. 再生核希尔伯特特征空间存在核函数满足如下关系:

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \varphi^T(\mathbf{x}_i)\varphi(\mathbf{x}_j). \quad (1)$$

假设 Ω 中数据可被超平面 $\mathbf{w}^T \varphi(\mathbf{x}) + b = 0$ 无错误分开, 选取二次损失函数构建 SVR 模型:

$$\min \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{C}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2, \quad (2)$$

$$\text{s.t. } y(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}^T \varphi(\mathbf{x}_i) + b + e_i,$$

其中 C 为平衡系数, e_i 为模型点误差.

1.3 贝叶斯 SVR 模型

假设输入样本集 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]^T$ 及输出样本集 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ 满足如下关系:

$$y_i = h(\mathbf{x}_i) + \delta_i, \quad (3)$$

其中 $h(\mathbf{x}) \sim GP(m(\mathbf{x}), k(\mathbf{x}, \mathbf{x}'))$ 为高斯过程函数, $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ 表示相关函数; $\delta_i \sim N(0, \delta^2)$ 为随机噪声. 令 $\mathbf{F} = [h(\mathbf{x}_1), h(\mathbf{x}_2), \dots, h(\mathbf{x}_N)]^T$, 依据贝叶斯推断性质可得 $\mathbf{F}$ 的联合先验分布

$$p(\mathbf{F}) = \frac{1}{M} \exp[-\frac{1}{2}(\mathbf{F} - \mathbf{b})^T \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{b})], \quad (4)$$

其中, $M = (\frac{1}{\sqrt{2\pi}})^N |\mathbf{K}|^{\frac{1}{2}}$, $\mathbf{b} = [b, b, \dots, b]^T \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ 为偏移向量; $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 是元素为 $\mathbf{K}_{i,j} = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 的协方差矩阵. δ_i 的似然函数的联合分布为:

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{F}) = \prod_{i=1}^N p(\delta_i) = \prod_{i=1}^N p(y_i - h(\mathbf{x}_i)|\mathbf{F}). \quad (5)$$

结合公式 (4)、(5), 可得贝叶斯后验概率密度

$$p(\mathbf{F}|\mathbf{Y}) = \frac{p(\mathbf{Y}|\mathbf{F})p(\mathbf{F})}{p(\mathbf{Y})}, \quad (6)$$

其中 $p(\mathbf{Y}) = \int_{\Theta} p(\mathbf{Y}|\mathbf{F})p(\mathbf{F})d\mathbf{F}$ 为贝叶斯边缘密度函数. 选取二次损失函数, 假设 $h(\mathbf{x}|\mathbf{Y}) \sim N(y, s_y^2)$, 可得未试验点 $\mathbf{x}$ 预测均值 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 及方差 $s_y^2(\mathbf{x})$ 为:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = m(\mathbf{x}) + \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{X})[\mathbf{K} + \mathbf{I}/C]^{-1}(\mathbf{y} - m(\mathbf{x})),$$

$$s_y^2(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}, \mathbf{x}) - \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{X})[\mathbf{K} + \mathbf{I}/C]^{-1}\mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{X}),$$

其中 $\mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{X})$ 为协方差向量; $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵.

2 贝叶斯 SVR 自适应建模及 MSBO 方法

2.1 可行性概率策略

假设多目标问题中各约束相互独立, $g_l(\mathbf{x}) \sim N(\mu_{\hat{g}_l}, s_{\hat{g}_l}^2)$, 令 $\mathbf{G} = (g_i)_{i=1}^l$ 表示联合后验分布, 则可行性概率 (feasibility of probability, PoF) 函数为:

$$\text{PoF}(\mathbf{x}) = P(\mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq 0) = \prod_{i=1}^l \Phi(-\frac{\mu_{\hat{g}_i}}{s_{\hat{g}_i}}).$$

其中 $P(\mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq 0)$ 表示满足约束条件的概率.

2.2 约束期望改进策略

假设响应 $Y(\mathbf{x}) \sim N(\hat{y}, s_{\hat{y}}^2)$, 且目标与约束相互独立. 则最大改进 $I(\mathbf{x}) = \max(0, y_{\min} - Y(\mathbf{x}))$, 概率 $P[I(\mathbf{x}) \cap \mathbf{G}(\mathbf{x})] = P[I(\mathbf{x})] \cdot P[\mathbf{G}(\mathbf{x})]$. 期望改进为

$$\text{CEI}(\mathbf{x}) = \text{EI}(\mathbf{x}) \cdot \text{PoF}(\mathbf{x}), \quad (7)$$

其中 $\text{EI}(\mathbf{x}) = s_{\hat{y}}[\tau(\mathbf{x})\Phi[\tau(\mathbf{x})] + \phi[\tau(\mathbf{x})]]$ 为期望改进函数^[11]; $\Phi(\cdot)$ 和 $\phi(\cdot)$ 为标准正态分布的累积概率密度函数和概率密度函数; $\tau(\mathbf{x}) = (y_{\min} - \hat{y})/s_{\hat{y}}$.

