

控制与决策

Control and Decision

面向基金赎回风险应对场景的决策优化

罗煦阳, 宋春跃

引用本文:

罗煦阳, 宋春跃. 面向基金赎回风险应对场景的决策优化[J]. *控制与决策*, 2022, 37(1): 151–159.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1074>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非匹配不确定性影响下的无人车路径跟踪控制

Path following control for autonomous vehicles with mismatched uncertainties

控制与决策. 2022, 37(1): 160–166 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1069>

基于鲁棒优化的云医疗资源配置问题

Robust optimization based medical resource allocation problem in cloud healthcare system

控制与决策. 2021, 36(2): 469–474 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0455>

现货市场补充作用下基于总量折扣的运输服务采购问题研究

Transportation service procurement based on total discount under complementary effect of spot market

控制与决策. 2021, 36(11): 2794–2802 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0274>

混合决策下考虑第三方偏好的远程医疗服务匹配方法

Matching method for telemedicine service considering third-party preferences in context of mixed decision-making

控制与决策. 2021, 36(11): 2803–2811 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0447>

考虑气动效应不确定性的气动辅助变轨制导算法

Aeroassisted orbital transfer robust guidance method considering atmosphere effect uncertainty

控制与决策. 2020, 35(11): 2773–2779 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0333>

面向基金赎回风险应对场景的决策优化

罗煦阳, 宋春跃[†]

(1. 浙江大学 控制科学与工程学院, 杭州 310027; 2. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要: 对于基金管理者而言, 投资者提前或大额赎回有可能带来流动性风险, 因此需要提前进行融资以应对需求. 为了降低融资成本, 同时满足赎回需求, 建立一种混合整数二次约束规划模型. 模型符合实际业务约束, 引入融资成本波动的不确定性, 将成本波动的风险量化为方差, 同时考虑融资成本和风险的最小化. 当不考虑风险时, 模型退化为确定性优化命题. 使用金融机构提供的算例进行仿真, 优化结果能够兼顾决策的最优性和求解的快速性, 满足实际业务的需求. 对比确定性和不确定性模型得到的决策方案, 分析总结降低融资风险的方法, 针对方差上限进行灵敏度分析, 结果进一步支持已有观点.

关键词: 资产负债管理; 基金赎回风险应对; 混合整数二次约束规划; 随机规划; 不确定性

中图分类号: O221.5

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1074

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 罗煦阳, 宋春跃. 面向基金赎回风险应对场景的决策优化[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 151-159.

Decision optimization for fund redemption risk response scenarios

LUO Xu-yang, SONG Chun-yue[†]

(1. College of Control Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: For fund managers, early and large redemption may bring liquidity risk, so it is necessary to finance in advance. In order to reduce the cost of financing and meet the demand for redemption, a mixed integer quadratic constraint programming model is established, which subjects to the actual business constraints, and the uncertainty of financing cost fluctuations is quantified as the variance of the cost. The model minimizes both financing costs and risks. When the risk is not considered, the model degenerates into a deterministic optimization proposition. A simulation example is provided by financial institutions. The optimization results can take into account both the optimality of decision-making and the solving speed, which can meet the needs of the actual business. By comparing the decision schemes obtained by the deterministic and uncertain models, the methods of reducing financing risk are analyzed and summarized. A sensitivity analysis is carried out on the upper limit of variance, and the results further support the existing opinions.

Keywords: asset and liability management; fund redemption risk response; mixed integer quadratic constraint programming; stochastic programming; uncertainty

0 引言

在金融行业中, 流动性风险是指无法以合理成本及时获得充足资金应对资产增长或支付到期债务的风险. 基金公司面临的流动性风险通常表现为投资者提前或大额赎回的风险. 当持有的现金或者高流动性资产不足以偿付赎回需求时, 基金公司需要提前抛售或结算其他资产, 从而导致损失, 极端情况下基金甚至要暂停赎回. 国际评级机构惠誉(Fitch Ratings)指出, 受新冠病毒带来的市场压力影响, 截至

2020年6月21日, 全球至少有620亿美元的共同基金暂停赎回. 因此, 赎回风险管理越来越受到基金管理者的重视.

赎回风险管理的相关研究主要包括两方面:

1) 研究影响投资者赎回行为的因素. Gallagher等^[1]提出, 精明的投资者会获取货币基金的风险敞口信息, 并有意识地撤出脆弱的基金. Chen等^[2]指出, 投资者的行为会受到同伴投资者的预期行为的影响, 类似于“羊群效应”, 并表明这种战略互补会产生金融

收稿日期: 2020-08-30; 录用日期: 2020-11-05.

基金项目: 广东省重点领域研发计划项目(2020B0101050001); 国家重点研发计划项目(2017YFA0700300).

责任编委: 刘宝碇.

[†]通讯作者. E-mail: csong@zju.edu.cn.

脆弱性. 平由植^[3]指出, 投资者的赎回行为与基金收益率、基金规模相关.

2) 研究相关应对措施的有效性. Christoffersen^[4]和 Greene 等^[5]研究了基金收费对资金流量的影响. Boyle 等^[6]研究了赎回锁定期对基金收益的影响. Morris 等^[7]表明在市场压力较大的时期, 基金管理人倾向于储备比赎回需求更多的现金作为缓冲. Shek 等^[8]研究了投资者赎回如何影响基金抛售新兴市场债券. Duygan-Bump 等^[9]研究了美联储 AMLF 工具应对金融危机的有效性.

