

控制与决策

Control and Decision

不确定离散时间系统的有限时间预见跟踪控制

李丽, 于晓

引用本文:

李丽, 于晓. 不确定离散时间系统的有限时间预见跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(3): 753–762.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1065>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

参数不确定离散时间系统的有限时间输出反馈预见控制器设计

Design of finite-time output feedback preview controller for discrete-time systems with parameter uncertainty

控制与决策. 2021, 36(9): 2074–2084 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1584>

时变参数不确定离散时间系统的预见控制

Preview control for discrete-time polytopic time-varying systems

控制与决策. 2021, 36(12): 3074–3082 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0373>

航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs

控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173–179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

不确定离散时间系统的有限时间预见跟踪控制

李丽^{1,3†}, 于晓²

(1. 湖北经济学院 信息管理与统计学院, 武汉 430205; 2. 山东建筑大学 理学院, 济南 250101;
3. 湖北经济学院 湖北数据与分析中心, 武汉 430205)

摘要: 研究一类不确定离散时间系统的有限时间鲁棒预见控制问题. 与以往对误差信号和系统方程取差分不同, 通过引入辅助变量, 并用系统状态向量及输入向量与相应辅助变量之差代替通常的状态差分, 避免对时变的系数矩阵取差分, 使得扩大误差系统的构造成为可能. 另外, 所推导的扩大误差系统不再包含误差向量, 这不仅能降低系统的阶数而且能推广适用对象. 针对所求得的不确定系统的扩大误差系统, 分别引入状态反馈和静态输出反馈, 并利用 Lyapunov 函数方法导出闭环系统渐近稳定的充分条件, 该条件可以通过求解一个 LMI 问题而实现. 所得控制器回到原系统即可得到带有预见作用的预见控制器. 数值仿真验证了研究结果的有效性.

关键词: 扩大误差系统; 预见跟踪控制; 时变不确定系统; 有限时间稳定; 状态反馈; 输出反馈

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1065

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 李丽, 于晓. 不确定离散时间系统的有限时间预见跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(3): 753-762.

Finite-time preview tracking control for uncertain discrete-time systems

LI Li^{1,3†}, YU Xiao²

(1. School of Information Management and Statistics, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, China;
2. School of Science, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, China; 3. Hubei Center for Data and Analysis, Hubei University of Economics, Wuhan 430205, China)

Abstract: The problem of finite-time robust preview control is proposed for a class of uncertain discrete-time systems. It is different from the difference of error signals and system equations. By introducing auxiliary variables, we use the difference between the system state variables, input variables, and the corresponding auxiliary variables, instead of the usual difference between system states, which makes it possible to construct an augmented error system. In addition, the augmented error system derived no longer contains error vectors, which not only reduces the order of the system, but also extends the applicable object. For the augmented error system, the state feedback and output feedback are introduced, receptively, and based on the Lyapunov stability theory, sufficient conditions are derived for the robust asymptotic stability of the closed-loop systems. The conditions can be realized by solving an LMI problem. The controller returns to the original system, and the preview controller is obtained. The numerical simulation examples also illustrate the effectiveness of the results.

Keywords: augmented error system; preview tracking control; time-varying uncertain system; finite time stable; state feedback; output feedback

0 引言

预见控制是一种利用已知目标信号或干扰信号的信息改善系统动态响应, 抑制外界扰动, 提高系统跟踪效果的控制方法. 其经典的方法是, 将误差方程与状态方程相结合, 构造出一个误差系统, 把跟踪问题转化为调节问题, 再利用最优调节理论的结论得到误差系统的最优控制器^[1]. 预见控制的概念提出于 1966 年^[2], 但其被学术界注意并被深入研究是在

1975 年以后, 主要成果见文献 [3-7]. 至此, 线性定常系统的预见控制理论体系已经较为完善. 文献 [8] 集中总结了当时的理论研究成果. 直到现在, 预见控制理论和应用的研究一直没有停止过^[9-13].

众所周知, 不确定现象是广泛存在的, 因此如何利用预见控制理论和方法处理鲁棒控制问题同样值得研究. 文献 [14-15] 引入 H_∞ 的控制思想, 研究了连续线性系统的 H_∞ 前馈预见问题, 并基于 Riccati 方程

收稿日期: 2020-07-31; 录用日期: 2020-11-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61903130); 山东省自然科学基金项目(ZR2020QA036).

责任编辑: 徐胜元.

†通讯作者. E-mail: lili@hbue.edu.cn.

最小化指标函数,得到最优控制律;文献[16]则引入 H_2 准则,研究了控制系统的 H_2 预见控制问题,并利用最优性原理求解;基于博弈论的结论,文献[17-18]考虑在最坏的外部扰动下,针对带有外部扰动的离散时间系统,提出了最优预见控制器的设计方法;为了考察系统模型的不确定性,文献[19-20]考虑时变范数有界不确定离散时间系统的鲁棒预见控制.文献[13-20]的共同特点是它们的设计方法都是基于Riccati方程.针对参数不确定离散时间系统,Riccati方法显然无法适用,这时候文献[21-23]将预见控制理论的经典差分方法直接推广到不确定系统中来,并结合LMI方法给出了鲁棒预见控制器的设计方法.为了克服文献[21-23]中的差分算子无法作用到时变的不确定项,文献[24-25]利用系统状态与其稳态值之差代替通常的状态差分来构造扩大误差系统,通过求解LMI给出预见控制器的设计方法.

实际上,在一些实际问题中,只需要研究系统状态在一个有限的时间段内的行为,而不是在整个无限时间上的行为.本文将有限时间稳定理论与基于误差系统方法的预见控制相结合,研究时变不确定离散时间系统的预见控制问题.基本思想是通过引入两个辅助变量,推导出扩大误差系统,克服无法直接将确定性系统预见控制的理论方法应用到不确定系统的困难;另外,与经典的误差系统不同,本文构造出的扩大误差系统不含误差向量,这样处理的好处有两点:1)降低维数、减少计算量;2)允许系统的输出方程中含有不确定项,应用对象更广泛.本文还将通过数值仿真对预见步数分别为 $M_R = 6, M_R = 2, M_R = 0$ 的情况进行比较,验证目标信号的预见作用对跟踪目标信号的优越性.

本文使用如下记号: $R^n, R^{n \times m}$ 分别表示实数域上的 n 维向量空间与 $n \times m$ 矩阵空间; $P > 0$ 表示 P 对称正定矩阵, $P > Q$ 表示 $P - Q > 0$; $*$ 表示对称矩阵的对称项; $\text{sym}(A)$ 表示 $A + A^T, A^T$ 表示矩阵的转置矩阵; I 表示单位矩阵,其阶数可从其前后文的叙述中了解.

