

# 控制与决策

Control and Decision

含未校准摄像机参数的非完整移动机器人自适应动态反馈跟踪控制

梁振英, 王稀, 金增珂

引用本文:

梁振英, 王稀, 金增珂. 含未校准摄像机参数的非完整移动机器人自适应动态反馈跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 247–256.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0730>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制](#)

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

[一种结合内在动机理论的移动机器人环境认知模型](#)

An environment cognition model combined with intrinsic motivation for mobile robots

控制与决策. 2021, 36(9): 2211–2217 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1744>

[移动机器人运动规划中的深度强化学习方法](#)

Deep reinforcement learning for motion planning of mobile robots

控制与决策. 2021, 36(6): 1281–1292 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0470>

[基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制](#)

Distributed predictive control of multiple mobile robots based on virtual structure method

控制与决策. 2021, 36(5): 1273–1280 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1136>

[基于 \$\pm 3\sigma\$ 正态概率区间分族遗传蚁群算法的移动机器人路径规划](#)

Path planning of mobile robot based on  $\pm 3\sigma$  normal probability interval population division using genetic ant-colony algorithm

控制与决策. 2021, 36(12): 2861–2870 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0745>

# 含未校准摄像机参数的非完整移动机器人 自适应动态反馈跟踪控制

梁振英<sup>†</sup>, 王 稀, 金增珂

(山东理工大学 数学与统计学院, 山东 淄博 255000)

**摘 要:** 研究基于视觉伺服的不确定非完整移动机器人的跟踪控制问题. 基于视觉反馈和状态输入变换, 提出一类非完整运动学系统的不确定模型, 并运用两个新的变换, 对 3 种不同情况分别设计自适应动态反馈控制器来跟踪不确定系统的期望轨迹. 利用李雅普诺夫方法和推广的 Barbalat 引理, 严格证明了误差系统的收敛性. 仿真结果验证了所提方法的有效性.

**关键词:** 移动机器人; 非完整系统; 自适应; 链式结构; 动态反馈; 跟踪控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0730

引用格式: 梁振英, 王稀, 金增珂. 含未校准摄像机参数的非完整移动机器人自适应动态反馈跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(1): 247-256.

## Adaptive dynamic feedback tracking control for nonholonomic mobile robots with uncalibrated camera parameters

LIANG Zhen-ying<sup>†</sup>, WANG Xi, JIN Zeng-ke

(School of Mathematics and Statistics, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China)

**Abstract:** The problem of uncertain nonholonomic mobile robot tracking control based on visual servo is studied. Based on visual feedback and state input transformation, an uncertain model for a class of nonholonomic kinematic systems is proposed. In three different cases, adaptive dynamic feedback controllers are designed to track the desired trajectory of the uncertain system by two new transformations. Adaptive dynamic feedback controllers are designed to track the desired trajectory of the uncertain system for two cases. The convergence of the error system is proved rigorously using the extended barbalat theorem and the Lyapunov method. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** mobile robots; nonholonomic systems; adaptive; chained form; dynamic feedback; tracking control

## 0 引 言

近 30 年来,非完整系统的控制一直受到广泛的关注<sup>[1-3]</sup>. 轮式移动机器人(WMR)是一种典型的非完整约束系统. 在非完整轮式机器人的控制中,通常假设未知参数由传感器测量. 但在实际应用中,该条件不能满足,如运动学模型、力学限制、噪声中的未标定参数等. 因此,很多研究者采用了自适应策略,对动态非完整系统建模或参数不确定性的情况进行研究<sup>[5-8]</sup>. 为了提高机器人在复杂环境中的物理稳定性,Zhang 等<sup>[8]</sup>提出了一种自适应控制策略,这种策略对于机器人避免碰撞等紧急情况引起的干扰是有用的. 机械手和移动机器人的轨迹控制是由非线性

系统动力学耦合引起的一个复杂问题<sup>[9-12]</sup>,针对此问题,Wang 等<sup>[9]</sup>提出了一种自适应力跟踪控制器,保证了系统的状态渐近于所期望的轨迹,且同时保证约束力渐近收敛到期望力;Han<sup>[10]</sup>提出了一种自适应跟踪控制方法,该方法可以保证闭环系统中的所有信号都是半全局有界的,跟踪误差最终收敛到接近原点的一个小区域;Brahmi 等<sup>[12]</sup>基于 Lyapunov 直接法和反步技术,提出了时变全局自适应控制器,同时解决了运动学和动力学参数未知的移动机器人跟踪和镇定问题. 视觉反馈是提高机械手控制性能的重要手段,通过模拟人类视觉感知,允许在非接触测量的基础上进行操作<sup>[13-19]</sup>. 为了开发一种补偿相机参数

收稿日期: 2020-06-10; 录用日期: 2020-09-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473179, 61903234); 山东省自然科学基金项目(ZR2017LF011, ZR2019MF008).

责任编辑: 徐胜元.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: lzhenying@sdut.edu.cn.

不确定性和移动机器人动力学特性的自适应跟踪控制器,使用固定(天花板)相机的未标定反馈<sup>[13]</sup>.文献[15]基于非完整运动约束,提出了一种欠驱动轮式移动机器人视觉伺服跟踪控制器;文献[16]采用自适应控制方法来提高系统的适应性,将李雅普诺夫直接法应用于控制设计中,分析了系统的稳定性和收敛性;文献[17]提出了一种控制机器人机械手多特征点控制器的新控制器,用于跟踪固定摄像机图像平面上所需的轨迹;文献[18]设计了一种鲁棒自适应控制器,采用自适应反步技术使系统全局稳定,系统输出能够跟踪给定的参考信号.

本文设计一种新的自适应动态反馈鲁棒控制器,用于跟踪视觉参数未知的(1,2)型移动机器人的期望轨迹;利用Lyapunov函数和Barbalat引理证明了运动跟踪误差渐近收敛于零.本文的主要创新包括:

- 1) 提出了一种基于视觉伺服的(1,2)型机器人系统和不确定跟踪误差系统模型;
- 2) 在Lyapunov直接法和反步技术思想的基础上,选择了两种新的变换方法;
- 3) 针对运动误差系统,在不同情况下设计自适应动态反馈控制器,以跟踪不确定链式系统的期望轨迹,对跟踪误差系统进行仿真.

### 1 问题陈述

本节讨论摄像机视觉参数未知情况下机器人-摄像机系统的不确定链式模型.图1展示了一个摄像机-机器人系统(1,2)型非完整移动机器人上方有一固定的摄像机.

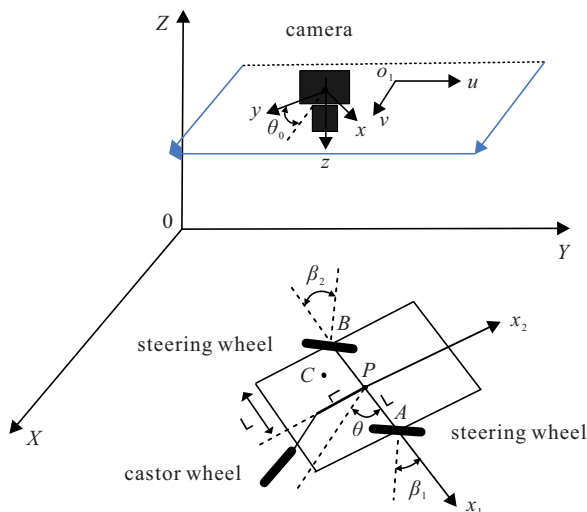


图1 摄像机-机器人模型

#### 1.1 摄像机-机器人系统模型

假设摄像机平面与移动机器人运动平面平行.建立3个坐标系分别是惯性系X-Y-Z、摄像机坐标系x-y-z和图像坐标系u-o1-v.假设摄像机坐标系的

x-y平面与图像坐标平面相同. c为摄像机光轴与X-Y平面的交点,它在X-Y平面的坐标是(c<sub>x</sub>, c<sub>y</sub>),摄像机光轴与图像坐标平面的交点坐标为(O<sub>c1</sub>, O<sub>c2</sub>). (x, y)是机器人质心P在X-Y平面上的坐标,假设(x<sub>m</sub>, y<sub>m</sub>)是(x, y)相对于图像的坐标,则针孔相机模型为