总体而言, 已有文献中对投资者赎回行为的研究成果有助于基金管理者更好地预测赎回需求, 但是对赎回需求的应对往往只是采用监管措施来规避、缓冲风险, 没有做到资金与需求的动态匹配. 因此, 在赎回需求可以提前预知的情况下, 如何进行融资使得资金与负债达到期限与结构的匹配是本文研究的出发点.

由于融资与需求的匹配涉及多阶段, 且需考虑不确定性因素, 实际的建模分析一般使用随机规划建模. 主要的随机规划建模方法包括期望值模型、机会约束规划等^[10]. Kouwenberg^[11]针对荷兰养老基金建立随机规划模型, 目的是使平均缴款率的总和最小, 同时考虑到了养老基金的风险规避和计划阶段的基金状况. 金秀等^[12]在 Kouwenberg 工作的基础上, 考虑国内实际情况建立了改进模型, 并在辽宁养老金数据上进行研究. 何大义等^[13]使用贝叶斯随机规划方法研究了基金的投资策略.

应当指出, 使用随机规划建模得到的模型常具有非线性、混合整数、目标函数非凸等性质, 属于非线性混合整数规划问题 (mixed-integer non-linear programming, MINLP). 求解 MINLP 需要使用到特定的算法, 精确算法包括分支定界法 (branch and bound, B&B)^[14-16]、Benders 分解^[17]、对 B&B 引入切割平面得到的分支剪切法^[18]、对 Benders 分解推广到非线性的广义 Benders 分解法^[19]等. 启发式算法包括以遗传算法^[20]为代表的多种进化算法.

在此背景下, 本文针对基金赎回风险应对场景中的最优融资决策进行研究. 主要工作及创新点简述如下:

1) 将基金赎回风险应对场景转化为混合整数二次约束优化模型, 模型考虑资产负债均衡以及其他实际业务约束.

2) 模型考虑不确定性, 将融资成本波动风险量化为方差, 得到优化命题的不同提法, 并在金融机构提

供的算例上进行求解分析.

3) 通过对比确定性模型及不确定性模型的决策方案, 分析总结降低融资风险的方法, 为基金管理者的融资决策提供原则性的参考. 相关观点可以通过灵敏度分析进行验证.

1 问题建模

1.1 问题介绍及基本假设

某基金管理者已预计未来的赎回需求 D , 针对这些赎回需求, 管理者要进行融资以应对需求. 每单位融资可以偿付 A 单位的赎回需求, 根据回报率和期限不同, 管理者将融资渠道 (即投资者) 分成 M 个主要类别.

现假设 M 种投资者之间并不存在相互作用效应, 即各个渠道募集的资金均能独立偿还赎回需求. 每种投资者有 N 个细分类别, 对于基金公司而言, 其投资能力和从他们身上取得每单位投资所需的成本 C (融资价格) 均不相同, 每种投资者 (所有细分类别加在一起) 投资总量均不能超过最大限制 MV , 若有效期 VT 已过, 则可以认为该类投资的作用消失, 不算入累计量. 每类投资者的投资次数不受限制, 连续两次从同种投资者 (投资者 1-1 和投资者 1-2 算同种投资者, 投资者 1-1 和投资者 2-1 不算同种投资者) 获得资金的间隔应大于最短投资间隔期 I . 管理者的主要目标是: 求出满足条件的成本最低融资方案, 使得在一年期限内, 每日待偿还赎回需求数量均小于某阈值 θ .

另一方面, 基金管理者在应对赎回需求时, 需要面临 3 类不确定性:

- 1) 市场或利率波动造成的融资成本的变化;
- 2) 预测赎回需求与实际不符, 主要体现为需求数量与时间的不确定性;
- 3) 投资者有可能失信, 使得融资失败, 或资金不能及时到账.

一般情况下, 通过减小 θ 以缓释需求不确定性的影响, 而失信风险也可以量化为融资成本, 因此, 本文主要关注研究融资成本的不确定性. 假设每个类型投资者每日的融资价格服从离散概率分布 (每日独立同分布), 每个价格有 K 个可能的取值.

1.2 变量定义

变量定义的基本思路是按“主要类型 + 次要类型”进行索引. 对于决策变量, 还涉及按决策的时刻进行分类 (详见下文), 因此还要补充时间索引, 各索引定义如下:

m : 主要类型, 包括 $1, 2, \dots, M$;

n : 次要类型, 包括 $1, 2, \dots, N$;

t : 时刻, $1 \sim 365$.

已知变量如下:

VT: valid time, 资金的有效时间;

I : invest interval, 最短投资间隔;

MV: max valid amount, 投资量最大累计上限;

C : cost per unit, 取得每单位资金的成本, 即融资价格, 服从某种离散概率分布

$$P^k = P(C = C^k), k = 1, 2, \dots, K; \quad (1)$$

D : demand, 总赎回需求量;

θ : 阈值, 待偿付赎回需求需低于此值, 有

待偿付需求 = 总需求 - 通过融资偿付量;

A : 每单位融资资金偿付赎回需求的能力.

决策变量如下:

问题的目标是寻找最优的组合方案, 对融资行为的“类型”“时刻”“数量”进行决策.

对于“类型”, 可以对每一类型的投资方定义0-1变量, 0表示不选择, 1表示选择. 同时, 还需考虑资金的有效期, 引入0-1变量刻画“是否过期”.

对于“时刻”, 直观的思路是直接的时刻作为决策变量, 但是这样的思路下决策变量的维度不能确定, 不利于求解. 所以, 不采取“直接决定第几天进行融资”, 而是采用“每一天考察一次是否融资”, 表示“是否选择”的变量应该按“主要类型+次要类型+时刻”进行索引; 对于“数量”, 可以同样采取上述方式索引.