1 问题描述及基本假设

考虑如下不确定离散时间系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = [A + \Delta A(k)]x(k) + [B + \Delta B(k)]u(k), \\ y(k) = [C + \Delta C(k)]x(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $k \in \{1, 2, \dots, N\}; x(k) \in R^n$ 是状态向量; $u(k) \in R^q$ 是输入向量; $y(k) \in R^q$ 是输出向量; A, B 和 C 是适当维数的常数矩阵; $\Delta A(k), \Delta B(k)$ 和 $\Delta C(k)$ 是关于时间变量 k 的不确定时变矩阵.

关于系统(1)给出以下基本假设:

$$\text{A1: 设 } \begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \text{ 可逆.}$$

A2: 设存在适当维数的常数矩阵 $E_1, E_2, H_i (i = 1, 2, 3)$ 和不确定矩阵 $\Sigma_j = \Sigma_j(k) (j = 1, 2)$,满足

$$\begin{aligned} \Delta A(k) &= E_1 \Sigma_1 H_1, \quad \Delta B(k) = E_1 \Sigma_1 H_2, \\ \Delta C(k) &= E_2 \Sigma_2 H_3; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Sigma_j^T \Sigma_j \leq I, \quad j = 1, 2. \quad (3)$$

注1 A2表明原系统中的不确定项是时变且未知的,因而预见控制理论中经典的误差系统的构造方法无法推广到范数有界不确定系统中,这正是鲁棒预见控制需要研究的关键问题.

其次,假设目标值信号是可预见的.

A3: 设目标信号 $r(k) \in R^q$ 的可预见步数为 M_R ,即在当前时刻 $k, r(k), r(k+1), \dots, r(k+M_R)$ 是已知的,并假设 M_R 步之后目标值为零,即

$$r(k+j) = 0, \quad j \geq M_R + 1.$$

注2 理论研究和实际应用实例均表明,只有一段时间的可预见信号对系统的性能有较明显的影响,预见步数以外的目标值信号的值对系统的影响不大.因而可预见步数之外的值的假设可以根据需要给出.这里假设预见步数之外的值为零.

注3 为了保证系统的目标值信号在 $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 都是可预见的,这里目标值信号 $r(k)$ 的范围由 $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 扩充到 $k \in \{1, 2, \dots, N + M_R\}$,即当 $k + M_R > N$ 时,系统是虚拟预见的(见文献[26]).

定义误差信号

$$e(k) = y(k) - r(k). \quad (4)$$

本文的目的是设计一个带有预见作用的控制器,使得闭环系统受到不确定扰动的影响时,其输出仍然能实现有限时间跟踪.

系统(1)的标称系统为

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad y(k) = Cx(k). \quad (5)$$

受文献[26-27]的启发,利用系统(5)构造形式变量

$$\tilde{x}(k) = x(k) - x_s(k), \quad \tilde{u}(k) = u(k) - u_s(k), \quad (6)$$

其中 $x_s(k), u_s(k)$ 是适当的辅助变量.这里采用文献[28]的方法,给出如下辅助变量:

$$x_s(k) = S_x r(k), \quad u_s(k) = S_u r(k). \quad (7)$$

其中

$$S_x = [I \ 0] \begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix},$$

$$S_u = [0 \ I] \begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$

2 扩大误差系统的推导

本节通过构造扩大误差系统,把有限时间预见跟踪问题转化为有限时间稳定性问题.

根据式(1)、(6)和(7)得到

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+1) = & [A + \Delta A(k)]\tilde{x}(k) + [B + \Delta B(k)]\tilde{u}(k) + \\ & [A + \Delta A(k)]S_x r(k) + \\ & [B + \Delta B(k)]S_u r(k) - S_x r(k+1), \end{aligned} \quad (8)$$

同时

$$y(k) = [C + \Delta C(k)]\tilde{x}(k) + [C + \Delta C(k)]S_x r(k). \quad (9)$$

另外,明显地有

$$\begin{aligned} e(k) = & \\ & [C + \Delta C(k)]\tilde{x}(k) + [(C + \Delta C(k))S_x - I]r(k). \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\begin{aligned} X_R(k) = & [r(k)^T \ r(k+1)^T \ \dots \ r(k+M_R)^T]^T, \\ A_R = & \begin{bmatrix} 0 & I_q & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & I_q \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{[(M_R+1)q] \times [(M_R+1)q]}, \end{aligned}$$

则根据A3可得

$$X_R(k+1) = A_R X_R(k). \quad (11)$$

通过式(8)及(11)可得

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = [\bar{A} + \Delta \bar{A}(k)]\tilde{x}(k) + [\bar{B} + \Delta \bar{B}(k)]\tilde{u}(k), \\ e(k) = [\bar{C} + \Delta \bar{C}(k)]\tilde{x}(k). \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{x}(k) = & \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ X_R(k) \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & G_1 \\ 0 & A_R \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \Delta \bar{A}(k) = & \begin{bmatrix} \Delta A(k) & \Delta G_1(k) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta \bar{B}(k) = \begin{bmatrix} \Delta B(k) \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{C} = & [C \ G_2], \quad \Delta \bar{C}(k) = [\Delta C(k) \ \Delta G_2(k)], \end{aligned}$$

而且

$$\begin{aligned} G_1 = & [AS_x + BS_u \quad -S_x \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R-1}], \\ G_2 = & [CS_x - I \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}], \end{aligned}$$

$$\Delta G_1(k) = [\Delta A(k)S_x + \Delta B(k)S_u \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}],$$

$$\Delta G_2(k) = [\Delta C(k)S_x \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}].$$

注4 状态变量 $\bar{x}(k)$ 中没有加入误差向量 $e(k)$,这样处理不仅可降低系统的阶数,同时允许系统的输出矩阵含有不确定项,从而预见控制理论可以更好地应用到一般的不确定系统中.