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} H(\theta_0) \left[ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} \right] + \begin{bmatrix} O_{c1} \\ O_{c2} \end{bmatrix}.$$

其中:α<sub>1</sub>和α<sub>2</sub>是正常数,分别依赖于u轴和v轴的深度信息、焦距、标量因子的参数;

$$H(\theta_0) = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

θ<sub>0</sub>是u轴与X之间的夹角,具有正的逆时针方向.因此,有

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

#### 1.2 非完整(1,2)型机器人视觉模型

设机器人的几何中心点和质量中心点是相同的,根据非完整约束条件可得非完整运动学系统<sup>[4]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = -Lv_1[\sin \beta_1 \sin(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \sin(\theta + \beta_1)], \\ \dot{y} = Lv_1[\sin \beta_1 \cos(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \cos(\theta + \beta_1)], \\ \dot{\theta} = v_1 \sin(\beta_2 - \beta_1), \\ \dot{\beta}_1 = v_2, \\ \dot{\beta}_2 = v_3. \end{cases} \quad (3)$$

其中:v<sub>1</sub>是机器人的线速度,v<sub>2</sub>和v<sub>3</sub>分别是两个固定轮的角速度,β<sub>1</sub>和β<sub>2</sub>分别是轮平面方向和u轴的夹角.结合式(1)和(2),有

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m & \dot{y}_m \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Lv_1\alpha_1 \cos \theta_0 [\sin \beta_1 \sin(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \sin(\theta + \beta_1)] + \\ Lv_1\alpha_1 \sin \theta_0 [\sin \beta_1 \cos(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \cos(\theta + \beta_1)] \\ Lv_1\alpha_2 \sin \theta_0 [\sin \beta_1 \sin(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \sin(\theta + \beta_1)] + \\ Lv_1\alpha_2 \cos \theta_0 [\sin \beta_1 \cos(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \cos(\theta + \beta_1)] \end{bmatrix},$$

从而

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Lv_1\alpha_1[\sin\beta_1\sin(\theta-\theta_0+\beta_2)+\sin\beta_2\sin(\theta-\theta_0+\beta_1)] \\ Lv_1\alpha_2[\sin\beta_1\cos(\theta-\theta_0+\beta_2)+\sin\beta_2\cos(\theta-\theta_0+\beta_1)] \\ v_1\sin(\beta_2-\beta_1) \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

### 1.3 不确定链式系统

对于系统(4),若 $\sin(\beta_2-\beta_1)=0$ ,则 $\beta_1=\beta_2$ 或 $\beta_2=\beta_1+k\pi(k=\pm 1,\pm 2,\dots)$ .考虑车轮平面上的两个非完整约束,可以得到暂停的(1,2)型移动机器人(即 $v_1=0$ ),或者可转化为(2,0)型机器人.

对于系统(4),如果 $\sin(\beta_2-\beta_1)\neq 0$ ,选择状态输入转换

$$\begin{cases} x_0 = \theta, \\ x_1 = x_m \cos \theta + y_m \sin \theta, \\ x_2 = -x_m \sin \theta + y_m \cos \theta - 2L \frac{\sin \beta_1 \sin \beta_2}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}, \\ x_3 = x_m \sin \theta - y_m \cos \theta, \\ x_4 = x_m \cos \theta + y_m \sin \theta - L \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}, \\ u_0 = v_1 \sin(\beta_2 - \beta_1), \\ u_1 = -x_4 v_1 \sin(\beta_2 - \beta_1) - \frac{2Lv_2 \sin \beta_2^2}{\sin(\beta_2 - \beta_1)^2} + \frac{2Lv_3 \sin \beta_1^2}{\sin(\beta_2 - \beta_1)^2}, \\ u_2 = x_2 v_1 \sin(\beta_2 - \beta_1) - \frac{Lv_2 \sin(2\beta_2)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)^2} + \frac{Lv_3 \sin(2\beta_1)}{\sin(\beta_2 - \beta_1)^2}, \end{cases} \quad (5)$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= u_0, \\ \dot{x}_1 &= x_2 u_0 + \frac{1}{2}(x_1 - x_4)[(\alpha_1 + \alpha_2) \sin \theta_0 + (\alpha_2 - \alpha_1) \sin(2x_0 - \theta_0)]u_0 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)[2 - (\alpha_1 + \alpha_2) \cos \theta_0 + (\alpha_2 - \alpha_1) \cos(2x_0 - \theta_0)]u_0, \\ \dot{x}_2 &= u_1 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)[(\alpha_1 + \alpha_2) \sin \theta_0 - (\alpha_2 - \alpha_1) \sin(2x_0 - \theta_0)]u_0 - \frac{1}{2}(x_1 - x_4)[2 - (\alpha_1 + \alpha_2) \cos \theta_0 - (\alpha_2 - \alpha_1) \cos(2x_0 - \theta_0)]u_0, \\ \dot{x}_3 &= x_4 u_0 + \frac{1}{2}(x_2 + x_3)[(\alpha_1 + \alpha_2) \sin \theta_0 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\alpha_2 - \alpha_1) \sin(2x_0 - \theta_0)]u_0 + \frac{1}{2}(x_1 - x_4)[2 - (\alpha_1 + \alpha_2) \cos \theta_0 - (\alpha_2 - \alpha_1) \cos(2x_0 - \theta_0)]u_0, \\ \dot{x}_4 &= u_2 + \frac{1}{2}(x_1 - x_4)[(\alpha_1 + \alpha_2) \sin \theta_0 + (\alpha_2 - \alpha_1) \sin(2x_0 - \theta_0)]u_0 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)[2 - (\alpha_1 + \alpha_2) \cos \theta_0 + (\alpha_2 - \alpha_1) \cos(2x_0 - \theta_0)]u_0. \end{aligned} \quad (6)$$

系统(6)有3个新参数 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 和 $\theta_0$ .实际上,它们通常是未校准的,所以式(6)被称为不确定链式系统.下节将设计自适应动态反馈控制器来解决跟踪控制,即如何设计控制输入 $u_0$ 、 $u_1$ 和 $u_2$ ,使不确定链式系统(6)能够跟踪参考轨迹.

### 1.4 控制问题的提出

首先给出以下假设和引理,以便讨论.对于式(6),跟踪控制问题是如何设计 $u_0$ 、 $u_1$ 和 $u_2$ ,使轨迹 $q(t) = (x_0(t), x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t))$ 能够跟踪设计参考轨迹 $q_r(t) = (x_{0r}(t), x_{1r}(t), x_{2r}(t), x_{3r}(t), x_{4r}(t))$ .

**假设1**  $\theta_0(0 < \theta_0 < 2\pi)$ 和 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha(\alpha > 0)$ 是未知的.

**假设2**  $x_{ir}(i=0, 1, 2, 3, 4)$ 是有界的.

**假设3**  $x_i(i=1, 2, 3, 4)$ 状态是可观测的.

**注1** 对于假设1, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ 意味着沿 $u$ 轴的比例因子与沿 $v$ 轴的比例因子相同,一些CCD摄像机是这样做的.至于跟踪问题 $\alpha_1 \neq \alpha_2$ 是未知的情况,将在未来进一步研究.