鉴于此, 决策变量具体定义如下:

S : select, 是否选择向当前投资者融资, 0-1变量;

E : expire, 上次融资是否过期, 0-1变量;

F : finance amount, 融资数量, 整数变量;

V : valid amount, 累计有效融资数量, 整数变量.

1.3 基本业务约束

1) 每次融资都有有效期, 超过有效期需标注为过期. 若当前时刻 $S = 1$ (采取融资), 则有效期VT过后需令 $E = 1$ (融资过期), 有

$$\begin{aligned} S_{m,n}^t &= E^{t+VT_{m,n}}, \\ m &= 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ t &= 1, 2, \dots, 365 - VT_{m,n}. \end{aligned} \quad (2)$$

2) 每次融资只能选主要类型下的一种次要类型作为投资方, 次要类型共有 N 个, 有

$$\sum_{n=1}^N S_{m,n}^t \leq 1,$$

$$m = 1, 2, \dots, M, t = 1, 2, \dots, 365. \quad (3)$$

3) 累计有效量的计算. 若为第1天则当天总量 $V =$ 当天融资量, S 表示是否融资, F 表示融资数量, 有

$$\begin{aligned} V_{m,n}^t &= S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t, \\ m &= 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, t = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

若天数 \leq 有效期, 即不存在资金失效的情况, 当天总量 = 前一天总量 + 当天融资量, 有

$$\begin{aligned} V_{m,n}^t &= V_{m,n}^{t-1} + S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t, \\ m &= 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ t &= 2, 3, \dots, VT_{m,n}. \end{aligned} \quad (5)$$

其他时刻下, 当天总量 = 前一天总量 + 当天融资量 - 当天过期量. E 代表上次融资是否过期, 当 $E = 1$ 时, 乘以VT时间前的融资量 F 可得到过期的资金量, 有

$$\begin{aligned} V_{m,n}^t &= V_{m,n}^{t-1} + S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t - E_{m,n}^t \times F_{m,n}^{t-VT_{m,n}}, \\ m &= 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ t &= 1 + VT_{m,n}, \dots, 365. \end{aligned} \quad (6)$$

4) 每种主要类型的累计总量不超过上限, 求总量需要对次要类型 n 进行累加, 有

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N V_{m,n}^t &\leq MV_m, \\ m &= 1, 2, \dots, M, t = 1, 2, \dots, 365. \end{aligned} \quad (7)$$

5) 待偿付赎回需求低于阈值 θ , 有

$$\begin{aligned} D^t - A \times \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{m,n}^t &\leq \theta, \\ t &= 1, 2, \dots, 365. \end{aligned} \quad (8)$$

6) 对于每一主要类型, 一定时间间隔内只融资一次. 第1个连加号表示对所有次要类型求和, 第2个连加号是设计了一个长度为融资间隔 I 的时间窗, 时间窗内的决策变量 S 最多只能有一个等于1, 保证了相邻两次融资的时间差要大于最短投资间隔, 即

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \sum_{d=t}^{t+I_{m,n}} S_{m,n}^d &\leq 1, \\ m &= 1, 2, \dots, M, t = 1, 2, \dots, 365 - I_{m,n}. \end{aligned} \quad (9)$$

1.4 考虑不确定性的目标函数与约束

根据融资价格的离散概率分布, 定义每日对每个类型投资者产生的成本的数学期望, 即单日成本期望 = 实际融资数量 \times 期望价格, 有

$$\begin{aligned} E(\text{single cost}_{m,n}^t) &= S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t \times E(C_{m,n}) = \\ &= S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t \times \sum_{k=1}^K (P)_{m,n}^k \times C_{m,n}^k, \end{aligned}$$

$$m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ t = 1, 2, \dots, 365. \quad (10)$$

总成本为

$$\text{total cost} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^{365} E(\text{single cost}_{m,n}^t). \quad (11)$$

除了成本的期望以外,还应当关注成本的方差,因为风险直接表现为成本的波动. 类似地,可以定义单日成本的方差,即

$$V(\text{single cost}_{m,n}^t) = \\ \sum_{k=1}^K P_{m,n}^k \times [S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t \times C_{m,n}^k - \\ E(\text{single cost}_{m,n}^t)]^2 = \\ \sum_{k=1}^K P_{m,n}^k \times [S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t \times C_{m,n}^k - \\ S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t \times E(C_{m,n})]^2 = \\ [S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t]^2 \times \sum_{k=1}^K P_{m,n}^k \times [C_{m,n}^k - E(C_{m,n})]^2 = \\ [S_{m,n}^t \times F_{m,n}^t]^2 \times V(C_{m,n}), \\ m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ t = 1, 2, \dots, 365. \quad (12)$$

总方差为

$$\text{total var} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^{365} V(\text{single cost}_{m,n}^t). \quad (13)$$

可见,单日成本的方差=融资量²×融资价格的方差,即融资量平方放大了融资价格的方差.