考虑A2和 $\Delta \bar{A}(k)$ 、 $\Delta \bar{B}(k)$ 、 $\Delta \bar{C}(k)$ 的具体形式,得到

$$\begin{aligned} \Delta \bar{A}(k) = & \\ & \begin{bmatrix} E_1 \Sigma_1 H_1 & [E_1 \Sigma_1 (H_1 S_x + H_2 S_u) \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix} \Sigma_1 [H_1 \ H_1 S_x + H_2 S_u \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}] = \\ & \bar{E}_1 \bar{\Sigma}_1 \bar{H}_1, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Delta \bar{B}(k) = \begin{bmatrix} E_1 \Sigma_1 H_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix} \Sigma_1 H_2 = \bar{E}_1 \bar{\Sigma}_1 \bar{H}_2, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{C}(k) = & [E_2 \Sigma_2 H_3 \quad E_2 \Sigma_2 H_3 S_x \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}] = \\ & E_2 \Sigma_2 [H_3 \ H_3 S_x \quad \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}] = \\ & \bar{E}_2 \bar{\Sigma}_2 \bar{H}_3. \end{aligned} \quad (15)$$

注意这里的不确定矩阵仍然满足

$$\bar{\Sigma}_i^T \bar{\Sigma}_i \leq I, \quad i = 1, 2. \quad (16)$$

为消除静态误差,引进离散积分器,它由下式定义:

$$v(k+1) = v(k) + e(k). \quad (17)$$

结合式(12)与(17)可得

$$v(k+1) = v(k) + [\bar{C} + \Delta \bar{C}(k)]\tilde{x}(k). \quad (18)$$

再定义 $\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(k) \\ v(k) \end{bmatrix}$,结合式(12)与(18)得到

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = [\hat{A} + \Delta \hat{A}(k)]\hat{x}(k) + [\hat{B} + \Delta \hat{B}(k)]\tilde{u}(k), \\ e(k) = [\hat{C} + \Delta \hat{C}(k)]\hat{x}(k). \end{cases} \quad (19)$$

这里

$$\begin{aligned} \hat{A} = & \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ \bar{C} & I \end{bmatrix}, \quad \Delta \hat{A}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \bar{A}(k) & 0 \\ \Delta \bar{C}(k) & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{B} = & \begin{bmatrix} \bar{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta \hat{B}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \bar{B}(k) \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\hat{C} = [\bar{C} \ 0], \Delta\hat{C}(k) = [\Delta\bar{C}(k) \ 0].$$

系统(19)就是导出的最终的扩大误差系统. 系统中的不确定项满足匹配条件, 保持着系统(1)的所有特性. 由式(13)~(15)可以验证系统(19)中不确定矩阵可表示为

$$\Delta\hat{A}(k) = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \bar{\Sigma}_1 \bar{H}_1 & 0 \\ \bar{E}_2 \bar{\Sigma}_2 \bar{H}_3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 & 0 \\ 0 & \bar{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_1 & 0 \\ 0 & \bar{\Sigma}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H}_1 & 0 \\ H_3 & 0 \end{bmatrix} = \hat{E}_1 \hat{\Sigma}_1 \hat{H}_1, \quad (20)$$

$$\Delta\hat{B}(k) = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \bar{\Sigma}_1 \bar{H}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \bar{\Sigma}_1 \bar{H}_2 = \hat{E}_2 \hat{\Sigma}_2 \hat{H}_2, \quad (21)$$

$$\Delta\hat{C}(k) = [\bar{E}_2 \bar{\Sigma}_2 \bar{H}_3 \ 0] = \bar{E}_2 \bar{\Sigma}_2 [\bar{H}_3 \ 0] = \hat{E}_3 \hat{\Sigma}_3 \hat{H}_3. \quad (22)$$

由式(16)可知, 不确定矩阵依然满足

$$\hat{\Sigma}_i^T \hat{\Sigma}_i \leq I, \quad i = 1, 2, 3. \quad (23)$$

先给出一个重要的定义.

定义1 (有限时间稳定 FTS)^[29-30] 考虑离散时间系统 $\hat{x}(k+1) = \hat{A}\hat{x}(k)$ 关于 (c_1, c_2, R, N) 是有限时间稳定的, 若 $\hat{x}(0)^T R \hat{x}(0) \leq c_1$, 则 $\hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) \leq c_2, k \in \{1, 2, \dots, N\}$. 其中: $0 \leq c_1 < c_2, R > 0, N$ 为给定的正整数.

注意这里有

$$e(k) = [\hat{C} + \Delta\hat{C}(k)]\hat{x}(k). \quad (24)$$

从而

$$\begin{aligned} e(k)^T e(k) &= \hat{x}(k)^T [\hat{C} + \Delta\hat{C}(k)]^T [\hat{C} + \Delta\hat{C}(k)] \hat{x}(k) \leq \\ &\hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) \leq c_2, \end{aligned} \quad (25)$$

这里 $R > [\hat{C} + \Delta\hat{C}(k)]^T [\hat{C} + \Delta\hat{C}(k)]$.

根据式(24)和(25)可知, 若系统(19)的闭环系统是有限时间稳定的, 则相应的系统(1)的闭环系统实现了 $y(k)$ 对 $r(k)$ 的有限时间跟踪.

引理1 (Schur 补引理)^[31] 对于给定的对称矩阵 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix}$, 下列3个条件是等价的:

- 1) $S < 0$;
- 2) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;
- 3) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$.

引理2^[32] 假设 M, D, E 和 Σ 为适当维数的实矩阵, 且 $M = M^T, \Sigma^T \Sigma \leq I$, 则对于任意 $\epsilon > 0$, 下述不等式成立:

$$M + D\Sigma E + E^T \Sigma^T D^T \leq M + \epsilon D D^T + \epsilon^{-1} E^T E.$$

引理3^[33] 对于适当维数的矩阵 T, W, S 和矩阵 F 及标量 β , 如果满足不等式

$$\begin{bmatrix} T & * \\ \beta W^T + FS & -\beta F - \beta F^T \end{bmatrix} < 0,$$

则不等式 $T + WS + S^T W^T < 0$ 成立.

引理4^[28] 对于适当维数的矩阵 $L, H > 0$, 有

$$-L^T H^{-1} L \leq -L^T - L + H.$$

3 有限时间预见控制器设计

3.1 有限时间状态反馈预见控制器设计

下面考虑一个状态反馈形如

$$\tilde{u}(k) = K\hat{x}(k), \quad (26)$$

使得系统(19)的闭环系统有限时间稳定, 这里 K 是待定的参数矩阵. 注意到, 当控制输入由式(26)确定时, 系统(19)的闭环系统为

$$\hat{x}(k) = [\hat{A} + \Delta\hat{A}(k) + (\hat{B} + \Delta\hat{B}(k))K]\hat{x}(k). \quad (27)$$

定理1 对于给定的 (c_1, c_2, R, N) 和 $\rho > 1$, 如果存在对称正定矩阵 P 和可逆矩阵 G 、矩阵 K , 使得

$$\begin{bmatrix} \rho(-\text{sym}(G) + P^{-1}) & * \\ (\hat{A} + \Delta\hat{A}(k) + \hat{B}K + \Delta\hat{B}(k)K)G & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (28a)$$

$$\rho^N \lambda_{\max}(\hat{P}) c_1 \leq c_2 \lambda_{\min}(\hat{P}), \quad (28b)$$

则闭环系统(27)关于 (c_1, c_2, R, N) 是有限时间稳定的, 其中 $\hat{P} = R^{-1/2} P R^{-1/2}$.