2.3 约束期望改进矩阵

假设多目标问题中目标均满足 $Y_i \sim N(\hat{y}_i, s_{\hat{y}_i}^2)$, $\text{PF} = \{f_1^j, f_2^j, \dots, f_m^j\}, j = 1, 2, \dots, k$, 以非支配点取代单目标中的最小值构建约束期望改进矩阵 (constrained expected improvement matrix, CEIM):

$$\text{CEIM} = \begin{bmatrix} \text{CEI}_1^1 & \text{CEI}_2^1 & \dots & \text{CEI}_m^1 \\ \text{CEI}_1^2 & \text{CEI}_2^2 & \dots & \text{CEI}_m^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{CEI}_1^k & \text{CEI}_2^k & \dots & \text{CEI}_m^k \end{bmatrix}. \quad (8)$$

其中 CEI_i^j 为第 i 目标第 j 个非支配前沿点处的 CEI 值. Zhan 等^[17] 提出了基于 CEIM 的欧式距离 (euclidean distance-based CEIM, CEIM_e) 聚合策略、基于 CEIM 的超体积距离 (hypervolume distance-based EIM, CEIM_h) 聚合策略及基于 CEIM 的最大最小距离 (maxmin distance-based CEIM, CEIM_m) 聚合策略.

2.4 切比雪夫及曼哈顿距离聚合策略

采用闵科夫斯基距离 (Minkowski distance, MD) 度量点 $\mathbf{x}_a$ 及点 $\mathbf{x}_b$ 的相似程度, 形式如下:

$$M_p(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b) = \left(\sum_{i=1}^d |\mathbf{x}_a^i - \mathbf{x}_b^i|^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (9)$$

采用不同 p 值时的 M_p 对 CEI_m^j 改进与 0 改进间的距离度量, 得到基于 CEIM 的 MD 距离 (MD based CEIM, CEIM_{MD}) 聚合形式:

$$\text{CEIM}_{\text{MD}} = \min \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m [\text{CEI}_i^j - 0_i^j]^p}. \quad (10)$$

其中当 $p = 1, \infty$ 时, 得到基于 CEIM 的切比雪夫距离 (Chebyshev distance-based CEIM, CEIM_c) 及基于 CEIM 的曼哈顿距离 (Manhattan distance-based CEIM, CEIM_m) 聚合策略:

$$\text{CEIM}_M = \min_{j=1}^k \sum_{i=1}^m \text{CEI}_i^j, \quad \text{CEIM}_c = \min_{i=1}^m \max_{j=1}^k |\text{CEI}_i^j|.$$

相比随着 k 和 m 增大复杂积分计算引发“维数灾难”^[12,17] 问题, 所提方法仅需积分计算 $km + l$ 次, 大幅减少积分计算. 为方便, 将上述策略统一记为基

于 CEIM 的 x 距离聚合策略 (x distance-based CEIM, CEIM_x).

2.5 BSVR-MSBO 方法实现

MSBO 方法是典型的两阶段优化方法: 第一阶段包含试验设计及模型构建/刷新; 第二阶段包含获取可行试验点 (无可行解) 或改进试验点 (有可行解). BSVR-MSBO 方法实现步骤如下:

步骤 1: 初始化 (试验参数设定). 算法终止条件; 函数或仿真模型; 初始样本数 $N = 2d + 1$;

步骤 2: 初始试验设计. 获取设计矩阵 $\mathbf{X}$ 并通过仿真获取目标值矩阵 $\mathbf{Y}$ 及约束值矩阵 $\mathbf{G}$;

步骤 3: 判断是否存在可行解并获取问题 PF. 若不存在, 选择 PoF 策略; 否则, 选择 CEIM_x 策略;

步骤 4: 模型构建/更新. 依据仿真试验数据分别建立/刷新目标及约束代理模型;

步骤 5: 判断是否达到终止条件. 若达到, 输出最优 PF; 否则, 重复步骤 5-7-3 直至满足条件;

步骤 6: 获取改进试验点. DE 算法最大化 PoF 或 CEIM_x 策略获取新试验点 $\mathbf{x}$. 更新 $\mathbf{X} = \mathbf{X} \cup \mathbf{x}$;

步骤 7: 实现逐步优化. 仿真获取响应 $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ 及 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, 更新矩阵 $\mathbf{Y} = \mathbf{Y} \cup \mathbf{y}$, $\mathbf{G} = \mathbf{G} \cup \mathbf{g}$ 及 PF;

步骤 8: BSVR-MSBO 方法终止. 输出 Pareto 优化解集 $\mathbf{X}$ 与 Pareto 非支配前沿集.

3 试验与结果分析

3.1 多目标评价指标

选取超体积 (hypervolume, HV) 和反转世代距离 (inverted generational distance, IGD) 综合性能指标进行评价^[10,25]. 其表现形式如下:

$$\text{HV}(\text{PF}) = Le(\cup_{i=1}^{|S|} V_i),$$

$$\text{IGD}(\text{PF}, \text{PF}^*) = \frac{\sum_{v \in \text{PF}^*} \min d(v, \text{PF})}{|\text{PF}^*|},$$

其中 Le 为 Lebesgue 测度, $|S|$ 为 PF 中非支配点数; V_i 为 PF 中第 i 个非支配点与参考点 (Reference point, Ref) 构成的超体积; $\min d(v, \text{PF})$ 为最小欧式距离.

3.2 测试函数

选取多目标测试函数进行验证, 具体函数信息^[19,22] 见表 3.

