

基于变速趋近律的机电伺服系统自适应滑模控制

陈强[†], 曹雅倩, 吴春

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

摘要: 针对带有摩擦力矩、负载力矩以及扰动力矩等不确定性的机电伺服系统, 提出一种基于变速趋近律的自适应滑模控制方法. 首先, 构造双曲正切型辅助函数并设计新的变速趋近律, 用以调节滑模变量的收敛速度, 使其在到达减速点之前具有较快的收敛速度, 而在到达减速点以后则能有效削弱抖振. 在此基础上, 构造自适应滑模控制器, 保证系统位置输出能够快速稳定地跟踪期望轨迹. 同时, 设计参数更新律估计不确定项平方的上界, 确保控制信号的连续性和减小控制信号抖振. 基于李雅普诺夫稳定性定理给出误差收敛性分析, 并给出仿真对比验证所提出方法的有效性.

关键词: 自适应控制; 滑模控制; 变速趋近律; 机电伺服系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1166

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 陈强, 曹雅倩, 吴春. 基于变速趋近律的机电伺服系统自适应滑模控制 [J]. 控制与决策, 2022, 37(4): 1067-1073.

Adaptive sliding mode control of electromechanical servo system based on variable rate reaching law

CHEN Qiang[†], CAO Ya-qian, WU Chun

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: This paper proposed a variable rate reaching law-based adaptive sliding mode control scheme for electromechanical servo systems with lumped uncertainties including friction torque, load torque and disturbance torque, etc. Firstly, a hyperbolic tangent auxiliary function is presented to construct a novel variable rate reaching law, which can adjust the convergence rate of the sliding mode variable. With the proposed reaching law, a faster convergence rate is achieved before reaching the deceleration point, and the chattering issue can be reduced after the deceleration point. Then, an adaptive sliding mode controller is designed to guarantee that the system position output can track the desired trajectory quickly and stably. Meanwhile, parameter updating laws are developed to estimate the upper bound of the square of the uncertainties, and thus the continuity of the control signal and the reduction of the chattering are both guaranteed. The error convergence performance of the proposed scheme is analyzed through the Lyapunov stability synthesis, and comparative simulation results are given to validate the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords: adaptive control; sliding mode control; variable rate approaching law; electromechanical servo system

0 引言

机电伺服系统是以电机作为动力驱动元件的伺服系统, 在运动控制领域得到广泛应用^[1]. 伺服系统中常用的控制策略有滑模控制^[2-3]、模糊控制^[4]、PID 控制^[5]等. 其中, 滑模控制作为一种非线性控制方法, 其特性适用于机电伺服系统的控制器设计. 然而, 滑模控制器设计中由于存在一定的抖振问题, 在实际应用中受到一定约束^[6]. 主要解决方法包括边界层方

法^[7]、高阶滑模方法^[8-9]、趋近律方法^[10]等.

文献[10]就抖振问题产生的原因进行了深入研究, 提出 3 种经典趋近律方法, 即等速趋近律, 指数趋近律和幂次趋近律. 其中: 等速趋近律趋近速度恒定, 形式简单, 但动态品质不够好, 表现为系数太小不能满足需求, 系数太大会引起较大抖振; 指数趋近律中的符号函数项, 使得控制器在平衡点处产生抖振问题.; 幂次趋近律理论上可以削弱抖振, 但在远离滑模

收稿日期: 2020-08-19; 修回日期: 2020-12-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61973274, 52007169); 高端装备先进感知与智能控制教育部重点实验室开放课题(GDSC202010); 浙江省自然科学基金项目(LQ18E070005).

责任编辑: 徐胜元.

[†]通讯作者. E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn.

面时趋近速度过小. 文献[11]提出一种快速幂次趋近律, 当系统变量远离滑模面时具有较快的趋近速度; 而当其靠近滑模面时, 幂次项起主要作用, 趋近速度减小, 抖振被削弱. 文献[12]提出一种基于双幂次趋近律的设计方案, 与快速幂次趋近律相比具有更快的收敛速度和更好的动态品质. 然而, 上述文献中趋近律的增益值一旦给定, 即为常值, 趋近速度有待提高. 近来, 通过设计辅助函数调节系统收敛速度的变速趋近律得到了广泛研究^[13-16]. 其中, 文献[15]提出一种新的指数趋近律(exponential reaching law, ERL), 在等速趋近律的基础上引入变增益项调节趋近滑模面过程中的速度, 远离滑模面时, 变增益项加快趋近速度, 缩短收敛时间. 靠近滑模面时, 变增益项趋向于1. 然而, 该方法中仍存在不连续项, 容易引发高频抖振. 文献[16]提出了一种新的增强型指数趋近律(enhanced exponential reaching law, EERL), 利用变增益项调节趋近速度, 同时, 幂次函数保证趋近律连续, 削弱了抖振. 然而, 实际系统中, 抖振问题仍较严重, 同时变增益项对趋近速度的调节也有限.

