

# 控制与决策

Control and Decision

具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制

初蕾, 朱善良, 王明新, 韩玉群

引用本文:

初蕾, 朱善良, 王明新, 等. 具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(2): 361–369.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0991>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[具有全状态约束和未建模动态的严格反馈系统有限时间自适应动态面控制](#)

Finite-time adaptive dynamic surface control for strict-feedback systems with full state constraints and unmodeled dynamics  
控制与决策. 2022, 37(1): 108–118 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1023>

[参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计](#)

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty  
控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

[基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 \$H\_\infty\$ 控制](#)

Non-fragile  $H_\infty$  control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S model  
控制与决策. 2021, 36(5): 1087–1094 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1098>

[基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制](#)

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization  
控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

[一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制](#)

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems  
控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

# 具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的 多维泰勒网自适应控制

初 蕾, 朱善良, 王明新, 韩玉群<sup>†</sup>

(1. 青岛科技大学 数理学院, 山东 青岛 266061;  
2. 青岛科技大学 数学与交叉科学研究院, 山东 青岛 266061)

**摘 要:** 研究一类具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的控制器设计问题. 为了在有限时间将输出跟踪误差限制在预定边界内, 引入一种改进的有限时间性能函数 (FTPF). 在控制器的设计过程中, 利用障碍 Lyapunov 函数来解决输出约束问题. 然后, 将多维泰勒网 (MTN) 的逼近特性与自适应反步技术相结合, 提出一种新的自适应 MTN 控制方法. 在该方法中, 通过设计 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 使得存在时滞的情况下, 仍然能够保证切换系统的稳定性. 最后, 通过仿真实例表明所提出设计方案的有效性和实用性.

**关键词:** 有限时间输出约束; 切换信号; 时滞非线性系统; 多维泰勒网; 自适应控制; 反步法

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.0991

引用格式: 初蕾, 朱善良, 王明新, 等. 具有有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的多维泰勒网自适应控制 [J]. 控制与决策, 2022, 37(2): 361-369.

## Multi-dimensional Taylor network adaptive control for switched time-delay systems with finite-time output constraints

CHU Lei, ZHU Shan-liang, WANG Ming-xin, HAN Yu-qun<sup>†</sup>

(1. School of Mathematics and Physics, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China;  
2. Research Institute for Mathematics and Interdisciplinary Sciences, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

**Abstract:** In this paper, the problem of controller design for a class of switched nonlinear time-delay systems with finite-time output constraints is studied. In order to limit the output tracking error to a predetermined boundary in finite time, an improved performance function, finite time performance function (FTPF), is introduced. In the process of controller design, the barrier Lyapunov function is used to solve the problem of output constraint. Then, a new adaptive multi-dimensional Taylor network (MTN) control method is proposed by combining the universal approximation property of the MTN with adaptive backstepping technology. In this method, Lyapunov-Krasovskii functionals are designed to ensure the stability of the switched system in the presence of time-delay. Finally, two simulation examples are given to illustrate the effectiveness and practicability of the design scheme.

**Keywords:** finite-time output constraints; switched signal; time-delay nonlinear system; multi-dimensional Taylor network; adaptive control; backstepping control

## 0 引 言

切换系统普遍存在于网络控制系统<sup>[1]</sup>、飞行器控制系统<sup>[2]</sup>、多智能体系统<sup>[3]</sup>等复杂的实际系统中. 因此, 非线性切换系统的控制器设计和稳定性分析成为控制领域研究的热点问题之一. 作为非线性系统控制的一个重大突破, 自适应反步控制方法备受关注,

并广泛应用于各种切换非线性系统中, 例如, 随机切换系统<sup>[4]</sup>、时滞切换系统<sup>[5-6]</sup>等. 另一方面, 模型不确定性也不可避免地出现在现代工业系统中. 因此, 研究具有未知非线性函数的切换系统有着重要的实际意义. 为了处理这些未知函数, 基于模糊逻辑或神经网络的万能逼近能力, 发展了许多自适应模糊或神

收稿日期: 2020-07-19; 录用日期: 2021-01-08.

基金项目: 青岛市源头创新计划项目 (18-2-2-64-jch); 山东省高等学校科技计划项目 (J18KA314).

责任编辑: 关新平.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: yuqunhan@163.com.

神经网络控制方案<sup>[7-13]</sup>. 值得注意的是,随着系统阶数的增加,基于模糊或神经网络控制器中自适应参数也会相应增加,这引起了计算复杂度过高等问题. 为了有效地解决这一问题,文献[14]提出了基于多维泰勒网(MTN)的控制方法. 特别地,将MTN技术引入到基于自适应反步法的控制器设计框架中,得到了在不确定性情况下切换非线性系统的自适应逼近控制方法<sup>[15]</sup>. 然而,上述研究忽略了输出约束限制,这是降低系统性能的一个重要因素.

许多工程系统,如舰艇驱动系统<sup>[16]</sup>和机械手臂系统<sup>[17]</sup>等,经常受到输出约束限制,这些约束可能来自系统规范或安全考虑,因此,在工程系统分析中考虑输出约束是非常必要的. 近年来,障碍Lyapunov函数已被成功地应用于含有输出约束的非线性系统中. 文献[17-19]通过恰当的障碍Lyapunov函数,给出了几种非线性系统的控制策略. 文献[20]将上述控制方法推广到切换非线性系统中,提出了约束非线性切换系统的自适应控制方案. 然而,上述结果忽略了时间因素,这意味着无法确定控制性能达到预期的时间. 因此,对于切换系统而言,寻找一个有限时间输出约束的控制器是一个有意义的研究课题. 鉴于构造适当的Lyapunov Krasovskii泛函比较困难,同时受输出约束和时滞约束的非线性切换系统的自适应控制成果还不多见,这激起了本文的研究兴趣.

综合以上分析,本文研究一类具有有限时间输出约束的时滞非线性切换系统的自适应跟踪控制问题. 控制器设计的难点在于如何处理切换系统的时滞项,以及如何有限时间将跟踪误差控制在预设区间中. 为此,本文基于反步法、自适应技术和MTN逼近方法,通过选择合适的障碍Lyapunov函数及Lyapunov Krasovskii泛函克服了这一困难. 与现有的方法相比,本文主要有以下创新点:

1) 将MTN技术引入具有有限时间约束的时滞非线性切换系统中,利用反步法提出一种基于MTN的自适应控制器设计方法,使得时滞系统在任意切换下均呈现出稳定性能.

2) 所研究的切换系统同时考虑了输出约束和时滞约束,这意味着它的系统结构比现有的一些系统<sup>[18,21-22]</sup>更加复杂. 此外,本文的控制方案可以使得跟踪误差在有限时间内实现输出约束效果.

