非线性多智能体系统的无模型自适应聚类一致性控制

李玉涵, 崔立志, 卜旭辉†, 郭金丽

(河南理工大学 电气工程与自动化学院, 河南 焦作 454000)

摘 要: 针对一类模型未知的离散时间非线性多智能体系统聚类一致性问题, 提出一种无模型自适应控制算法. 首先假设系统具有固定拓扑, 利用伪偏导数概念得到系统的数据关系模型, 在考虑多智能体之间耦合系数条件下给出聚类一致性误差, 在此基础上设计一种数据驱动的聚类一致性跟踪控制协议, 然后采用压缩映射方法在理论上分析了跟踪误差的收敛性. 结果表明所提算法不需要智能体模型信息即可完成跟踪任务, 是一种数据驱动的控制方法. 最后将结果拓展至随机切换拓扑结构的多智能体系统中. 数值仿真结果验证了所提算法的有效性.

关键词: 无模型自适应控制；多智能体系统；聚类一致性；数据驱动

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2022.0892

引用格式: 李玉涵, 崔立志, 卜旭辉, 等. 非线性多智能体系统的无模型自适应聚类一致性控制[J]. 控制与决策.

Model free adaptive cluster consensus control for nonlinear multi-agent systems

LI Yu-han, CUI Li-zhi, BU Xu-hui†, GUO Jin-li

(School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Henan Jiaozuo 454000, China)

Abstract: To address cluster consensus of discrete-time nonlinear multi-agent systems with unknown models under a fixed topology, this paper proposes a data-driven model-free adaptive control algorithm. Firstly, it is assumed that the system has a fixed topology, using the conception of pseudo partial derivative, the equivalent dynamic linearization model of agent system is obtained. Under the consideration of the coupling coefficient among multiple agents, the cluster consensus error is proposed, and a data-driven cluster consensus control protocol is designed, then the convergence of tracking error is theoretically proved by using a compression mapping method, which shows that the proposed algorithm can complete the tracking task without the information of the agent model. Finally, the results are extended to multi-agent systems with randomly switching topology. The effectiveness of the algorithm is verified by simulation examples.

Keywords: model free adaptive control；multi-agent systems；cluster consensus；data-driven design

0 引 言

多智能体系统(Multi-agent Systems, MAS)是由多个具有通信、传感、执行能力的智能个体所构成的网络系统, 近年来在军事、航天等多个领域展现了广阔的应用前景, 成为控制领域的研究热点[1-2]. 一致性跟踪作为MAS的重点研究内容, 其主要任务是设计合理的分布式控制器使智能个体在局部通信的情况下与系统整体保持一致[3-5]. 在一致性问题中, 有一类问题考虑了智能体之间的竞争关系, 并可同时存在多个领导者, 在此情况下, MAS将基于领导者划分聚类, 同一聚类内的智能体趋于一致, 而不同聚类之间的智能体保持分离, 这类问题被称作多智能体的聚类一致性问题.

目前, 聚类一致性问题已被广泛研究并取得一定的成果. 文献[6-7]基于李雅普诺夫函数解决了非线性多智能体系统聚类同步跟踪问题. 文献[8-11]研究了二阶多智能体系统的聚类一致性问题, 在以领导者为根节点的强连接拓扑结构下, 为每个聚类构造了基于内部耦合系数的自适应控制协议. 文献[12-13]考虑存在加权对抗作用的多智能体系统聚类一致性问题, 提出交互平衡、次平衡和非平衡三种加权有向网络, 并设计一种通用的聚类一致性控制策略. 文献[14-15]研究了切换拓扑下非线性多智能体的聚类一致性问题, 弱化了网络拓扑结构的必要条件.

收稿日期: 2022-05-19；**录用日期:** 2022-11-10.
基金项目: 国家自然科学基金项目(62273133).
†通讯作者. E-mail: bxhtong@126.com.

虽然对多智能体聚类一致性问题的研究已经有所成就, 但上述文献均在系统模型已知条件下进行问题探讨, 实际上系统的模型并不容易获得, 这就导致在实际应用过程中会有一定的局限性. 无模型自适应控制(Model Free Adaptive Control, MFAC) 为模型未知的非线性系统提供了一种有效控制方法, 不仅规避了系统精确建模的困难, 同时仅利用易获取的输入输出信号实现一种数据驱动的控制方式. 目前该方法已成功应用于多智能体系统的协同控制中, 如文献[16-17]提出的无模型自适应控制算法解决了一类未知非线性多智能体系统协同输出问题. 文献[18]研究了异构非线性多智能体系统的编队控制, 基于全格式动态线性化方法设计了一种无模型自适应编队控制方案. 文献[19-20] 提出了一种分布式无模型自适应迭代学习控制算法, 针对有限时间内重复运行的控制任务有很好的控制效果. 但现有的无模型自适应多智能体协同控制方法均未考虑聚类一致性问题.

鉴于以上分析, 本文提出一种无模型自适应多智能体聚类一致性控制算法. 首先基于伪偏导数概念得到系统的等价动态线性化模型, 在合理设定拓扑结构以及耦合系数条件下给出系统的聚类一致性误差, 在此基础上进行控制算法的设计. 然后给出系统的收敛条件, 并对系统的收敛性做出理论分析, 结果表明所提算法不需要系统的精确模型, 仅利用系统的I/O数据即可完成跟踪任务. 最后将算法拓展至随机切换拓扑结构的多智能体系统中, 并分别通过仿真示例验证了所提算法的有效性.