应当注意的是,方差表达式中含有决策变量的四次方项,问题的次数从二次变为四次. 为了保证问题类型不变,便于求解,考虑从逻辑角度增加约束,有

$$F_{m,n}^t = S_{m,n}^t \times F_{m,n},$$

$$m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ t = 1, 2, \dots, 365. \quad (14)$$

单日成本方差修改为

$$V(\text{single cost}_{m,n}^t) = (F_{m,n}^t)^2 \times V(C_{m,n}), \\ m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ t = 1, 2, \dots, 365. \quad (15)$$

由以上表达式可知,约束(2)、(3)、(7)~(9)均为线性表达式,约束(4)~(6)、(14)以及总成本(11)、总方差(13)为二次表达式. 由此,可以建立3种不确定性优化命题:

1) 风险最小化. 不考虑成本的期望,而是尽可能将成本的波动水平最小化,有

$$\min \text{ total var}; \\ \text{s.t. 式(2) ~ (9), (14)}. \quad (16)$$

2) 成本+风险最小化. 希望同时取得较低的成本和较小的风险,有

$$\min \text{ total cost} + \text{ total var}; \\ \text{s.t. 式(2) ~ (9), (14)}. \quad (17)$$

3) 一定风险范围内的成本最小化. 将风险水平作为约束,在约束范围内追求成本的最优,风险上界 α 根据实际需求确定,有

$$\min \text{ total cost}; \\ \text{s.t. 式(2) ~ (9), (14),} \\ \text{total var} \leq \alpha. \quad (18)$$

2 基于实际算例求解模型

国内某知名金融机构提供的算例如表1所示. 由表1可知,算例中 $M = 10, N = 3, A = 30$. 设阈值 $\theta = 10000$,赎回需求 D 可参考图1蓝色折线.

表1 各类投资者的投资能力及成本

	最短投资间隔/天	偿付赎回需求能力	投资量最大累计上限	融资价格
投资者1-1/2/3	180	偿付未来180/120/60天内赎回需求量 = 30×投资量	2000	8.85/5.9/3
投资者2-1/2/3	180	偿付未来180/120/60天内赎回需求量 = 30×投资量	2000	8.95/6.1/3.1
投资者3-1/2/3	180	偿付未来180/120/60天内赎回需求量 = 30×投资量	2000	9.15/6/3.2
投资者4-1/2/3	90	偿付未来120/75/30天内赎回需求量 = 30×投资量	1000	5.75/3.65/1.3
投资者5-1/2/3	90	偿付未来120/75/30天内赎回需求量 = 30×投资量	1000	5.8/3.7/1.4
投资者6-1/2/3	30	偿付未来60/45/30天内赎回需求量 = 30×投资量	1000	2.75/2/1.15
投资者7-1/2/3	30	偿付未来60/45/30天内赎回需求量 = 30×投资量	1000	2.85/2.05/1.35
投资者8-1/2/3	14	偿付未来60/45/30天内赎回需求量 = 30×投资量	1000	2.65/1.95/1.1
投资者9-1/2/3	14	偿付未来60/45/30天内赎回需求量 = 30×投资量	1000	2.7/2/1.25
投资者10-1/2/3	无	偿付未来120/60/30天内赎回需求量 = 30×投资量	8000	6.2/3.2/1.65

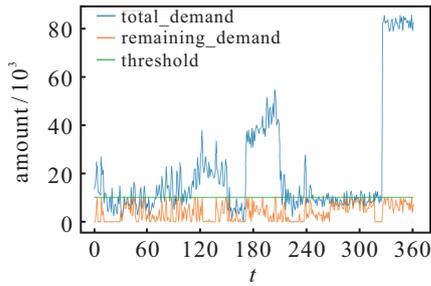


图1 确定性模型所得到决策方案的使用效果

由于假设融资价格服从离散概率分布,表1中的融资价格可以认为是数学期望 $E(C)$ 。根据金融机构的建议,将实际的离散概率分布定义为融资价格有一定的概率上下波动3%或5%,即

$$\begin{aligned} C^1 &= 0.95E(C), C^2 = 0.97E(C), C^3 = E(C), \\ C^4 &= 1.03E(C), C^5 = 1.05E(C) \\ P^1 &= 0.05, P^2 = 0.15, P^3 = 0.6, \\ P^4 &= 0.15, P^5 = 0.05, K = 5. \end{aligned} \quad (19)$$

由此可以得到已知变量和决策变量分别如表2和表3所示,左侧为变量索引。研究中,将实验分为3组:

1) 对照组。未考虑引入方差,目标是最小化总成本,可以认为此时的模型退化为确定性优化命题,有

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{total cost}; \\ \text{s.t.} \quad & \text{式(2)} \sim \text{(9)}. \end{aligned} \quad (20)$$

2) 实验组1。目标最小化总方差,对应上文命题(16)。

3) 实验组2。目标最小化(总成本+总方差),对应上文命题(17)。

表2 确定性模型已知变量表(局部)

m	n	VT	I	MV	$E(C)$
	1	180	180	2000	8.85
1	2	120	180	2000	5.90
	3	60	180	2000	3.00
	1	180	180	2000	8.95
2	2	120	180	2000	6.10
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

表3 确定性模型决策变量表(局部)

m	n	t	S	E	F	V
		1	$S_{1,1}^1$	$E_{1,1}^1$	$F_{1,1}^1$	$V_{1,1}^1$
		2	$S_{1,1}^2$	$E_{1,1}^2$	$F_{1,1}^2$	$V_{1,1}^2$
1	1	3	$S_{1,1}^3$	$E_{1,1}^3$	$F_{1,1}^3$	$V_{1,1}^3$
		4	$S_{1,1}^4$	$E_{1,1}^4$	$F_{1,1}^4$	$V_{1,1}^4$
		5	$S_{1,1}^5$	$E_{1,1}^5$	$F_{1,1}^5$	$V_{1,1}^5$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

根据上述建模方法得到的模型经统计,有21900个整数变量,21900个0-1变量。线性、二次约束均有上万个。因此,问题属于混合整数二次约束规划问题(mixed-integer quadratic constrain programming, MIQCP)。