3) 所设计的控制器显著降低了计算量. 利用MTN逼近技术代替传统的神经网络或模糊逻辑系统,使得控制器结构简洁高效. 因此,本设计更适合于实际应用.

## 1 问题描述

本文考虑如下的切换非线性时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = g_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i(t))x_{i+1}(t) + f_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i(t)) + \\ \quad h_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i(t - \tau_i)), \quad i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{x}_n(t) = g_{n,\sigma(t)}(\bar{x}_n(t))u(t) + f_{n,\sigma(t)}(\bar{x}_n(t)) + \\ \quad h_{n,\sigma(t)}(\bar{x}_n(t - \tau_n)); \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$  表示系统的状态向量,  $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in \mathbf{R}^i$ ;  $u \in \mathbf{R}$  和  $y \in \mathbf{R}$  分别是控制输入和控制输出;  $\tau_i$  表示未知的延迟;  $\sigma(t) : [0, \infty] \rightarrow M = \{1, 2, \dots, m\}$  为分段连续切换信号,  $\sigma(t) = k, k \in M$  意味着第  $k$  个子系统被激活;  $f_{i,\sigma(t)}(\cdot)$  和  $h_{i,\sigma(t)}(\cdot)$  表示未知连续函数且  $f_{i,\sigma(t)}(\cdot) = h_{i,\sigma(t)}(\cdot) = 0$ ;  $g_{i,\sigma(t)}(\cdot)$  也是未知光滑函数但  $g_{i,\sigma(t)}(\cdot) \neq 0$ .

**注1** 在系统(1)中,跟踪误差要求在有限时间内进入预设区间,即  $|z_1| < v(t)$ .  $v(t)$  为后面的定义1中给出的有限时间性能函数(FTPF).

控制目标:为系统(1)设计一个基于MTN的自适应控制器,使其在任意切换信号下实现: 1) 系统输出  $y$  能够跟踪给定的参考信号  $y_d$ , 且在有限时间将跟踪误差控制在预设区间内; 2) 闭环系统内所有信号均保持半全局一致有界.

**注2** 切换系统(1)同时考虑了输出约束和时滞约束,这意味着它的系统结构比现有的一些系统更复杂. 此外,本文的控制方案能够保证系统在有限时间内实现预设性能,这使得该方案具有更强的实用性,可广泛应用于舰艇驱动系统和机械手臂系统等诸多实际系统. 然而,本文的局限性在于,目前的方案只能实现输出跟踪误差在有限时间内进入预设区间  $[-v_{T_f}, v_{T_f}]$  ( $v_{T_f}$  在定义1中给出),无法保证其趋于零,从而导致其不能很好地完成精确的跟踪任务. 在后续工作中将努力研究有效方法以克服这一局限性.

**假设1** 参考信号  $y_d(t)$  及它的直至  $n$  阶导数  $y_d^{(n)}(t)$  均是连续有界的.

**假设2** 当  $i = 1, 2, \dots, n, k \in M$  时,  $g_{i,\sigma(t)}(\cdot)$  的符号是不变的. 不失一般性,进一步假设存在两个已知常数  $b_m$  和  $b_M$ , 使得

$$0 \leq b_m \leq g_{i,k}(\bar{x}_i) \leq b_M < \infty. \quad (2)$$

**假设3** 对于任意未知非线性光滑函数  $h_{i,k}(\bar{x}_i(t)), k \in M$ , 存在未知函数  $q_{ij}(\bar{z}_i) > 0$  使得

$$h_{i,k}(\bar{x}_i(t)) = \sum_{j=1}^i |z_j(t)| q_{ij}(\bar{z}_i(t)), \quad (3)$$

其中  $\bar{z}_i = [z_1, z_2, \dots, z_i]^T$ , 其定义在后续中给出.

**定义 1** <sup>[23]</sup> 如果一个连续函数  $v(t)$  称为有限时间性能函数 (FTPF), 则它满足以下 3 个条件: 1)  $V(0) > 0$ ; 2)  $\dot{v}(t) \leq 0$ ; 3)  $\forall t \geq T_f, \lim_{t \rightarrow T_f} v(t) = v_{T_f} > 0$  且  $v(t) = v_{T_f}$ . 其中  $v_{T_f}$  和  $T_f$  分别为任意小的常数和预设时间.

根据定义, FTPF 可定义为

$$v(t) = \begin{cases} \left(v_0 - \frac{t}{T_f}\right)e^{(1-\frac{t}{T_f})} + v_{T_f}, & t \in [0, T_f]; \\ v_{T_f}, & t \in [T_f, +\infty]. \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $v_0 > 1, v_{T_f} > 0$  为设计参数.

**注 3** 由式 (4) 知,  $v(t)$  是满足 FTPF 特性的连续函数, 它的初始条件为  $v(0) = v_0 + v_{T_f}$ .

**引理 1** <sup>[23]</sup> 对于任意函数  $v(t) > 0$ , 当  $|z_1(t)| < v(t)$  时, 下列不等式成立:

$$\log \frac{v^2(t)}{v^2(t) - z_1^2(t)} < \frac{z_1^2(t)}{v^2(t) - z_1^2(t)}. \quad (5)$$

由于系统 (1) 中含有未知非线性函数, 导致无法直接实现控制目标. 对此, 本文引入 MTNs 作为逼近函数来解决这一问题.

**引理 2** <sup>[24]</sup> 对于紧集  $\Omega_z \subset \mathbf{R}^n$  中任意的连续函数  $f(\mathbf{z})$  及任意给定的精度  $\varepsilon > 0$ , 都能找到一个 MTN 使得

$$f(\mathbf{z}) = \theta^{*T} S_{m_n}(\mathbf{z}) + \sigma(\mathbf{z}), \quad \forall \mathbf{z} \in \Omega_z. \quad (6)$$

其中:  $\theta^*$  为理想权重值, 定义为

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \mathbf{R}^l} \{ \sup |f(\mathbf{z}) - \theta^T S_{m_n}(\mathbf{z})| \};$$

$S_{m_n}(\mathbf{z})$  表示  $\prod_{i,j=1}^n s_i^{\sigma_i} s_j^{\sigma_j}$ , 其形式如下:

$$S_{m_n}(\mathbf{z}) = \underbrace{[z_1, \dots, z_n]}_{\text{power 1}} \underbrace{[z_1^2, \dots, z_n^2]}_{\text{power 2}} \dots \underbrace{[z_1^m, \dots, z_n^m]}_{\text{power } m} \in \mathbf{R}^l;$$

$\sigma_i$  和  $\sigma_j$  为非负常数且满足  $1 \leq \sigma_i + \sigma_j \leq m$ ;  $n$  表示系统状态输入的个数;  $m$  表示中间层的最高次幂;  $\sigma(\mathbf{z})$  是函数逼近误差, 且满足  $|\sigma(\mathbf{z})| \leq \varepsilon$ .