考虑假设1和假设2下的系统(6),记

$$\begin{aligned} x_{23} &= x_2 + x_3, \quad x_{41} = x_4 - x_1, \\ \sin(2x_0 - \theta_0) &= -\sin \theta_0 + 2 \sin x_0 \cos(\theta_0 - x_0), \\ \cos(2x_0 - \theta_0) &= \cos \theta_0 + 2 \sin x_0 \sin(\theta_0 - x_0), \end{aligned}$$

系统(6)重写为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = x_2 u_0 - (x_{41} \alpha \sin \theta_0) u_0 + x_{23}(\alpha \cos \theta_0 - 1) u_0, \\ \dot{x}_2 = u_1 - (x_{23} \alpha \sin \theta_0) u_0 - x_{41}(\alpha \cos \theta_0 - 1) u_0, \\ \dot{x}_3 = x_4 u_0 + (x_{23} \alpha \sin \theta_0) u_0 + x_{41}(\alpha \cos \theta_0 - 1) u_0, \\ \dot{x}_4 = u_2 - (x_{41} \alpha \sin \theta_0) u_0 + x_{23}(\alpha \cos \theta_0 - 1) u_0. \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $\alpha$  是未知的摄像机参数,  $u_0$ 、 $u_1$  和  $u_2$  是被设计的控制输入. 记  $a = \alpha \sin \theta_0$ ,  $b = \alpha \cos \theta_0$ , 系统(7)重写为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = -x_3 u_0 - a x_{41} u_0 + b x_{23} u_0, \\ \dot{x}_2 = u_1 - a x_{23} u_0 - (b-1)x_{41} u_0, \\ \dot{x}_3 = x_1 u_0 + a x_{23} u_0 + b x_{41} u_0, \\ \dot{x}_4 = u_2 - a x_{41} u_0 + (b-1)x_{23} u_0. \end{cases} \quad (8)$$

令

$$\begin{aligned} x_{23r} &= x_{2r} + x_{3r}, \quad x_{41r} = x_{4r} - x_{1r}, \\ e_{41} &= e_4 - e_1, \quad e_{23} = e_2 + e_3, \\ e_i &= x_i - x_{ir}, \quad i = 0, 1, \dots, 4, \end{aligned}$$

其中  $x_{ir}$  ( $i = 0, 1, \dots, 4$ ) 是  $x_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 4$ ) 的期望状态.

期望参考系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_{0r} = u_{0r}, \\ \dot{x}_{1r} = -x_{3r} u_{0r} - a x_{41r} u_{0r} + b x_{23r} u_{0r}, \\ \dot{x}_{2r} = u_{1r} - a x_{23r} u_{0r} - (b-1)x_{41r} u_{0r}, \\ \dot{x}_{3r} = x_{1r} u_{0r} + a x_{23r} u_{0r} + b x_{41r} u_{0r}, \\ \dot{x}_{4r} = u_{2r} - a x_{41r} u_{0r} + (b-1)x_{23r} u_{0r}. \end{cases} \quad (9)$$

通过式(8)和(9), 可得运动跟踪误差系统

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = u_0 - u_{0r} \triangleq p, \\ \dot{e}_1 = -(x_3 p + e_3 u_{0r}) - a(x_{41} p + e_{41} u_{0r}) + \\ \quad b(x_{23} p + e_{23} u_{0r}), \\ \dot{e}_2 = u_1 - u_{1r} - a(x_{23} p + e_{23} u_{0r}) - \\ \quad (b-1)(x_{41} p + e_{41} u_{0r}), \\ \dot{e}_3 = (x_1 p + e_1 u_{0r}) + a(x_{23} p + e_{23} u_{0r}) + \\ \quad b(x_{41} p + e_{41} u_{0r}), \\ \dot{e}_4 = u_2 - u_{2r} - a(x_{41} p + e_{41} u_{0r}) + \\ \quad (b-1)(x_{23} p + e_{23} u_{0r}) \end{cases} \quad (10)$$

和

$$\begin{aligned} \dot{e}_{23} &= u_1 - u_{1r} + x_4 p + e_4 u_{0r}, \\ \dot{e}_{41} &= u_2 - u_{2r} - x_2 p - e_2 u_{0r}. \end{aligned}$$

**假设4**  $u_{0r}$ 、 $u_{1r}$ 、 $u_{2r}$  及导数都是有界的, 且  $u_{0r} > 0$ .

**注2** 假设4是合理的. 因为只有当机器人跟踪具有相同结构特征的参考轨迹时, 它才是有实际意义的.

## 2 不确定误差系统控制器设计

本节分别在  $\theta_0$  未知且  $0 < \theta_0 < \pi$ ,  $\theta_0$  未知且  $\pi < \theta_0 < 2\pi$ ,  $\theta_0 = 0$  或  $\theta_0 = \pi$  三种情况下, 设计自适应控制器. 首先需要介绍如下扩展的Barbalat引理.

**引理1**<sup>[19]</sup> 若  $f(t)$  可微, 则当  $t \rightarrow \infty$  时有极限,  $\dot{f}(t)$  可分为两部分, 一部分趋于零, 另一部分一致连续, 从而, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ .

对于系统(10)的跟踪问题, 考虑下述3种情况.

**情况1**  $\theta_0$  未知 ( $0 < \theta_0 < \pi$ ).

当  $\theta_0$  未知 ( $0 < \theta_0 < \pi$ ) 时, 有  $a = \alpha \sin \theta_0 > 0$ . 根据反步法和模型(10)的结构, 选择  $k_1 = k_2 > 0$  和如下两个转换:

$$e_{41} = k_1 e_1 u_{0r} + \xi, \quad e_{23} = -k_2 e_3 u_{0r} + \eta, \quad (11)$$

有  $\xi = e_{41} - k_1 e_1 u_{0r}$ ,  $\eta = e_{23} + k_2 e_3 u_{0r}$ .

选择Lyapunov函数

$$\begin{aligned} V &= \\ &V_1 + V_2 + V_3 = \\ &\frac{1}{2}(e_0^2 + e_1^2 + e_3^2) + \frac{1}{2}(\xi^2 + \eta^2) + \frac{1}{2}(p^2 + \Lambda \tilde{a}^2 + \Gamma \tilde{b}^2). \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $p$  是动态反馈因子,  $\tilde{a}$ 、 $\tilde{b}$  分别是参数误差. 定义  $\tilde{a} = a - \hat{a}$ ,  $\tilde{b} = b - \hat{b}$ , 其中  $\hat{a}$  是  $a$  的估计,  $\hat{b}$  是  $b$  的估计. 因此, 有  $\dot{\tilde{a}} = -\dot{\hat{a}}$ ,  $\dot{\tilde{b}} = -\dot{\hat{b}}$ .

对  $V$  求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ &(e_0 \dot{e}_0 + e_1 \dot{e}_1 + e_3 \dot{e}_3) + (\xi \dot{\xi} + \eta \dot{\eta}) + \\ &(p \dot{p} + \Lambda \tilde{a} \dot{\tilde{a}} + \Gamma \tilde{b} \dot{\tilde{b}}) = \\ &- a k_1 e_1^2 u_{0r}^2 - a k_2 e_3^2 u_{0r}^2 + p(e_0 - e_1 x_3 + e_3 x_1 - \\ &\hat{a} e_1 x_{41} + \hat{b} e_1 x_{23} + \hat{a} e_3 x_{23} + \hat{b} e_3 x_{41} + \dot{p}) + \\ &\xi[u_2 - u_{2r} - x_2 p - e_2 u_{0r} - k_1 e_1 \dot{u}_{0r} - \\ &\hat{a} e_1 u_{0r} + \hat{b} e_3 u_{0r} - k_1 u_{0r}(-x_3 p - e_3 u_{0r} - \\ &\hat{a} x_{41} p - \hat{a} \tilde{e}_{41} u_{0r} + \hat{b} x_{23} p + \hat{b} e_{23} u_{0r})] + \\ &\eta[u_1 - u_{1r} + x_4 p + e_4 u_{0r} + k_2 e_3 \dot{u}_{0r} + \\ &\hat{b} e_1 u_{0r} + \hat{a} e_3 u_{0r} + k_2 u_{0r}(x_1 p + e_1 u_{0r} + \\ &\hat{a} x_{23} p + \hat{a} e_{23} u_{0r}) + \hat{b} x_{41} p + \hat{b} e_{41} u_{0r}] + \\ &\tilde{a}[-e_1 x_{41} p + e_3 x_{23} p - e_1 u_{0r} \xi + e_3 u_{0r} \eta + \\ &k_1 u_{0r} \xi(x_{41} p + e_{41} u_{0r}) + k_2 u_{0r} \eta(x_{23} p + e_{23}) - \\ &\Lambda \dot{\hat{a}}] + \tilde{b}[e_1 x_{23} p + e_3 x_{41} p + e_3 u_{0r} \xi + \\ &e_1 u_{0r} \eta - k_1 u_{0r} \xi(x_{23} p + e_{23} u_{0r}) + \\ &k_2 u_{0r} \eta(x_{41} p + e_{41} u_{0r}) - \Gamma \dot{\hat{b}}]. \end{aligned} \quad (13)$$