1 问题描述

1.1 预备知识

本文用$\|A\|$表示矩阵A的范数, $diag\{.\}$表示适当维数的对角矩阵, $\lambda_{\min}(A)$ 表示矩阵A 的最小特征值. 图论可以有效表示多智能体之间的通信情况, 节点代表智能体, 节点之间的边代表智能体之间的通信. 记$\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E},\mathcal{A})$ 为包含N个节点的有向拓扑图, 其中$\mathcal{V}=\{1,\ldots,N\}$ 表示图中所有跟随者节点构成的集合; $\mathcal{E}\subset\mathcal{V}\times\mathcal{V}$表示节点间边构成的集合. $(l,j)\in\mathcal{E}$ 说明智能体j能够接收到智能体l的信息. $\mathcal{A}=[a_{jl}]\in R^{N\times N}$表示有向图$\mathcal{G}$对应的邻接矩阵. 若$(l,j)\in\mathcal{E}$, 则有$a_{jl}\neq 0$, 且用$a_{jl}=1$表示智能体$j$与$l$间为合作关系; $a_{jl}=-1$ 表示两者间为竞争关系. 定义有向图$\mathcal{G}$的$Laplacian$矩阵$L=[l_{jl}]_{N\times N}$, 其中$l_{jj}=\sum\limits_{l=1}^{N}a_{jl}$; $l_{jl}=-a_{jl}, j\neq l, j=1,\cdots,N$. 假设将包含$N$个智能体的系统划分为$p$ $(1<p<N)$ 个非空聚类, 用$\mathcal{V}_\ell$ 表示, 则有$\bigcup\limits_{\ell=1}^{p}\mathcal{V}_\ell=\mathcal{V}$,$\mathcal{V}_\ell\bigcap\mathcal{V}_\kappa=\emptyset,\ell\neq\kappa,\ell,\kappa=1,\ldots,p$. 相应地, 系统的有向图$\mathcal{G}$被划分为$p$个子图, 记为$\mathcal{G}_\ell,\ell=1,\ldots,p$. 用$\overline{\mathcal{G}}_\ell$ 表示$\mathcal{V}_\ell$ 内所有节点与其领导者共同构成的拓扑图. $\bar{j}$ 表示节点j所在聚类, 表示为$j\in\mathcal{V}_{\bar{j}}$. 若$\bar{j}=\bar{l}$, 说明两节点存在于同一聚类, 否则$\bar{j}\neq\bar{l}$. 规定同一聚类内节点为合作关系, 不同聚类之间可能存在竞争关系.

定义1 对任意节点$j\in\mathcal{V}_\ell,\ell=1,\cdots,p$, 若存在节点$l\in\mathcal{V}\backslash\mathcal{V}_\ell$, 使得$a_{jl}\neq 0$, 则称节点$j$ 为间节点, 否则称其为内节点.

用c_{jl}表示节点j与节点l之间的耦合强度, 若$\bar{j}=\bar{l}=\ell$, 则有$a_{jl}\geq 0$, $c_{jl}=c_\ell>0$; 若$\bar{j}\neq\bar{l}$, 则有$a_{jl}\in R$, $c_{jl}=1$. 用非负对角矩阵$D=diag\{D_1,\ldots,D_p\}=diag\{d_1,\ldots,d_N\}$表示跟随者与领导者间通信情况, 若矩阵元素$d_j=1$, 说明节点$j$ 能够获取来自领导者的信息, 否则$d_j=0$. 规定系统整体在分为p 个聚类的情况下, 其$Laplacian$矩阵有以下性质: 用$L_{\ell\ell}$ 表示非负加权有向图$\overline{\mathcal{G}}_\ell$ 的$Laplacian$矩阵, 令$\overline{L}_{\ell\ell}=L_{\ell\ell}+D_\ell$, 则聚类意义下的$Laplacian$矩阵可表示为

$$\widetilde{L}=\begin{bmatrix} c_1\overline{L}_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1p}\\ L_{21} & c_2\overline{L}_{22} & \cdots & L_{2p}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ L_{p1} & L_{p2} & \cdots & c_p\overline{L}_{pp}\end{bmatrix}$$

令$L_0=L-diag\{L_{11},\cdots,L_{pp}\}$, 可以看出$L_0$ 剔除内部耦合信息后只包含不同聚类之间的耦合信息.

引理1 [21]若有向图$\overline{\mathcal{G}}_\ell$中包含以领导者为根节点的有向生成树, 则存在正定对角矩阵Q_ℓ, 使得$Q_\ell\overline{L}_{\ell\ell}+\overline{L}_{\ell\ell}^T Q_\ell>0$, 其中$Q=diag\{Q_1,\ldots,Q_p\}=diag\{q_1,\ldots,q_N\}$.

引理2 [21]若有向图$\overline{\mathcal{G}}_\ell$中包含以领导者为根节点的有向生成树, 且聚类内耦合强度满足以下条件$c_\ell>\max\{\frac{-\lambda_{\min}(QL_0+{L_0}^TQ)}{\lambda_{\min}(Q_\ell\overline{L}_{\ell\ell}+\overline{L}_{\ell\ell}{}^TQ_\ell)},1\},\ell=1,\cdots,p$, 则$Q\widetilde{L}+\widetilde{L}^TQ>0$.

1.2 系统描述

考虑含有N个智能体的多智能体系统, 其中第j个智能体的系统动态可描述为:

$$\begin{aligned} y_j(k+1)=f(&y_j(k),\cdots,y_j(k-n_y),\\ &u_j(k),\cdots,u_j(k-n_u)) \end{aligned} \tag{1}$$

其中, $y_j(k)\in R, u_j(k)\in R$ 分别表示智能体j在k时刻的输出和输入, n_y,n_u是两个未知的正整数, $f(\cdots):R^{n_u+n_y+2}\mapsto R$为未知的非线性函数.

为了便于分析, 假设系统满足以下条件.

假设1 除有限时刻点以外, $f(\cdots)$关于控制输入$u_j(k)$的偏导数是连续的.

假设2 除有限时刻点以外, 系统满足广义$Lipschitz$条件, 即当$\Delta u_j(k) \neq 0$时, 对任意时刻k有$|\Delta y_j(k+1)| \leq m\,|\Delta u_j(k)|$, 其中$\Delta y_j(k+1) = y_j(k+1) - y_j(k)$, $\Delta u_j(k) = u_j(k) - u_j(k-1)$, m为一正常数.

注1 对于多数控制对象来说, 上述假设存在其实际合理性. 假设1是非线性系统控制器设计过程中一种典型的约束条件. 假设2 是限制系统输出变化率的上界, 即有界的输入能量变化只能产生有界的输出的变化.

引理3 [22-23]若智能体系统(1)满足假设1和2, 当$|\Delta u_j(k)| \neq 0$时, 一定存在一个被称为伪偏导数(Pseudo Partial Derivative，PPD) 的时变参数$\phi_j(k) \in R$, 使得系统(1)能够转化为如下紧格式动态线性化数据模型

$$y_j(k+1) = y_j(k) + \phi_j(k)\Delta u_j(k) \tag{2}$$

其中, PPD对任意时刻均有界, 即满足$|\phi_j(k)| \leq b$, $b > 0$是一个常数.