表 3 测试函数信息

测试函数	d	m	l	Ref	maxHV
SRN	2	2	2	(250,50)	8.8×10^4
BNH	2	2	2	(140,50)	1.1×10^4
OSY	6	2	6	(0,70)	2.8×10^4
TAP	3	3	1	(25,35,50)	8.0×10^2
VIE	2	3	3	(7.5,-11,40)	4.0×10^2

3.3 试验设定

试验均在 Windows7 64 位环境下, Core i5 处理器, 1.60/1.80GHz 频率, 32GB 内存的 Think-Pad 平台操作. 选取 DACE toolbox 程序包^[24] 执行 Kriging 建模, 具体建模执行参数见表 4.

表 4 代理模型参数设定

代理模型	参数
Kriging	$\theta_0^m = 10^d, \theta_m \in [10^{-3}, 10^3], \text{corgauss}, \text{replay}0$
BSVR	$\theta_0^m = 10^d, \theta_m \in [10^{-3}, 10^6], \text{corgauss}$ $C_0^m = 10, C^m \in [1, 10^6]$

3.4 试验结果分析

3.4.1 不同优化策略性能比较

将文中所提策略应用于 Kriging-MSBO 方法和 BSVR-MSBO 方法对所有测试函数进行优化. 为了更好的说明所提策略, 拓展约束置信下界矩阵 (constrained lower confidence bound matrix, CLCBM)^[27] 构建基于 CLCBM 的切比雪夫距离 (Chebyshev distance-based CLCBM, CLCBM_c) 及曼哈顿距离 (Manhattan distance-based CLCBM, CLCBM_M) 聚合策略与所提策略进行比较. 所有测试均进行 20 次独立重复试验并统计 HV、IGD 指标. 采用拉丁超立方抽取 $N = 2d + 1$ 个初始样本. 最大评估次数 $T = 100 + N$ 为终止条件, 设定最大 HV 值 (maxHV) 对测试函数 HV 值进行归一化处理, 绘制最终获取 HV_s 值箱型图, 结果见图 3 与图 4.

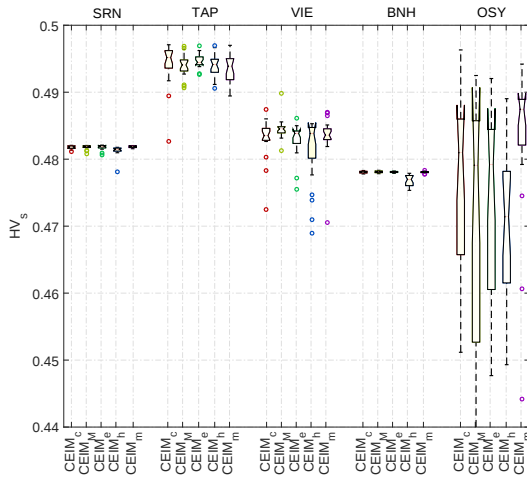


图 2 Kriging-MSBO 方法结果对比

由图 2 结果可知: SRN、BNH 问题中 CEIM_e 的 HV_s 均值指标更优, 其作与 CEIM_{c, c, M} 策略结果相当, 均优于 CEIM_h 策略; 对于 TAP 及 VIE 问题, CEIM_M 策略在 VIE 获取 HV_s 值优于其余聚合策略, CEIM_c 策略在 TAP 获取 HV_s 均值指标最优, 表明所提策略可高效处理多目标优化问题; 对于 OSY 问题,

所提策略结果中位数优于 CEIM_h 及 CEIM_e 策略, 但 CEIM_e 策略最优, 表明所提策略与 CEIM_m 策略更适于变量数目较多问题.

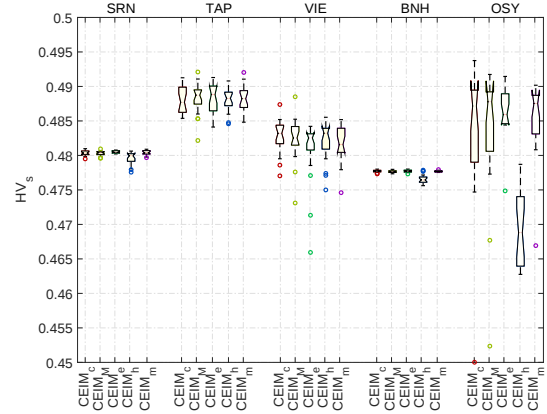


图 3 BSVR-MSBO 方法结果对比

由图 3 可知: BSVR-MSBO 方法可实现高效优化. 对比可知: 在 SRN、BNH 问题中 CEIM_e 策略获取 HV_s 值最优, CEIM_h 策略结果最差, CEIM_e 策略与 CEIM_c、CEIM_M 策略及 CEIM_m 策略 HV_s 差别不大; 对于 TAP 及 VIE 问题, 所提策略获取 HV_s 值优于其余策略且具有较好的稳健性; 对于 6 变量的 OSY 问题, CEIM_c、CEIM_M 策略结果中位数优于 CEIM_h 及 CEIM_e 策略, 但 CEIM_e 策略较为稳健. 所提策略与 CEIM_m 相比差别不大, 但 CEIM_m 获取 HV_s 值更稳健. 上述结果表明, 所提两种策略与 CEIM_m 策略更适于变量数目较多的 OSY 问题. 该结果与 Kriging-MSBO 方法获取结果一致. 表明所提 CEIM_c、CEIM_M 聚合策略具有良好的适用性.