基于上述讨论, 本文针对带有摩擦力矩、负载力矩以及扰动力矩等不确定性的机电伺服系统, 提出一种基于变速趋近律的自适应滑模控制方法. 与现有的趋近律控制研究成果相比, 本文创新性主要体现在: 首先, 构造基于双曲正切函数的变速趋近律, 并根据滑模变量值的变化调节趋近律中的增益函数. 通过在滑模变量收敛过程初期增大增益值以及在其进入稳态时减小增益值, 提高滑模变量瞬态收敛速度和减小控制器抖振, 确保系统输出具有良好的瞬态和稳态性能. 其次, 设计自适应参数更新律用于估计包括不确定项平方的上界. 与直接估计不确定项自身上界相比, 本文设计的自适应参数更新律可以保证控制信号的连续性, 并能够提高系统鲁棒性和削弱控制器抖振.

1 系统描述

本文考虑的机电伺服系统表达式^[17]为

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + T_f + T_l + T_d = Ku. \quad (1)$$

其中: θ 为状态变量, 表示电机输出轴的位置; $d\theta/dt$ 表示电机输出轴的转速; J 和 D 分别表示折算到电机轴上的等效转动惯量和等效阻尼系数; K 为电机扭矩常数; T_f 、 T_l 和 T_d 分别表示系统的摩擦力矩, 负载力矩和扰动力矩; u 为控制器.

令 $\omega = d\theta/dt$, $d = -(T_f + T_d)/J$, 则式(1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega, \\ \dot{\omega} = -\frac{D}{J}\omega - \frac{T_l}{J} + bu + d. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $b = K/J$, d 是有界的, 存在 $\bar{d} \in R^+$, 满足 $|d| \leq \bar{d}$.

本文的控制目标为, 针对机电伺服系统(1), 设计自适应滑模控制器 u , 保证系统位置输出 θ 能够快速稳定地跟踪期望轨迹 θ_d .

定义跟踪误差为

$$e = \theta - \theta_d, \quad (3)$$

其中 θ_d 为期望轨迹.

对式(3)求导可得

$$\dot{e} = \omega - \dot{\theta}_d. \quad (4)$$

定义线性滑模面为

$$s = \dot{e} + \lambda e, \quad (5)$$

其中 $\lambda > 0$.

对式(5)求导, 并将式(4)代入可得

$$\dot{s} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} = b(u + f), \quad (6)$$

其中 f 表示系统中所有的未知动态, 其表达式为

$$f = \frac{1}{b} \left(-\frac{D}{J}\omega - \frac{T_d}{J} - \ddot{\theta}_d + d + \lambda \dot{e} \right). \quad (7)$$

2 趋近律设计

文献[16]给出的变速趋近律形式为

$$\dot{s} = - \left(k_1 s + \frac{k_2}{N(s)} |s|^\sigma \operatorname{sgn}(s) \right), \quad (8)$$

其中

$$N(s) = \delta_0 + (1 - \delta_0) e^{-\beta |s|^p}, \quad (9)$$

$k_1 > 0, k_2 > 0, 0 < \sigma < 1, 0 < \delta_0 < 1, \beta > 0, p > 0$.

式(9)中, 当 $|s|$ 趋向于无穷时, $N(s)$ 趋向于 δ_0 , 此时式(8)中符号函数的系数为 $\frac{k_2}{\delta_0} |s|^\sigma$, 由于 $0 < \delta_0 < 1$, 则有 $\frac{k_2}{\delta_0} |s|^\sigma > k_2 |s|^\sigma$. 因此, 当 $|s|$ 初值较大时, $N(s)$ 使得趋近律(8)具有较快的趋近速度. 当 $|s|$ 趋向于0时, $N(s)$ 趋向于1, 此时式(8)中符号函数的系数为 $k_2 |s|^\sigma$, 则趋近律(8)可等效为快速幂次趋近律^[11]

$$\dot{s} = -k_1 s - k_2 |s|^\sigma \operatorname{sgn}(s). \quad (10)$$

由式(10)可以看出, k_2 对系统瞬态的收敛速度具有较大的影响, 若 k_2 取值较小, 则收敛速度较小; 若 k_2 取值较大, 则会带来一定的抖振问题. 基于以上分析, 本文提出一种新的变速趋近律, 其形式如下:

$$\dot{s} = -\phi(s) \left[k_1 s + \frac{k_2}{N(s)} |s|^\sigma \operatorname{sgn}(s) \right]. \quad (11)$$

其中

$$\phi(s) = \tanh(\alpha_1(|s| - \mu)) + 1, \quad (12)$$

μ 为减速点,满足 $0 < \mu < 1, \alpha_1 > 0$. 当 $\alpha_1 = 100$, 减速点 μ 设置为0.1时, $\phi(s)$ 的函数曲线如图1所示.