定义智能体j的聚类一致性误差为:

$$\begin{aligned} z_j(k) = &\sum_{l=1}^{N} c_{jl} a_{jl}(y_l(k) - y_j(k)) \\ &+ c_{\bar{j}} d_j(y_{\bar{j}}^*(k) - y_j(k)) \end{aligned} \tag{3}$$

其中, 若智能体j与l在同一聚类ℓ中, 有$a_{jl} \geq 0$, $c_{jl} = c_\ell > 0$, 否则, $a_{jl} \in R$, $c_{jl} = 1$, d_j表示能否获取领导者信息, 若能获取, 则有$d_j = 1$, 否则$d_j = 0$, $y_{\bar{j}}^*(k)$表示智能体j所在聚类的领导者输出, 即此聚类内智能体的期望轨迹.

定义智能体j与其所在聚类领导者的跟踪误差为:

$$e_j(k) = y_{\bar{j}}^*(k) - y_j(k) \tag{4}$$

本文的控制目标为针对非线性多智能体系统(1)设计一种控制算法, 使得同一聚类内的智能体跟随聚类内部领导者的期望进行输出, 即$\lim\limits_{k\to\infty} \|e(k)\| = 0$; 而处于不同聚类的智能体因存在竞争关系, 同时其各自的领导者期望并不一致, 最终输出相互分离, 即$\lim\limits_{k\to\infty} \|y_j(k) - y_l(k)\| > 0$, $j \in \mathcal{V}_\ell, l \in \mathcal{V}\backslash\mathcal{V}_\ell$. 为完成上述控制目标, 先对系统整体拓扑结构以及智能体之间的通讯情况做出如下假设.

假设3 聚类的有向拓扑$\overline{\mathcal{G}}_\ell, \ell = 1, \cdots, p$中含有以领导者为根节点的有向生成树, 即保证聚类内所有节点能够直接或间接获取其领导者信息.

假设4 聚类的间节点受到来自其他聚类的影响能够相互抵消, 即$\sum\limits_{l\in\mathcal{V}_\ell} a_{jl} = 0, \forall j = 1, \cdots, N, j \in \mathcal{V}\backslash\mathcal{V}_\ell, l = 1, \cdots, p$.

注2 假设3是解决多智能体系统聚类一致性跟踪问题的必要通信条件, 若系统中存在无法直接或间接获取领导者信息的孤立智能体, 则该智能体处于一种不可控状态, 并会影响系统整体的跟踪任务. 假设4说明智能体之间的耦合权值可正可负, 仅需保证聚类内部智能体之间为合作关系, 而不同聚类的智能体之间可为合作, 也可为竞争.

2 主要结果

2.1 固定拓扑下的聚类控制算法

为实现跟踪目标, 设计如下无模型自适应聚类一致性控制算法：

$$\begin{aligned} \widehat{\phi}_j(k) = \widehat{\phi}_j(k-1) + &\frac{\eta\Delta u_j(k-1)}{\mu + |\Delta u_j(k-1)|^2} \\ &(\Delta y_j(k) - \widehat{\phi}_j(k-1)\Delta u_j(k-1)) \end{aligned} \tag{5}$$

$\widehat{\phi}_j(k) = \widehat{\phi}_j(1)$, 若$\left|\widehat{\phi}_j(k)\right| \leq \varepsilon$或$|\Delta u_j(k-1)| \leq \varepsilon$或

$$sign(\widehat{\phi}_j(k)) \neq sign(\widehat{\phi}_j(1)) \tag{6}$$

$$u_j(k) = u_j(k-1) + \frac{\rho\widehat{\phi}_j(k)}{\lambda + \left|\widehat{\phi}_j(k)\right|^2} z_j(k) \tag{7}$$

其中, $\widehat{\phi}_j(k)$是PPD$\phi_j(k)$ 的估计值, 因PPD 为一种时变参数, 其精确值很难获取, 所以先利用系统的I/O数据设计参数估计算法, 再将其运用至控制算法设计中. 通常$\eta \in (0,1]$、$\rho \in (0,1]$ 为步长因子, 目的是使算法更具灵活性; $\mu > 0$、$\lambda > \lambda_{\min} > 0$为权重因子, ε 为一个非常小的正数, 通常取值为10^{-4} 或10^{-5}. $\widehat{\phi}_j(1)$ 为$\widehat{\phi}_j(k)$ 的初值.

假设5 对任意时刻k以及$\Delta u(k) \neq 0$, 系统伪偏导数符号保持不变, 即满足$\phi_j(k) > \varepsilon > 0$或$\phi_j(k) < -\varepsilon$, 其中$\varepsilon$为一个小正数. 本文假设$\phi_j(k) > \varepsilon > 0$.

注3 假设5表示系统输入增加时, 其所对应的输出应该是不减的, 这可被称作为一种典型的“拟线性”特征, 它同样可等价的表现为基于模型下控制器的设计需要假设控制方向已知或是不变号, 实际系统多数满足此假设条件.

引理4 [23] 用$W(k)$表示随时间变化的正对角项不可约亚随机矩阵, W表示$W(k)$所有可能情况, 则有$\|W(P)W(P-1)\cdots W(1)\| \leq \beta$, 其中$0 < \beta < 1$, P可任意从集合W中选取.

定理1 针对满足假设1-4的非线性多智能体

系统(1), 并且每个聚类的领导者期望轨迹已的知情况下, 利用无模型自适应控制算法(5)-(7), 在参数ρ 满足$\rho < \frac{1}{\max\limits_{j=1,\cdots,N} c_{\overline{J}}(\sum\limits_{l\in\mathcal{V}_{\overline{j}}} a_{jl}+d_j)}$ 时, 存在$\lambda_{\min} > 0$, 且$\lambda > \lambda_{\min}$, 使得对于所有$j = 1, 2, \cdots, N$, 跟踪误差 $e_j(k)$在$k \to \infty$ 时收敛至零, 即 $\lim\limits_{k\to\infty} \|e_j(k)\| = 0$.

证明 本节分为2个部分证明所提算法的收敛性.

a) PPD估计值$\widehat{\phi}_j(k)$是有界的.