## 2 自适应 MTN 控制器设计

首先, 介绍如下坐标变换:

$$\begin{cases} z_1 = y - y_d, \\ z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, \dots, n, \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\alpha_{i-1}$  为虚拟控制信号.

step 1: 当  $i = 1$  时, 根据上述坐标变换得

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= g_{1,k}(\bar{x}_1(t))x_2(t) + f_{1,k}(\bar{x}_1(t)) + \\ & h_{1,k}(\bar{x}_1(t - \tau_1)) - \dot{y}_d. \end{aligned} \quad (8)$$

选择如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \log \frac{v^2(t)}{v^2(t) - z_1^2} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 + V_{L1},$$

$$V_{L1} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \exp(-(t - \tau_1)) \times \int_{t-\tau_1}^t \exp(s) z_1^2(s) q_{j1}^2(\bar{z}_1(s)) ds. \quad (9)$$

其中:  $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$  为估计误差,  $q_{j1}(\bar{z}_1(t)) > 0$  为假设 3 中提到的未知函数. 定义虚拟控制信号  $\alpha_1$  及自适应律  $\dot{\hat{\theta}}_1$  为

$$\alpha_1 = -\frac{1}{b_m} (k_1 z_1 + \hat{\theta}_1^T S_1 + r \dot{v}(t)), \quad (10)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} S_1 - \eta_1 \hat{\theta}_1, \quad (11)$$

其中  $k_1 > 0$  和  $\eta_1 > 0$  为设计参数.

$V_1$  关于  $t$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} \left( g_{1,k}(\bar{x}_1(t))x_2(t) + f_{1,k}(\bar{x}_1(t)) + \right. \\ & \left. h_{1,k}(\bar{x}_1(t - \tau_1)) - \frac{v(t)\dot{v}(t)}{z_1} \right) + \frac{\dot{v}(t)}{v(t)} - \dot{y}_d + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \exp(\tau_1) z_1^2(t) q_{j1}^2(\bar{z}_1(t)) - \tilde{\theta}_1^T \dot{\hat{\theta}}_1 - \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_1^2(t - \tau_1) q_{j1}^2(\bar{z}_1(t - \tau_1)) - V_{L1}. \end{aligned} \quad (12)$$

根据  $x_2 = z_2 + \alpha_1$ , 应用杨氏不等式及假设 3, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} \left( g_{1,k}(\bar{x}_1(t))\alpha_1 + f_{1,k}(\bar{x}_1(t)) - \right. \\ & \left. \dot{y}_d - \frac{v(t)\dot{v}(t)}{z_1} \right) + \frac{\dot{v}(t)}{v(t)} - \tilde{\theta}_1^T \dot{\hat{\theta}}_1 - \left( \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} \right)^2 - \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_1^2(t - \tau_1) q_{j1}^2(\bar{z}_1(t - \tau_1)) - V_{L1} + \\ & \frac{1}{2} z_1^2(t - \tau_1) q_{11}^2(\bar{z}_1(t - \tau_1)) + \frac{1}{2} b_M^2 z_2^2, \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{f}_{1,k}(\bar{x}_1(t)) &= \\ & f_{1,k}(\bar{x}_1(t)) - \dot{y}_d + \frac{2z_1}{v^2(t) - z_1^2} + \frac{1}{2} (v^2(t) - z_1^2) \times \\ & \sum_{j=1}^n \exp(\tau_1) z_1(t) q_{j1}^2(\bar{z}_1(t)). \end{aligned}$$

由于函数  $\bar{f}_{1,k}(\bar{x}_1)$  中含有未知函数  $f_{1,k}(\bar{x}_1)$ , 导致无法直接进行控制器设计. 根据引理 2, 对  $\forall \varepsilon_1 > 0$ , 可以找到一个 MTN 多项式, 使得

$$\bar{f}_{1,k} = \theta_1^T S_1(z_1) + \delta_1(z_1), \quad |\delta_1(z_1)| \leq \varepsilon_1. \quad (14)$$

其中:  $\delta_1(z_1)$  为估计误差,  $\varepsilon_1 > 0$  是任意未知常数.

结合杨氏不等式,将式(14)代入(13),可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} g_{1,k}((\bar{x}_1(t))\alpha_1 + \hat{\theta}_1^T S_1 + r\dot{v}(t)) + \\ & \frac{\dot{v}(t)}{v(t)} + \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} \left( -\frac{v(t)\dot{v}(t)}{z_1} - r\dot{v}(t) \right) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_1^2(t - \tau_1) q_{j1}^2(\bar{z}_1(t - \tau_1)) + \frac{1}{2} b_M^2 z_2^2 + \\ & \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{2} z_1^2(t - \tau_1) q_{11}^2(\bar{z}_1(t - \tau_1)) - V_{L1} + \\ & \tilde{\theta}_1^T \left( \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} S_1 - \dot{\hat{\theta}}_1 \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} \right)^2, \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $r > 0$  为设计参数. 当  $z(t)$  满足  $|z(t)| < v(t)$  时, 借助杨氏不等式得

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} \left( -r\dot{v}(t) - \frac{v(t)\dot{v}(t)}{z_1} \right) \leq \\ \frac{1}{2} \left( \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} \right)^2 + \frac{1}{2} (\dot{v}(t))^2 (r+1)^2. \end{aligned} \quad (16)$$

由  $v(t)$  的定义知,  $v(t)$  和  $\dot{v}(t)$  均是有界的, 因此

$$(\dot{v}(t))^2 (r+1)^2 + \frac{\dot{v}(t)}{v(t)} \leq K, \quad (17)$$

其中  $K$  为未知常数. 接下来, 将式(16)和(17)以及  $\alpha_1$  和  $\dot{\hat{\theta}}_1$  代入(15), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\frac{k_1 z_1^2}{v^2(t) - z_1^2} + \eta_1 \tilde{\theta}_1^T \hat{\theta}_1 + \frac{1}{2} b_M^2 z_2^2 - \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_1^2(t - \tau_1) q_{j1}^2(\bar{z}_1(t - \tau_1)) - V_{L1} + \\ & \frac{1}{2} z_1^2(t - \tau_1) q_{11}^2(\bar{z}_1(t - \tau_1)) + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 + K. \end{aligned} \quad (18)$$

step  $i$ : 由坐标变换得

$$\begin{aligned} \dot{z}_i = & g_{i,k}(\bar{x}_i(t))x_{i+1}(t) + f_{i,k}(\bar{x}_i(t)) + \\ & h_{i,k}(\bar{x}_i(t - \tau_i)) - \dot{\alpha}_{i-1}. \end{aligned} \quad (19)$$

