

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于未知系统动态估计器的Buck型变换器快速固定时间控制

陈强, 黄佳毅, 南余荣

引用本文:

陈强, 黄佳毅, 南余荣. 基于未知系统动态估计器的Buck型变换器快速固定时间控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(3): 746–752.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1087>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

#### 基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制

Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law

*控制与决策*. 2021, 36(4): 893–900 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1073>

#### 多航天器系统分布式固定时间输出反馈姿态协同跟踪控制

Distributed fixed-time output feedback attitude coordination tracking control for multiple rigid spacecraft

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1049–1058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0968>

#### 磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制

Adaptive terminal sliding mode control of bearingless switched reluctance motor

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1449–1456 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1064>

#### 线控转向系统的自适应高阶滑模控制

Adaptive higher-order sliding mode control for SbW system

*控制与决策*. 2021, 36(6): 1529–1536 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1526>

#### 输入饱和的充液航天器抗干扰有限时间滑模控制

Anti-disturbance finite-time sliding mode control for liquid-filled spacecraft with input saturation

*控制与决策*. 2021, 36(5): 1078–1086 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0820>

# 基于未知系统动态估计器的 Buck 型变换器 快速固定时间控制

陈 强, 黄佳毅, 南余荣<sup>†</sup>

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

**摘 要:** 针对存在参数不确定、输入电压波动以及负载变化等未知动态的 Buck 型变换器系统, 提出一种基于未知系统动态估计器的快速固定时间控制方法. 首先, 设计基于一阶低通滤波器的估计器, 实现对系统未知动态的前馈补偿. 在此基础上, 基于输出电压误差和未知动态估计值设计固定时间滑模面和反馈控制器, 保证输出电压快速收敛至参考电压附近邻域内, 且控制器具有较好的抗干扰能力. 同时, 构造基于反余切型函数的增强型趋近律, 能够提高滑模变量的收敛速度和有效减小控制器抖振. 最后, 给出仿真和实验结果验证所提出方法的有效性.

**关键词:** 未知系统动态估计器; 增强型趋近律; 快速固定时间控制; Buck 型变换器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1087

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 陈强, 黄佳毅, 南余荣. 基于未知系统动态估计器的 Buck 型变换器快速固定时间控制 [J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 746-752.

## Unknown system dynamic estimator-based fast fixed-time control of Buck converters

CHEN Qiang, HUANG Jia-yi, NAN Yu-rong<sup>†</sup>

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** This paper proposes an unknown system dynamic estimator-based fast fixed-time control scheme for Buck converters with unknown system dynamics including parameter uncertainties, input voltage fluctuations and load variations, etc. A first-order low-pass filter-based estimator is first designed to realize feedforward compensation for the unknown system dynamics. Based on the output voltage error and unknown dynamic estimation, a fixed-time sliding surface and feedback controller are designed, such that the output voltage can quickly converge to the neighborhood near the reference, and the controller has good anti-disturbance ability. Meanwhile, by constructing an arc cotangent auxiliary function, a novel enhanced reaching law is presented to improve the convergence speed of the system states and reduce the controller chattering. Finally, simulation and experimental results validate the effectiveness of the proposed scheme.

**Keywords:** unknown system dynamic estimator; enhanced reaching law; fast fixed-time control; Buck converter

## 0 引 言

DC-DC 变换器是一种用于实现直流电路电压转换的电力电子装置, 具有成本低、结构简单、功率效率高特点, 被广泛应用于直流电机驱动、光伏发电系统等领域<sup>[1-3]</sup>. Buck 型变换器是 DC-DC 变换器的主要拓扑之一, 迄今为止, 已有许多先进的非线性控制方法应用于 Buck 型变换器, 常见的有滑模控制、鲁棒控制、自适应控制、无源控制等. 其中, 滑模控制具有响应速度快、暂态性能好、鲁棒性强等特点, 得到了广泛的应用<sup>[4]</sup>. 文献[5]设计自适应终端滑模控制器, 使得 Buck 型变换器的输出电压误差可以有限时间内

收敛到平衡点. 文献[6]提出基于 Buck 型变换器的非奇异终端滑模的控制方法, 避免了对滑模面求导时产生的奇异值问题. 文献[7]提出 Buck 型变换器固定时间自适应控制方法, 使得系统输出电压可以在固定时间内收敛至参考电压附近邻域内, 其系统收敛时间上界受系统初始条件影响较小.

实际应用中 Buck 型变换器存在电路参数扰动, 输入电压波动以及负载变化等未知系统动态, 从而对输出电压精度造成不利影响<sup>[8]</sup>. 由于传感器难以直接对未知系统动态进行精确测量, 需要设计观测器实现对未知系统动态的估计和补偿. 常用的观测器有扩

收稿日期: 2020-08-06; 录用日期: 2020-12-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973274); 浙江省自然科学基金项目(LY20E070007).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: nyr@zjut.edu.cn.

张状态观测器<sup>[9]</sup>、广义比例积分观测器<sup>[10-11]</sup>等.上述观测器设计时需要系统状态变量进行求导,可能会带来一定的噪声放大问题.文献[12]提出一种未知系统动态估计器,对于噪声的敏感度较低,且只需调节一个参数,已经在实际系统中得到广泛应用<sup>[13-15]</sup>.

综上所述,本文提出一种基于未知系统动态估计器的Buck型变换器快速固定时间控制方法.与已有的Buck型变换器控制研究成果相比,本文主要创新性体现在:首先,设计未知系统动态估计器对非匹配和匹配扰动进行前馈补偿,并基于估计值设计滑模面和反馈控制器,保证输出电压固定时间快速收敛至参考电压附近邻域内,且控制器具有较好的抗干扰能力;然后,构造基于反余切型函数的增强型趋近律,能够提高滑模变量的收敛速度和有效减小控制器抖振;最后,搭建Buck型变换器实验平台,通过实验验证本文所提出控制方法的有效性.