选择自适应控制器和动态反馈控制律如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}} = \Lambda^{-1}[-e_1x_{41}p + e_3x_{23}p - e_1u_{0r}\xi + \\ e_3u_{0r}\eta + k_1u_{0r}(x_{41}p + e_{41}u_{0r})\xi + \\ k_2u_{0r}(x_{23}p + e_{23}u_{0r})\eta], \\ \dot{\hat{b}} = \Gamma^{-1}[e_1x_{23}p + e_3x_{41}p + e_3u_{0r}\xi + \\ e_1u_{0r}\eta - k_1u_{0r}(x_{23}p + e_{23}u_{0r})\xi + \\ k_2u_{0r}(x_{41}p + e_{41}u_{0r})\eta]. \\ u_0 = u_{0r} + p, \\ u_1 = -k_4\eta + u_{1r} - x_4p - e_4u_{0r} - k_2e_3\dot{u}_{0r} - \\ \hat{b}e_1u_{0r} - \hat{a}e_3u_{0r} - k_2u_{0r}(x_1p + e_1u_{0r} + \\ \hat{a}x_{23}p + \hat{a}e_{23}u_{0r} + \hat{b}x_{41}p + \hat{b}e_{41}u_{0r}), \\ u_2 = -k_3\xi + u_{2r} + x_2p + e_2u_{0r} + k_1e_1\dot{u}_{0r} + \\ \hat{a}e_1u_{0r} - \hat{b}e_3u_{0r} + k_1u_{0r}(-x_3p - e_3u_{0r} - \\ \hat{a}x_{41}p - \hat{a}e_{41}u_{0r} + \hat{b}x_{23}p + \hat{b}e_{23}u_{0r}), \\ \dot{p} = -k_5p - e_0 + e_1x_3 - e_3x_1 + \hat{a}e_1x_{41} - \\ \hat{b}e_1x_{23} - \hat{a}e_3x_{23} - \hat{b}e_3x_{41}. \end{cases} \quad (14)$$

从而有

$$\dot{V} = -k_1ae_1^2u_{0r}^2 - k_2ae_3^3u_{0r}^2 - k_3\xi^2 - k_4\eta^2 - k_5p^2, \quad (16)$$

其中  $k_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  是正增益. 因此, 得到以下定理.

**定理1** 在假设1~假设4下, 自适应律(14)和动态反馈控制器(15)可以保证  $p$  和运动跟踪误差  $e_i (i = 1, 2, 3, 4)$  渐近收敛到零.

**证明** 对于式(12)和(13), 李雅普诺夫函数  $V(t)$  是不增的且收敛到极限值  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \geq 0$ , 这意味着  $e_0, e_1, e_3, \xi_1, \eta_1, p$  都是有界的, 然后  $e_2, e_4$  也有界. 通过假设3, 有  $x_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  是有界的. 鉴于式(14)和假设3,  $\dot{e}_i (i = 0, 1, 3), \dot{\xi}_1, \dot{\eta}_1, \dot{p}$  是有界的. 因此,  $\ddot{V}$  有界,  $\dot{V}$  是一致连续的. 利用引理1, 得到  $\dot{V}$  趋于零, 且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (e_1u_{0r}, e_3u_{0r}, \xi_1, \eta_1, p) = \mathbf{0}.$$

根据假设3, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $(e_1, e_3) \rightarrow \mathbf{0}$ . 通过  $\xi_1$  和  $\eta_1$  的定义, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $(e_2, e_4) \rightarrow \mathbf{0}$ . 因此, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $e_i (i = 1, 2, 3, 4)$  渐近收敛到零. 考虑  $\dot{e}_0 = p$  有界, 且  $e_0$  一致连续, 由式(14)和引理1可得到  $e_0 \rightarrow \mathbf{0}$ . 因此, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $p \rightarrow 0$  和  $e_i \rightarrow \mathbf{0} (i = 0, 1, \dots, 4)$ .  $\square$

**情况2**  $\theta_0$  未知 ( $\pi < \theta_0 < 2\pi$ ).

当  $\theta_0$  未知 ( $\pi < \theta_0 < 2\pi$ ) 时, 有  $a = \alpha \sin \theta_0 < 0$ . 选择  $k_1 = k_2 > 0$  和如下两个变换:

$$e_{41} = -k_1e_1u_{0r} + \xi, \quad e_{23} = k_2e_3u_{0r} + \eta, \quad (17)$$

有  $\xi = e_{41} + k_1e_1u_{0r}, \eta = e_{23} - k_2e_3u_{0r}$ .

选择与式(12)相同的 Lyapunov 函数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = \\ \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 = \\ ak_1e_1^2u_{0r}^2 + ak_2e_3^2u_{0r}^2 + p(e_0 - e_1x_3 + e_3x_1 - \\ \hat{a}e_1x_{41} + \hat{b}e_1x_{23} + \hat{a}e_3x_{23} + \hat{b}e_3x_{41} + \dot{p}) + \\ \xi[u_2 - u_{2r} - x_2p - e_2u_{0r} + k_1e_1\dot{u}_{0r} - \\ \hat{a}e_1u_{0r} + \hat{b}e_3u_{0r} + k_1u_{0r}(-x_3p - e_3u_{0r} - \\ \hat{a}x_{41}p - \hat{a}e_{41}u_{0r} + \hat{b}x_{23}p + \hat{b}e_{23}u_{0r})] + \\ \eta[u_1 - u_{1r} + x_4p + e_4u_{0r} - k_2e_3\dot{u}_{0r} + \\ \hat{b}e_1u_{0r} + \hat{a}e_3u_{0r} - k_2u_{0r}(x_1p + e_1u_{0r} + \\ + \hat{a}x_{23}p + \hat{a}e_{23}u_{0r} + \hat{b}x_{41}p + \hat{b}e_{41}u_{0r})] + \\ \tilde{a}[-e_1x_{41}p + e_3x_{23}p - e_1u_{0r}\xi + e_3u_{0r}\eta - \\ k_1u_{0r}\xi(x_{41}p + e_{41}u_{0r}) - k_2u_{0r}\eta(x_{23}p + \\ e_{23}u_{0r}) - \Lambda\dot{\hat{a}}] + \tilde{b}[e_1x_{23}p + e_3x_{41}p + \\ e_3u_{0r}\xi + e_1u_{0r}\eta + k_1u_{0r}\xi(x_{23}p + e_{23}u_{0r}) - \\ k_2u_{0r}\eta(x_{41}p + e_{41}u_{0r}) - \Gamma\dot{\hat{b}}]. \end{aligned}$$

考虑以下自适应控制器和动态反馈控制律:

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}} = \Lambda^{-1}[-e_1x_{41}p + e_3x_{23}p - e_1u_{0r}\xi + \\ e_3u_{0r}\eta - k_1u_{0r}\xi(x_{41}p + e_{41}u_{0r}) - \\ k_2u_{0r}\eta(x_{23}p + e_{23}u_{0r})], \\ \dot{\hat{b}} = \Gamma^{-1}[e_1x_{23}p + e_3x_{41}p + e_3u_{0r}\xi + \\ e_1u_{0r}\eta + k_1u_{0r}\xi(x_{23}p + e_{23}u_{0r}) - \\ k_2u_{0r}\eta(x_{41}p + e_{41}u_{0r})]. \\ u_0 = u_{0r} + p, \\ u_1 = -k_4\eta + u_{1r} - x_4p - e_4u_{0r} + k_2e_3\dot{u}_{0r} - \\ \hat{b}e_1u_{0r} - \hat{a}e_3u_{0r} + k_2u_{0r}(x_1p + e_1u_{0r} + \\ \hat{a}x_{23}p + \hat{a}e_{23}u_{0r} + \hat{b}x_{41}p + \hat{b}e_{41}u_{0r}), \\ u_2 = -k_3\xi + u_{2r} + x_2p + e_2u_{0r} - k_1e_1\dot{u}_{0r} + \\ \hat{a}e_1u_{0r} - \hat{b}e_3u_{0r} - k_1u_{0r}(-x_3p - e_3u_{0r} - \\ \hat{a}x_{41}p - \hat{a}e_{41}u_{0r} + \hat{b}x_{23}p + \hat{b}e_{23}u_{0r}), \\ \dot{p} = -k_5p - e_0 + e_1x_3 - e_3x_1 + \hat{a}e_1x_{41} - \\ \hat{b}e_1x_{23} - \hat{a}e_3x_{23} - \hat{b}e_3x_{41}. \end{cases} \quad (18)$$

可得

$$\dot{V} = k_1ae_1^2u_{0r}^2 + k_2ae_3^3u_{0r}^2 - k_3\xi^2 - k_4\eta^2 - k_5p^2, \quad (20)$$

其中  $k_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  在情况2下是正增益. 因此, 得到以下定理.

**定理2** 在假设1~假设4下, 自适应律(18)和动态反馈控制器(19)可以保证  $p$  和运动跟踪误差  $e_i (i = 1, 2, 3, 4)$  渐近收敛到零.

**证明** 对于式(12)和(13), 李雅普诺夫函数  $V(t)$  是不增的且收敛到极限值  $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \geq 0$ , 这意味着  $e_0, e_1, e_3, \xi_2, \eta_2, p$  都是有界的, 然后  $e_2, e_4$  也有界. 通过假设3, 有  $x_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  是有界的. 鉴于式(15)和假设3, 有  $\dot{e}_i (i = 0, 1, 3), \dot{\xi}_2, \dot{\eta}_2, \dot{p}$  是有界的. 因此,  $\ddot{V}$  有界,  $\dot{V}$  是一致连续的. 利用引理1, 得到  $\dot{V}$  趋于零, 且

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (e_1 u_{0r}, e_3 u_{0r}, \xi_2, \eta_2, p) = \mathbf{0}.$$

根据假设3, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $(e_1, e_3) \rightarrow \mathbf{0}$ . 通过  $\xi_1$  和  $\eta_1$  的定义, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $(e_2, e_4) \rightarrow \mathbf{0}$ . 因此, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $e_i (i = 1, 2, 3, 4)$  渐近收敛到零. 考虑  $\dot{e}_0 = p$  有界, 且  $e_0$  一致连续, 由式(14)和引理1可得到  $e_0 \rightarrow \mathbf{0}$ . 因此, 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $p \rightarrow 0$  和  $e_i \rightarrow \mathbf{0} (i = 0, 1, \dots, 4)$ .  $\square$

**情况3**  $\theta_0 = 0$  或  $\theta_0 = \pi$ .

利用控制器  $u_1 = k_1 y_1 + k_2 y_2, u_2 = k_3 y_3 + k_4 y_4$ , 其中  $k_1 = a\lambda, k_2 = b\lambda, k_3 = q\lambda, k_4 = d\lambda (\lambda > 0)$ , 将得到自适应动态反馈控制来跟踪设计系统. 基于假设1~假设3, 系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = -x_3 u_0 - \alpha x_{23} u_0, \\ \dot{x}_2 = u_1 + (1 + \alpha) x_{41} u_0, \\ \dot{x}_3 = x_1 u_0 - \alpha x_{41} u_0, \\ \dot{x}_4 = u_2 + (1 + \alpha) x_{23} u_0. \end{cases} \quad (21)$$

其中:  $\alpha$  是未知的照相机参数,  $u_0, u_1$  和  $u_2$  是要设计的控制输入.

式(21)的参考系统是

$$\begin{cases} \dot{x}_{0r} = u_{0r}, \\ \dot{x}_{1r} = -x_{3r} u_{0r} - \alpha x_{23r} u_{0r}, \\ \dot{x}_{2r} = u_{1r} + (1 + \alpha) x_{41r} u_{0r}, \\ \dot{x}_{3r} = x_{1r} u_{0r} - \alpha x_{41r} u_{0r}, \\ \dot{x}_{4r} = u_{2r} + (1 + \alpha) x_{23r} u_{0r}. \end{cases} \quad (22)$$

从而运动学跟踪误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = p, \\ \dot{e}_1 = -(x_3 p + e_3 u_{0r}) - \alpha (x_{23} p + e_{23} u_{0r}), \\ \dot{e}_2 = u_1 - u_{1r} + (1 + \alpha) (x_{41} p + e_{41} u_{0r}), \\ \dot{e}_3 = (x_1 p + e_1 u_{0r}) - \alpha (x_{41} p + e_{41} u_{0r}), \\ \dot{e}_4 = u_2 - u_{2r} - (1 + \alpha) (x_{23} p + e_{23} u_{0r}). \end{cases} \quad (23)$$

基于反步法和式(23)的结构, 选择两个新变换

$$\begin{aligned} \xi_3 &= e_{23} - k_1 e_1 u_{0r}, \\ \eta_3 &= e_{41} + k_2 e_3 u_{0r}, \end{aligned}$$

其中  $k_1$  和  $k_2$  是正增益. 有

$$\begin{cases} e_{23} = k_1 e_1 u_{0r} + \xi_3, \\ e_{41} = -k_3 e_2 u_{0r} + \eta_3, \\ \dot{e}_{23} = u_1 - u_{1r} + x_4 p + e_4 u_{0r}, \\ \dot{e}_{41} = u_2 - u_{2r} - x_2 p - e_2 u_{0r}. \end{cases} \quad (24)$$

选择Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2} (k_0 e_0^2 + e_1^2 + e_3^2) + \frac{1}{2} (\xi_3^2 + \eta_3^2) + \frac{1}{2} (p^2 + \Lambda \tilde{\alpha}^2). \quad (25)$$

其中:  $k_0$  是正增益;  $\alpha$  是常数, 且  $\hat{\alpha}$  是  $\alpha$  的估计,  $\tilde{\alpha}$  是参数误差, 定义为  $\tilde{\alpha} = \alpha - \hat{\alpha}$ . 因此, 有  $\dot{\tilde{\alpha}} = -\dot{\hat{\alpha}}$ . 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\alpha k_1 e_1^2 u_{0r}^2 - \alpha k_3 e_3^2 u_{0r}^2 + p [k_0 e_0 - e_1 x_3 + \\ & e_3 x_1 - \hat{\alpha} (e_1 x_{23} + e_3 x_{41}) + (x_4 \xi_3 - x_2 \eta_3) + \\ & u_{0r} (k_1 x_3 \xi_3 + k_3 x_1 \eta_3) + \hat{\alpha} u_{0r} (k_1 x_{23} \xi_3 - \\ & k_3 x_{41} \eta_3) + \tilde{\alpha} [(e_1 x_{23} + e_3 x_{41}) p + \\ & u_{0r} (e_1 \xi_3 + e_3 \eta_3) + u_{0r} p (k_1 x_{23} \xi_3 - k_3 x_{41} \eta_3) + \\ & u_{0r}^2 (k_1 e_{23} \xi_3 - k_3 e_{41} \eta_3) + \Lambda \dot{\hat{\alpha}}] + \xi_3 (u_1 - \\ & u_{1r} + e_4 u_{0r} + \hat{\alpha} e_1 u_{0r} + k_1 e_3 u_{0r}^2 + k_1 \hat{\alpha} e_{23} u_{0r}^2 + \\ & k_1 e_1 \dot{u}_{0r}) + \eta_3 (u_2 - u_{2r} - e_2 u_{0r} + \\ & \hat{\alpha} e_3 u_{0r} + k_3 e_1 u_{0r}^2 - k_3 \hat{\alpha} e_{41} u_{0r}^2 - k_3 e_3 \dot{u}_{0r}). \end{aligned}$$