对比图 2,3 结果知, CEIM_x 可驱动模型更新及多目标问题的逐步优化. SRN、BNH 二者优化表现近似, TAP 及 VIE 结果反映两种 MSBO 方法性能相近. 因此, 选取具有代表性的 SRN、VIE 及 OSY 测试函数进行优化结果进行统计分析, 绘制两种方法的 HV_s 柱形图, 结果见图 4-6.

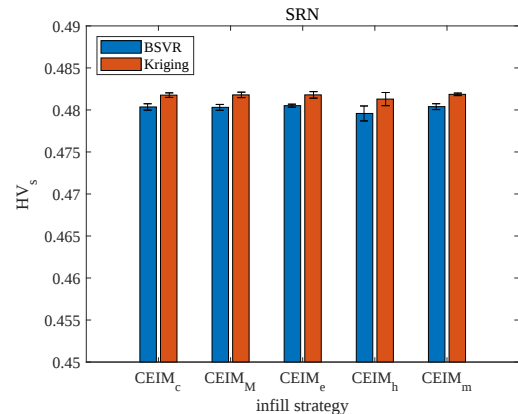


图 4 SRN 优化结果对比

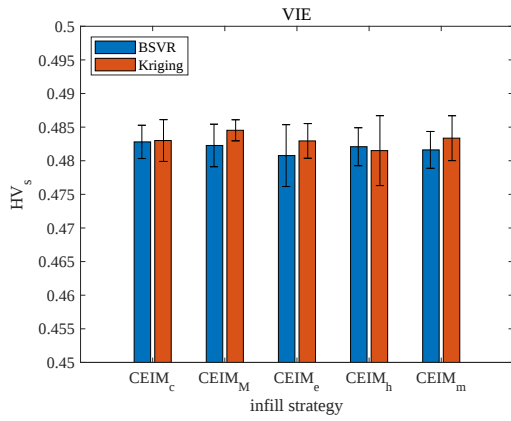


图5 VIE 优化结果对比

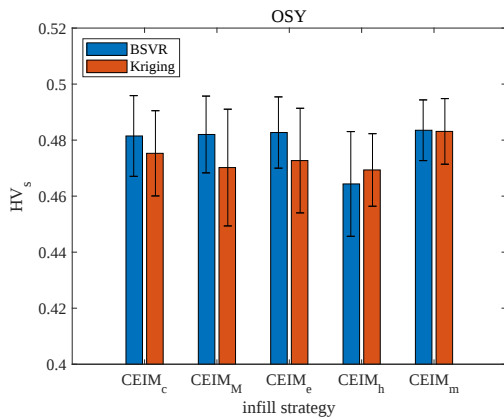


图6 OSY 优化结果对比

从图 4-6 中 SRN、VIE 及 OSY 优化结果对比可知: (1) 无论选取 Kriging 模型还是 BSVR 模型作为代理模型, Kriging-MSBO 方法与 BSVR-MSBO 方法在五中矩阵聚合空间填充策略作用下均可实现新试验设计方案的快速获取及小样本数据情形下驱动的高效多目标优化; (2) 在变量数较少时, 对比 SRN 及 VIE 优化 HV_s 结果可知: BSVR-MSBO 方法优化结果略弱于 Kriging-MSBO 方法, 表明变量数较少时 Kriging-MSBO 方法更优, 但总体二者差别不大; (3) 对比 6 变量的 OSY 问题优化结果可以看出, BSVR-MSBO 方法优化 HV_s 值出 $CEIM_h$ 外均优于 Kriging-MSBO 方法, 表明 BSVR-MSBO 方法更适合变量较多的 OSY 问题; (4) 对比五种填充策略结果可以看出: $CEIM_m$ 聚合策略最具优势, 与所提 $CEIM_M$ 性能相当、其次为 $CEIM_c$ 与 $CEIM_e$ 聚合策略, $CEIM_h$ 聚合策略性能最差。

为了更好的体现 $CEIM_c$ 及 $CEIM_M$ 策略作用下的 BSVR-MSBO 方法的作用效果. 在相同试验条件下, 选取拓展的 $CLCBM_c$ 、 $CLCBM_M$ 执行 Kriging-MSBO 优化. 所有测试独立重复 20 次, 并统计优化结果 HV_s 值及 IGD 值的平均值与方差, 具体优化结果见表 5。