## 1 系统描述及预备知识

Buck型变换器平均模型为

$$\begin{cases} \dot{v}_o = -\frac{1}{RC}v_o + \frac{1}{C}i_L, \\ \dot{i}_L = -\frac{1}{L}v_o + \mu\frac{v_{in}}{L}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $v_{in}$ 为输入电压; $i_L$ 为电感电流; $v_o$ 为输出电压; $L$ 为滤波电感; $C$ 为滤波电容; $R$ 为负载电阻; $\mu$ 为控制器输出,满足 $\mu \in [0, 1]$ .令 $x_1 = v_o$ 为输出电压, $x_2 = i_L$ 为电感电流,考虑实际电路中存在未知系统动态的问题,Buck型变换器模型(1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{R_0C_0}x_1 + \frac{1}{C_0}x_2 + \omega_1, \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{L_0}x_1 + \mu\frac{v_{in_0}}{L_0} + \omega_2. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $C_0$ 为电容标称值, $R_0$ 为负载标称值, $L_0$ 为电感标称值, $v_{in_0}$ 为输入电压标称值.非匹配扰动 $\omega_1$ 和匹配扰动 $\omega_2$ 代表未知系统动态,表达式为

$$\begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{1}{R_0C_0} - \frac{1}{RC}\right)V_o + \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0}\right)i_L, \\ \omega_2 = \left(\frac{1}{L_0} - \frac{1}{L}\right)v_o + \left(\frac{v_{in}}{L} - \frac{V_{in_0}}{L_0}\right)\mu. \end{cases} \quad (3)$$

**假设1**<sup>[16]</sup>  $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 皆为有界未知动态,且它们的一阶导数也是有界的.即满足条件 $|\omega_1| \leq \bar{\omega}_1$ , $|\omega_2| \leq \bar{\omega}_2$ , $|\dot{\omega}_1| \leq \bar{\omega}_1^*$ , $|\dot{\omega}_2| \leq \bar{\omega}_2^*$ ,其中 $\bar{\omega}_1$ 、 $\bar{\omega}_2$ 、 $\bar{\omega}_1^*$ 、 $\bar{\omega}_2^* > 0$ 为常值.

**注1** 在实际的Buck型变换器中,其电路参数 $R_0$ 、 $L_0$ 、 $C_0$ 、 $v_{in_0}$ 均是有界的,且通常情况下这些电路参数的变化不会特别剧烈.此外,Buck型变换器的输出电压 $v_o$ 和电感电流 $i_L$ 亦是有界的,且控制器输出 $\mu$ 满足 $\mu \in [0, 1]$ .因此,结合 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 的表达式(3),可知 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 及其导数的有界假设是合理的.

本文的控制目标为针对存在未知系统动态的Buck型变换器(2)设计控制器 $\mu$ 使得输出电压 $v_o$ 能够收敛至参考电压 $v_{ref}$ 附近邻域内.

## 2 控制器设计

### 2.1 未知系统动态估计器

针对Buck型变换器系统(2),设计基于低通滤波变换的未知系统动态估计器,实现对 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 的估计.

设计低通滤波器 $[\cdot]/(ks+1) = (\cdot)_f$ ,对式(2)进行低通滤波变换,可得

$$\begin{aligned} \frac{s}{ks+1}[x_1] &= -\frac{1}{R_0C_0}\frac{1}{ks+1}[x_1] + \frac{1}{C_0}\frac{1}{ks+1}[x_2] + \frac{1}{ks+1}[\omega_1], \\ \frac{s}{ks+1}[x_2] &= -\frac{1}{L_0}\frac{1}{ks+1}[x_1] + \frac{v_{in_0}}{L_0}\frac{1}{ks+1}[\mu] + \frac{1}{ks+1}[\omega_2]. \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $s$ 为微分算子, $k > 0$ 为滤波器时间常数,则式(4)经过反拉普拉斯变换可以转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1f} = -\frac{1}{R_0C_0}x_{1f} + \frac{1}{C_0}x_{2f} + \omega_{1f}, \\ \dot{x}_{2f} = -\frac{1}{L_0}x_{1f} + \mu_f\frac{v_{in_0}}{L_0} + \omega_{2f}. \end{cases} \quad (5)$$

$x_{1f}$ 、 $x_{2f}$ 和 $\mu_f$ 分别为 $x_1$ 、 $x_2$ 和 $\mu$ 经过低通滤波后的信号,满足

$$\begin{cases} k\dot{x}_{1f} + x_{1f} = x_1, x_{1f}(0) = 0; \\ k\dot{x}_{2f} + x_{2f} = x_2, x_{2f}(0) = 0; \\ k\dot{\mu}_f + \mu_f = \mu, \mu_f(0) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

结合式(5)和(6),设计未知系统动态估计器为

$$\begin{cases} \hat{\omega}_1 = \frac{x_1 - x_{1f}}{k} + \frac{1}{R_0C_0}x_{1f} - \frac{1}{C_0}x_{2f}, \\ \hat{\omega}_2 = \frac{x_2 - x_{2f}}{k} + \frac{1}{L_0}x_{1f} - \frac{v_{in_0}}{L_0}\mu_f. \end{cases} \quad (7)$$

定义未知系统动态估计器估计误差为

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_1 = \omega_1 - \hat{\omega}_1, \\ \tilde{\omega}_2 = \omega_2 - \hat{\omega}_2. \end{cases} \quad (8)$$

**定理1** 针对Buck型变换器(2),设计未知系统动态估计器(7)估计未知动态 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ ,则其估计误差 $\tilde{\omega}_1$ 和 $\tilde{\omega}_2$ 一致最终有界,且指数收敛到平衡点附近邻域内,即 $|\tilde{\omega}_i(t)| \leq \sqrt{\tilde{\omega}_i^2(0)e^{-\frac{t}{k}} + k^2\bar{\omega}_i^{*2}}$ , $i = 1, 2$ ,并且有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega}_i(t) = k\bar{\omega}_i^*$ , $i = 1, 2$ .