自适应规律和动态反馈控制器如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\alpha}} = \Lambda^{-1} [e_1 x_{23} p + e_3 x_{41} p - e_1 u_{0r} \xi_3 + \\ e_3 u_{0r} \eta_3 + u_{0r} p (k_1 x_{23} \xi_3 - \\ k_3 x_{41} \eta_3) - u_{0r}^2 (k_1 e_{23} \xi_3 - k_3 e_{41} \eta_3)], \\ \dot{p} = -k_5 p - k_0 e_0 + e_1 x_3 - e_3 x_1 + \hat{\alpha} (e_1 x_{23} + \\ e_3 x_{41}) - (x_4 \xi_3 - x_2 \eta_3) - u_{0r} (k_1 x_3 \xi_3 + \\ k_3 x_1 \eta_3) - \hat{\alpha} u_{0r} (k_1 x_{23} \xi_3 + k_3 x_{41} \eta_3). \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} u_0 = u_{0r} + p, \\ u_1 = -k_3 \eta_3 + u_{1r} - e_4 u_{0r} + \hat{\alpha} e_1 u_{0r} - \\ k_1 u_{0r}^2 e_3 - k_1 \hat{\alpha} e_{23} u_{0r}^2 - k_1 e_1 \dot{u}_{0r}, \\ u_2 = -k_4 \eta_3 + u_{2r} + e_2 u_{0r} + \hat{\alpha} e_3 u_{0r} - \\ k_3 u_{0r}^2 e_1 - k_3 \hat{\alpha} e_{41} u_{0r}^2 + k_3 e_3 \dot{u}_{0r}. \end{cases} \quad (27)$$

可得

$$\dot{V} = -k_1\alpha e_1^2 u_{0r}^2 - k_2\alpha e_3^2 u_{0r}^2 - k_3\xi_3^2 - k_4\eta_3^2 - k_5p^2, \quad (28)$$

其中  $k_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  是正增益。

综上所述, 得到以下定理。

**定理3** 在上述假设1~假设4下, 对于情况1, 选择自适应律和动态反馈控制律(14)和(15); 对于情况2, 选择自适应律和动态反馈控制律(18)和(19); 对于情况3, 选择自适应律和动态反馈控制律(26)和(27)。因此,  $p$  和跟踪误差  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  使得系统(10)渐近收敛。

**注3** 对于不确定链式系统(8), 可以利用控制律  $u_0, u_1, u_2$  来解决跟踪问题。然而, 在实际操作中, 控制器通常是系统(3)或(4)中机器人运行场所的  $v_0, v_1, v_2$ , 由式(4)和(5), 可以推导如下:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{u_0}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}, \\ v_2 = [u_2 \sin \beta_1 - u_1 \cos \beta_1 - u_0(x_2 \sin \beta_1 + x_4 \cos \beta_1)] \sin(\beta_2 - \beta_1) / 2L \sin \beta_2, \\ v_3 = [u_2 \sin \beta_2 - u_1 \cos \beta_2 - u_0(x_2 \sin \beta_2 + x_4 \cos \beta_2)] \sin(\beta_2 - \beta_1) / 2L \sin \beta_1, \\ \dot{\beta}_1 = v_2, \\ \dot{\beta}_2 = v_3. \end{cases} \quad (29)$$

通过式(29), 可将控制器  $u_0, u_1, u_2$  转化为机器人的控制器  $v_0, v_1, v_2$ , 实现对机器人的控制。

### 3 仿真实例

在本节中, 对上述情况1~情况3进行仿真。

对于情况1, 误差系统(10)的状态为  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$ , 选择自适应律(14)和动态反馈控制律(15)。移动机器人的期望轨迹为  $x_r = \cos \theta, y_r = \sin \theta$ ; 选择  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \theta_0 = \frac{\pi}{3}, u_{0r} = 0.1, u_{1r} = 0.5, u_{2r} = 1.2, k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 1, k_4 = 2, k_5 = 1$ ; 取初始误差值  $[e_0(0), e_1(0), e_2(0), e_3(0), e_4(0)] = [-0.14, 0.1, 0.25, 0.01, 0.1]$ ; 控制增益  $\Lambda = 1$ 。跟踪误差  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  的轨迹如图2所示。控制输入  $u_i (i = 0, 1, 2)$  的轨迹如图3所示。图4和图5分别展示了估计参数  $\hat{a}, \hat{b}$ , 动态反馈因子  $p$ , 控制律  $v_1, v_2, v_3$  的仿真结果。机器人在惯性坐标系中的跟踪轨迹如图6和图7所示。