选择如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V_i = & V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i + V_{Li}, \\ V_{Li} = & \frac{1}{2} \sum_{j=i}^n \exp(-(t - \tau_i)) \times \\ & \int_{t-\tau_i}^t \exp(s) z_i^2(s) q_{ji}^2(\bar{z}_i(s)) ds. \end{aligned} \quad (20)$$

其中:  $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$  为估计误差,  $q_{ji}(\bar{z}_i(t)) > 0$  为假设 3 中提到的未知函数. 定义虚拟控制信号  $\alpha_i$  及自适应律  $\dot{\hat{\theta}}_i$  为

$$\alpha_i = -\frac{1}{b_m} (k_i z_i + \hat{\theta}_i^T S_i), \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = z_i S_i - \eta_i \hat{\theta}_i, \quad (22)$$

其中  $k_i > 0$  和  $\eta_i > 0$  为设计参数. 对  $V_i$  进行求导后, 结合  $x_{i+1} = z_{i+1} + \alpha_i$ , 应用杨氏不等式及假设 3, 下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & z_i (g_{i,k}(\bar{x}_i(t))(z_{i+1} + \alpha_i) + \bar{f}_{i,k}(\bar{x}_i(t))) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=i}^n z_i^2(t - \tau_i) q_{ji}^2(\bar{z}_i(t - \tau_i)) - \tilde{\theta}_i^T \dot{\hat{\theta}}_i - V_{Li} + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i z_j^2(t - \tau_i) q_{ij}^2(\bar{z}_i(t - \tau_i)) + \dot{V}_{i-1} - z_i^2, \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{f}_{i,k}(\bar{x}_i(t)) = & f_{i,k}(\bar{x}_i(t)) - \dot{\alpha}_{i-1} + \frac{3}{2} z_i + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=i}^n \exp(\tau_i) z_i(t) q_{ji}^2(\bar{z}_i(t)). \end{aligned}$$

同样地, 对  $\forall \varepsilon_i > 0$ , 存在 MTN, 使得

$$\bar{f}_i = \theta_i^T S_i(z_i) + \delta_i(z_i), \quad |\delta_i(z_i)| \leq \varepsilon_i. \quad (24)$$

其中:  $\delta_i(z_i)$  为估计误差,  $\varepsilon_i > 0$  是任意未知常数.

应用杨氏不等式, 并将式(24)以及  $\alpha_i$ 、 $\dot{\hat{\theta}}_i$  代入式(23), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & -\frac{k_1 z_1^2}{v^2(t) - z_1^2} - \sum_{l=2}^i k_l z_l^2 + \sum_{l=1}^i \eta_l \tilde{\theta}_l^T \hat{\theta}_l - \sum_{l=1}^i V_{Ll} - \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^i \sum_{j=l}^n z_l^2(t - \tau_l) q_{jl}^2(\bar{z}_l(t - \tau_l)) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^i \varepsilon_l^2 + K + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^i \sum_{j=1}^l z_j^2(t - \tau_l) q_{lj}^2(\bar{z}_l(t - \tau_l)) + \frac{b_M^2}{2} \sum_{l=2}^{i+1} z_l^2. \end{aligned} \quad (25)$$

step  $n$ : 由坐标变换得

$$\begin{aligned} \dot{z}_n = & g_{n,k}(\bar{x}_n(t))u(t) + f_{n,k}(\bar{x}_n(t)) + \\ & h_{n,k}(\bar{x}_n(t - \tau_n)) - \dot{\alpha}_{n-1}. \end{aligned} \quad (26)$$

选择如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V_n = & V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_n^T \tilde{\theta}_n + V_{Ln}, \\ V_{Ln} = & \frac{1}{2} \sum_{j=n}^n \exp(-(t - \tau_n)) \times \\ & \int_{t-\tau_n}^t \exp(s) z_n^2(s) q_{jn}^2(\bar{z}_n(s)) ds. \end{aligned} \quad (27)$$

其中:  $\tilde{\theta}_n = \theta_n - \hat{\theta}_n$  为估计误差,  $q_{jn}(\bar{z}_n(t)) > 0$  为假设 3 中提到的未知函数. 定义虚拟控制信号  $u$  及自适应律  $\dot{\hat{\theta}}_n$  为

$$u = -\frac{1}{b_m} (k_n z_n + \hat{\theta}_n^T S_n), \quad (28)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_n = z_n S_n - \eta_n \hat{\theta}_n, \quad (29)$$

其中  $k_n > 0$  和  $\eta_n > 0$  为设计参数. 对  $V_n$  进行求导后, 应用杨氏不等式及假设3, 下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & \dot{V}_{n-1} + z_n(g_{n,k}(\bar{x}_n(t))u + \bar{f}_{n,k}(\bar{x}_n(t))) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_j^2(t - \tau_n) q_{nj}^2(\bar{z}_n(t - \tau_n)) - \frac{1}{2} z_n^2 - \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=n}^n z_n^2(t - \tau_n) q_{jn}^2(\bar{z}_n(t - \tau_n)) - \tilde{\theta}_n^T \dot{\hat{\theta}}_n - V_{Ln}, \end{aligned} \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{f}_{n,k}(\bar{x}_n(t)) = & f_{n,k}(\bar{x}_n(t)) - \dot{\alpha}_{n-1} + z_n + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=n}^n \exp(\tau_n) z_n(t) q_{jn}^2(\bar{z}_n(t)). \end{aligned}$$

同样地, 有  $\theta_n^T S_n(z_n)$ , 使得

$$\bar{f}_n = \theta_n^T S_n(z_n) + \delta_n(z_n), \quad |\delta_n(z_n)| \leq \varepsilon_n. \quad (31)$$

其中:  $\delta_n(z_n)$  为估计误差,  $\varepsilon_n > 0$  是任意未知常数. 应用杨氏不等式, 并将式(31)以及  $u, \dot{\hat{\theta}}_n$  代入(30), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & -\frac{k_1 z_1^2}{v^2(t) - z_1^2} - \sum_{l=2}^n k_l z_l^2 + \sum_{l=1}^n \eta_l \tilde{\theta}_l^T \hat{\theta}_l - \\ & \sum_{l=1}^n V_{Ll} + \frac{b_M^2}{2} \sum_{l=2}^n z_l^2 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \varepsilon_l^2 + K. \end{aligned} \quad (32)$$

### 3 稳定性分析

**定理1** 在假设1~假设3的条件下, 考虑一类非线性切换时滞系统(1), 设计实际控制律为(28), 虚拟控制信号分别为(10)和(21), 并选择自适应律分别为(11)、(22)、(29). 如果初始条件有界且满足  $|z_1(0)| < v(0)$ , 则:

1) 在任意切换下, 闭环系统内所有信号都是半全局一致最终有界的;

2) 系统输出  $y$  可以很好地跟踪上给定参考信号  $y_d$ , 并且通过适当调整设计参数, 可以使得跟踪误差  $z_1 = y - y_d$  在有限时间内进入预设区间  $[-v_{T_f}, v_{T_f}]$ .