模型的求解使用Gurobi求解器(Python API)。计算硬件平台为Intel Core i5-6200U CPU,内存为8G。求解的步骤可以简述为:

- 1) 预处理。预处理的目的是将目标和约束中的二次表达式用线性式近似表达。
- 2) 采用启发式方法得到一个初始可行解。
- 3) 采用分支定界+切割平面的方法遍历求解混合整数问题。
- 4) 对于搜索树的每个节点,求解松弛问题使用到单纯形/对偶单纯形法。
- 5) 在搜索过程中,求解松弛问题的目标函数值作为最优的下界,当整数问题的目标函数值足够接近下界,或者达到了最大计算时间,算法终止。

设置停止准则: 1) $\text{gap} \leq 1\%$; 2) 运行时间 $\geq 30 \text{ min}$ 。

gap定义为

$$\text{gap} = \frac{\text{best objective} - \text{best bound}}{\text{best objective}}. \quad (21)$$

其中: best bound表示下界,为松弛问题(无整数约束)的最优目标函数值; best objective为整数问题(原问题)最优目标函数值。

下面进一步说明预处理的原理。具体分两步进行: 第1步将二次项转化为线性项,同时增加双线性约束; 第2步对双线性约束的线性近似处理,需要分开讨论。若约束含平方项,则反复使用切平面和空间分支直至近似结果足够靠近原可行域; 若约束含一般的双线性项,则需要借助平面包络(McCormick envelope)进行近似。通过多次逼近,双线性约束最终也可以用线性约束进行近似表达,转化后的问题完全是一个(混合整数)线性规划问题,可以用Gurobi的MILP求解器进行求解。

应当指出,设置好相关参数后,将原MIQCP模型输入Gurobi求解器,上述转化步骤可以在求解器中完成。

3 结果分析

各组的求解结果如表4所示。对照组只需14s便可完成求解,速度非常快,提示了在实际应用中可以先考虑求解确定性优化命题,快速得到最优解和方差的大致范围。

表4 不确定性与确定性模型优化结果对比

组别	融资成本	实际总方差	融资次数	平均方差	平均标准差	总购买单位	平均购买单位	计算时间/s
对照组	10504.55	1950.51	24	81.27	9.02	6499	270.79	14
实验组1	20259.45	294.28	359	0.82	0.91	6995	19.48	1800
实验组2	10788.5	908.98	44	20.66	4.55	7036	159.91	1800

实验组1和实验组2由于目标函数引入了方差和新的约束,导致可行解的搜索时间变长.同时发现,实验组的gap收敛后数值大于1%,不满足停止准则1,因此程序只能运行到达30min后停止.总体而言,在解的质量能够保证的前提下,对照组和实验组问题的求解时间均控制在分钟级,已经能够满足金融机构的业务需求.实际应用中,使用性能更优的计算机可以进一步提升求解速度.

根据确定性模型得到的融资方案,实际效果如图1所示.蓝线为融资前的待支付需求量,橙线为融资后的待支付需求量,绿线为阈值(10000).

各实验组得到的融资策略可视化如图2~图13所示.图2~图4反映了融资的种类、时间和数量;图5~图7反映了总成本中各种类所占比重;图8~图10反映了一年内各种类的有效资金量;图11~图13反映了累计方差曲线.图中投资者的主要种类用 $M_1、M_2、\dots、M_{10}$ 表示.

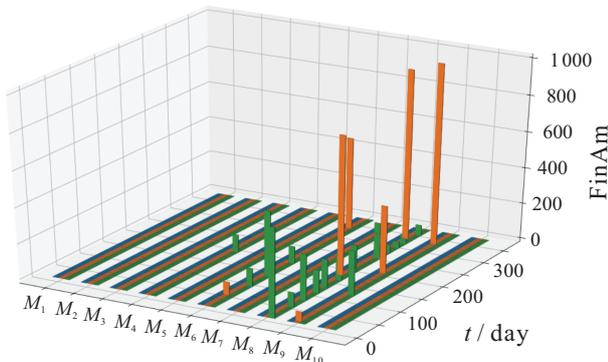


图2 融资策略可视化(对照组)

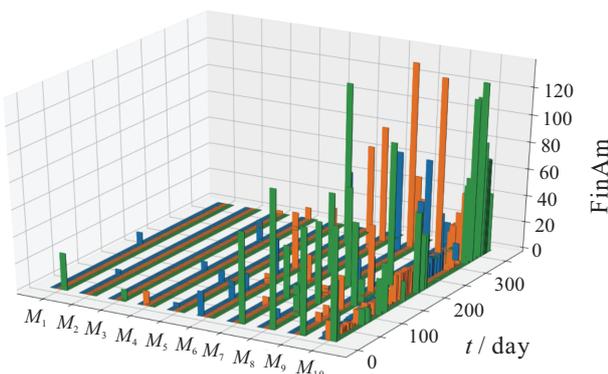


图3 融资策略可视化(实验组1)

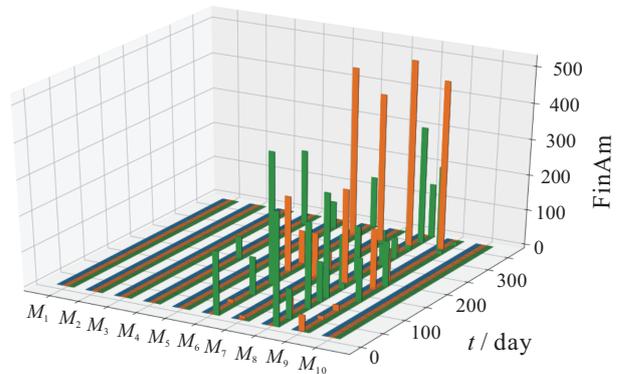


图4 融资策略可视化(实验组2)