**证明** 对 $\tilde{\omega}_1$ 求导,并将式(7)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\omega}}_1 &= \dot{\omega}_1 - \dot{\hat{\omega}}_1 = \\ &= \dot{\omega}_1 - \frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_{1f}}{k} - \frac{1}{R_0C_0}\dot{x}_{1f} + \frac{1}{C_0}\dot{x}_{2f}. \end{aligned} \quad (9)$$

将式(2)以及(6)代入(9),可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\omega}}_1 = & \frac{1}{k} \left[ k\dot{\omega}_1 + \frac{1}{R_0 C_0} x_1 - \frac{1}{C_0} x_2 - \omega_1 + \frac{x_1 - x_{1f}}{k} - \right. \\ & \left. \frac{1}{R_0 C_0} (x_1 - x_{1f}) + \frac{1}{C_0} (x_2 - x_{2f}) \right] = \\ & -\frac{1}{k} \tilde{\omega}_1 + \dot{\omega}_1. \end{aligned} \quad (10)$$

构造李雅普诺夫函数

$$V_{\tilde{\omega}_1} = \frac{1}{2} \tilde{\omega}_1^2. \quad (11)$$

对式(11)求导,并将式(10)代入,可得

$$\dot{V}_{\tilde{\omega}_1} = -\frac{1}{k} \tilde{\omega}_1^2 + \tilde{\omega}_1 \dot{\omega}_1 \leq -\frac{1}{k} V_{\tilde{\omega}_1} + \frac{k}{2} \tilde{\omega}_1^{*2}. \quad (12)$$

求解式(12)可得  $V_{\tilde{\omega}_1}(t) \leq e^{-\frac{t}{k}} V_{\tilde{\omega}_1}(0) + k^2 \tilde{\omega}_1^{*2}/2$ , 因此  $\tilde{\omega}_1$  有界,且可以指数收敛到  $|\tilde{\omega}_1(t)| \leq \sqrt{2V_{\tilde{\omega}_1}(t)} \leq \sqrt{\tilde{\omega}_1^2(0)e^{-\frac{t}{k}} + k^2 \tilde{\omega}_1^{*2}}$  邻域内. 并且有  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega}_1(t) = k\tilde{\omega}_1^*$  成立.

同理,可以证明  $\tilde{\omega}_2$  有界,且可以指数收敛到  $|\tilde{\omega}_2(t)| \leq \sqrt{\tilde{\omega}_2^2(0)e^{-\frac{t}{k}} + k^2 \tilde{\omega}_2^{*2}}$  邻域内, 并且有  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega}_2(t) = k\tilde{\omega}_2^*$  成立.  $\square$

由定理1可得,估计器估计误差  $\tilde{\omega}_1$  与  $\tilde{\omega}_2$  一致最终有界,即存在大于零的常数  $\tilde{h}_{\omega_1}$  与  $\tilde{h}_{\omega_2}$  满足  $|\tilde{\omega}_1| \leq \tilde{h}_{\omega_1}$ ,  $|\tilde{\omega}_2| \leq \tilde{h}_{\omega_2}$ .

由式(10)可以得到  $\hat{\omega}_1$  的导数形式,即

$$\dot{\hat{\omega}}_1 = \frac{1}{k} \tilde{\omega}_1 = \frac{1}{k} (\omega_1 - \hat{\omega}_1). \quad (13)$$

**注2** 本文设计的未知系统动态估计器(7)结构简单,仅需选择合适的滤波器时间常数  $k$ . 若  $k$  的取值过大,则由  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega}_i(t) = k\tilde{\omega}_i^*$  ( $i = 1, 2$ ) 可知,估计器的估计误差  $\tilde{\omega}_i$  相对较大;若  $k$  取值过小,则由式(13)可得  $\dot{\hat{\omega}}_1$  变大,增加估计器对噪声的敏感性. 因此,综合考虑,  $k$  值一般取为一个较小的常数.

## 2.2 控制器设计

定义误差变量为

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - v_{\text{ref}}, \\ e_2 = -\frac{1}{R_0 C_0} x_1 + \frac{1}{C_0} x_2. \end{cases} \quad (14)$$

设计滑模面为

$$\sigma = e_2 + \lambda_1 \beta(e_1) + \lambda_2 \text{sig}^{a_2} e_1 + \hat{\omega}_1, \quad (15)$$

其中

$$\beta(e_1) = \begin{cases} \text{sig}^{a_1} e_1, & \sigma = 0 \quad \sigma \neq 0, |e_1| > \varepsilon; \\ l_1 e_1 + l_2 \text{sig}^2 e_1, & \sigma \neq 0, |e_1| \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $\sigma$  为滑模变量,  $\text{sig}^{a_1} e_1 = \text{sign}(e_1)|e_1|^{a_1}$ ,  $\lambda_1, \lambda_2 > 0, 0 < a_1 = m_1/n_1 < 1, a_2 = m_2/n_2 > 1, m_1$  与  $n_1, m_2$  与  $n_2$  分别为互质的奇数,  $l_1 = (2 - a_1)z^{a_1-1}, l_2 = (a_1 - 1)z^{a_1-2}, \varepsilon > 0, z > 0$ . 设计式(16)可以避免对  $\text{sig}^{a_1} e_1$  求导时引起的奇异值问题.

对式(15)求导可得

$$\dot{\sigma} = \dot{e}_2 + \lambda_1 \dot{\beta}(e_1) + \lambda_2 a_2 |e_1|^{a_2-1} \dot{e}_1 + \dot{\hat{\omega}}_1. \quad (17)$$

其中

$$\dot{\beta}(e_1) = \begin{cases} a_1 |e_1|^{a_1-1} \dot{e}_1, & \sigma = 0 \text{ or } \sigma \neq 0, |e_1| > \varepsilon; \\ l_1 \dot{e}_1 + 2l_2 |e_1| \dot{e}_1, & \sigma \neq 0, |e_1| < \varepsilon. \end{cases} \quad (18)$$

将式(2)和(13)代入(17),可得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & -\frac{1}{R_0 C_0} \left( -\frac{1}{R_0 C_0} x_1 + \frac{1}{C_0} x_2 + \omega_1 \right) + \\ & \frac{1}{C_0} \left( -\frac{1}{L_0} x_1 + \mu \frac{v_{\text{in}0}}{L_0} + \omega_2 \right) + \\ & \gamma_0 \left( -\frac{1}{R_0 C_0} x_1 + \frac{1}{C_0} x_2 + \omega_1 \right) + \\ & \frac{1}{k} (\omega_1 - \hat{\omega}_1), \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\gamma_0 = \begin{cases} \lambda_1 a_1 |x_1 - v_{\text{ref}}|^{a_1-1} + \lambda_2 a_2 |x_1 - v_{\text{ref}}|^{a_2-1}, \\ \quad \sigma = 0 \text{ or } \sigma \neq 0, |x_1 - v_{\text{ref}}| > \varepsilon; \\ \lambda_1 l_1 + 2\lambda_1 l_2 |x_1 - v_{\text{ref}}| + \lambda_2 a_2 |x_1 - v_{\text{ref}}|^{a_2-1}, \\ \quad \sigma \neq 0, |x_1 - v_{\text{ref}}| \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (20)$$