**证明** 选择如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} \log \frac{v^2(t)}{v^2(t) - z_1^2} + \frac{1}{2} \sum_{l=2}^n z_l^2 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \tilde{\theta}_l^T \hat{\theta}_l + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n V_{Ll}, \\ \sum_{l=1}^n V_{Ll} = & \sum_{l=1}^n \sum_{j=l}^n \exp(-(t - \tau_l)) \times \\ & \int_{t-\tau_l}^t \exp(s) z_l^2(s) q_{jl}^2(\bar{z}_l(s)) ds. \end{aligned} \quad (33)$$

$V$  关于  $t$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{k_1 z_1^2}{v^2(t) - z_1^2} - \sum_{l=2}^n k_l z_l^2 + \sum_{l=1}^n \eta_l \tilde{\theta}_l^T \hat{\theta}_l - \\ & \sum_{l=1}^n V_{Ll} + \frac{b_M^2}{2} \sum_{l=2}^n z_l^2 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \varepsilon_l^2 + K. \end{aligned} \quad (34)$$

由引理1知, 下列不等式成立:

$$-\frac{k_1 z_1^2}{v^2(t) - z_1^2} \leq -k_1 \log \frac{v^2(t)}{v^2(t) - z_1^2}. \quad (35)$$

根据  $\tilde{\theta}_i$  的定义及杨氏不等式, 得

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^n \eta_l \tilde{\theta}_l^T \hat{\theta}_l \leq & \sum_{l=1}^n \eta_l \left( -\frac{1}{2} \tilde{\theta}_l^T \tilde{\theta}_l + \frac{1}{2} \theta_l^T \theta_l \right) = \\ & -\frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \eta_l \tilde{\theta}_l^T \tilde{\theta}_l + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \eta_l \theta_l^T \theta_l. \end{aligned} \quad (36)$$

将式(35)和(36)代入(34), 得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_1 \log \frac{v^2}{v^2(t) - z_1^2} - \left( k_l - \frac{b_M^2}{2} \right) \sum_{l=2}^n z_l^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \varepsilon_l^2 - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \eta_l \tilde{\theta}_l^T \tilde{\theta}_l - \sum_{l=1}^n V_{Ll} + K + \\ & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \eta_l \theta_l^T \theta_l. \end{aligned} \quad (37)$$

令

$$\begin{aligned} a = & \min\{2k_1, (2k_l - b_M^2), \eta_1, \eta_l, 2\}, \quad 2 \leq l \leq n; \\ b = & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \varepsilon_l^2 + K + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \eta_l \theta_l^T \theta_l. \end{aligned}$$

将不等式(37)整理为以下形式:

$$\dot{V} \leq -aV + b, \quad (38)$$

因此  $\forall t \geq 0$ , 有

$$0 \leq V(t) \leq \left( V(0) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a} \leq V(0) + \frac{b}{a}. \quad (39)$$

由式(38)可以看出, 通过选择适当的设计参数, 在任意切换下闭环系统中所有信号都是半全局一致有界的. 由式(39)可得

$$\log \frac{v^2(t)}{v^2(t) - z_1^2} \leq 2V(0) + \frac{2b}{a}, \quad (40)$$

则

$$\frac{v^2(t)}{v^2(t) - z_1^2} \leq e^{2V(0) + \frac{2b}{a}}. \quad (41)$$

因为  $v^2(t) - z_1^2 > 0$ , 所以

$$|z_1| \leq \sqrt{1 - \frac{1}{e^{2V(0) + \frac{2b}{a}}}} |v(t)| \leq |v(t)|, \quad (42)$$

其中  $2V(0) + \frac{2b}{a} > 0$ .  $\square$

### 4 仿真实例

本节将通过数值例子、实际例子和一个比较实验来证明所提出方法的有效性和先进性.

**例1** 考虑三阶时滞切换非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = g_{1,\sigma(t)}(\bar{x}_1(t))x_2(t) + f_{1,\sigma(t)}(\bar{x}_1(t)) + \\ \quad h_{1,\sigma(t)}(\bar{x}_1(t - \tau_1)), \\ \dot{x}_2(t) = g_{2,\sigma(t)}(\bar{x}_2(t))x_3(t) + f_{2,\sigma(t)}(\bar{x}_2(t)) + \\ \quad h_{2,\sigma(t)}(\bar{x}_2(t - \tau_2)), \\ \dot{x}_3(t) = g_{3,\sigma(t)}(\bar{x}_3(t))u + f_{3,\sigma(t)}(\bar{x}_3(t)) + \\ \quad h_{3,\sigma(t)}(\bar{x}_3(t - \tau_3)), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (43)$$

其中  $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow M = \{1, 2\}$  表示切换信号. 系统中的未知函数分别为

$$\begin{aligned} g_{1,1} = g_{2,1} = g_{3,1} = 1, \quad g_{1,2} = 1 + \frac{x_1^2}{x_1^2 + 1}, \\ g_{2,2} = 1.5 + 0.5 \sin(x_1 x_2), \quad g_{3,2} = 1 + \frac{x_3^2}{x_3^2 + 1}, \\ f_{1,1} = 0.5x_1, \quad f_{2,1} = x_1 \cos x_2^2, \quad f_{3,1} = x_2 x_3, \\ f_{1,2} = 2 \sin x_1, \quad f_{2,2} = x_1 \sin x_2^2, \quad f_{3,2} = x_1 x_2 x_3, \\ h_{1,1} = 0.1 \sin(x_1(t - 0.5)), \\ h_{2,1} = 0.1 \sin(x_2(t - 0.5)), \\ h_{3,1} = 0.1 \sin(x_3(t - 0.5)), \\ h_{1,2} = 0.1 \cos(x_1(t - 0.5)), \\ h_{2,2} = 0.1 \cos(x_2(t - 0.5)), \\ h_{3,2} = 0.1 \cos(x_3(t - 0.5)). \end{aligned}$$

系统初始条件为  $[x_1(0), x_2(0), x_3(0)]^T = [0, 0, 0]^T$ , 跟踪目标为  $y_d = 0.5 \sin t$ .