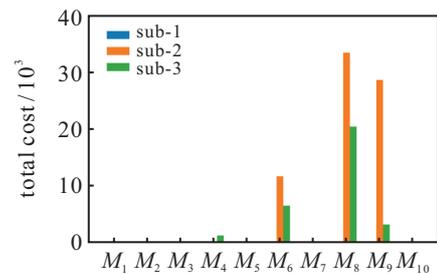


图5 总成本中各种类所占比重(对照组)

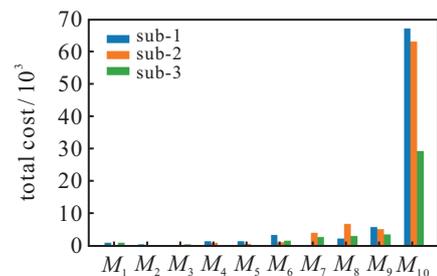


图6 总成本中各种类所占比重(实验组1)

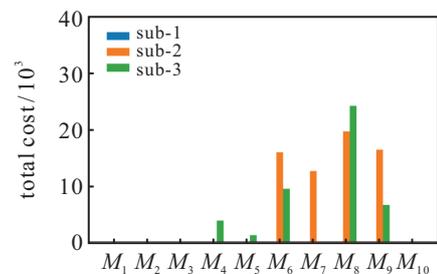


图7 总成本中各种类所占比重(实验组2)

对表4和图2~图13进行观察分析,可以得到以下现象和推论:

1) 实验组1和实验组2与对照组相比,融资策略

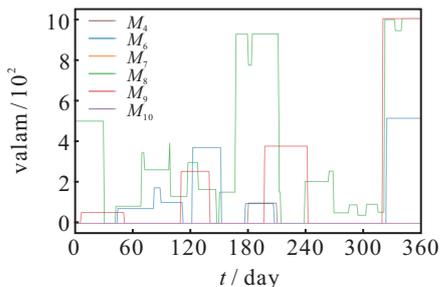


图8 一年内各种类的有效资金量(对照组)

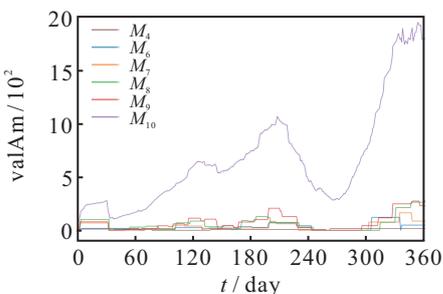


图9 一年内各种类的有效资金量(实验组1)

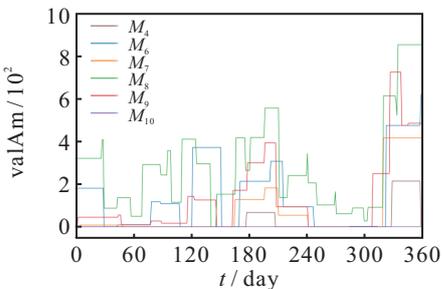


图10 一年内各种类的有效资金量(实验组2)

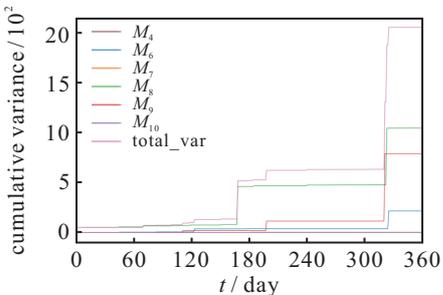


图11 累计方差曲线(对照组)

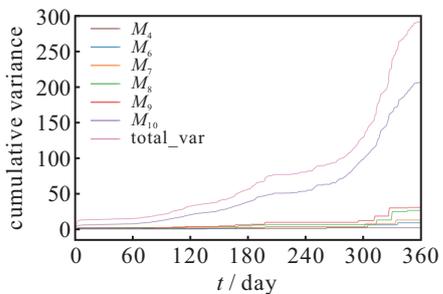


图12 累计方差曲线(实验组1)

采取了更多的融资次数, 单次融资平均购买量、单次成本平均方差更小。

2) 总方差主要在年中、年末各有一次显著的增长, 主要是由于在这两个时间段赎回需求量大, 需要

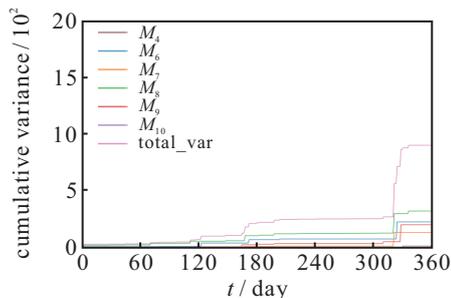


图13 累计方差曲线(实验组2)