在满足参数估计重置算法的条件下, 显然$\widehat{\phi}_j(k)$有界; 考虑其他情况, 当$|\Delta u_j(k-1)| > \varepsilon$ 时, 定义$\widetilde{\phi}_j(k) = \widehat{\phi}_j(k) - \phi_j(k)$ 为参数估计误差, 式(5)两端同时减去$\phi_j(k)$得

$$\begin{aligned}\widetilde{\phi}_j(k) = {}& \widehat{\phi}_j(k-1) - \phi_j(k-1) + \tfrac{\eta\Delta u_j(k-1)}{\mu+|\Delta u_j(k-1)|^2} \\ & \times (\Delta y_j(k) - \widehat{\phi}_j(k-1)\Delta u_j(k-1)) \\ & - (\phi_j(k) - \phi_j(k-1))\end{aligned} \tag{8}$$

令$\Delta\phi_j(k) = \phi_j(k) - \phi_j(k-1)$, 代入式(8)中得

$$\begin{aligned}\widetilde{\phi}_j(k) = {}& \left(1 - \frac{\eta|\Delta u_j(k-1)|^2}{\mu + |\Delta u_j(k-1)|^2}\right) \\ & \times \widetilde{\phi}_j(k-1) - \Delta\phi_j(k)\end{aligned} \tag{9}$$

由引理3得, $\phi_j(k)$有界且规定$|\phi_j(k)| \le b$, 则有$|\Delta\phi_j(k)| \le 2b$, 对式(9) 两端取绝对值, 得

$$\begin{aligned}\left|\widetilde{\phi}_j(k)\right| \le {}& \left|\left(1 - \frac{\eta|\Delta u_j(k-1)|^2}{\mu + |\Delta u_j(k-1)|^2}\right)\right| \\ & \times \left|\widetilde{\phi}_j(k-1)\right| + 2b\end{aligned} \tag{10}$$

注意到, 函数$\frac{\eta|\Delta u_j(k-1)|^2}{\mu+|\Delta u_j(k-1)|^2}$ 关于$|\Delta u_j(k-1)|^2$ 为一单增函数, 在$|\Delta u_j(k-1)| > \varepsilon$ 条件下, 其最小值为$\frac{\eta\varepsilon^2}{\mu+\varepsilon^2}$, 取$0 < \eta \le 1$和$\mu > 0$时, 一定存在常数$d_1$, 满足

$$\begin{aligned}0 \le {}& \left|\left(1 - \frac{\eta|\Delta u_j(k-1)|^2}{\mu + |\Delta u_j(k-1)|^2}\right)\right| \\ & \le 1 - \frac{\eta\varepsilon^2}{\mu + \varepsilon^2} = d_1 < 1\end{aligned} \tag{11}$$

根据式(10)和式(11), 可得

$$\begin{aligned}\left|\widetilde{\phi}_j(k)\right| &\le d_1\left|\widetilde{\phi}_j(k-1)\right| + 2b \\ &\le {d_1}^2\left|\widetilde{\phi}_j(k-2)\right| + 2bd_1 + 2b \\ &\le \cdots \le {d_1}^{k-1}\left|\widetilde{\phi}_j(1)\right| + \tfrac{2b\left(1-{d_1}^{k-1}\right)}{1-d_1}\end{aligned} \tag{12}$$

所以, $\widetilde{\phi}_j(k)$是有界的, 又因为$|\phi_j(k)| < b$, 对于任意时刻, $\widehat{\phi}_j(k)$ 均有界, 证明成立.□

b) 多智能体系统跟踪误差的收敛性.

由式(4)得, 多智能体系统的跟踪误差为$e_j(k) = y_{\overline{j}}^*(k) - y_j(k)$, 定义下列列向量:

$$\begin{aligned}Y(k) &= \{y_1(k), y_2(k), \cdots, y_N(k)\}^T \\ U(k) &= \{u_1(k), u_2(k), \cdots, u_N(k)\}^T \\ E(k) &= \{e_1(k), e_2(k) \cdots, e_N(k)\}^T \\ Z(k) &= \{z_1(k), z_2(k) \cdots, z_N(k)\}^T \\ {Y_\ell}^* &= \{{y_1}^*, \cdots {y^*}_p\}^T\end{aligned}$$

其中${Y_\ell}^*$为一$N \times 1$的列向量, 其中元素${y_\ell}^*$ 表示第ℓ聚类中领导者期望轨迹, 并且此聚类中有多少跟随者智能体, 列向量中元素${y_\ell}^*$就有几个.

根据系统误差$E(k)$与聚类一致性误差$Z(k)$的关系, 可得

$$Z(k) = \widetilde{L}E(k) \tag{13}$$

根据式(7)得

$$U(k) = U(k-1) + \rho\Omega(k)Z(k) \tag{14}$$

其中$\Omega(k) = diag\left\{\frac{\widehat{\phi}_1(k)}{\lambda+\left|\widehat{\phi}_1(k)\right|^2}, \cdots, \frac{\widehat{\phi}_N(k)}{\lambda+\left|\widehat{\phi}_N(k)\right|^2}\right\}$

将动态线性化方程(2)写作矩阵形式, 得

$$Y(k+1) = Y(k) + \Phi(k)\Delta U(k) \tag{15}$$

其中$\Phi(k) = diag\{\phi_1(k), \cdots, \phi_N(k)\}$, $\Delta U(k) = U(k) - U(k-1)$ 在原动态线性化方程两端取负号, 再在两端同时加上${Y_\ell}^*$, 并将式(14) 代入得:

$${Y_\ell}^* - Y(k+1) = {Y_\ell}^* - Y(k) - \rho\Phi(k)\Omega(k)Z(k)$$

根据跟踪误差的定义(4)以及跟踪误差与聚类一致性误差的关系(13), 可得

$$\begin{aligned}E(k+1) &= E(k) - \rho\Phi(k)\Omega(k)\widetilde{L}E(k) \\ &= \left(I - \rho\Phi(k)\Omega(k)\widetilde{L}\right)E(k) \\ &= \left(I - \rho\mathrm{H}(k)\widetilde{L}\right)E(k)\end{aligned} \tag{16}$$

其中$\mathrm{H}(k) = \Phi(k)\Omega(k) = diag\{\nu_1(k), \cdots, \nu_N(k)\}$, $\nu_j(k) = \frac{\phi_j(k)\widehat{\phi}_j(k)}{\lambda+\left|\widehat{\phi}_j(k)\right|^2}$, $j = 1, \cdots, N$. 由于$\phi_j(k)$ 和$\widehat{\phi}_j(k)$ 均有界, 取$\lambda_{\min} = 0.25b^2$, 当$\lambda > \lambda_{\min}$ 时, 存在一个正常数M_1 满足

$$\begin{aligned}&0 < M_1 \le \nu_j(k) = \tfrac{\phi_j(k)\widehat{\phi}_j(k)}{\lambda+\left|\widehat{\phi}_j(k)\right|^2} \le \\ &\tfrac{b\widehat{\phi}_j(k)}{\lambda+\left|\widehat{\phi}_j(k)\right|^2} \le \tfrac{b\widehat{\phi}_j(k)}{2\sqrt{\lambda}\widehat{\phi}_j(k)} < \tfrac{b}{2\sqrt{\lambda_{\min}}}\end{aligned} \tag{17}$$

当系统的拓扑结构满足假设3和4, 可以得到矩阵$I - \rho\mathrm{H}(k)\widetilde{L}$ 一定为一不可约矩阵, 若选取ρ满足$\rho < \frac{1}{\max\limits_{j=1,\cdots,N} c_{\overline{J}}(\sum\limits_{l\in\mathcal{V}_{\overline{j}}} a_{jl}+d_j)}$, 即$\rho$小于$\widetilde{L}$ 对角元素最大值的倒数, 同时对于所有的$j = 1, 2, \ldots N$均有$0 < v_j(k) < 1$ 成立, 因此可得矩阵$I - \rho\mathrm{H}(k)\widetilde{L}$至少有一行和严格小于1, 即可得矩阵$I - \rho\mathrm{H}(k)\widetilde{L}$为一对角元素为正的不可约矩阵.