证明 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V(k) = \hat{x}(k)^T P \hat{x}(k),$$

则根据式(27)可得

$$\begin{aligned} V(k+1) - \rho V(k) &= \hat{x}(k+1)^T P \hat{x}(k+1) - \rho \hat{x}(k)^T P \hat{x}(k) = \\ &\hat{x}(k)^T [\Theta(k)^T P \Theta(k) - \rho P] \hat{x}(k), \end{aligned}$$

其中 $\Theta(k) = \hat{A} + \Delta\hat{A}(k) + \hat{B}K + \Delta\hat{B}(k)K$. 对式(28a)运用引理4, 并左乘可逆矩阵 $\text{diag}\{G^{-T}, I\}$, 右乘它的转置, 得到

$$\begin{bmatrix} -\rho P & * \\ \Theta(k) & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

根据 Schur 补引理, 式(29)等价于

$$\Theta(k)^T P \Theta(k) - \rho P < 0, \quad (30)$$

对式(30)左乘 $\hat{x}(k)^T$, 右乘 $\hat{x}(k)$, 易得上式满足

$$V(k+1) < \rho V(k). \quad (31)$$

反复利用式(31), 可得

$$V(k) < \rho^k V(0). \quad (32)$$

另外

$$V(0) = \hat{x}(0)^T P \hat{x}(0) < \lambda_{\max}(\hat{P}) \hat{x}(0)^T R \hat{x}(0).$$

再根据有关初值的假设,可以得到

$$V(0) < \lambda_{\max}(\hat{P}) c_1. \tag{33}$$

考虑到 $\rho > 1$ 和式(32)、(33),得到

$$V(k) < \rho^k V(0) < \rho^k \lambda_{\max}(\hat{P}) c_1 \leq \rho^N \lambda_{\max}(\hat{P}) c_1,$$

从而

$$\lambda_{\min}(\hat{P}) \hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) < V(k) < \rho^N \lambda_{\max}(\hat{P}) c_1,$$

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

进而

$$\hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) < \frac{\rho^N \lambda_{\max}(\hat{P}) c_1}{\lambda_{\min}(\hat{P})}, \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}. \tag{34}$$

根据式(28b)得到

$$\hat{x}(k)^T R \hat{x}(k) < c_2, \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

由定义1可知,闭环系统是关于 (c_1, c_2, N, R) 有限时间稳定的. \square

定理1的判别条件包含不确定矩阵,所以所给判别条件事实上无法验证.下面将其转化为不含不确定矩阵的LMI.

定理2 假设A1~A3成立,对于给定的 (c_1, c_2, N, R) 和 $\rho > 1$,如果存在对称正定矩阵 X 和矩阵 G, Y ,参数 $\epsilon_i > 0 (i = 1, 2), \alpha_2 > \alpha_1 > 0$,使得

$$\begin{bmatrix} \rho(\text{sym}(-G) + X) & * & * & * \\ \hat{A}G + \hat{B}Y & -X + \sum_{i=1}^2 \epsilon_i \hat{E}_i \hat{E}_i^T & * & * \\ \hat{H}_1 G & 0 & -\epsilon_1 I & * \\ \hat{H}_2 Y & 0 & 0 & -\epsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \tag{35a}$$

$$\alpha_1 c_2 - \rho^N \alpha_2 c_1 > 0, \tag{35b}$$

$$\alpha_1 R^{-1} < X < \alpha_2 R^{-1} \tag{35c}$$

成立,则闭环系统(27)关于 (c_1, c_2, N, R) 是有限时间稳定的,即控制律 $\tilde{u}(k) = YG^{-1}\hat{x}(k)$ 是系统(19)的控制律.

证明 利用式(20)和(21),令 $X = P^{-1}, Y = KG$,对式(28a)变形可得

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G^T) + \rho X & * \\ \hat{A} + \hat{B}Y & -X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \hat{E}_1 & \hat{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_1(k) & 0 \\ 0 & \hat{\Sigma}_2(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{H}_1 G & 0 \\ \hat{H}_2 Y & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{H}_1 G & 0 \\ \hat{H}_2 Y & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_1(k) & 0 \\ 0 & \hat{\Sigma}_2(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \hat{E}_1 & \hat{E}_2 \end{bmatrix} < 0. \tag{36}$$

由引理2可知,对所有满足 $\hat{\Sigma}_i^T \hat{\Sigma}_i \leq I$ 的矩阵 $\hat{\Sigma}_i (i = 1, 2)$,矩阵不等式(36)成立,若存在 $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$,使得

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G^T) + \rho X & * \\ \hat{A} + \hat{B}Y & -X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \hat{E}_1 & \hat{E}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 I & 0 \\ 0 & \epsilon_2 I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{H}_1 G & 0 \\ \hat{H}_2 Y & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{H}_1 G & 0 \\ \hat{H}_2 Y & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \epsilon_1^{-1} I & 0 \\ 0 & \epsilon_2^{-1} I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \hat{E}_1 & \hat{E}_2 \end{bmatrix}^T < 0. \tag{37}$$

则再次利用引理1可得式(37)等价于不等式(35a).根据式(35c)和 $X = P^{-1}$ 可以得到 $\frac{1}{\alpha_2} R < P < \frac{1}{\alpha_1} R$,从而 $\frac{1}{\alpha_2} I < R^{-1/2} P R^{-1/2} = \hat{P} < \frac{1}{\alpha_1} I$,而式(28b)即为

$$\rho^N \frac{1}{\alpha_1} c_1 < \frac{c_2}{\alpha_2}.$$

由Schur补引理可知,上式等于式(35b),从而(35b)和(35c)可以保证(28b)成立,根据定理1可知,定理2成立. \square

当A1~A3成立时,已经求得系统(19)的控制输入(26).对增益矩阵进行分解

$$K = [K_x | K_R(0) \ K_R(1) \ \dots \ K_R(M_R) | K_v], \tag{38}$$

则式(26)可写为

$$\tilde{u}(k) = K_x \tilde{x}(k) + \sum_{j=0}^{M_R} K_R(j) r(k+j) + K_v v(k). \tag{39}$$

通过式(7)和(39)进一步得到

$$u(k) = K_x x(k) + \sum_{j=0}^{M_R} K_R(j) r(k+j) + K_v \left(\sum_{j=0}^{k-1} e(s) + v(0) \right) + (S_u - K_x S_x) r(k).$$

由上式可以看出,带有预见作用的控制器由4部分构成:第1部分为状态反馈项;第2部分为基于未来目标值信号的预见前馈补偿项;第3部分为跟踪误差的积分;第4部分为辅助信号补偿项.