进行大额的融资满足需求, 大额的融资量带来成本、风险的提高。

3) 尽管实验组1和实验组2的方差明显低于对照组, 但相应的成本有所上升, 某种程度上符合社会的普遍认知: 高效益(低成本)与低风险往往不能兼得。

4) 利率的方差会通过购买量平方放大, 因此超大数额的融资会承担极大的风险, 应当避免出现。分解大额融资主要有3种方法:

i) 将同一时刻下的需求分摊给多个投资方(如图8)。根据确定性建模得到的融资策略, 为了满足年中、年末的大量需求, 选择向 M_8 、 M_9 大量融资, 直接结果是产生极高的方差。而参考图10, 考虑到期望-方差目标的融资策略, 在相同的时间段会选择向多方 (M_6 、 M_7 、 M_8 、 M_9) 进行数额接近的融资, 方差更小, 具体参见图11和图13。

ii) 在满足需求的前提下, 缩短融资的有效周期。比较图8和图10发现, 图8的线条较平整, 而图10的线条不平整, 从融资策略上分析, 这是因为前者融资策略中所获资金的有效期均较长, 而考虑期望-方差目标得到的策略会偏好短期融资。参考图5、图7发现, 在成本的组成结构方面, 次要类型3(绿色系列)在考虑了不确定性的方案中占比更大, 根据算例提供的信息, 次要类型3在全部次要类型中有效期是最短的。

iii) 依赖快速可靠的预测, 进行精准、频繁的交易。若仅关注方差的降低, 即以最小化方差作为目标(图3、图6、图9、图12)则可以发现, 决策方案主要选择 M_{10} 进行融资, 且融资次数非常多, 单次融资的数额都比较小, 使得有效资金、累计方差曲线均显得比较平滑。根据算例信息可知, M_{10} 最大的特点是, 融资不需要时间间隔, 即管理者可以根据需求量的缺口在需求到来前一天或数天完成足够的融资即可, 但该方法对需求预测信息的即时性和准确度要求非常高。

4 关于方差上限的灵敏度分析

除了考虑一些特殊的情况, 在方差上限逐渐降低的过程中, 决策方案的动态变化同样值得关注。而且

在实际的应用中,管理者的需求可能是在一定的、可承受的风险水平内追求决策的最优化,所以参考第1节,可以建立优化命题

$$\begin{aligned} & \min \text{ total cost}; \\ & \text{s.t. 式(2) ~ (9), (14),} \\ & \text{total var} \leq \alpha. \end{aligned} \tag{22}$$

通过调整参数 α ,对不同风险上限的决策方案进行比较分析. 类似地,使用与前文相同的求解器及算法进行求解. 设置停止准则: 1) $\text{gap} \leq 1\%$; 2) 运行时间 $\geq 30 \text{ min}$.

通过计算确定性问题决策方案的总方差,确定 α 的上界约为1950,这里的上界是指灵敏度分析中 α 取值的上界. 实验中, α 从1900~1300递减取值,组距为100,加上对照组(即原确定性命题),共计8组,不再设置更小的 α 组别的原因是,当 α 过小时,求解的时间很长,30 min也不能得到可行解,考虑是约束条件压缩了可行域所致.

分析结果见表5. 绘制总成本、总成本下界曲线见图14. 绘制融资次数、平均融资数量曲线见图15. 可以观察到:

1) 随着 α 的减小,决策方案的目标函数值以及下界呈上升趋势,但上升并不是单调的,考虑有如下几方面的原因:

i) 受算法特性和搜索策略的影响,得到的解的质

量会有所区别,目标函数值的单位是万级,不考虑达到最大运行时间的实验组,在 $\text{gap} \leq 1\%$ 的停止准则下,各组目标函数值相差几十是完全可能的,在误差范围内判断趋势/单调性并不算严谨.

ii) 根据前文分析,降低方差的方法可以是将大额融资分解成同种的多次小额融资,在总需求量不变的情况下,这样的分解并不会造成成本的显著提高,因为选择的是同种类的投资者,但是在效果上确实可以使得方差减小.

2) 随着 α 的减小,决策方案的融资次数呈上升趋势,相应地平均每次融资数量呈下降趋势,基本验证了第3节关于增加融资次数降低方差的观点. 同样,上升和下降并不是单调的. 考虑原因如下:

i) 结合前文的观点,高需求下的大额融资贡献了方差的主要部分,所以降低方差的主要手段是分解这些大额融资. 分解固然会带来次数的增加,但分解的方式是多样的,可能某些方案用更少的次数达到了更好的效果.

ii) 模型和算法对低需求下融资策略不敏感. 简单来说,一年中有高需求/低需求的时间段,当需求较低时,融资数额不大,这时无无论采取少次数还是多次数的融资,对总的成本和方差影响都不大,但从整体上看确实是总的次数减少/增加了. 实际上,这样的波动不一定影响策略的最优性,观察分析的重点应当是高需求情况下对大额融资的分解.

表5 针对方差上限的灵敏度分析实验结果

α	总成本	下界	gap/%	总方差	次数	平均方差	平均标准差	总融资数	平均融资数	计算时间/s
不限	10504.55	10410.35	0.8968	1950.508	24	81.2712	9.0151	6472	269.6667	15
1900	10511	10408.3	0.9771	1874.966	33	56.8172	7.5377	6457	195.6667	47
1800	10517.55	10414.3	0.9817	1763.583	27	65.3179	8.0819	6459	239.2222	86
1700	10481.4	10410.35	0.6779	1699.633	32	53.1135	7.2879	6459	201.8438	130
1600	10495.2	10433.7	0.5860	1599.722	37	43.2357	6.5754	6459	174.5676	1164
1500	10521.85	10433.15	0.8430	1499.787	34	44.1114	6.6416	6457	189.9118	1435
1400	10597.3	10435.6	1.5259	1399.985	50	27.9997	5.2915	6503	130.0600	1800
1300	10742.6	10436.85	2.8461	1299.996	53	24.5282	4.9526	6720	126.7925	1800