对(16)式两端取范数, 得

$$\begin{aligned} E(k+1) &\le \left\| I-\rho \mathrm{H}(k)\widetilde{L} \right\| \|E(k)\| \\ &\le \left\| I-\rho \mathrm{H}(k)\widetilde{L} \right\| \left\| I-\rho \mathrm{H}(k-1)\widetilde{L} \right\| \|E(k-1)\| \\ &\le \left\| I-\rho \mathrm{H}(k)\widetilde{L} \right\| \cdots \left\| I-\rho \mathrm{H}(1)\widetilde{L} \right\| \|E(1)\| \end{aligned} \tag{18}$$

根据引理4, 可得

$$\|E(k+1)\| \le \beta^{\lfloor \frac{k}{p} \rfloor} \times \|E(1)\|$$

其中, $\lfloor\cdot\rfloor$表示向下取整函数. 因此证得$\lim\limits_{k\to\infty} \|E(k+1)\| = 0$, 即在矩阵范数的意义下, 系统收敛. 当智能体$j$与智能体$l$不属于同一聚类时, 因$\lim\limits_{k\to\infty} \left| y_{\bar{j}}^*(k) - y_j(k) \right| = 0$ 成立, 而$y_{\bar{j}}^*(k)$与$y_l(k)$ 并不相同, 所以自然可得$\lim\limits_{k\to\infty} |y_j(k) - y_l(k)|$ 不为零, 即不同聚类的智能体输出分离. 多智能体系统可以达到聚类一致性的控制目标, 证毕. □

注4 定理1针对系统动态形如(1)式的多智能体系统给出无模型自适应聚类控制算法的收敛条件, 并证明了跟踪误差的收敛性. 但对于具有如下结构的异构多智能体系统

$$\begin{aligned} y_j(k+1) = f_j(&y_j(k), \cdots, y_j(k-n_y), \\ &u_j(k), \cdots, u_j(k-n_u)) \end{aligned}$$

其中$f_j(\cdots)$ 为每个智能体的非线性动力学特性, 根据引理3的动态线性化方法, 同样可以得到形如(2)式的紧格式动态线性化模型, 所以定理1 同样适用于模型信息不同的异构多智能体系统. 为了验证该结论, 本文增加了相关仿真示例进行说明.

2.2 切换拓扑下的聚类控制算法

本节将2.1节针对固定拓扑的结果拓展至随机切换拓扑的多智能体系统中. 假设拓扑结构随时刻变化进行切换, 切换规则通过分段函数$\sigma(k) : \{1, 2, \ldots, \infty\} \mapsto \{1, \ldots, M\}$ 描述, M是可切换拓扑结构总数.记随时刻改变的邻接矩阵为$\mathcal{A}(k) = (a_{jl}(k)) \in R^{N\times N}$, 所对应的聚类意义下系统$Laplacian$矩阵为$\widetilde{L}(k)$. 根据引理2, 聚类内部耦合系数受系统$Laplacian$ 矩阵影响, 用$c_{\bar{j}}(k)$ 表示随时间变化的耦合系数.

假设6 系统所有可切换的拓扑结构均满足假设3和4, 且在固定控制目标下规定拓扑结构的切换不改变聚类的个数以及智能体的分组情况, 仅改变智能体之间的通信结构.

在考虑领导者的条件下, 系统拓扑结构记为$\overline{\mathcal{G}}^i = \{\bar{\mathcal{G}}^1, \bar{\mathcal{G}}^2, \ldots \bar{\mathcal{G}}^M\}$, 则$\overline{\mathcal{G}}^i$下系统和聚类意义下的$Laplacian$矩阵表示为$L^i$和$\widetilde{L}^i$. 随时刻变化的聚类内部结构以及与领导者的通讯情况可分别表示为$\bar{\mathcal{G}}_l^i, l = 1, \ldots p, i = 1, \ldots M$, 和$D^i = diag\{d_1^i, \ldots, d_N^i\}$.

此时，聚类一致性误差可写作

$$\begin{aligned} z_j(k) = &\sum_{l=1}^{N} c_{jl}(k) a_{jl}(k)(y_l(k) - y_j(k)) \\ &+ c_{\bar{j}}(k) d_j(k)(y_{\bar{j}}^*(k) - y_j(k)) \end{aligned} \tag{19}$$

定理2 针对满足假设1-6的非线性多智能体系统(1), 在每个聚类的领导者期望轨迹已的知情况下, 利用MFAC 算法(5)-(7), 若参数ρ 满足$\rho < \frac{1}{\max_{j=1,\ldots,N, i=1,\ldots,M} c_{\bar{j}}^{\mathrm{i}}(\sum\limits_{l\in\mathcal{V}_{\bar{j}}} a_{jl}^i + d_j^i)}$, 其中, $c_{\bar{j}}^i$ 为第i种拓扑下智能体j所在聚类的耦合强度, a_{jl}^i与d_j^i分别为L^i与D^i的元素, 则存在$\lambda_{\min} > 0$, 当$\lambda > \lambda_{\min}$时, 对于所有$j = 1, 2, \cdots, N$, 跟踪误差$e_j(k)$在$k \to \infty$时收敛到零.

证明 此时跟踪误差与聚类一致性误差的关系可写作

$$Z(k) = \widetilde{L}(k)E(k) \tag{20}$$

根据式(16), 跟踪误差可表示为

$$E(k+1) = \left(I - \rho \mathrm{H}(k)\widetilde{L}(k)\right) E(k) \tag{21}$$

根据上节分析, 若能证得对所有k有$\left\| I - \rho \mathrm{H}(k)\widetilde{L}(k) \right\| < 1$成立, 则当$k \to \infty$ 时, $|e_j(k+1)| = 0$.