表5 不同聚合策略 20 次独立重复试验获取 HV_s 和 IGD 值的均值 (方差) 统计结果比较

算例	指标	BSVR-MSBO 方法		Kriging-MSBO 方法			
		$CEIM_c$	$CEIM_M$	$CEIM_c$	$CEIM_M$	$CLCBM_c$	$CLCBM_M$
SRN	HV_s	0.48(3.8E-4)	0.48(3.5E-4)	0.48(2.7E-4)	0.48(3.2E-4)	0.48(2.7E-4)	0.48(1.5E-4)
	IGD	1.0E-4(2.9E-6)	1.0E-4(2.8E-6)	7.8E-5(1.9E-6)	7.9E-5(2.5E-6)	8.0E-5(2.6E-6)	8.0E-5(2.6E-6)
BNH	HV_s	0.48(1.8E-4)	0.48(1.8E-4)	0.48(1.5E-4)	0.48(1.4E-4)	0.48(1.2E-4)	0.48(1.7E-4)
	IGD	5.9E-3(7.3E-4)	5.8E-3(4.8E-4)	5.5E-3(6.5E-5)	5.5E-3(1.9E-4)	5.5E-3(1.0E-5)	5.6E-3(5.2E-4)
TAP	HV_s	0.49(2.0E-3)	0.49(2.2E-3)	0.49(3.3E-3)	0.49(1.7E-3)	0.49(2.7E-2)	0.49(1.5E-2)
	IGD	4.8E-3(2.2E-4)	4.8E-3(2.1E-4)	4.7E-3(2.2E-4)	4.7E-3(2.0E-4)	4.8E-3(2.0E-4)	4.7E-3(2.0E-4)
VIE	HV_s	0.48(2.5E-3)	0.48(3.2E-3)	0.48(3.1E-3)	0.48(1.6E-3)	0.48(4.0E-3)	0.48(1.9E-3)
	IGD	2.6E-4(4.8E-5)	3.0E-4(5.0E-5)	2.6E-4(6.0E-5)	2.9E-4(6.1E-5)	2.6E-4(4.9E-5)	2.7E-4(4.8E-5)
OSY	HV_s	0.48(1.4E-2)	0.48(1.4E-2)	0.48(1.5E-2)	0.47(9.0E-2)	0.45(1.8E-2)	0.47(1.8E-2)
	IGD	2.2E-3(7.9E-4)	2.4E-3(5.8E-4)	2.7E-3(8.7E-4)	3.1E-3(1.7E-3)	3.7E-3(7.1E-4)	3.3E-3(1.9E-3)

由表 5 知: $CEIM_c$ 及 $CEIM_M$ 作用下的 Kriging-MSBO 方法和 BSVR-MSBO 方法分别获取 20 个最优值中的 14 个和 6 个. 表明: (1) 所提策略有助于 MSBO 方法的高效实现; (2) BSVR-MSBO 方法与 Kriging-MSBO 方法获取 Pareto 前沿具有良好的综合性能, 优于 $CLCBM_c$ 及 $CLCBM_M$ 作用效果; (3) 对比 $CEIM_c$ 及 $CEIM_M$ 策略可知, $CEIM_M$ 聚合策略作用效果更强, 表明其更适用于 MSBO 方法, 但总体来看, $CEIM_c$ 及 $CEIM_M$ 差别不大; (4) $CLCBM_c$ 及 $CLCBM_M$ 结果表明所提新聚合策略具有良好的适用性, 可拓展至更多改进策略. 值得注意的是: 在

6 变量的 OSY 问题及 3 目标的 VIE 问题中, BSVR-MSBO 方法获取了全部最优值中的 6 个, 表明其更适于变量数较多问题, 这符合 SVR 模型的一般特性。

3.4.2 不同优化方法性能比较

选择代表性的 CM-EGO 方法、 $CEIM_m$ -EGO 方法及拓展的 CM-ParEGO 优化方法、 $CLCBM_m$ -EGO 及 CEIR2-EGO 方法进行比较. BSVR-MSBO 方法和每种对比方法均采用显著性水平为 $\alpha = 0.05$ 的 Wilcoxon 秩和检验方法下性能表现 (performance, Pf) 进行评价. 符号 $\uparrow$ 、 $\downarrow$ 及 $\approx$ 分别表示统计结果优于、劣于及没有显著差异。

表 6 不同优化方法 20 次独立重复试验获取 HV_s 和 IGD 值的均值 (方差) 统计结果比较

算例	指标	昂贵约束多目标代理优化方法					
		BSVR+CEIM _M	CM-EGO	CM-ParEGO	CEIM _m -EGO	CLCBM _m -EGO	CEIR2-EGO
SRN	HV _s	0.48(3.8E-4)	0.41(8.9E-3)↓	0.45(5.2E-3)↓	0.48(1.5E-4)≈	0.48(4.1E-4)≈	0.48(5.8E-4)≈
	IGD	1.0E-4(2.9E-6)	1.0E-3(2.5E-4)↓	7.6E-4(1.7E-4)↓	7.9E-5(1.6E-6)↑	7.9E-5(2.8E-6)↑	1.2E-4(1.3E-5)↓
BNH	HV _s	0.48(1.8E-4)	0.47(5.5E-4)↓	0.47(2.4E-3)↓	0.48(1.4E-4)≈	0.48(1.5E-4)≈	0.47(5.4E-4)↓
	IGD	5.9E-3(7.3E-4)	5.7E-3(3.0E-4)↑	5.6E-3(7.1E-5)↑	5.6E-3(3.5E-4)↑	5.6E-3(3.2E-4)↑	5.7E-3(8.4E-4)↑
TAP	HV _s	0.49(2.0E-3)	0.23(4.1E-2)↓	0.39(1.7E-2)↓	0.49(2.3E-3)≈	0.49(2.4E-3)≈	0.49(1.5E-3)≈
	IGD	4.8E-3(2.2E-4)	2.8E-2(6.0E-3)↓	1.5E-2(2.0E-3)↓	4.7E-3(2.0E-4)↑	4.8E-3(1.8E-4)↑	6.0E-3(4.0E-4)↓
VIE	HV _s	0.48(2.5E-3)	0.42(1.8E-2)↓	0.44(3.0E-2)↓	0.48(3.3E-3)≈	0.48(1.0E-3)≈	0.48(3.2E-3)≈
	IGD	2.7E-4(4.8E-5)	7.4E-4(5.1E-5)↓	5.3E-4(6.1E-5)↓	2.6E-4(6.3E-5)↑	2.6E-4(4.9E-5)↑	6.7E-4(1.1E-4)↓
OSY	HV _s	0.48(1.4E-2)	0.00(1.0E-1)↓	0.34(9.0E-2)↓	0.48(1.2E-2)≈	0.45(1.8E-2)↓	0.48(5.9E-3)≈
	IGD	2.2E-3(7.9E-4)	4.3E-2(1.1E-2)↓	1.6E-2(7.9E-3)↓	2.2E-3(6.7E-4)≈	3.9E-3(8.5E-4)↓	2.2E-3(5.9E-4)≈
Pf	↓≈↑	—	9/0/1	9/0/1	0/6/4	2/4/4	4/5/1