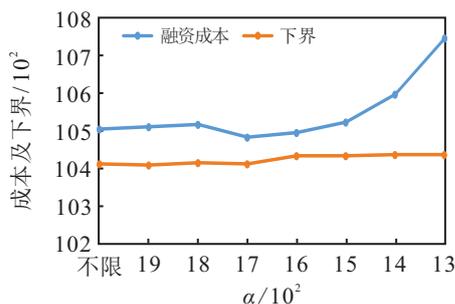


图14 总成本及下界曲线

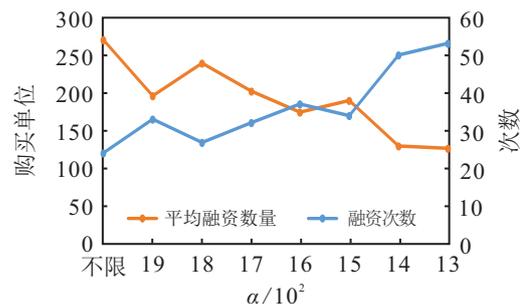


图15 融资次数、平均融资数量曲线

5 结论

本文选取基金赎回风险应对场景,从基金管理者的角度进行分析研究,建立了融资决策优化模型.在确定性问题下的优化效率较高,结果接近最优.引入价格波动的不确定性优化模型能够有效降低方差,分散风险.此外实验结果也显示,风险的降低往往伴随着成本的上升,因此在实际应用中建议使用均值-方差目标的优化模型,较好地兼顾风险与效益.在今后的工作中,可以考虑完善假设,考虑更多不确定性因素,同时从工程角度提升模型的性能,如采取柔性建模、在约束中引入松弛变量、从历史数据中获得初始可行解、加快收敛速度等.

参考文献(References)

- [1] Gallagher E A, Schmidt L D W, Timmermann A, et al. Investor information acquisition and money market fund risk rebalancing during the 2011-2012 eurozone crisis[J]. *The Review of Financial Studies*, 2020, 33(4): 1445-1483.
- [2] Chen Q, Goldstein I, Jiang W. Payoff complementarities and financial fragility: Evidence from mutual fund outflows[J]. *Journal of Financial Economics*, 2010, 97(2): 239-262.
- [3] 平由植. 我国货币市场基金赎回风险研究[D]. 上海: 复旦大学, 2014.
(Ping Y Z. Analyzing the redemption risk in China monetary market fund[D]. Shanghai: Fudan University, 2014.)
- [4] Christoffersen S E K. Why do money fund managers voluntarily waive their fees? [J]. *The Journal of Finance*, 2001, 56(3): 1117-1140.
- [5] Greene J T, Hodges C W, Rakowski D A. Daily mutual fund flows and redemption policies[J]. *Journal of Banking & Finance*, 2007, 31(12): 3822-3842.
- [6] Boyle P, Li S, Zhu Y. Hedge fund redemption restrictions, nancial crisis, and fund performance[J]. *Social Sciences*, 2010, 11: 1-50.
- [7] Morris S, Shim I, Shin H S. Redemption risk and cash hoarding by asset managers[J]. *Journal of Monetary Economics*, 2017, 89: 71-87.
- [8] Shek J, Shim I, Shin H S. Investor redemptions and fund manager sales of emerging market bonds: How are they related?[J]. *Review of Finance*, 2018, 22(1): 207-241.
- [9] Duygan-Bump B, Parkinson P, Rosengren E, et al. How effective were the federal reserve emergency liquidity facilities? Evidence from the asset-backed commercial paper money market mutual fund liquidity facility[J]. *The Journal of Finance*, 2013, 68(2): 715-737.
- [10] 刘宝碇, 赵瑞清. 随机规划与模糊规划[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998: 64-94.
(Liu B D, Zhao R Q. Stochastic programming and fuzzy programming[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 64-94.)
- [11] Kouwenberg R. Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management[J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 134(2): 279-292.
- [12] 金秀, 黄小原. 资产负债管理模型及在辽宁养老金问题中的应用[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 25(9): 42-48.
(Jin X, Huang X Y. Models for asset liability management and its application of the pension funds problem in Liaoning Province[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2005, 25(9): 42-48.)
- [13] 何大义, 高建伟. 基于贝叶斯随机规划方法的养老保险基金投资策略研究[J]. *中国管理科学*, 2011, 19(4): 54-59.
(He D Y, Gao J W. Research of investment strategy of pension fund based on the Bayesian stochastic programming approach[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2011, 19(4): 54-59.)
- [14] Land A H, Doig A G. An automatic method of solving discrete programming problems[J]. *Econometrica*, 1960, 28(3): 497-520.
- [15] 韩中庚. 实用运筹学: 模型、方法与计算[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 52-53.
(Han Z G. Practical operations research: models, methods and calculations[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007: 52-53.)
- [16] Vanderbei R J. Linear programming[M]. Cham: Springer International Publishing, 2020: 351-361.
- [17] Benders J F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems[J]. *Numerische Mathematik*, 1962, 4(1): 238-252.
- [18] Desrosiers J, Lubbecke M E. Branch-price-and-cut algorithms[J]. *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, 2010, 7: 1-18.
- [19] Geoffrion A M. Generalized Benders decomposition[J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1972, 10(4): 237-260.
- [20] Kramer O. Genetic algorithms[M]. Cham: Springer International Publishing, 2017: 11-19.

作者简介

罗煦阳(1998—), 男, 硕士生, 从事随机优化的研究, E-mail: luoxuyang_rosun@foxmail.com;

宋春跃(1971—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能决策、最优控制、非线性优化等研究, E-mail: csong@zju.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)