在假设6条件下, $I - \rho \mathrm{H}(k)\widetilde{L}(k)$一定为一不可约矩阵, 又因$\{\widetilde{L}^1, \widetilde{L}^2, \ldots \widetilde{L}^M\}$为所有可能的$\widetilde{L}(k)$, 若$\rho$的选取满足$\rho < \frac{1}{\max_{j=1,\ldots,N, i=1,\ldots,M} c_{\bar{j}}^{\mathrm{i}}(\sum\limits_{l\in\mathcal{V}_{\bar{j}}} a_{jl}^i + d_j^i)}$, 即$\rho$ 小于所有可能拓扑下$\widetilde{L}(k)$对角元素最大值的倒数, 此时矩阵$I - \rho \mathrm{H}(k)\widetilde{L}(k)$ 为一具有正对角项的不可约亚随机矩阵. 与上节对系统跟踪误差的理论分析类似,一定存在$\lambda_{\min} > 0$, 使得当$\lambda > \lambda_{\min}$ 时, 系统跟踪误差在$k \to \infty$ 时收敛至零. 同样, 由于领导者期望不同以及竞争关系的存在, 不同聚类的智能体最终输出分离. 证毕. □

3 仿真示例

3.1 固定拓扑下的仿真结果

假设多智能体系统包含$N = 7$个节点, $p = 3$个聚类, 拓扑结构如图1, 其中, 每个聚类分别为$\mathcal{V}_1 = \{1, 2, 3\}$, $\mathcal{V}_2 = \{4, 5\}$, $\mathcal{V}_3 = \{6, 7\}$, 该拓扑结构显然符合前文所做假设. 设定系统模型如下:

$$\begin{aligned} &y_j(k+1) \\ &= \frac{y_j(k)}{1 + {y_j}^2(k)} + {u_j}^3(k), \quad k \in [0, 1, \cdots, 600] \end{aligned}$$

需要说明的是, 给出上述模型仅为获取智能体

的I/O数据, 所提MFAC算法中并未使用系统的模型信息.

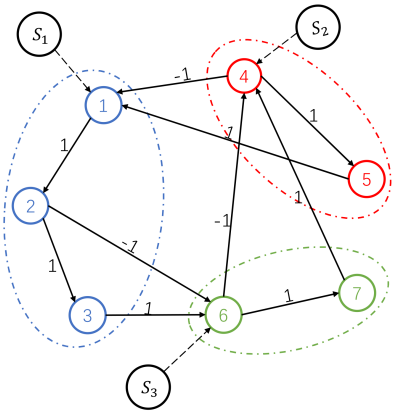

图 1 $N = 7$多智能体通信拓扑结构图

设定三个领导者的三条期望轨迹如下:

$$
\begin{aligned}
y_1{}^*(k) &= 0.4\sin(0.2k\pi/30) + 0.2\cos(0.5k\pi/10) + 1.5\\
y_2{}^*(k) &= 0.4\sin(0.4k\pi/30) + 0.3\cos(0.6k\pi/10) + 1\\
y_3{}^*(k) &= 0.1\sin(0.1k\pi/30) + 0.1\cos(0.8k\pi/10) + 0.5
\end{aligned}
$$

由拓扑结构图可得关联矩阵$D = diag\{1,0,0,1,0,1,0\}$, 设定正定对角矩阵$Q = diag\{1,1,1,1,1,1,1\}$.根据引理2, 计算得实现聚类一致性的耦合条件为$c_1 > 3.5044$, $c_2 > 2.0529$, $c_3 > 2.0529$, 参数选取$c_1 = 3.7$, $c_2 = 2.1$, $c_3 = 2.1$.

根据定理1的收敛性条件, 选定控制器参数$\rho = 0.2$, 其他参数设置为$\eta = 0.7$, $\mu = 1.2$, $\lambda = 1$, $\varepsilon = 10^{-5}$. 初始时刻智能体系统的输出$Y(0) = [1.2, 2, 1.8, 1, 1.4, 0.8, 0]$, 系统初始输入$U(0) = 0$.

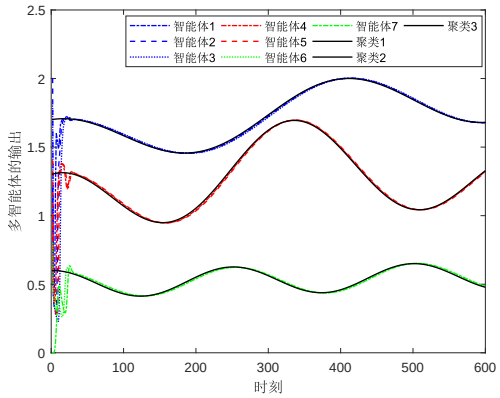

图 2 固定拓扑下多智能体系统输出

图2验证了多智能体系统聚类一致性的控制目标, 由图可知, 在经历短暂的振荡之后, 各个聚类内的智能体可以迅速跟上其对应的领导者进行输出, 并且在所提算法的控制下有较好的跟踪性能.

图3验证了多智能体系统聚类一致性跟踪误差收敛至零的正确性, 描述了时间推移下多智能体系统跟踪误差的变化. 由图可知, 每个智能体的跟踪误差在经过短暂的波动之后很快趋于零, 表明系统随着时间的推移逐渐收敛稳定, 并可对期望轨迹实现完全跟踪.

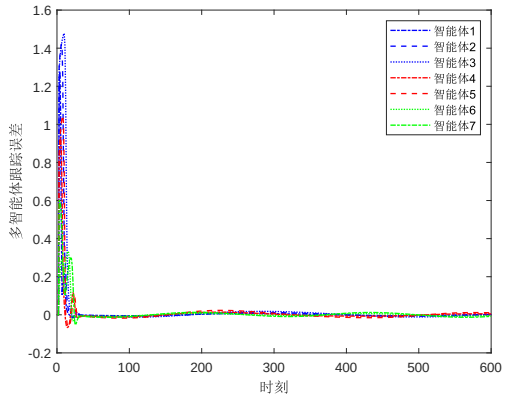

图 3 固定拓扑下多智能体系统跟踪误差

3.2 切换拓扑下的仿真结果

本小节在固定拓扑基础上考虑切换情况, 并设定同一聚类内智能体动态模型不完全相同. 假设系统共有2种可能的拓扑结构, $\overline{\mathcal{G}}^{\sigma(k)} \in [\overline{\mathcal{G}}^1, \overline{\mathcal{G}}^2]$, 如图4所示. 规定切换信号函数$\sigma(k)$在区间$[0,1]$上随机变化, 并按下述切换规则进行切换:

$$
\begin{cases}
\sigma(k) \in [0, 0.5), \sigma(k) = 1, \overline{\mathcal{G}}^{\sigma(k)} = \overline{\mathcal{G}}^1\\
\sigma(k) \in [0.5, 1), \sigma(k) = 2, \overline{\mathcal{G}}^{\sigma(k)} = \overline{\mathcal{G}}^2
\end{cases}
$$