3.2 有限时间输出反馈预见控制器设计

注意在当前时刻 k ,目标值信号 $r(k), r(k+1), \dots, r(k+M_R)$ 可利用,从而由它们组成的变量 $X_R(k)$ 是已知的.针对形式系统(19),输出方程改为

$$Z(k) = [F + \Delta F(k)] \hat{x}(k). \tag{40}$$

其中

$$H = [CS_x \ \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M_R}], \quad F = \begin{bmatrix} C & H & 0 \\ 0 & I_{(M_R+1)q} & 0 \\ 0 & 0 & I_q \end{bmatrix},$$

$$\Delta F(k) = \begin{bmatrix} \Delta C(k) & \Delta G_2(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

根据式(2)和(3)可得

$$\Delta F(k) = \begin{bmatrix} E_2 \Sigma_2 H_3 & E_2 \Sigma_2 H_3 S_x & \underbrace{0 \dots 0}_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Sigma_2 [H_3 \quad H_3 S_x \quad \underbrace{0 \dots 0}_M \quad 0] = \hat{E}_4 \hat{\Sigma}_3 \hat{H}_4. \quad (41)$$

注意形式向量 $X_R(k)$ 包含了可预见的信号信息,是已知量,而且系统(1)的输出是可以测量的,因此改写后的输出方程也是可利用的.

由式(19)与(40)构成的系统

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = [\hat{A} + \Delta \hat{A}(k)]\hat{x}(k) + [\hat{B} + \Delta \hat{B}(k)]\tilde{u}(k), \\ Z(k) = [F + \Delta F(k)]\hat{x}(k) \end{cases} \quad (42)$$

即为设计预见控制器所需要的扩大误差系统.

针对系统(42),考虑一个输出反馈形如

$$\tilde{u}(k) = KZ(k), \quad (43)$$

使得系统(42)的闭环系统有限时间稳定.

根据式(42)和(43)得到闭环系统

$$\hat{x}(k+1) = [\hat{A} + \Delta \hat{A}(k) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}(k))K(F + \Delta F(k))]\hat{x}(k). \quad (44)$$

定理3 对于给定的 (c_1, c_2, N, R) 和 $\rho > 1$ 及标量 β , 如果存在对称正定矩阵 X , 矩阵 G, L, U, Q , 使得

$$\begin{bmatrix} \rho(-\text{sym}(G) + X) & & & \\ & \Omega(k) & & \\ (F + \Delta F(k))G - UQ & & & \\ & * & * & \\ \leftarrow & -X & * & \\ & \beta L^T(\hat{B} + \Delta \hat{B}(k))^T & -\beta \text{sym}(U) & \end{bmatrix} < 0, \quad (45a)$$

$$\rho^N \lambda_{\max}(\hat{P})c_1 \leq c_2 \lambda_{\min}(\hat{P}), \quad (45b)$$

其中 $\Omega(k) = (\hat{A} + \Delta \hat{A}(k))G + (\hat{B} + \Delta \hat{B}(k))LQ$, 则闭环系统(44)关于 (c_1, c_2, N, R) 是有限时间稳定的, 这里 $\hat{P} = R^{-1/2}PR^{-1/2}$.

证明 根据引理3可知, 式(45a)可以保证

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G) + \rho X & * \\ \Omega(k) & -X \end{bmatrix} +$$

$$\text{sym} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} (\hat{B} + \Delta \hat{B}(k))LU^{-1}((F + \Delta F(k))G - UQ)[I \ 0]) \right) < 0. \quad (46)$$

令 $K = LU^{-1}$, 则式(46)就是

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G) + \rho X & * \\ (\hat{A} + \Delta \hat{A}(k))G & -X \end{bmatrix} + \text{sym} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} (\hat{B} + \Delta \hat{B}(k))K((F + \Delta F(k))G - UQ + UQ)[I \ 0]) \right) < 0,$$

即

$$\begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G) + \rho X & & & \\ (\hat{A} + \Delta \hat{A}(k) + (\hat{B} + \Delta \hat{B}(k))K(F + \Delta F(k)))G & & & \\ \leftarrow & * & & \\ & -X & & \end{bmatrix} < 0,$$

根据定理1可知, 定理3成立. \square

定理4 对于给定的 (c_1, c_2, N, R) 和 $\rho > 1, \beta$ 和矩阵 Q , 如果存在对称正定矩阵 X 和矩阵 G, L, U , 参数 $\epsilon_i > 0 (i = 1, 2, 3), \alpha_2 > \alpha_1 > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} \rho(-\text{sym}(G) + X) & * & & & \\ \hat{A}G + \hat{B}LQ & -X + \sum_{i=1}^2 \epsilon_i \hat{E}_i \hat{E}_i^T & & & \\ C_Z G - UQ & \beta L^T \hat{B}^T & & & \\ \hat{H}_1 G & 0 & & & \\ \hat{H}_2 LQ & 0 & & & \\ \hat{H}_4 G & 0 & & & \\ & * & * & * & * \\ & * & * & * & * \\ \leftarrow & -\beta \text{sym}(U) + \epsilon_3 \hat{E}_4 \hat{E}_4^T & * & * & * \\ & 0 & -\epsilon_1 I & * & * \\ & H_2 L & 0 & -\epsilon_2 I & * \\ & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_3 I \end{bmatrix} < 0, \quad (47a)$$

$$\alpha_1 c_2 - \rho^N \alpha_2 c_1 > 0, \quad (47b)$$

$$\alpha_1 R^{-1} < X < \alpha_2 R^{-1} \quad (47c)$$

成立, 则闭环系统(27)关于 (c_1, c_2, N, R) 是有限时间稳定的, 其中 $\hat{P} = R^{-1/2}PR^{-1/2}$. 控制输入为

$$\tilde{u}(k) = LU^{-1}Z(k). \quad (48)$$

证明 同样, 由引理2可知, 对于所有满足 $\hat{\Sigma}_i^T \hat{\Sigma}_i \leq I$ 的矩阵 $\hat{\Sigma}_i (i = 1, 2, 3)$, 矩阵不等式(45a)成立, 若存在 $\epsilon_i > 0$, 使得

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} -\rho \text{sym}(G) + \rho X & * & * \\ \hat{A}G + \hat{B}LQ & -X & * \\ FG - UQ & \beta L^T \hat{B}^T & -\beta \text{sym}(U) \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \hat{E}_1 & \hat{E}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{E}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 I & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 I & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 I \end{bmatrix} \times \\
 & \begin{bmatrix} \hat{H}_1 G & 0 & 0 \\ \hat{H}_2 LQ & 0 & \beta \hat{H}_2 L \\ \hat{H}_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} \hat{H}_1 G & 0 & 0 \\ \hat{H}_2 LQ & 0 & \beta \hat{H}_2 L \\ \hat{H}_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \epsilon_1 I & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 I & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 I \end{bmatrix} \times \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \hat{E}_1 & \hat{E}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{E}_4 \end{bmatrix}^T < 0, \tag{49}
 \end{aligned}$$