由表 6 统计结果可知: CLCBM_m-EGO 方法及 CEIM_m-EGO 方法均获得全部 20 个最优值中的 8 个, BSVR+CEIM_M 方法获取 5 个, CEIR2-EGO 方法仅获取 1 个最优值, CM-EGO 与 CM-ParEGO 方法未获得最优值. 表明在变量数较少时, Kriging 建模基础上采用 CEIM_m 聚合策略获得 Pareto 前沿综合性能最优, 其次为所提 BSVR-MSBO 方法; 当变量数目较多时, BSVR-MSBO 方法具有一定优势.

3.5 工程案例及分析

测试函数优化结果表明, 所提聚合矩阵策略作用下的 BSVR-MSBO 及 Kriging-MSBO 方法均优于其它同类优化方法. 因此, 仅选取 BSVR-MSBO、Kriging-MSBO 及 NSGA-II 方法进行比较. 为了更好的体现小样本特性, 设定初始样本为 $2d + 1$. 相较于常规选取 $10d + 1, 11d - 1$ 个样本^[25], $2d + 1$ 个样本明显更适用于昂贵约束优化问题. 选取 4 参数的焊接梁设计 (welded beam design, WBD) 问题^[17], 令 Ref=(100,0.8), maxHV=15; 7 参数的减速器设计 (speed reducer design, SRD) 问题^[4], 令 Ref=(3500,1300), maxHV=10⁶; 另选取包含 11 个设计参数的汽车侧面碰撞 (car side impact, CSI) 设计问题^[22], 令 Ref=(40,4,13), maxHV=7. 统计 20 次独立重复试验下获取工程案例 HV_s 值的均值 (mean) 及标准差 (s.t.d). 试验统计结果见表 7-12. 表 7-9 中加黑部分与下划线分别表示相同指标横向比较的最优值于纵向比较.

表 7 WEB 设计 HV_s 值比较

CEIM _x	BSVR-MSBO 方法		Kriging-MSBO 方法	
	mean	s.t.d	mean	s.t.d
CEIM _c	0.4880	0.0168	0.4941	0.0118
CEIM _M	0.4938	<u>0.0108</u>	0.4982	0.0071
CEIM _e	0.4869	0.0140	0.4965	0.0093
CEIM _h	<u>0.4966</u>	0.0143	0.4971	0.0110
CEIM _m	0.4861	0.0150	0.4905	0.0178

表 8 SRD 设计 HV_s 值比较

CEIM _x	BSVR-MSBO 方法		Kriging-MSBO 方法	
	mean	s.t.d	mean	s.t.d
CEIM _c	0.3857	0.0010	0.3841	0.0011
CEIM _M	0.3853	0.0017	0.3840	0.0012
CEIM _e	0.3850	0.0014	0.3838	0.0011
CEIM _h	0.3825	0.0014	0.3828	0.0011
CEIM _m	<u>0.3859</u>	0.0012	<u>0.3844</u>	0.0011

表 9 CSI 设计 HV_s 值比较

CEIM _x	BSVR-MSBO 方法		Kriging-MSBO 方法	
	mean	s.t.d	mean	s.t.d
CEIM _c	0.8434	0.0161	0.8123	0.0180
CEIM _M	0.7995	0.0200	0.7852	0.0141
CEIM _e	0.7991	0.0239	0.8025	0.0179
CEIM _h	0.8037	0.0215	<u>0.8792</u>	0.0191
CEIM _m	0.8432	<u>0.01481</u>	0.8245	<u>0.017</u>

由表 7-9 可知: (1) Kriging-MSBO 方法获得 WEB 设计中 10 个最优值中的 9 个, 而 BSVR-MSBO 方法仅获得 1 个. 结合表 5,6 结果易知, Kriging-MSBO 方法更适于变量数较少的昂贵约束问题; (2)SRD、CSI 优化中 BSVR-MSBO 方法获得了 20 个最优值中的 11 个, 且集中于 HV_s 值数据均值部分. 结合表 5,6 中结果说明, BSVR-MSBO 方法在变量数较多的昂贵约束优化问题中更具优势. 但 BSVR-MSBO 方法稳健性略弱于 Kriging-MSBO 方法; (3) 对比五种策略的空间探索能力, CEIM_m 及 CEIM_c 聚合策略更适于变量数较多优化问题, CEIM_e 聚合策略适用于变量较少问题, CEIM_h 聚合策略则更适合目标数目多、变量数较少问题; (4) 变量数较多时优先选取 BSVR 模型与 CEIM_m 或 CEIM_c 聚合策略进行组合; 变量数少时, 选取 Kriging-MSBO 方法.