由定理1, 选择虚拟控制信号及控制律分别为

$$\alpha_1 = -\frac{1}{b_m}(k_1 z_1 + \hat{\theta}_1^T S_1 + r v(t)), \quad (44)$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{b_m}(k_2 z_2 + \hat{\theta}_2^T S_2), \quad (45)$$

$$u = -\frac{1}{b_m}(k_3 z_3 + \hat{\theta}_3^T S_3). \quad (46)$$

其中:  $z_1 = x_1 - y_d, z_2 = x_2 - \alpha_1, z_3 = x_3 - \alpha_2$ . 自适应律设计为

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{z_1}{v^2(t) - z_1^2} S_1 - \eta_1 \hat{\theta}_1, \quad (47)$$

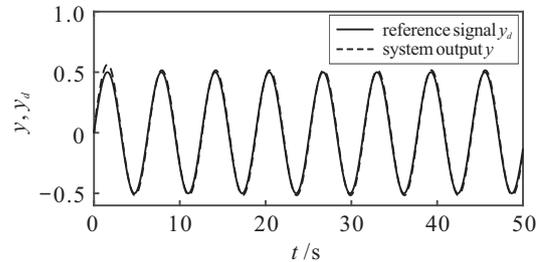
$$\dot{\hat{\theta}}_i = z_i S_i - \eta_i \hat{\theta}_i, \quad i = 2, 3. \quad (48)$$

有限时间性能函数定义为

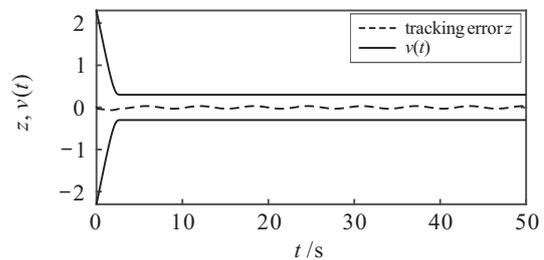
$$v(t) = \begin{cases} \left(v_0 - \frac{t}{T_f}\right) e^{1 - \frac{T_f}{T_f - t}} + v_{T_f}, & t \in [0, T_f); \\ v_{T_f}, & t \in [T_f, +\infty). \end{cases} \quad (49)$$

其中:  $v_0 = 2, v_{T_f} = 0.3, T_f = 3, v(0) = v_0 + v_{T_f} =$

2.3. 仿真中的参数设置如下:  $b_1 = b_2 = b_3 = 0.9, r = 1, k_1 = 18, k_2 = 30, k_3 = 40, \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 10$ . 仿真结果如图1和图2所示. 图1表明了控制器具有较好的跟踪效果, 且能够将跟踪误差控制在预设区间内. 由图2(a)可以看出控制输入  $u$  和系统状态  $x_2, x_3$  均是有界的; 图2(b)是切换函数  $\sigma(t)$  的曲线.

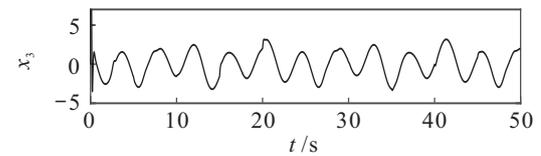
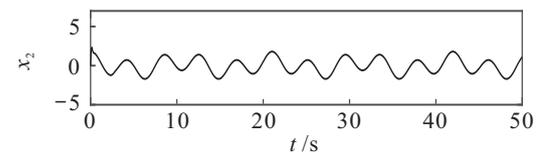
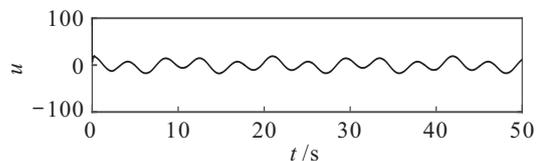


(a) 系统输出  $y$  和理想跟踪信号  $y_d$

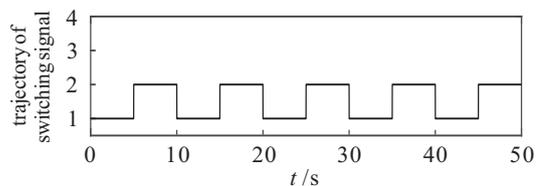


(b) 跟踪误差

**图1** 系统输出跟踪及跟踪误差曲线(1)



(a) 控制输入  $u$  及系统状态  $x_2, x_3$



(b) 切换信号

**图2** 系统输入、状态及切换信号曲线(1)

**例2** 为了进一步验证所提出方案的有效性, 将其应用于一个单连杆机械手系统<sup>[25-26]</sup>

$$\begin{cases} D\ddot{q} + B\dot{q} + N \sin q = \mu + \mu_1 d, \\ M\dot{\mu} + H\mu = u - K_m \dot{q} + \mu_2 d. \end{cases} \quad (50)$$

其中:  $q$ 、 $\dot{q}$  和  $\ddot{q}$  分别表示连杆的位置、速度和加速度,  $\mu$  表示电力子系统产生的转矩,  $\mu_{1d}$  和  $\mu_{2d}$  都表示时滞不确定性, 控制输入  $u$  表示电机转矩. 令  $x_1 = q$ ,  $x_2 = \dot{q}$  和  $x_3 = \mu$ , 系统 (50) 改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = g_{1,\sigma(t)}(\bar{x}_1(t))x_2(t) + f_{1,\sigma(t)}(\bar{x}_1(t)) + h_{1,\sigma(t)}(\bar{x}_1(t - \tau_1)), \\ \dot{x}_2(t) = g_{2,\sigma(t)}(\bar{x}_2(t))x_3(t) + f_{2,\sigma(t)}(\bar{x}_2(t)) + h_{2,\sigma(t)}(\bar{x}_2(t - \tau_2)), \\ \dot{x}_3(t) = g_{3,\sigma(t)}(\bar{x}_3(t))u + f_{3,\sigma(t)}(\bar{x}_3(t)) + h_{3,\sigma(t)}(\bar{x}_3(t - \tau_3)), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (51)$$

其中  $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow M = \{1, 2\}$  表示切换信号. 系统中的未知函数分别为

$$\begin{aligned} g_{1,1} &= g_{1,2} = g_{2,1} = g_{2,2} = \frac{1}{D}, \\ g_{3,1} &= \frac{1}{M}, \quad g_{3,2} = \frac{1}{M}, \\ f_{1,1} &= 0, \quad f_{2,1} = -\frac{B}{D}x_2 - \frac{N}{D}\sin x_1, \\ f_{3,1} &= -\frac{K_m}{M}x_2 - \frac{H}{M}x_3, \quad f_{1,2} = 0, \\ f_{2,2} &= -\frac{B}{D}x_2 - \frac{N}{D}\sin(x_1x_2), \\ f_{3,2} &= -\frac{K_m}{M}x_2 - \frac{H}{M}x_3 + \left[ \frac{x_1x_2}{1+x_3^2} \right], \\ h_{1,1} &= 0, \quad h_{2,1} = 0.5x_1(t-0.5), \\ h_{3,1} &= 0.1x_2(t-0.5)\sin x_1(t-0.5), \\ h_{1,2} &= 0, \quad h_{2,2} = 0.3x_1(t-0.5)x_2(t-0.5), \\ h_{3,2} &= 0.6x_3(t-0.5). \end{aligned}$$