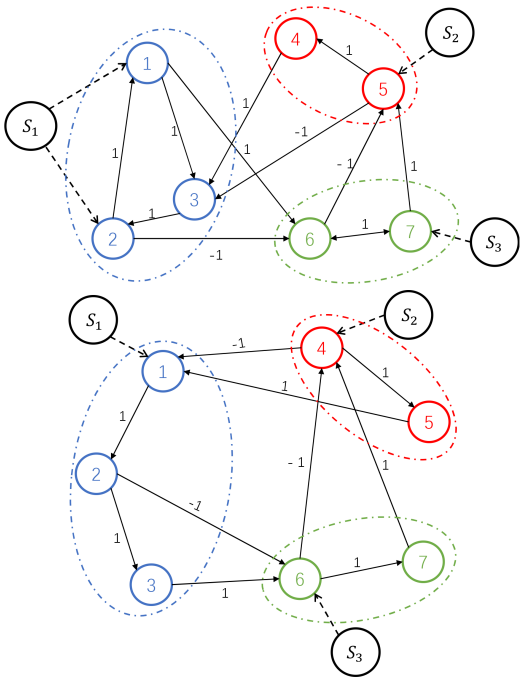

图 4 所有可能的拓扑结构

因切换信号函数$\sigma(k)$具有随机性, 图5给出一次仿真中两种拓扑结构随时间的切换情况, 其中纵坐标1和2分别指可切换拓扑图$\bar{\mathcal{G}}^1$和$\bar{\mathcal{G}}^2$. 设定多智能体

的模型如下:

$$y_j(k+1)=\frac{y_j(k)}{1+{y_j}^2(k)}+{u_j}^3(k), j=3,5,7$$

$$y_j(k+1)=\frac{y_j(k)y_j(k-1)}{1+{y_j}^2(k)}+{u_j}^2(k), j=1,2,4,6$$

其中, $k\in[0,1,\ldots,400]$.

需要说明的是, 上述模型的给出仅为获取多智能体的I/O数据, 并不参与控制算法的设计. 假设三个领导者的期望轨迹为:

$$\begin{aligned}{y_1}^*(k)&=0.5\sin(0.07k\pi/30)+0.3\cos(0.08k\pi/10)+2\\{y_2}^*(k)&=0.6\sin(0.03k\pi/30)+0.5\cos(0.09k\pi/10)+1.5\\{y_3}^*(k)&=0.8\sin(0.04k\pi/30)+0.3\cos(0.08k\pi/10)+0.5\end{aligned}$$

由拓扑结构可知, 第一种通讯结构下关联矩阵$D^1=diag\{1,1,0,0,1,0,1\}$, 第二种情况下关联矩阵$D^2=diag\{1,0,0,1,0,1,0\}$. 设定正定对角矩阵$Q=diag\{1,1,1,1,1,1,1\}$.

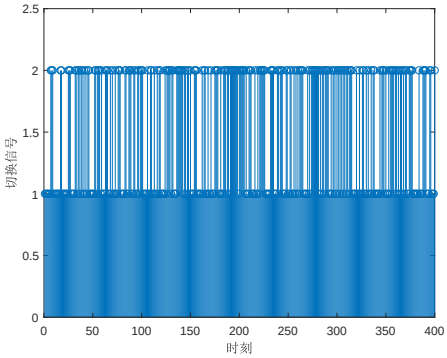

图 5　不同拓扑之间的切换信号

根据引理2可得, 实现聚类一致性的耦合条件分别为$c_1^1>2.0529$, $c_2^1>2.0529$, $c_3^1>2.6874$, $c_1^2>3.5044$, $c_2^2>2.0529$, $c_3^2>2.0529$, 参数选取$c_1^1=2.7$, $c_2^1=2.8$, $c_3^1=3.1$, $c_1^2=3.7$, $c_2^2=2.1$, $c_3^2=2.1$. 相应地, 根据定理2的收敛条件, 选定控制器参数$\rho=0.12$, 其他参数设定为$\eta=0.8$, $\mu=1.9$, $\lambda=1.8$, $\varepsilon=10^{-5}$, 初始时刻智能体输出$Y(0)=[1.2,2,1.8,1,1.4,0.8,0]$, 输入$U(0)=0$.

图6和图7表示在如图5的切换信号下多智能体系统的输出以及跟踪误差收敛情况, 由图可得在有限时间内, 初始条件不同的智能体均可跟踪上各自的领导者并将跟踪误差收敛至零, 证明了定理2的正确性. 另外, 由于同一聚类内智能体动力学模型不同, 聚类间信号不会完全抵消, 说明本文所提算法更具普遍适用性. 对比固定拓扑下的仿真结果, 切换拓扑在原有拓扑结构上增加了一种切换情况, 所得结果在收敛速度上稍逊于固定拓扑时的结果, 这是切换信号所带来的影响, 但最终系统能够完成跟踪任务, 验证了所提算法的有效性.