为了提高系统状态的趋近速度和减小抖振现象,本文提出的基于反余切型辅助函数的增强型趋近律形式为

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & -\frac{k_1}{D(\sigma)} \text{sig}^{b_1} \sigma - \frac{k_2}{D(\sigma)} \text{sig}^{b_2} \sigma - k_3 \sigma, \\ D(\sigma) = & \arccot(\tau|\sigma|^p)\Theta. \end{aligned} \quad (21)$$

其中:  $k_1, k_2 > 0, k_3 > 3/2, 0 < b_1 < 1, b_2 > 1, \tau > 0, 0 < p < 1, \Theta$  表示大于  $2/\pi$  的常数.

由式(21)可得,当  $|\sigma| > 1$  时,通过选取合适的  $\tau$  以及  $p$  值,可以使得  $0 < D(\sigma) < 1$ ,相应地有

$$\begin{cases} \left| \frac{k_1}{D(\sigma)} \text{sig}^{b_1} \sigma \right| > |k_1 \text{sig}^{b_1} \sigma|, \\ \left| \frac{k_2}{D(\sigma)} \text{sig}^{b_2} \sigma \right| > |k_2 \text{sig}^{b_2} \sigma|, \end{cases}$$

使得系统状态可以快速地趋近滑模面;当  $|\sigma| < 1$  时,  $D(\sigma) > 1$ ,此时有

$$\begin{cases} \left| \frac{k_1}{D(\sigma)} \text{sig}^{b_1} \sigma \right| < |k_1 \text{sig}^{b_1} \sigma|, \\ \left| \frac{k_2}{D(\sigma)} \text{sig}^{b_2} \sigma \right| < |k_2 \text{sig}^{b_2} \sigma|, \end{cases}$$

可以有效地抑制控制器的抖振. 结合上述分析可知,设计的趋近律可以提高系统状态的收敛速度并能有效抑制抖振.

根据式(19)和(21),设计控制器为

$$\mu = \frac{L_0 C_0}{v_{\text{in}0}} \left[ -\left( \frac{1}{R_0^2 C_0^2} - \frac{\gamma_0}{R_0 C_0} - \frac{1}{L_0 C_0} \right) x_1 - \right.$$

$$\left(-\frac{1}{R_0 C_0^2} + \frac{\gamma_0}{C_0}\right)x_2 - \left(-\frac{1}{R_0 C_0} + \gamma_0\right)\hat{\omega}_1 - \frac{1}{C_0}\hat{\omega}_2 - \frac{k_1}{D(\sigma)}\text{sig}^{b_1}\sigma - \frac{k_2}{D(\sigma)}\text{sig}^{b_2}\sigma - k_3\sigma \Big]. \quad (22)$$

**注3** 由于  $\text{arccot}(\tau|\sigma|^p) \in (0, \pi)$  以及  $\Theta > \pi/2$ , 所以  $D(\sigma) \neq 0$ , 即控制器  $\mu$  中不存在奇异性问题。

**引理1**<sup>[17]</sup> 针对系统  $\dot{x} = f(x)$ ,  $f(0) = y_0$ , 构造李雅普诺夫函数  $V(x)$ , 满足

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha_0 V(x)^{\varphi_1} - \beta_0 V(x)^{\varphi_2} + \eta_0. \quad (23)$$

其中:  $\alpha_0 \beta_0 > 0, 0 < \varphi_1 < 1, \varphi_2 > 1, 0 < \eta_0 < \infty$ ;  $V(x)$  可以在固定时间内收敛到平衡点附近的邻域, 即

$$\lim_{t \rightarrow T_0} |V(x)| \leq \min \left\{ \left(\frac{\eta_0}{\alpha_0(1-\theta_0)}\right)^{\frac{1}{\varphi_1}}, \left(\frac{\eta_0}{\beta_0(1-\theta_0)}\right)^{\frac{1}{\varphi_2}} \right\}, \quad (24)$$

$0 < \theta_0 < 1$ , 且系统状态的收敛时间  $T_0$  满足

$$T_0 \leq \frac{1}{\theta_0 \alpha_0 (1 - \varphi_1)} + \frac{1}{\theta_0 \beta_0 (\varphi_2 - 1)}. \quad (25)$$

**定理2** 针对Buck型变换器(2), 在未知系统动态估计器(7)以及控制器(22)作用下, 滑动变量  $\sigma$  能够在固定时间内收敛至平衡点附近的邻域内, 且收敛时间

$$T_s \leq \frac{2}{\theta_1 \rho_1 (1 - b_1)} + \frac{2}{\theta_1 \rho_2 (b_2 - 1)}. \quad (26)$$

其中:  $\rho_1 = \min \left\{ \frac{2^{\frac{b_1+1}{2}} k_1}{D(\sigma)}, 1 \right\}, \rho_2 = \min \left\{ \frac{2^{\frac{b_2+1}{2}} k_2}{D(\sigma)}, 1 \right\}, 0 < \theta_1 < 1$ .