为了更好的体现 MSBO 方法与传统进化算法的区别及优势, 选取经典的 NSGA-II 进化算法对上述工程案例进行优化. 优化过程中设定 NSGA-II 算法种群大小与最大进化代数均为 200, 与所

提 BSVR-MSBO 方法及 Kriging-MSBO 方法进行优化对比. 同时为最大程度减少量纲对试验结果的影响, 对 WEB 及 SRD 案例目标函数标准化 $f_s = (f - f_{min}) / (f_{max} - f_{min})$, 最小化 $f = w_1 f_{1s} + w_2 f_{2s}$ 进行决策. 假定目标同等重要, 即 $w_1 = w_2 = 0.5$, 优化结果见表 10 及表 11.

表 10 WEB 设计优化结果对比

CEIM _x	BSVR-MSBO 方法		Kriging-MSBO 方法	
	f_1	f_2	f_1	f_2
CEIM _c	13.5096	0.0015	16.9759	0.0015
CEIM _M	15.3190	0.0015	14.6823	0.0024
CEIM _e	13.0568	0.0022	19.0299	0.0012
CEIM _h	17.6647	0.0011	25.3229	0.0010
CEIM _m	10.3595	0.0030	16.9288	0.0015

表 11 SRD 设计优化结果对比

CEIM _x	BSVR-MSBO 方法		Kriging-MSBO 方法	
	f_1	f_2	f_1	f_2
CEIM _c	2988.64	693.04	2989.25	693.04
CEIM _M	2985.48	693.04	2992.14	693.04
CEIM _e	2985.42	693.04	2985.39	693.04
CEIM _h	2992.25	693.04	2979.88	707.20
CEIM _m	2989.47	693.04	2988.18	693.04

表 10, 表 11 中结果为 20 次独立重复试验目标权重相等时, WEB 及 SRD 案例获取 HV_s 最大值时的最优决策结果. 采用 NSGA-II 优化方法获得 WEB 的最优决策为 $f_1 = 8.1464$, $f_2 = 0.0022$, SRD 的最优决策为 $f_1 = 2987.22$, $f_2 = 693.04$. 对比表 8, 表 9 优化结果可以看出: 所提策略可实现对 WEB、SRD 等实际工程问题的求解, 且优化过程具有昂贵评估次数少. Kriging-MSBO 方法及 BSVR-MSBO 方法均可获得满意解, 且在去量纲后的最优结果中 (标黑部分) 最优决策均优于 NSGA-II 方法获取最优决策. 此外, 由所提方法获取 PF 结果可知: BSVR-MSBO 方法及 Kriging-MSBO 方法均具有良好的实际应用价值. 所提聚合策略可实现数据驱动模型更新和多目标高效优化. 对比优化方法所需的功能性评估次数可以发现, 采用 NSGA-II 方法在进化代数小于 10 (评估次数小于 2000) 难以获得有效的 Pareto 前沿, 而所提数据驱动的 MSBO 方法仅在最大评估次数分别为 109、115 及 123 即可获得较为理想的 PF, 表明所提 BSVR-MSBO 方法可实现高效计算并大幅减少大样本功能性评估带来的昂贵成本.

对于 CSI 工程案例, 设定三个目标等权重为 $w_1 = w_2 = w_3 = 1/3$, 对目标函数去量纲标准化后进行权重加和. 最小化 $f = w_1 f_{1s} + w_2 f_{2s} + w_3 f_{3s}$ 进行最优决策. 以 20 次独立重复试验获取最大 HV_s.

值时的决策为最优, 具体结果见表 12.

表 12 CSI 设计优化结果对比

CEIM _x	BSVR-MSBO 方法			Kriging-MSBO 方法		
	f_1	f_2	f_3	f_1	f_2	f_3
CEIM _c	40.9273	3.5852	11.1902	38.2468	3.5852	11.4391
CEIM _M	37.8680	3.5852	11.4743	37.8452	3.5862	11.4750
CEIM _e	37.5285	3.5852	11.5459	38.4424	3.5852	11.4210
CEIM _h	38.2298	3.5852	11.4407	38.1425	3.5852	11.4488
CEIM _m	38.4653	3.5852	11.4188	39.0419	3.5852	11.3653

CSI 工程案例采用 NSGA-II 优化获得的最优结果为 $f_1 = 42.7680$, $f_2 = 3.5852$, $f_3 = 11.0193$. 由表 12 知, Kriging-MSBO 及 BSVR-MSBO 方法最优目标值与 NSGA-II 优化结果相近, 但 BSVR-MSBO 方法仅需 123 次功能性评估. 因此, 所提 BSVR-MSBO 方法可实现昂贵约束优化问题的高效代理优化.

4 结论与展望

试验结果表明: (1) 所 BSVR-MSBO 方法可高效解决昂贵约束多目标优化问题, 适用于变量数较多情况; (2) 从改进距离视角出发构建的多目标改进策略矩阵聚合方法, 对发展更多策略进行矩阵填充及更多聚合方法的发展有一定的启发意义; (3) 策略矩阵聚合方法将复杂的积分计算改为简单的线性运算, 减少计算复杂度的同时大幅减少仿真成本. 此外, 注意到 CEIM 策略仍在某种程度上延续了 CEI 策略的贪婪特性, 导致获取 Pareto 前沿分布性较差. 相比代理辅助优化方法, 变量数目较多时优化效率缓慢, 但优于传统启发式算法.