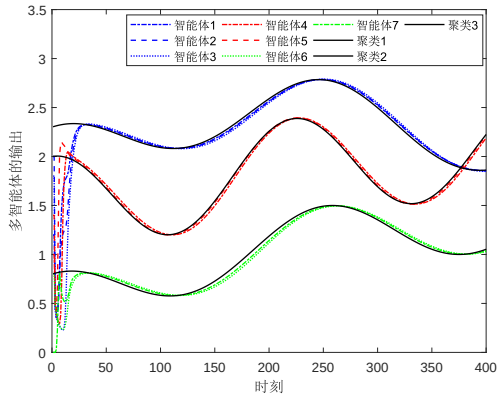

图 6　切换拓扑下多智能体系统输出

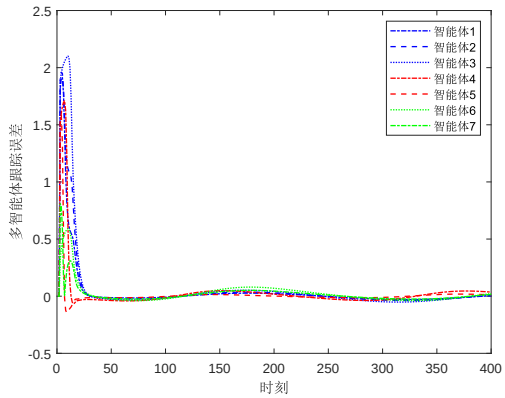

图 7　切换拓扑下多智能体系统跟踪误差

4　总结

本文在系统模型未知的情况下解决了一类离散非线性多智能体系统聚类一致性控制问题, 提出的基于紧格式动态线性化数据模型的无模型自适应控制算法在保证完成控制任务的同时具有较好的稳定性, 并且同样适用于随机切换拓扑结构的系统. 通过压缩映射的方法分析系统的收敛性, 并分别通过数值仿真验证算法的有效性. 对于此类问题, 系统的拓扑结构以及聚类内部耦合强度均为关键影响因素, 根据系统拓扑选取合适的耦合系数是实现控制目标的关键. 在未来的研究中, 考虑将研究成果拓展至多输入多输出的多智能体系统当中.

参考文献(References)

[1] 董新民,丁超,陈勇,等.完全分布式异构多智能体系统有限时间跟踪[J].控制与决策,2020,35(4):870-876. (Dong X M, Ding C, Chen Y, et al. Fully distributed finite-time tracking of heterogeneous multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2020, 35(4):870-876.)

[2] 李浩亮,杨任农,李秋妮,等.基于分布式PID控制的任意阶线性多智能体系统的一致性[J].控制与决策,2017,32(5):899-905.

(Li H L, Yang R N, Li Q N, et al. Consensus of multi-agent systems with general linear dynamics based on distributed PID control[J].Control and Decision,2017,32(5):899-905.)

[3] 刘秀华,高宪文,韩建.基于干扰观测器的二阶多智能体系统模型参考一致性[J].控制与决策,2017,32(1):79-85.
(Liu X H, Gao X W, Han J. Disturbance observers based model-reference consensus of second-order multi-agent systems[J]. Control and Decision, 2017,32(1):79-85.)

[4] Malika S, Wang F Y, Liu Z X,et al.Distributed fuzzy fault-tolerant consensus of leader-follower multi-agent systems with mismatched uncertainties[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2021,32(5):1031-1040.

[5] Liu C, Jiang B, Patton R.Distributed fault-tolerant consensus tracking control of multi-agent systems under fixed and switching topologies[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I-Regular Papers,2021, 68(4):1646-1658.

[6] Zhang X, Zhou W N, Karimi H R,et al.Finite-and fixed-time cluster synchronization of nonlinearly coupled delayed neural networks via pinning control[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems,2021,32(11):5222-5231.

[7] Yang X S, Daniel W C, Senior M.Finite-time cluster synchronization of T–S fuzzy complex networks with discontinuous subsystems and random coupling delays[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2015,23(6):2302-2316.

[8] Wang Y, Li Y X, Ma Z J,et al. Cluster lag consensus for second-order multiagent systems with nonlinear dynamics and switching topologies[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020,50(6):2093-2100.

[9] Wang Y, Ma Z J, Chen G R. Avoiding congestion in cluster consensus of the second-order nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018,29(8):3490-3498.

[10] Gao Y L, Yu J Y, Yu M,et al. Couple-group consensus for second-order multi-agent systems with the effect of second-order neighbours' information[J]. Transactions of The Institute of Measurement and Control, 2018,40(5):1726-1737.

[11] Gao Y L, Yu J Y, Shao J L, et al. Group consensus for second-order discrete-time multi-agent systems with time-varying delays under switching topologies[J]. Neurocomputing, 2016,207:805-812.

[12] Zhao M, Peng C, Han Q L,et al. Cluster consensus of multiagent systems with weighted antagonistic interactions[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021,51(11):5609-5618.

[13] Zhang J Y, Li X. Cluster consensus in networks of agents with weighted cooperative–competitive interactions[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2018,65(2):241-245.

[14] Zhao H Y, Park J H. Group consensus of discrete-time multi-agent systems with fixed and stochastic switching topologies[J]. Nonlinear Dynamics, 2014,77(4):1297-1307.

[15] Hou B, Sun F C, Li H B,et al. Observer-based cluster consensus control of high-order multi-agent systems[J]. Neurocomputing, 2015,168:979-982.

[16] Bu X H, Hou Z S, Liang J Q,et al. Data driven multiagent systems consensus tracking using model free adaptive control[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018,29(5):1514-1524.

[17] Gao W N, Jiang Y, Davari M. Data-driven cooperative output regulation of multi-agent systems via robust adaptive dynamic programming[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2019,66(3):447-451.

[18] 金尚泰, 李澈, 任叶, 等. 未知异构非线性多智能体系统的无模型自适应编队控制[J].控制与决策,2020,35(6):1519-1524.
(Jin S T, Li C, Ren Y, et al. Model-free adaptive formation control for unknown heterogeneous nonlinear multi-agent systems[J].Control and Decision,2020,35(6):1519-1524.)

[19] Bu X H, Yu Q X, Hou Z S,et al. Model free adaptive iterative learning consensus tracking control for a class of nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019,49(4):677-686.

[20] Hua C C, Qiu Y F, Guan X P. Event-triggered iterative learning containment control of model-free multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics-systems, 2021,51(12):7719-7726.

[21] Yu C B, Qin J H, Gao H J. Cluster synchronization in directed networks of partial-state coupled linear systems under pinning control[J]. Automatica, 2014,50(9):2341–2349.

[22] Chi R H, Hou Z S. Dual-stage optimal iterative learning control for nonlinear non-affine discrete-time systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2007,33(10):1061–1065.

[23] Hou Z S, Jin S T. A novel data-driven control approach for a class of discrete-time nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011,19(6):1549-1558.

作者简介

李玉涵(1999−), 女, 硕士研究生, 从事多智能体系统无模型自适应控制的研究, E-mail: 1265570603@qq.com;

崔立志(1980−), 男, 副教授, 从事智能控制的研究, E-mail: clzh0308@hpu.cn;

卜旭辉(1981−), 男, 教授, 博士生导师, 从事为数据驱动控制, 迭代学习控制, 网络系统控制等研究, E-mail: bxhtong@126.com;

郭金丽(1997−), 女, 硕士研究生, 从事无模型自适应多智能体系统协同控制的研究, E-mail: 10908467443@qq.com.