**证明** 构造李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2}\sigma^2. \quad (27)$$

对  $V_1$  求导, 并将式(19)和(22)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \sigma \left[ -\frac{k_1}{D(\sigma)}\text{sig}^{b_1}\sigma - \frac{k_2}{D(\sigma)}\text{sig}^{b_2}\sigma - k_3\sigma + \right. \\ & \left. \frac{1}{C_0}(\omega_2 - \hat{\omega}_2) + \left(\gamma_0 - \frac{1}{R_0 C_0} + \frac{1}{k}\right)(\omega_1 - \hat{\omega}_1) \right] \leq \\ & -\frac{k_1}{D(\sigma)}|\sigma|^{b_1+1} - \frac{k_2}{D(\sigma)}|\sigma|^{b_2+1} - k_3\sigma^2 + \\ & \left| \sigma \left[ \left(\frac{\gamma_0^2}{2} + \frac{\tilde{\omega}_1^2}{2}\right) + \left|\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{R_0 C_0}\right)\tilde{\omega}_1\right| + \left|\frac{1}{C_0}\tilde{\omega}_2\right| \right] \right|. \end{aligned} \quad (28)$$

由Buck型变换器(2)的实际模型可知, 系统输出电压  $v_o$  满足  $0 \leq v_o < 2v_{\text{ref}}$ , 根据式(20)可得

$$\gamma_0 \leq \gamma. \quad (29)$$

其中

$$\gamma = \begin{cases} \lambda_1 a_1 \varepsilon^{a_1-1} + \lambda_2 a_2 v_{\text{ref}}^{a_2-1}, \\ \sigma = 0 \text{ or } \sigma \neq 0, |x_1 - v_{\text{ref}}| > \varepsilon; \\ \lambda_1 l_1 + 2\lambda_1 l_2 \varepsilon + \lambda_2 a_2 \varepsilon^{a_2-1}, \\ \sigma \neq 0, |x_1 - v_{\text{ref}}| \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (30)$$

将式(29)代入(28)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\frac{k_1}{D(\sigma)}|\sigma|^{b_1+1} - \frac{k_2}{D(\sigma)}|\sigma|^{b_2+1} - k_3\sigma^2 + \\ & \left| \sigma \left[ \left(\frac{\gamma^2}{2} + \frac{\tilde{\omega}_1^2}{2}\right) + \left|\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{R_0 C_0}\right)\tilde{\omega}_1\right| + \left|\frac{1}{C_0}\tilde{\omega}_2\right| \right] \right| \leq \\ & -\frac{2^{\frac{b_1+1}{2}} k_1}{D(\sigma)} V_1^{\frac{b_1+1}{2}} - \frac{2^{\frac{b_2+1}{2}} k_2}{D(\sigma)} V_1^{\frac{b_2+1}{2}} - \\ & (2k_3 - 3)V_1 + \frac{\delta}{2} \leq \\ & -\rho_1 V_1^{\frac{b_1+1}{2}} - \rho_2 V_1^{\frac{b_2+1}{2}} + \frac{\delta}{2}, \end{aligned} \quad (31)$$

其中:  $\delta = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2, \delta_1 = \gamma^2/2 + \tilde{\omega}_1^2/2, \delta_2 = (1/k - 1/R_0 C_0)\tilde{\omega}_1, \delta_3 = \tilde{\omega}_2/C_0, \tilde{\omega}_1$  和  $\tilde{\omega}_2$  分别为未知系统动态估计器估计误差上界,  $\rho_1 = \min \left\{ \frac{2^{\frac{b_1+1}{2}} k_1}{D(\sigma)}, 1 \right\}, \rho_2 = \min \left\{ \frac{2^{\frac{b_2+1}{2}} k_2}{D(\sigma)}, 1 \right\}$ .

由引理1可知, 滑模变量  $\sigma$  可以在固定时间  $T_s$  内收敛至平衡点附近邻域  $\Delta_1$  内, 即  $|\sigma| \leq \Delta_1$ , 其中

$$\Delta_1 = \min \left\{ \left(\frac{\delta}{2\rho_1(1-\theta_1)}\right)^{\frac{2}{b_1+1}}, \left(\frac{\delta}{2\rho_2(1-\theta_1)}\right)^{\frac{2}{b_2+1}} \right\}, \quad 0 < \theta_1 < 1. \quad (32)$$

收敛时间

$$T_s \leq \frac{2}{\theta_1 \rho_1 (1 - b_1)} + \frac{2}{\theta_1 \rho_2 (b_2 - 1)}. \quad (33)$$

综上, 在控制器(22)的作用下, 滑动变量  $\sigma$  能够在固定时间  $T_s$  内收敛至平衡点附近的邻域内.  $\square$

**定理3** 当滑模变量  $\sigma$  收敛至平衡点附近邻域  $\Delta_1$  内时, 系统输出电压误差  $e_1$  能够在固定时间内收敛至平衡点附近的邻域  $\Delta_{e_1}$  内, 即  $|e_1| \leq \Delta_{e_1}$ , 其中

$$\begin{aligned} \Delta_{e_1} = & \min \left\{ \max \left\{ \varepsilon, \left(\frac{\Delta_2^2}{2(\rho_3 - 1)(1 - \theta_2)}\right)^{\frac{2}{a_1+1}} \right\}, \right. \\ & \left. \max \left\{ \varepsilon, \left(\frac{\Delta_2^2}{2(\rho_4 - 1)(1 - \theta_2)}\right)^{\frac{2}{a_2+1}} \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (34)$$

其中:  $0 < \theta_2 < 1, \Delta_2 = \Delta_1 + \tilde{\omega}_1, \rho_3 = 2^{\frac{a_1+1}{2}} \lambda_1, \rho_4 = 2^{\frac{a_2+1}{2}} \lambda_2$ , 且收敛时间  $T \leq T_s + T_r$ ,

$$T_r \leq \frac{2}{\theta_2(\rho_3 - 1)(1 - a_1)} + \frac{2}{\theta_2(\rho_4 - 1)(a_2 - 1)}. \quad (35)$$

**证明** 当滑模变量  $\sigma$  收敛至邻域  $\Delta_1$  内时, 由式(15)和(16)可知, 需要分两种情况进行讨论. 当  $|e_1| \leq$

$\varepsilon$ 时,有 $|e_1| \leq \Delta_{e_1}$ 成立,此时 $e_1$ 已经收敛至平衡点附近的邻域内;当 $|e_1| > \varepsilon$ 时, $e_1$ 沿滑模面 $\sigma = e_2 + \lambda_1 \text{sig}^{a_1} e_1 + \lambda_2 \text{sig}^{a_2} e_1 + \hat{\omega}_1$ 趋近平衡点.