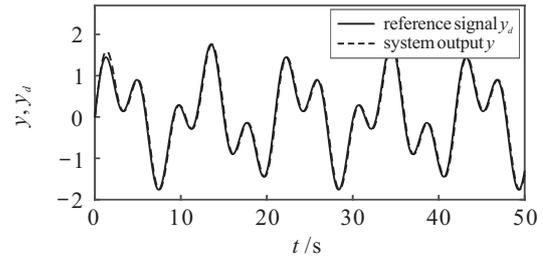
选择适当的单位, 参数设置如下:  $D = 1$ ,  $M = 0.05$ ,  $B = 1$ ,  $K_m = 10$ ,  $H = 0.5$  和  $N = 0.5^{[25]}$ . 系统的初始条件为  $[x_1(0), x_2(0), x_3(0)]^T = [0, 0, 0]^T$ , 跟踪目标为  $y_d = 0.8\sin(1.5t) + \sin(0.6t)$ . 类似地, 根据定理 1 选择恰当的控制律及自适应律, 其形式与例 1 相同. 有限时间性能函数定义为

$$v(t) = \begin{cases} \left(v_0 - \frac{t}{T_f}\right)e^{1-\frac{T_f}{T_f-t}} + v_{T_f}, & t \in [0, T_f]; \\ v_{T_f}, & t \in [T_f, +\infty). \end{cases} \quad (52)$$

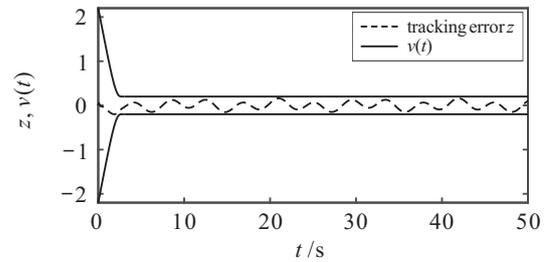
其中:  $v_0 = 2$ ,  $v_{T_f} = 0.2$ ,  $T_f = 3$ ,  $v(0) = v_0 + v_{T_f} = 2.2$ .

仿真中各参数设置如下:  $b_1 = b_2 = b_3 = 0.8$ ,  $r =$

$1$ ,  $k_1 = 6$ ,  $k_2 = 15$ ,  $K_3 = 15$ ,  $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 10$ . 仿真结果如图 3 和图 4 所示. 图 3(a) 给出了系统输出  $y$  和理想跟踪信号  $y_d$  曲线, 图 3(b) 展示了系统跟踪误差曲线. 图 3 表明本文的控制方案具有很好的跟踪性能, 且跟踪误差能够在有限的时间内, 即  $t = 3s$ , 进入预设区间. 图 4(a) 分别是控制输入  $u$  及系统状态  $x_2$ 、 $x_3$  的轨迹, 可以看出闭环系统内所有信号都是有界的; 图 4(b) 给出了切换函数  $\sigma(t)$  的曲线. 例 2 的仿真结果表明了本文所提出控制方案的合理性和实用性.

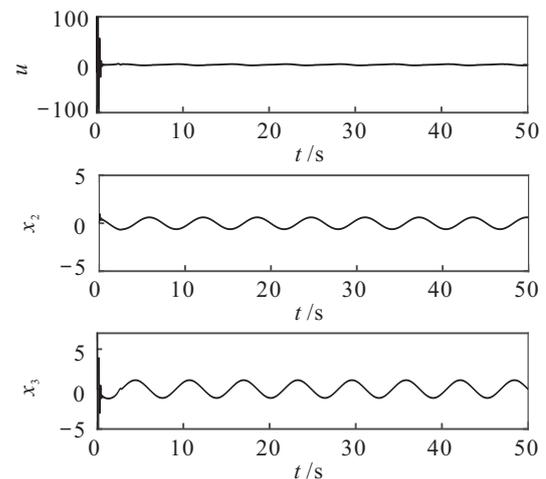


(a) 系统输出  $y$  和理想跟踪信号  $y_d$

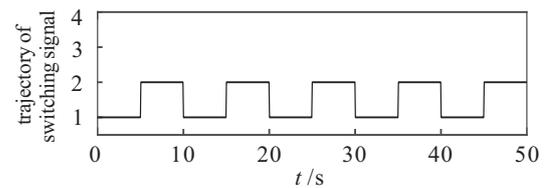


(b) 跟踪误差

图 3 系统输出跟踪及跟踪误差曲线 (2)



(a) 控制输入  $u$  及系统状态  $x_2$ 、 $x_3$



(b) 切换信号

图 4 系统输入、状态及切换信号曲线 (2)

例 3 为了充分说明本文所提出方案的先进性,

将其与现有的相关结果进行比较. 借助例2中的实际系统, 用无限时间限制函数替代控制方案中的有限时间性能函数进行仿真, 得到系统输出跟踪误差在两种性能函数下的对比曲线如图5所示. 无限时间限制函数为  $v_{\text{inf}} = (v_0 - v'_{tf})e^{-\beta t} + v'_{tf}$ , 其中参数选择为  $v_0 = 2.2, v'_{tf} = 0.3, \beta = 0.3$ .

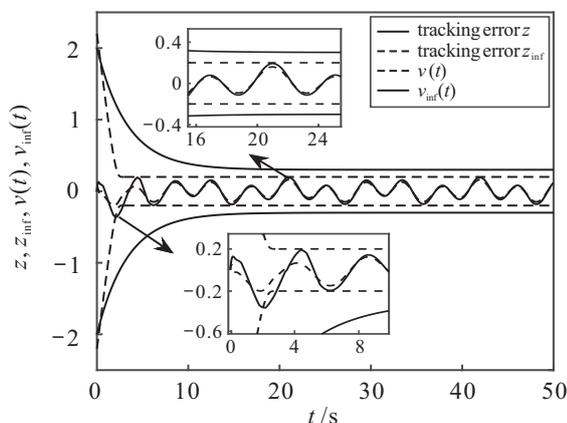


图5 基于有限时间性能函数和无限时间限制函数下的跟踪误差曲线

从图5可以观察到, 两种时间性能函数下的控制方案都能实现较好的跟踪效果. 然而, 具有有限时间性能函数的控制方法还能保证系统的跟踪误差在规定时间内 ( $t = 3$ ), 以有限时间性能函数为界进入预定义的不变集; 但是, 换为无限时间限制函数却无法实现这一目标. 因此, 对比实验表明了本文的控制方案的优越性.