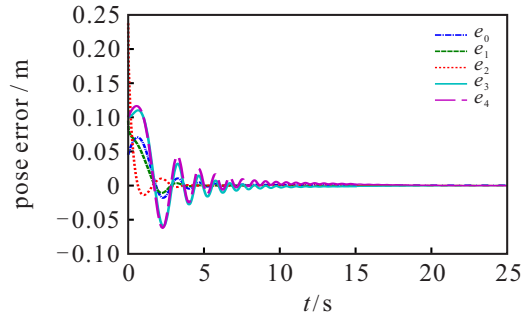


图2 情况1下跟踪  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  的轨迹

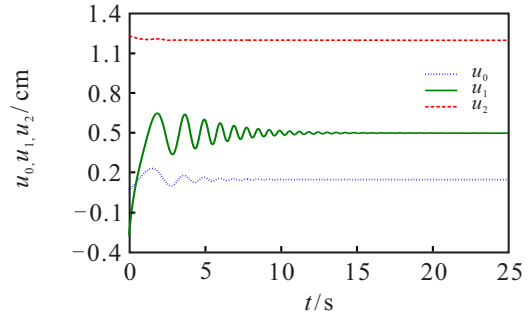


图3 情况1下控制输入  $u_i (i = 0, 1, 2)$  的轨迹

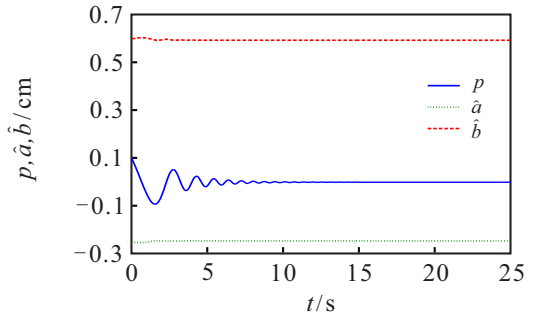


图4 情况1下  $\hat{a}, \hat{b}, p$  的仿真结果

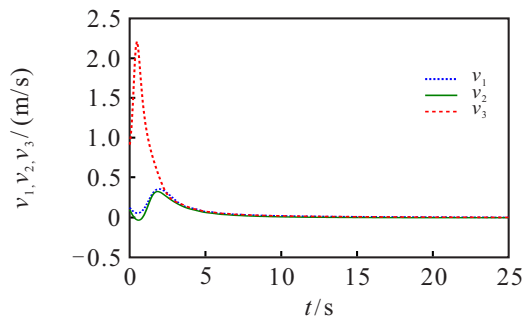


图5 情况1下控制律  $v_1, v_2, v_3$  的仿真结果

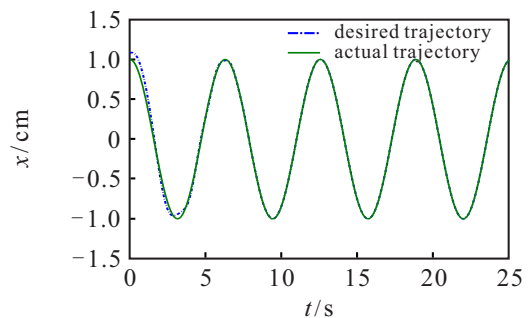


图6 情况1下移动机器人的跟踪轨迹  $x$

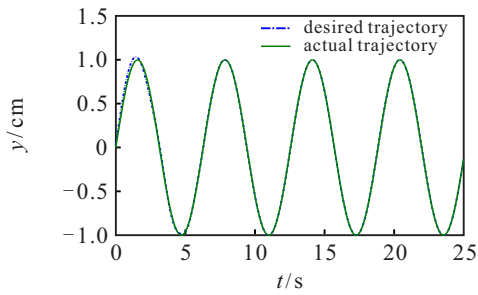


图7 情况1下移动机器人的跟踪轨迹  $y$

对于情况2,误差系统(10)的状态为  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$ , 选择自适应律(18)和动态反馈控制律(19). 移动机器人的期望轨迹为  $x_r = \cos \theta, y_r = \sin \theta$ ; 选择  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \theta_0 = \frac{4\pi}{3}, u_{0r} = 0.1, u_{1r} = 0.5, u_{2r} = 1.2, k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 1, k_4 = 2, k_5 = 1$ ; 取初始误差值  $[e_0(0), e_1(0), e_2(0), e_3(0), e_4(0)] = [-0.14, 0.1, 0.25, 0.01, 0.1]$ ; 控制增益  $\Lambda = 1$ . 跟踪误差  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  的轨迹如图8所示. 控制输入  $u_i (i = 0, 1, 2)$  的轨迹如图9所示. 图10和图11分别展示了估计参数  $\hat{a}, \hat{b}$ , 动态反馈因子  $p$ , 控制律  $v_1, v_2, v_3$  的仿真结果. 机器人在惯性坐标系中的跟踪轨迹如图12和图13所示.

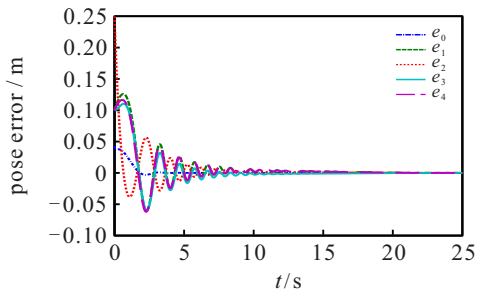


图8 情况2下跟踪  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  的轨迹

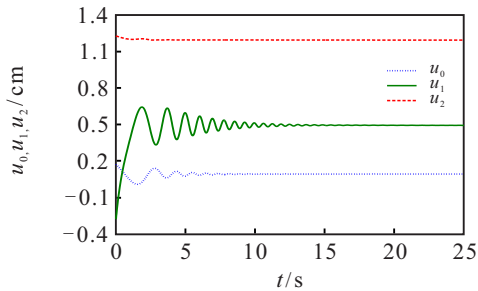


图9 情况2下控制输入  $u_i (i = 0, 1, 2)$  的轨迹

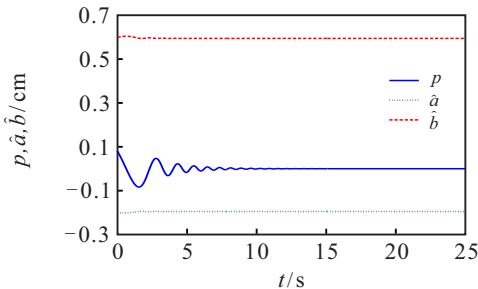


图10 情况2下  $\hat{a}, \hat{b}, p$  的仿真结果

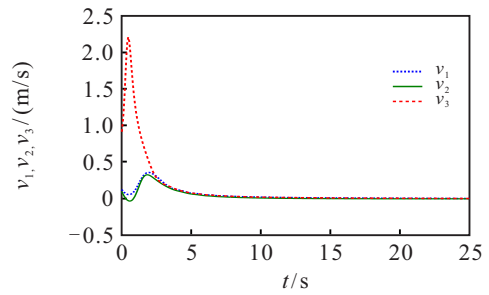


图11 情况2下控制律  $v_1, v_2, v_3$  的仿真结果

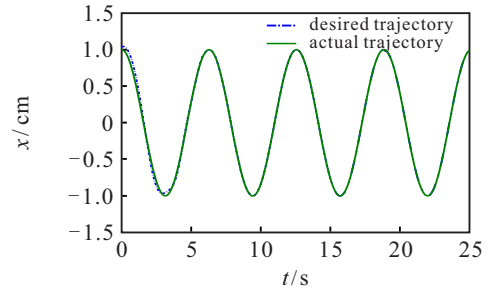


图12 情况2下移动机器人的跟踪轨迹  $x$

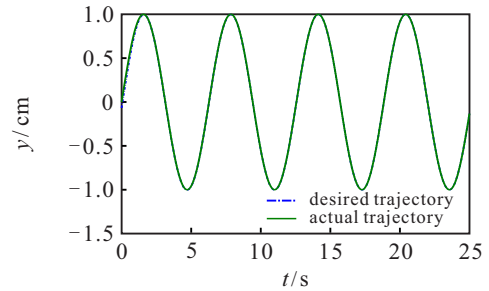


图13 情况2下移动机器人的跟踪轨迹  $y$

对于情况3,误差系统(10)的状态为  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$ , 选择自适应律(26)和动态反馈控制律(27). 移动机器人的期望轨迹为  $x_r = \cos \theta, y_r = \sin \theta$ ; 选择  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \theta_0 = 0, u_{0r} = 0.1, u_{1r} = 0.5, u_{2r} = 1.2, k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 1, k_4 = 2, k_5 = 1$ ; 取初始误差值  $[e_0(0), e_1(0), e_2(0), e_3(0), e_4(0)] = [-0.14, 0.1, 0.25, 0.01, 0.1]$ ; 控制增益  $\Lambda = 1$ . 跟踪误差  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  轨迹如图14所示. 控制输入  $u_i (i = 0, 1, 2)$  的轨迹如图15所示. 图16和图17分别展示了估计参数  $\hat{a}, \hat{b}$ , 动态反馈因子  $p$ , 控制律  $v_1, v_2, v_3$  的仿真结果. 机器人在惯性坐标系中的跟踪轨迹如图18和图19所示.