随着复杂产品设计及顾客个性化定制成为常态, 小样本情形下的代理优化仍然是值得关注的重点问题. 实际工程中一般具有丰富的计算资源, 发展基于 BSVR 模型的并行 MSBO 方法有助于缩短设计周期、挖掘计算潜力. 注意到多目标空间填充策略受制于复杂积分运算、模型精度低等原因, 导致其难以在复杂昂贵多目标优化问题中实际应用. 故, 随着新的距离度量方法及基于贝叶斯推断代理模型不断涌现, 发展性能优异的多目标距离聚合策略是可以考虑的问题. 同时, 如何充分挖掘改进矩阵聚合策略的计算优势, 采用其它填充策略达到减少计算复杂度、减少昂贵仿真成本及提升算法综合优化性能使其更具实用性也是一个可以考虑的研究内容.

参考文献 (References)

- [1] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展 [J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3197-3225.
(Han Z H. Kriging surrogate model and its application

- to design optimization: a review of recent progress[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(11): 3197-3225.)
- [2] Forrester, A I J, Sobester A, Keane A J. *Engineering design via surrogate modelling: a practical guide*[M]. Wiley, Chichester, 2008.
- [3] Amaran S, Sahinidis N V, Sharda B, et al. Simulation optimization: a review of algorithms and applications[J]. *Annals of Operations Research*, 2016, 240(1): 351-380.
- [4] 林成龙, 马义中, 肖甜丽. 基于均值改进控制策略的昂贵约束并行代理优化方法 [J]. *控制理论与应用*, 2021, 38(6):707-718.
(Lin C L, Ma Y Z, Xiao T L. Expensive constraints parallel surrogate-based optimization algorithm based on mean improvement strategy[J]. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(6): 707-718.)
- [5] Price K, Storn R M, Lampinen J A. *Differential evolution: a practical approach to global optimization*[M]. Heidelberg Germany: Springer, 2005.
- [6] Deb K , Pratap A , Agarwal S , et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2):182-197.
- [7] Ma Y Z, Ouyang L H. 马义中, 欧阳林寒. *现代质量工程*. 北京: 科学出版社, 2018: 1-20.
(Contemporary quality engineering[M]. Beijing: Science Press, 2018: 1-20.)
- [8] Westermann P, Evins R. Surrogate modelling for sustainable building design – a review[J]. *Energy and Buildings*, 2019, 198: 170-186.
- [9] Song Z S, Wang H D, He C, Jin Y C, A Kriging-assisted two-archive evolutionary algorithm for expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 25(6): 1028-1048.
- [10] Chugh T, Jin Y C, Miettinen K, et al, A surrogate-assisted reference vector guided evolutionary algorithm for computationally expensive many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1) :129-142.
- [11] Osuna E. *Support vector machines: training and applications*[M]. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, 1998.
- [12] Yang K, Emmerich M, Deutz A, Bäck T. Fast calculation of multiobjective probability of improvement and expected improvement criteria for Pareto optimization[J]. *Journal of Global Optimization*, 2016, 63(3): 575-594.
- [13] Keane A J. Statistical improvement criteria for use in multiobjective design optimization[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(4), 879-891.
- [14] Knowles J . ParEGO: a hybrid algorithm with on-line landscape approximation for expensive multiobjective optimization problems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2005, 10(1):50-66.
- [15] Zhsng Q F, Liu W, Tsang F. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with gaussian process model[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(3): 456-474.
- [16] Jones, D R, Schonlau M , Welch W J . Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13(4): 455-492.
- [17] Zhan D W, Cheng Y S, Liu J. Expected improvement matrix-based infill criteria for expensive multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(6): 956-975.
- [18] Han D, Zheng J R. A Kriging model-based expensive multiobjective optimization algorithm using R2 indicator of expectation improvement[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020: 1-16.
- [19] Hussein R, Deb K. A generate Kriging surrogate model for constrained and unconstrained multi-objective optimization[C]. *The Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO2016, ACM*, 2016, Denver, Colorado, USA.
- [20] Chu W, Keerthi S S, Chong J O. Bayesian support vector regression using a unified loss function[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, 15(1): 29-44.
- [21] Chen K, Lv Z Z. Active learning Bayesian support vector regression model for global approximation[J]. *Informations Science*, 2021, 544: 549-563.
- [22] Youn B D , Choi K K , Yang R J , et al. Reliability-based design optimization for crashworthiness of vehicle side impact[J]. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2004, 26(3-4):272-283.
- [23] Sun G Y, Li L S, Fang J G, et al. On lower confidence bound improvement matrix-based approaches for multiobjective Bayesian optimization and its applications to thin-walled structures[J]. *Thin-Walled Structures* , 2021, 161: 1-16.
- [24] Lophaven S N, Nielsen H B, Søndergaard J. *DACE – A MATLAB Kriging toolbox – Version 2.0*[M]. IMM, Informatics and Mathematical modelling, The Technical University of Denmark, 2002.
- [25] Tian Y, Cheng R, Zhang X Y , et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization[J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2017, 12(4): 73-87.

作者简介

林成龙(1989—), 男, 博士生, 从事质量工程、智能优化算法的研究, E-mail: cllin0814@163.com;

马义中(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事质量工程与质量管理、计算机试验设计等研究, E-mail: yzma-2004@163.com; 性

肖甜丽(1988—), 女, 博士生, 从事质量工程、可靠性优化的研究, E-mail: 1017973062@qq.com

熊佳玮(1993—), 男, 博士生, 从事产品健康管理、机器学习的研究, E-mail: hsiungchiawei@njust.edu.cn