根据式(2)和(14),可以求得 $e_1$ 与 $e_2$ 的关系为

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 = -\frac{1}{R_0 C_0} x_1 + \frac{1}{C_0} x_2 + \omega_1 = e_2 + \omega_1. \quad (36)$$

当滑模变量 $\sigma$ 收敛至邻域 $\Delta_1$ 内时,满足 $|\sigma| \leq \Delta_1$ .当 $0 \leq \sigma \leq \Delta_1$ 时,式(15)可以转化为

$$\sigma = \dot{e}_1 + \lambda_1 \text{sig}^{a_1} e_1 + \lambda_2 \text{sig}^{a_2} e_1 - \hat{\omega}_1 \leq \Delta_1. \quad (37)$$

根据式(15)中 $a_1$ 、 $a_2$ 的定义,且由式(37)进一步可得

$$\dot{e}_1 \leq -\lambda_1 e_1^{a_1} - \lambda_2 e_1^{a_2} + \Delta_2, \quad (38)$$

其中 $\Delta_2 = \Delta_1 + \hat{h}_{\omega_1}$ .此时,由式(38)可得

$$\dot{e}_1 = -\lambda_1 e_1^{a_1} - \lambda_2 e_1^{a_2} + \eta_1, \quad |\eta_1| \leq \Delta_2. \quad (39)$$

构造李雅普诺夫函数

$$V_2 = \frac{1}{2} e_1^2. \quad (40)$$

对 $V_2$ 求导,并将式(39)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -\lambda_1 e_1^{a_1+1} - \lambda_2 e_1^{a_2+1} + \eta_1 e_1 \leq \\ & -2^{\frac{a_1+1}{2}} \lambda_1 V_2^{\frac{a_1+1}{2}} - 2^{\frac{a_2+1}{2}} \lambda_2 V_2^{\frac{a_2+1}{2}} + V_2 + \frac{\eta_1^2}{2} \leq \\ & -(\rho_3 - 1) V_2^{\frac{a_1+1}{2}} - (\rho_4 - 1) V_2^{\frac{a_2+1}{2}} + \frac{\Delta_2^2}{2}. \end{aligned} \quad (41)$$

其中: $\rho_3 = 2^{\frac{a_1+1}{2}} \lambda_1$ ,  $\rho_4 = 2^{\frac{a_2+1}{2}} \lambda_2$ .

实际取值时, $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 均为较大的正常数,所以有 $(\rho_3 - 1) > 0$ 、 $(\rho_4 - 1) > 0$ ,根据引理(1)求解式(41)可得

$$|e_1| \leq \min \left\{ \left( \frac{\Delta_2^2}{2(\rho_3 - 1)(1 - \theta_2)} \right)^{\frac{2}{a_1+1}}, \left( \frac{\Delta_2^2}{2(\rho_4 - 1)(1 - \theta_2)} \right)^{\frac{2}{a_2+1}} \right\}, \quad (42)$$

其中 $0 < \theta_2 < 1$ .

当 $-\Delta_1 \leq \sigma < 0$ 时,式(15)可以转化为

$$-\dot{e}_1 \leq -\lambda_1 (-e_1)^{a_1} - \lambda_2 (-e_1)^{a_2} + \Delta_2. \quad (43)$$

由式(43)可得

$$-\dot{e}_1 = -\lambda_1 (-e_1)^{a_1} - \lambda_2 (-e_1)^{a_2} + \eta_2, \quad |\eta_2| \leq \Delta_2. \quad (44)$$

构造李雅普诺夫函数 $V_3 = (-e_1)^2/2$ ,同理可得

$$|e_1| \leq \min \left\{ \left( \frac{\Delta_2^2}{2(\rho_3 - 1)(1 - \theta_2)} \right)^{\frac{2}{a_1+1}}, \left( \frac{\Delta_2^2}{2(\rho_4 - 1)(1 - \theta_2)} \right)^{\frac{2}{a_2+1}} \right\}. \quad (45)$$

综上,系统输出电压误差 $e_1$ 能够在固定时间内

收敛至平衡点附近的邻域 $\Delta_{e_1}$ 内,即 $|e_1| \leq \Delta_{e_1}$ ,其中

$$\Delta_{e_1} = \min \left\{ \max \left\{ \varepsilon, \left( \frac{\Delta_2^2}{2(\rho_3 - 1)(1 - \theta_2)} \right)^{\frac{2}{a_1+1}} \right\}, \max \left\{ \varepsilon, \left( \frac{\Delta_2^2}{2(\rho_4 - 1)(1 - \theta_2)} \right)^{\frac{2}{a_2+1}} \right\} \right\}, \quad (46)$$

收敛时间

$$T_r \leq \frac{2}{\theta_2(\rho_3 - 1)(1 - a_1)} + \frac{2}{\theta_2(\rho_4 - 1)(a_2 - 1)}. \quad (47)$$

综上,在控制器(22)的作用下,系统的输出电压误差变量 $e_1$ 可以在固定时间 $T$ 内收敛至平衡点附近的邻域内,收敛时间 $T$ 满足 $T \leq T_s + T_r$ .  $\square$

**注4** 本文通过设计未知系统动态估计器对非匹配和匹配扰动(即 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ )进行前馈补偿,并基于估计值 $\hat{\omega}_1$ 设计滑模面.由于滑模面中包含 $\hat{\omega}_1$ ,本文系统稳定性分析中需要考虑估计误差 $\tilde{\omega}_1$ 对输出电压误差 $e_1$ 收敛域的影响.此外,本文在稳定性分析过程中,根据式(16)中定义的 $e_1$ 与 $\varepsilon$ 值的大小分类讨论系统误差 $e_1$ 的收敛域.因此,相较文献[17]中的方法,本文的分类分析方法更为全面.

### 3 仿真分析

为了验证本文所提出方法的有效性,采用Matlab/Simulink仿真软件分别对以下3种控制方法进行对比.