从例1~例3的仿真结果可以看出, 通过选择合适的设计参数, 所设计的控制器可以实现良好的跟踪性能, 满足有限时间输出约束条件, 且闭环系统内所有信号都是有界的. 这说明了针对具有有限时间输出限制的时滞切换非线性系统, 本文所提出的自适应MTN控制方案是合理有效的.

## 5 结论

本文研究了有限时间输出约束的切换非线性时滞系统的自适应MTN跟踪控制问题. 利用MTN对未知函数项进行处理, 在此基础上, 结合自适应反步过程和Lyapunov-Krasovskii泛函等方法, 引入了改进的有限时间性能函数(FTPF)和障碍Lyapunov函数, 给出了理想的自适应MTN控制器设计方案. 所提出的控制方案通过适当调整设计参数, 可以使得输出跟踪误差保持在有限时间性能函数的边界内, 并且闭环系统所有信号都是有界的. 仿真结果进一步表明了该控制方案的合理性和有效性. 基于本文的研究成果, 未来的研究将集中于具有输出约束的切换不确定随机非线性系统的自适应MTN控制器设计.

## 参考文献(References)

- [1] Dimitrijevic S, Rajakovic N. Service restoration of distribution networks considering switching operation costs and actual status of the switching equipment[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2015, 6(3): 1227-1232.
- [2] Wang Y F, Jiang C S, Wu Q X. Attitude tracking control for variable structure near space vehicles based on switched nonlinear systems[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(1): 186-193.
- [3] Yang H, Jiang B, Cocquempot V, et al. Stabilization of switched nonlinear systems with all unstable modes: Application to multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(9): 2230-2235.
- [4] Niu B, Karimi H R, Wang H Q, et al. Adaptive output-feedback controller design for switched nonlinear stochastic systems with a modified average dwell-time method[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(7): 1371-1382.
- [5] Niu B, Wang D, Liu M, et al. Adaptive neural output-feedback controller design of switched nonlinear triangular nonlinear systems with time delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(10): 4084-4093.
- [6] Niu B, Ahn C K, Li H, et al. Adaptive control for stochastic switched nonlinear triangular nonlinear systems and its application to a one-link manipulator[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(10): 1701-1714.
- [7] Wang H Q, Chen B, Lin C. Adaptive neural control for strict-feedback stochastic nonlinear systems with time-delay[J]. Neurocomputing, 2012, 77(1): 267-274.
- [8] He W, Chen Y H, Yin Z. Adaptive neural network control of an uncertain robot with full-state constraints[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(3): 620-629.
- [9] Lai G Y, Tao G, Zhang Y, et al. Adaptive control of noncanonical neural-network nonlinear systems with unknown input dead-zone characteristics[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(9): 3346-3360.
- [10] Zhou Q, Shi P, Lu J J, et al. Adaptive output-feedback fuzzy tracking control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2011, 19(5): 972-982.
- [11] 司文杰, 董训德. 任意切换下高能随机系统的神经网络预设控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 923-929. (Si W J, Dong X D. Adaptive neural prescribed performance control for uncertain high-power stochastic nonlinear systems under arbitrary switchings[J]. Control

- and Decision, 2020, 35(4): 923-929.)
- [12] 翟廉飞, 柴天佑, 葛树志. 纯反馈非线性离散系统的自适应神经网络控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 488-493.  
(Zhai L F, Chai T Y, Ge S Z. Adaptive neural network control of pure-feedback nonlinear discrete-time systems[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 488-493.)
- [13] 范永青, 王文庆, 江祥奎, 等. 一类不确定非线性离散系统的模糊自适应控制器设计[J]. 控制与决策, 2019, 34(3): 542-548.  
(Fan Y Q, Wang W Q, Jiang X K, et al. Fuzzy adaptive control design for a class of uncertain nonlinear discrete-time systems[J]. Control and Decision, 2019, 34(3): 542-548.)
- [14] Han Y Q, Yan H S. Multi-dimensional Taylor network (MTN)-based adaptive tracking control for a class of nonlinear systems with input constraints[C]. The 37th China Control Conference. Wuhan, 2018: 801-806.
- [15] Zhu S L, Duan D Y, Chu L, et al. Adaptive multi-dimensional Taylor network tracking control for a class of switched nonlinear systems with input nonlinearity[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2020, 42(13): 2482-2491.
- [16] Zhao Z, He W, Ge S S. Adaptive neural network control of a fully actuated marine surface vessel with multiple output constraints[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(4): 1536-1543.
- [17] He W, Huang H F, Ge S S. Adaptive neural network control of a robotic manipulator with time-varying output constraints[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(10): 3136-3147.
- [18] Si W J, Dong X D. Adaptive neural control for nonstrict-feedback time-delay systems with input and output constraints[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2018, 9(9): 1533-1540.
- [19] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. Automatica, 2009, 45(4): 918-927.
- [20] Niu B, Zhao J. Barrier Lyapunov functions for the output tracking control of constrained nonlinear switched systems[J]. Systems & Control Letters, 2013, 62(10): 963-971.
- [21] Han T T, Sam Ge S, Heng Lee T. Adaptive neural control for a class of switched nonlinear systems[J]. Systems & Control Letters, 2009, 58(2): 109-118.
- [22] Ma R C, Zhao J. Backstepping design for global stabilization of switched nonlinear systems in lower triangular form under arbitrary switchings[J]. Automatica, 2010, 46(11): 1819-1823.
- [23] Wang H Q, Liu S W, Bai W. Adaptive neural tracking control for non-affine nonlinear systems with finite-time output constraint[J]. Neurocomputing, 2020, 397: 60-69.
- [24] Yan H S, Sun Q M, Zhou B. Multidimensional Taylor network optimal control of SISO nonlinear systems for tracking by output feedback[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2018, 39(2): 919-932.
- [25] Yan H C, Qian F F, Zhang H, et al.  $H_\infty$  fault detection for networked mechanical spring-mass systems with incomplete information[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(9): 5622-5631.
- [26] Zhai J Y, Wang B, Fei S M. Tracking control for switched nonlinear systems with multiple time-varying delays[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2015, 17: 44-55.

### 作者简介

初蕾(1995—), 女, 硕士生, 从事非线性系统自适应控制的研究, E-mail: clxshcl@163.com;

朱善良(1977—), 男, 副教授, 博士, 从事非线性系统智能控制、大数据技术及应用等研究, E-mail: zhushanliang@qust.edu.cn;

王明新(1996—), 男, 硕士生, 从事非线性系统控制的研究, E-mail: w2539339432@163.com;

韩玉群(1987—), 男, 讲师, 博士, 从事非线性系统控制、随机非线性系统控制、自适应控制和神经网络等研究, E-mail: yuqunhan@163.com.

(责任编辑: 李君玲)