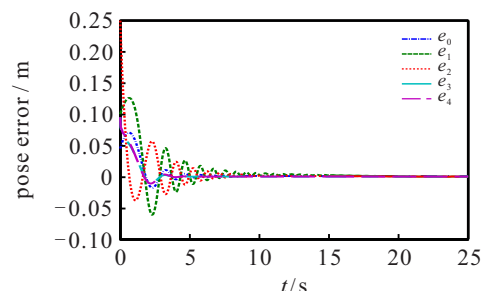


图14 情况3下跟踪  $e_i (i = 0, 1, \dots, 4)$  的轨迹

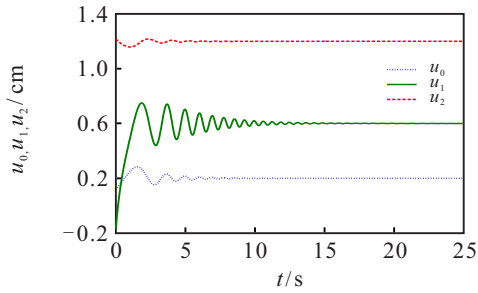


图15 情况3下控制输入  $u_i (i = 0, 1, 2)$  的轨迹

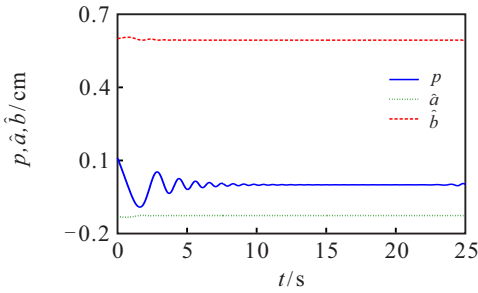


图16 情况3下  $\hat{a}$ 、 $\hat{b}$ 、 $p$  的仿真结果

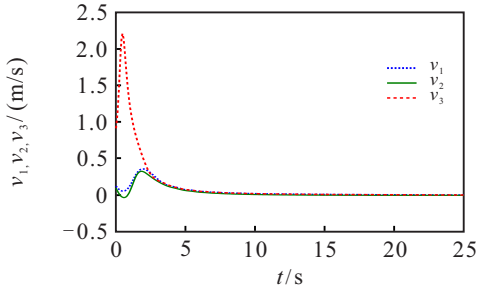


图17 情况3下控制律  $v_1$ 、 $v_2$ 、 $v_3$  的仿真结果

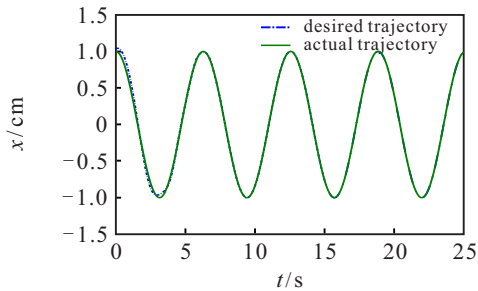


图18 情况3下移动机器人的跟踪轨迹  $x$

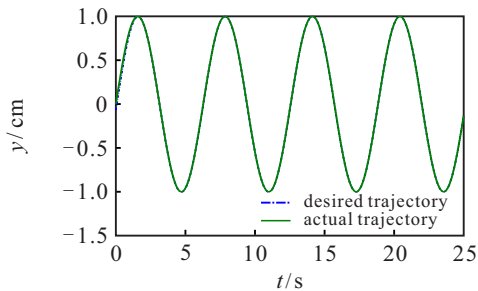


图19 情况3下移动机器人的跟踪轨迹  $y$

### 4 结论

本文研究了  $\theta_0$  未知和  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  未知的动态跟踪控制器, 基于视觉伺服反馈和(1,2)型移动机器人的链式结构, 提出了一种非完整运动学系统的

确定链式模型. 针对3种情况分别提出了新的非完整移动机器人误差系统自适应动态反馈控制器. 利用 Lyapunov 稳定性理论和扩展的 Barbalat 引理, 严格证明了闭环误差系统的渐近收敛性. 仿真结果验证了所提方法的有效性. 对于其他情况, 如  $\theta_0$ 、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  都未知的情况, 今后将进一步利用神经网络进行研究.

### 参考文献(References)

- [1] Kolmanovsky I, McClamroch N H. Developments in nonholonomic control problems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1995, 15(6): 20-36.
- [2] Ma B L, Tso S K. Unified controller for both trajectory tracking and point regulation of second-order nonholonomic chained systems[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2008, 56(4): 317-323.
- [3] Cao K C. Global  $K$ -exponential tracking control of nonholonomic systems in chained-form by output feedback[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(5): 568-576.
- [4] 梁振英, 王朝立. 不校准视觉参数的非完整运动学系统的鲁棒指数镇定[J]. 控制与决策, 2011, 26(7): 998-1003.  
(Liang Z Y, Wang C L. Robust exponential stabilization of nonholonomic kinematic systems with uncalibrated visual parameters[J]. Control and Decision, 2011, 26(7): 998-1003.)
- [5] Jiang Z P. Robust exponential regulation of nonholonomic systems with uncertainties[J]. Automatica, 2000, 36(2): 189-209.
- [6] Liang X W, Wang H S, Chen W D, et al. Adaptive image-based trajectory tracking control of wheeled mobile robots with an uncalibrated fixed camera[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(6): 2266-2282.
- [7] 吴玉香, 胡跃明. 一类不确定非完整移动机械臂的鲁棒镇定[J]. 控制与决策, 2006, 21(11): 1289-1292.  
(Wu Y X, Hu Y M. Robust stabilization of uncertain nonholonomic mobile manipulators[J]. Control and Decision, 2006, 21(11): 1289-1292.)
- [8] Zhang D, Yuan H, Cao Z C. Environmental adaptive control of a snake-like robot with variable stiffness actuators[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 7(3): 745-751.
- [9] Wang Y N, Peng J Z, Sun W, et al. Robust adaptive tracking control of robotic systems with uncertainties[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2008, 6(3): 281-286.
- [10] Han Y Q. Adaptive tracking control of nonlinear systems with dynamic uncertainties using neural network[J]. International Journal of Systems Science, 2018, 49(7):

1391-1402.

[11] Campion G, Bastin G, Dandrea-Novel B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(1): 47-62.

[12] Brahmi B, Saad M, Ochoa-Luna C, et al. Adaptive tracking control of an exoskeleton robot with uncertain dynamics based on estimated time-delay control[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(2): 575-585.

[13] Liu Y H, Wang H S, Wang C Y, et al. Uncalibrated visual servoing of robots using a depth-independent interaction matrix[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(4): 804-817.

[14] Chen J, Dixon W E, Dawson M, et al. Homography based visual servo tracking control of a wheeled mobile robot[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(2): 406-415.

[15] Wang H S, Liu Y H, Zhou D X. Dynamic visual tracking for manipulators using an uncalibrated fixed camera. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(3): 610-617.

[16] Wang C L, Mei Y C, Liang Z Y, et al. Dynamic feedback tracking control of nonholonomic mobile robots with unknown camera parameters[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2010, 32(2): 155-169.

[17] Liu L J, Zhou J, Wen C Y, et al. Robust adaptive tracking control of uncertain systems with time-varying input delays[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(16): 3440-3449.

[18] Mu C X, Sun C Y, Wang D, et al. Adaptive tracking control for a class of continuous-time uncertain nonlinear systems using the approximate solution of HJB equation[J]. Neurocomputing, 2017, 260: 432-442.

[19] Jiang Z P, Nijmeijer H. A recursive technique for tracking control of nonholonomic systems in chained form[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(2): 265-279.

[20] 陈强, 钱宁, 南余荣. Buck型变换器固定时间自适应控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(5): 1183-1190. (Chen Q, Qian N, Nan Y R. Fixed-time adaptive control for Buck converters[J]. Control and Decision, 2020, 35(5): 1183-1190.)

**作者简介**  
 梁振英(1964—), 女, 教授, 博士, 从事非完整移动机器人的轨迹跟踪、鲁棒镇定、自适应控制等研究, E-mail: lzhenying@sdut.edu.cn;  
 王稀(1996—), 女, 硕士生, 从事非完整移动机器人的轨迹跟踪的研究, E-mail: 453997986@qq.com;  
 金增珂(1994—), 男, 博士生, 从事非完整移动机器人的轨迹跟踪、自适应控制的研究, E-mail: jinkek@163.com.

(责任编辑: 齐 霖)

## 下 期 要 目

智能优化在软件测试中的应用综述.....姚香娟, 等

基于矩阵半张量积的有限值动态系统的最新进展.....冯俊城, 等

基于深度强化学习的机器人运动控制研究进展.....董 豪, 等

政府补贴和成本共担如何影响平台和企业策略选择——基于三方演化博弈.....周晓阳, 等

基于改进双层蚁群算法的移动机器人路径规划.....张 恒, 等

基于钢琴触键动作的教育辅助型外骨骼机械手设计.....蔡蓉杰, 等

非平坦地形下移动机器人安全路径规划.....黄志清, 等

零售商定价/订货决策下竞争/互补制造商采用RFID的策略研究.....张李浩, 等

基于自适应正态云模型的引力樽海鞘群算法.....张 铸, 等

基于紧凑混合网络的视网膜血管自动分割.....罗 凌, 等

具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制.....初 蕾, 等

考虑共享电池站和温控负荷响应的综合能源系统优化调度.....杨 捷, 等

异构云环境下AHP定权的多目标强化学习作业调度方法.....袁景凌, 等