**方法1** 本文提出的快速固定时间控制方法,其中估计器、滑模面、趋近律和控制器分别为式(7)、(15)、(21)和(22).

**方法2** 文献[15]提出的基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动方法,其中估计器为

$$\begin{cases} \hat{\omega}_1 = \frac{x_1 - x_{1f}}{k} + \frac{1}{R_0 C_0} x_{1f} - \frac{1}{C_0} x_{2f}, \\ \hat{\omega}_2 = \frac{x_2 - x_{2f}}{k} + \frac{1}{L_0} x_{1f} - \frac{v_{in0}}{L_0} \mu_f. \end{cases} \quad (48)$$

滑模面为 $\sigma = e_2 + \lambda e_1$ ,趋近律为 $\dot{\sigma} = -k_1 \sigma - \frac{k_2}{D(\sigma)} \text{sig}^b \sigma$ ,控制器为

$$\begin{aligned} \mu = & \frac{L_0 C_0}{v_{in0}} \left[ -\left( \frac{1}{R_0^2 C_0^2} - \frac{\lambda}{R_0 C_0} - \frac{1}{L_0 C_0} \right) x_1 - \right. \\ & \left. \left( -\frac{1}{R_0 C_0^2} + \frac{\lambda}{C_0} \right) x_2 - \left( -\frac{1}{R_0 C_0} + \lambda \right) \hat{\omega}_1 - \right. \\ & \left. \frac{1}{C_0} \hat{\omega}_2 - k_1 \sigma - \frac{k_2}{D(\sigma)} \text{sig}^b \sigma \right]. \end{aligned}$$

**方法3** 文献[18]提出的指数趋近律控制方法,其中滑模面为 $\sigma = e_2 + \lambda e_1$ ,趋近律为 $\dot{\sigma} = -k_1 \sigma - k_2 \text{sign}(\sigma)$ ,控制器为

$$\mu = \frac{L_0 C_0}{v_{in0}} \left[ -\left( \frac{1}{R_0^2 C_0^2} - \frac{\lambda}{R_0 C_0} - \frac{1}{L_0 C_0} \right) x_1 - \right.$$

$$\left(-\frac{1}{R_0 C_0^2} + \frac{\lambda}{C_0}\right)x_2 - k_1\sigma - k_2\text{sign}(\sigma)].$$

为保证对比的公平性,3种方法中电路参数取值全部相同,分别为 $v_{in0} = 17\text{V}$ ,  $v_{ref} = 5\text{V}$ ,  $R_0 = 10\Omega$ ,  $L_0 = 1000\mu\text{H}$ ,  $C_0 = 1000\mu\text{F}$ . 控制参数取值部分相同. 方法1中的控制参数分别为 $\lambda_1 = 700$ ,  $\lambda_2 = 200$ ,  $k_1 = 1200$ ,  $k_2 = 10$ ,  $k_3 = 1200$ ,  $\tau = 0.8$ ,  $p = 0.05$ ,  $\Theta = 6$ ,  $a_1 = 0.6$ ,  $a_2 = 1.7$ ,  $b_1 = 0.6$ ,  $b_2 = 1.7$ ,  $\varepsilon = 0.0001$ ,  $z = 0.5$ ,  $k = 0.002$ . 方法2中控制参数设置为 $\lambda = 700$ ,  $k_1 = 1200$ ,  $k_2 = 10$ ,  $\tau = 0.8$ ,  $p = 0.05$ ,  $\Theta = 6$ ,  $b = 0.6$ ,  $k = 0.002$ . 方法3中控制参数设置为 $\lambda = 700$ ,  $k_1 = 1200$ ,  $k_2 = 10$ .

图1描述了当Buck型变换器负载发生突变时,输出电压和控制器输出的响应曲线. 其中:在0.04s时刻,负载由10Ω上升到15Ω;在0.08s时刻,负载由15Ω下降到5Ω. 由图1(a)可以看出,方法1的电压上升时间小于其他两种方法,且当负载突变时,方法1的电压超调和调节时间较小. 由图1(b)可以看出,方法3相较其他两种方法,对抖振的抑制能力较差. 上述结果表明,方法1可以使得Buck型变换器拥有更快的收敛速度以及更好的抗干扰能力.

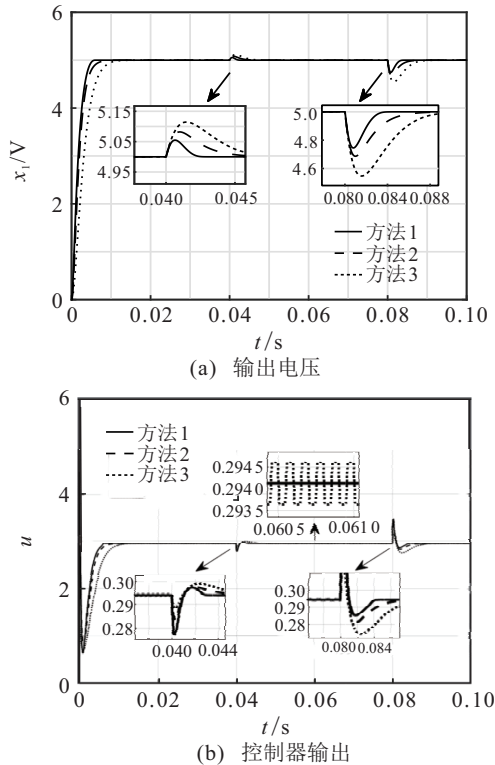


图1 负载变化下的输出响应对比

图2描述了未知系统动态估计器对非匹配扰动 $\omega_1$ 和匹配扰动 $\omega_2$ 的估计效果. 其中:图2(a)的扰动在0.04s时刻,负载由10Ω上升到15Ω;在0.08s时刻,负载由15Ω下降到5Ω. 图2(b)的扰动为在0.04s时刻,输入电压由17V上升到20V;在0.08s时刻,输入电压

由20V下降到15V. 由图2可以看出,本文设计的估计器能实现较好的估计效果.

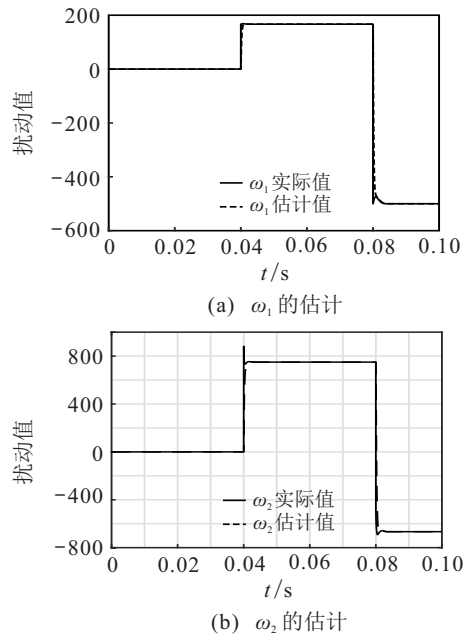


图2 估计器估计效果

### 4 实验分析

Buck型变换器控制系统实验平台如图3所示,主要包括示波器、直流电压源、DSP开发板、Buck变换器、仿真器和PC机. 选用DSP28335作为主控芯片,开关频率设置为50kHz. 实验结果图中电压坐标图标刻度均为2V/div,电流坐标图标刻度均为500mA/div,时间刻度为5ms/div.