则再次利用 Schur 补引理可得式(49)等价于不等式(47a)。与定理2的证明类似,易得式(47b)、(47c)可以保证式(45b)成立。根据定理3可知,本定理得证。□

根据 $Z(k)$ 的定义,对增益矩阵 K 进行分解

$$K = [K_y | K_R(0) \ K_R(1) \ \dots \ K_R(M_R) | K_v], \tag{50}$$

再结合式(43)和(7),系统(1)的预见控制器形式如下:

$$\begin{aligned}
 u(k) &= K_y y(k) + \sum_{j=0}^{M_R} K_R(j) r(k+j) + \\
 & K_v \left(\sum_{j=0}^{k-1} e(s) + v(0) \right) + S_u r(k).
 \end{aligned}$$

由上式看出,系统(1)的带有预见作用的控制器由4部分构成:第1部分为输出反馈项;第2部分为基于未来目标信号的预见前馈补偿项;第3部分为跟踪误差的积分;第4部分为关于输入辅助信号项的补偿。

4 数值仿真

在系统(1)中,取

$$A = \begin{bmatrix} 1.5 & 1 & 1.5 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0.4 \\ -0.4 & 0.5 & 1 & 0 \\ 0.3 & -0.3 & -0.3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0 \\ 0.6 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \ 1 \ 0 \ 0], E_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = 0, H_1 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 H_2 &= [0.05 \ -0.01 \ 0 \ 0.01]^T, \Delta C(k) = 0, \\
 \Sigma_1 &= \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \cos(0.3k\pi) + a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \sin(0.1k\pi) + b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$|a| \leq 0.5, |b| \leq 0.5$ 为不确定参数。经验证可知, $\begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$ 可逆, $\Sigma_1(k)$ 和 $\Sigma_2(k)$ 对于任何 k 都满足不等式(3),从而系统满足基本的假设条件。

取 $\rho = 1.001, c_1 = 0.5, c_2 = 15, N = 60$ 。初始条件为 $x(0) = [0.2 \ -0.1 \ 0.2 \ 0]^T$ 。就3种情况进行数值仿真:分别对1) $M_R = 6$; 2) $M_R = 2$; 3) $M_R = 0$ 的情况进行比较。

根据定理3,应用 Matlab 的 LMI 工具箱可求解出式(35a)~(35c)中的矩阵变量 G 和 Y , 由此得到反馈增益矩阵 $K = YG^{-1}$, 于是得到系统(1)的控制输入。

当 $M_R = 6$ 时,求得

$$\begin{aligned}
 K_v &= -0.072 \ 77, \\
 K_x &= [-1.973 \ 30 \ -1.822 \ 95 \ -2.245 \ 61 \ 0.900 \ 47], \\
 K_R &= [-0.706 \ 93 \ 0.091 \ 26 \ 0.251 \ 58 \ -0.095 \ 73 \ \rightarrow \\
 & \leftarrow -0.010 \ 19 \ 0.116 \ 49 \ 0.158 \ 92].
 \end{aligned}$$

当 $M_R = 2$ 时,求得

$$\begin{aligned}
 K_v &= -0.075 \ 15, \\
 K_x &= [-1.979 \ 32 \ -1.804 \ 22 \ -2.234 \ 57 \ 0.869 \ 13], \\
 K_R &= [-0.694 \ 73 \ 0.099 \ 24 \ 0.181 \ 18].
 \end{aligned}$$

当 $M_R = 0$ 时,求得

$$\begin{aligned}
 K_v &= -0.130 \ 23, \\
 K_x &= [-2.243 \ 21 \ -2.073 \ 06 \ -2.195 \ 24 \ 0.574 \ 41].
 \end{aligned}$$

目标值信号取为

$$r(k) = \begin{cases} 0, & k < 20; \\ 2, & k \geq 20. \end{cases} \tag{51}$$

仿真结果如图1~图3所示。图1为系统(1)的闭环系统的输出响应,图2和图3分别给出了 $x(k)^T x(k)$ 及 $e(k)^T e(k)$ 的仿真曲线。

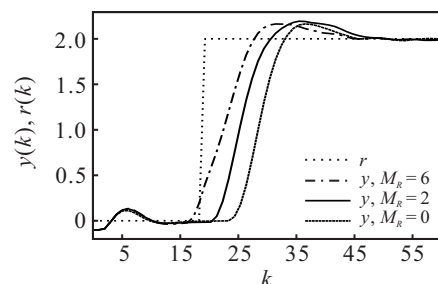


图1 M_R 取不同值与无预见情形闭环系统的输出响应比较

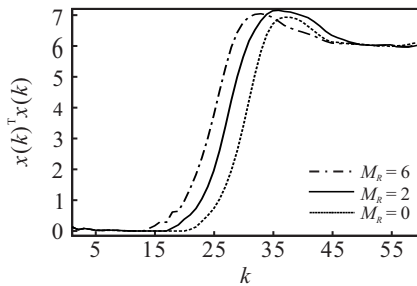


图2 M_R 取不同值与无预见情形 $x(k)^T x(k)$ 随时间的变化

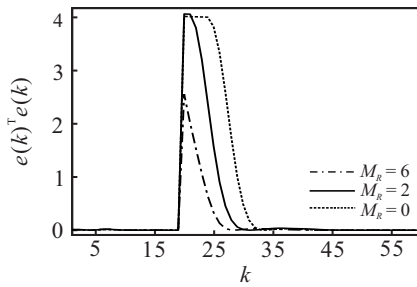


图3 M_R 取不同值与无预见情形 $e(k)^T e(k)$ 随时间的变化

从图1可以发现,随着目标值预见步长的增加,系统的输出能够更快地跟踪目标值信号.这正是预见补偿项起到的作用.

从图2和图3可知,在有限时间段内系统的状态变量和跟踪误差都不超过一定范围,实现了有限时间跟踪控制.与不带预见作用的情况相比,带有预见控制输入能明显减小跟踪误差.

另外,根据式(7)可得

$$S_x = \begin{bmatrix} 0.41667 \\ 1 \\ -0.58333 \\ 0 \end{bmatrix}, S_u = -0.55556.$$

目标值信号取为

$$r(k) = \begin{cases} 0, & k \leq 10; \\ 0.05(k-10), & 10 < k < 50; \\ 2, & k \geq 50. \end{cases} \quad (52)$$

为了更进一步研究预见控制对闭环系统的控制效果,在上述相同的条件下对目标信号(52)进行数值仿真.图4给出了闭环系统的输出响应.