图3 Buck型变换器控制系统实验平台

图4描述了当Buck型变换器负载变化时,3种方法的输出电压与电流的响应曲线. 如图4(a)所示,当输出侧由空载接入10Ω负载时,负载电流由0A上升到0.5A,方法1作用下系统的调节时间和超调分别为3ms和300mV,而方法2分别为4.5ms和400mV,方法3分别为12ms和450mV. 如图4(b)所示,当输出侧由10Ω负载到断开负载,输出电流由0.5A下降到0A,方法1作用下系统的调节时间为3ms,方法2为4ms,方法3为8ms. 上述结果表明,负载突变时,方法1可以使得系统电压拥有更快的收敛速度. 因此,与方法2和方法3相比,本文提出的方法1具有更快

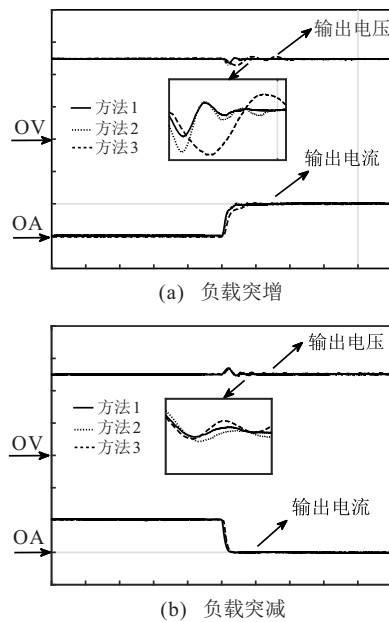


图4 负载变化下的实验输出对比

的电压收敛速度和更好的抗干扰能力。

## 5 结论

本文提出一种基于未知系统动态估计器的Buck型变换器快速固定时间控制方法。基于一阶低通滤波器设计未知系统动态估计器,实现对未知系统动态的估计与前馈补偿,使系统具有更好的抗干扰能力。在此基础上设计增强型趋近律和固定时间控制器,可有效提高系统状态的收敛速度和抑制控制器抖动。仿真和实验结果验证了所提方法的有效性。

### 参考文献(References)

- [1] Xu Q W, Zhang C L, Wen C Y, et al. A novel composite nonlinear controller for stabilization of constant power load in DC microgrid[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(1): 752-761.
- [2] Shi T N, Guo Y T, Song P, et al. A new approach of minimizing commutation torque ripple for brushless DC motor based on DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(10): 3483-3490.
- [3] Walker G R, Sernia P C. Cascaded DC-DC converter connection of photovoltaic modules[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2004, 19(4): 1130-1139.
- [4] Tan S C, Lai Y M, Cheung M K H, et al. On the practical design of a sliding mode voltage controlled buck converter[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2005, 20(2): 425-437.
- [5] Komurcugil H. Adaptive terminal sliding-mode control strategy for DC-DC buck converters[J]. ISA Transactions, 2012, 51(6): 673-681.
- [6] Komurcugil H. Non-singular terminal sliding-mode control of DC-DC buck converters[J]. Control Engineering Practice, 2013, 21(3): 321-332.
- [7] Chen Q, Qian N, Nan Y R. Fixed-time adaptive control for buck converters[J]. Control and Decision, 2020, 35(5):

- 1183-1190.
- [8] Ding S H, Zheng W X, Sun J J, et al. Second-order sliding mode controller design and its implementation for buck converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(5): 1990-2000.
- [9] Wang J X, Li S H, Yang J, et al. Extended state observer-based sliding mode control for PWM-based DC-DC buck power converter systems with mismatched disturbances[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(4): 579-586.
- [10] Wang Z, Li S H, Wang J X, et al. Generalized proportional integral observer based backstepping control for DC-DC buck converters with mismatched disturbances[C]. IEEE International Conference on Industrial Technology. Taipei, 2016: 1783-1789.
- [11] Yang J, Cui H Y, Li S H, et al. Optimized active disturbance rejection control for DC-DC buck converters with uncertainties using a reduced-order GPI observer[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I Regular Papers, 2018, 65(2): 832-841.
- [12] Na J, Herrmann G, Burke R, et al. Adaptive input and parameter estimation with application to engine torque estimation[C]. IEEE Conference on Decision and Control. Osaka, 2016: 3687-3692.
- [13] Wang S B, Tao L, Chen Q, et al. USDE-Based sliding mode control for servo mechanisms with unknown system dynamics[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2020, 25(2): 1056-1066.
- [14] Na J, Jing B R, Huang Y B, et al. Unknown system dynamics estimator for motion control of nonlinear robotic systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(5): 3850-3859.
- [15] Chen Q, Yang C B, Nan Y R. Disturbance rejection control of Buck converters based on variable rate reaching law[J]. Control and Decision, 2021, 36(4): 893-900.
- [16] Wang M, Yang A L. Dynamic learning from adaptive neural control of robot manipulators with prescribed performance[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(8): 2244-2255.
- [17] Tao M L, Chen Q, He X X, et al. Adaptive fixed-time fault-tolerant control for rigid spacecraft using a double power reaching law[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(12): 4022-4040.
- [18] Gao W B, Hung J C. Variable structure control of nonlinear systems: A new approach[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1993, 40(1): 45-55.

### 作者简介

陈强(1984—),男,副教授,从事非线性伺服系统建模与控制等研究, E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn;

黄佳毅(1995—),男,硕士生,从事电力电子技术的研究, E-mail: 787009434@qq.com;

南余荣(1966—),男,教授,从事电机控制、电力电子及其应用等研究, E-mail: nyr@zjut.edu.cn.

(责任编辑:孙艺红)