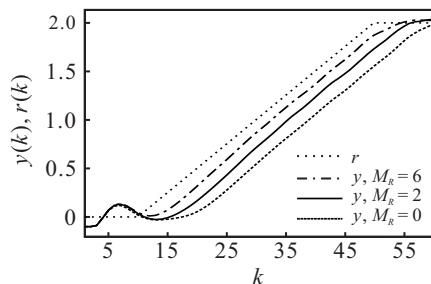


图4 带有预见与无预见情形闭环系统的输出响应比较

从图4可以看出,与不带预见作用的情况相比,预见控制器能使得输出在有限时间内更快地跟踪目标信号.

不确定系统(1)的 $x(k)^T x(k)$ 和 $e(k)^T e(k)$ 的仿真曲线如图5和图6所示.从图5和图6中可以看到系统的状态和误差在有限时间内是有界的.

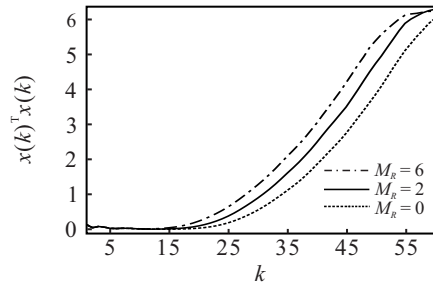


图5 带有预见与无预见情形 $x(k)^T x(k)$ 的状态轨迹

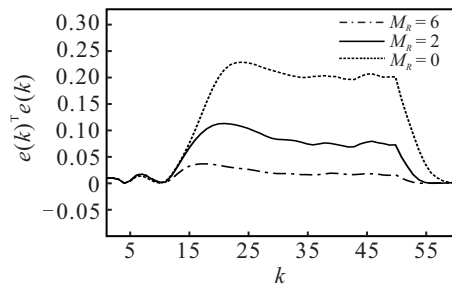


图6 带有预见与无预见情形 $e(k)^T e(k)$ 的状态轨迹

在系统(1)中,取

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.8 \end{bmatrix}, C = [0.6 \ 0.5],$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},$$

$$H_2 = [0.02 \ -0.01]^T, \Delta C(k) = 0,$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0.5 \cos(0.3k\pi) + b \end{bmatrix},$$

$|a| \leq 0.5, |b| \leq 0.5$ 为不确定参数.

选取调节参数 $\beta = 0.8, \rho = 1.001, c_1 = 1, c_2 = 15, N = 60$ 和矩阵 $R = I, Q = 2C_Z$, 初始条件为 $x(0) = [0.2 \ 0.2]^T$.

根据定理4,应用Matlab的LMI工具箱可求解出式(47a)~(47c)中的矩阵变量 L 和 U , 由此得到反馈增益矩阵 $K = LU^{-1}$, 于是得到系统(1)的控制输入.

当 $M_R = 6$ 时,求得

$$K_v = 0.13927,$$

$$K_y = 1.01526,$$

$$K_R =$$

$$[-404.17 \ -0.15815 \ -0.22159 \ -0.11743 \rightarrow$$

$$\leftarrow -0.05136 \ -0.01656 \ 0.00094].$$

当 $M_R = 2$ 时, 求得

$$K_v = 0.148\ 56,$$

$$K_y = 1.003\ 80,$$

$$K_R = [-0.338\ 64 \quad -0.212\ 40 \quad -0.200\ 86].$$

当 $M_R = 0$ 时, 求得

$$K_v = 0.160\ 45, \quad K_y = 1.224\ 75.$$

在输出反馈的情况下, 图7给出了预见步长为 $M_R = 0$ 、 $M_R = 2$ 和 $M_R = 6$ 时系统的输出响应. 根据图7可看出预见控制器的有效性.

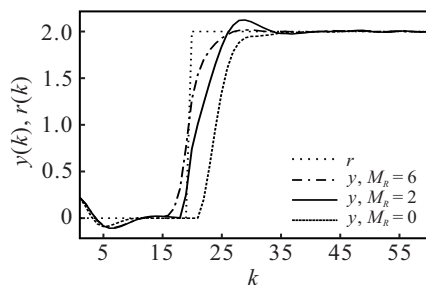


图7 M_R 取不同值时闭环系统的输出响应

同样给出在输出反馈预见控制下不确定系统(1)的 $x(k)^T x(k)$ 和 $e(k)^T e(k)$ 如图8和图9所示.

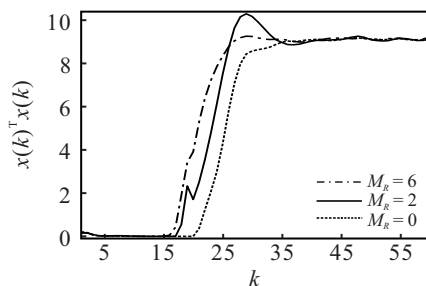


图8 M_R 取不同值, $x(k)^T x(k)$ 曲线

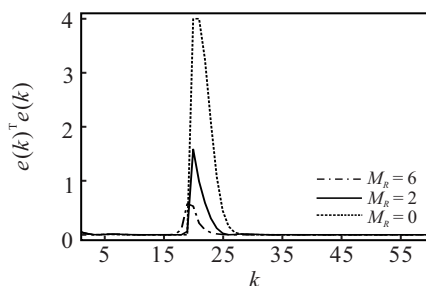


图9 M_R 取不同值, $e(k)^T e(k)$ 曲线

从图8和图9中可以看到系统的状态和误差在有限时间内都是有界的, 但是与跟踪控制相比, 在相同的时间段内, 预见跟踪控制能使跟踪误差更小, 有限跟踪的效果更好.

接下来针对上述的3种情况(即 $M_R = 0$ 、 $M_R = 2$ 和 $M_R = 6$)对信号(52)进行数值仿真. 图10给出了闭环系统的输出响应, 图11和图12分别表示 $x(k)^T x(k)$ 和 $e(k)^T e(k)$ 的仿真曲线.

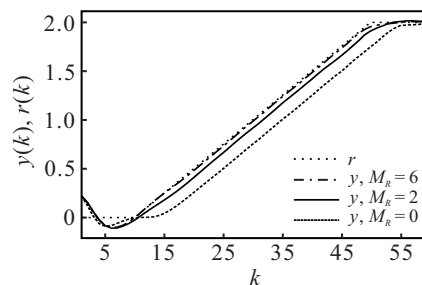


图10 系统的输出响应

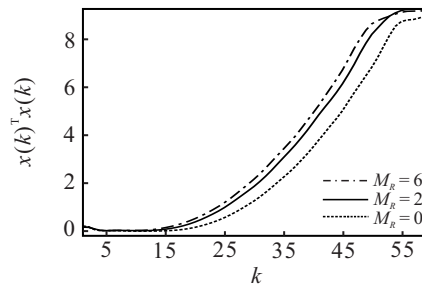


图11 $x(k)^T x(k)$ 曲线

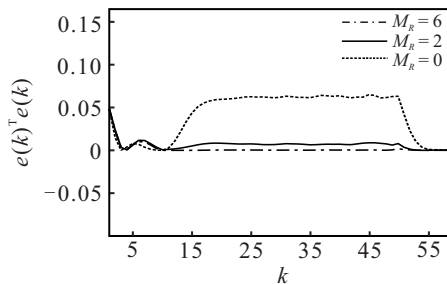


图12 $e(k)^T e(k)$ 曲线

从图10~图12可以看出, 目标值预见补偿项对不确定系统的控制效果显著.

5 结论

本文研究了时变不确定离散时间系统的有限时间预见跟踪控制问题. 采用预见控制理论中误差系统的方法, 引入有关状态变量和输入变量相关的辅助信号, 推导出扩大误差系统, 使得状态变量中融合可预见的目标值信号的信息, 将原系统的有限时间跟踪控制问题转化为扩大误差系统的有限时间控制问题. 结合LMI技巧和有限时间稳定性理论, 分别给出了带有预见作用的状态反馈和输出反馈控制器的设计方法. 本文仿真结果验证了所提方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Birla N, Swarup A. Optimal preview control: A review[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2015, 36(2): 241-268.
- [2] Sheridan T B. Three models of preview control[J]. IEEE Transactions on Human Factors in Electronics, 1966, 7(2): 91-102.
- [3] Tomizuka M. Optimum linear preview control with application to vehicle suspension-revisited[J]. Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, 1976,

- 98(3): 309-315.
- [4] Tomizuka M. Optimal continuous finite preview problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1975, 20(3): 362-365.
- [5] Katayama T, Ohki T, Inoue T, et al. Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand[J]. International Journal of Control, 1985, 41(3): 677-699.
- [6] Katayama T, Hirono T. Design of an optimal servomechanism with preview action and its dual problem[J]. International Journal of Control, 1987, 45(2): 407-420.
- [7] Kawamura H, Tsuchiya T. On the properties of preview control system[J]. Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers, 1988, 24(8): 886-888.
- [8] Tsuchiya T, Egami T. Digital preview and predictive control[M]. Beijing: Beijing Science and Technology Press, 1994: 1-20.
- [9] Liao F C, Lu Y R, Liu H Y. Cooperative optimal preview tracking control of continuous-time multi-agent systems[J]. International Journal of Control, 2016, 89(10): 2019-2028.
- [10] Sato T, Egami T, Tsuchiya T. Digital sliding mode servo systems with preview feedforward compensation[J]. Electrical Engineering in Japan, 2004, 149(1): 33-43.
- [11] Vander E I K, Pool D M, van Paassen M R M, et al. Effects of preview on human control behavior in tracking tasks with various controlled elements[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(4): 1242-1252.
- [12] Salton A T, Chen Z Y, Zheng J C, et al. Constrained optimal preview control of dual-stage actuators[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(2): 1179-1184.
- [13] Wang D, Liao F C, Tomizuka M. Adaptive preview control for piecewise discrete-time systems using multiple models[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(23/24): 9932-9946.
- [14] Kojima A. H_∞ controller design for preview and delayed systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(2): 404-419.
- [15] Kojima A, Ishijima S. H_∞ performance of preview control systems[J]. Automatica, 2003, 39(4): 693-701.
- [16] Moelja A A, Meinsma G. H_2 control of preview systems[J]. Automatica, 2006, 42(6): 945-952.
- [17] Wang H H, Zhang H S, Xie L. Discrete-time H_∞ preview control problem in finite horizon[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-7.
- [18] Wang H X, Zhang H S. Finite horizon H_∞ preview control[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(2): 327-331.
- [19] De Souza C E D, Shaked U, Fu M. Robust H_∞ tracking: A game theory approach[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1995, 5(3): 223-238.
- [20] Cohen A, Shaked U. Robust discrete-time H_∞ -optimal tracking with preview[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1998, 8(1): 29-37.
- [21] Li L, Liao F C. Parameter-dependent preview control with robust tracking performance[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(1): 38-46.
- [22] Takaba K. Robust servomechanism with preview action for polytopic uncertain systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2000, 10(2): 101-111.
- [23] Liao F C, Su X J, Liao Y L. H_∞ guaranteed performance preview control for uncertain discrete systems with time-delay[J]. Chinese Journal of Engineering, 2016, 38(7): 1008-1016.
- [24] Li L, Liao F C. Design of a preview controller for discrete-time systems based on LMI[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 1-12.
- [25] Li L, Liao F C. Design of a robust H_∞ preview controller for a class of uncertain discrete-time systems[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2018, 40(8): 2639-2650.
- [26] Wu J, Liao F C, Tomizuka M. Optimal preiew control for a linear continuous-time stochastic control system in finite-time horizon[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(1): 129-137.
- [27] Wu J, Liao F C, Xu Z G. Preview control for a class of linear stochastic systems with multiplicative noise[J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(14): 2592-2603.
- [28] Li L, Liao F C. Robust preview control for a class of uncertain discrete-time systems with time-varying delay[J]. ISA Transactions, 2018, 73: 11-21.
- [29] Li M Q, Sun L Y, Yang R M. Finite-time H_∞ control for a class of discrete-time nonlinear singular systems[J]. Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics, 2018, 355(13): 5384-5393.
- [30] Zong G D, Wang R H, Zheng W X, et al. Finite-time H_∞ control for discrete-time switched nonlinear systems with time delay[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(6): 914-936.
- [31] Zhou L, She J H, Zhou S W. Robust H_∞ control of an observer-based repetitive-control system[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(12): 4952-4969.
- [32] Sun Y, Ding D R, Zhang S J, et al. Non-fragile L_2 - L_∞ control for discrete-time stochastic nonlinear systems under event-triggered protocols[J]. International Journal of General Systems, 2018, 47(5): 446-459.
- [33] Chang X H, Zhang L, Park H P. Robust static output feedback H_∞ control for uncertain fuzzy systems[J]. Fuzzy Sets Systems, 2015, 273(15): 87-104.

作者简介

李丽(1989—),女,讲师,博士,从事预见控制、重复控制、鲁棒控制等研究,E-mail: lili@hbue.edu.cn;

于晓(1991—),女,讲师,博士,从事非线性系统预见控制、分散控制等研究,E-mail: yuxiao19@sdjzu.edu.cn.

(责任编辑: 闫妍)