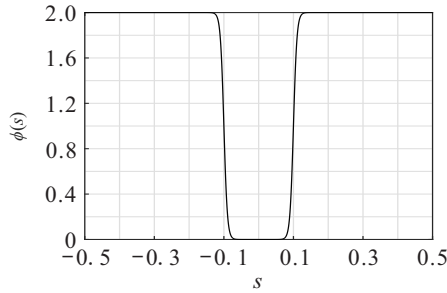


图1 $\phi(s)$ 函数曲线

由式(12)和图1可以看出,当 $|s| > \mu$ 时, $\phi(s)$ 的取值范围在1~2之间,则有

$$\phi(s) \frac{k_2}{N(s)} |s|^\sigma > \frac{k_2}{N(s)} |s|^\sigma.$$

因此,当 $|s| > \mu$ 时,趋近律(11)的趋近速度始终大于趋近律(8),收敛时间较短. 当 $|s| \leq \mu$ 时, $\phi(s)$ 的取值范围为0~1. 式(11)中符号函数的增益 $\phi(s) \frac{k_2}{N(s)}$ 始终小于等于式(8)中符号函数的增益 $\frac{k_2}{N(s)}$.

3 自适应控制器设计

利用基本不等关系 $|A + B| \leq |A| + |B|$ 对式(7)进行放缩,可得

$$|f| \leq \frac{1}{b} \left| d - \frac{D}{J} \omega - \frac{T_d}{J} - \ddot{\theta}_d + \lambda \dot{e} \right| \leq a_0 + a_1 |\omega| + a_2 |\dot{\theta}_d| + a_3 |\ddot{\theta}_d|. \quad (13)$$

其中: a_0, a_1, a_2, a_3 为大于0的未知常数,且满足 $a_0 \geq \frac{1}{b} \left| d - \frac{T_d}{J} \right|, a_1 \geq \frac{1}{b} \left| \lambda - \frac{D}{J} \right|, a_2 \geq \frac{\lambda}{b}, a_3 \geq \frac{1}{b}$.

令 $c_1 = a_0, c_2 = \max\{a_1, a_2, a_3\}, K = |\dot{\omega}| + |\dot{\theta}_d|$,则式(13)可改写为

$$|f| \leq c_1 + c_2 K. \quad (14)$$

根据式(14),有

$$|s||f| \leq |s|(c_1 + c_2 K). \quad (15)$$

根据趋近律(8),可设计自适应控制器

$$\bar{u} = - \left[k_1 s + \frac{k_2}{N(s)} |s|^\sigma \text{sgn}(s) \right] - \bar{u}_0. \quad (16)$$

其中

$$\bar{u}_0 = (\hat{c}_1 + \hat{c}_2 K) \text{sgn}(s), \quad (17)$$

\hat{c}_1, \hat{c}_2 分别为 c_1, c_2 的估计值.

由式(16)可以看出, \bar{u}_0 中含有符号函数,控制器 \bar{u} 不连续,容易引起抖振问题. 为此,本文对 $|s||f|$ 进行如下放缩:

$$|s||f| \leq \frac{|s|^2 |f|^2}{2\varepsilon^2} + \frac{\varepsilon^2}{2}. \quad (18)$$

其中 $|f|^2$ 满足

$$|f|^2 \leq (c_1 + c_2 K)^2 = \rho_1 + \rho_2 K + \rho_3 K^2, \quad (19)$$

$$\rho_1 = c_1^2, \rho_2 = 2c_1 c_2, \rho_3 = c_2^2.$$

将式(19)代入(18),可得

$$|s||f| \leq \frac{|s|^2}{2\varepsilon^2} (\rho_1 + \rho_2 K + \rho_3 K^2) + \frac{\varepsilon^2}{2} = \sum_{i=1}^3 \frac{s^2 \rho_i K^{i-1}}{2\varepsilon^2} + \frac{\varepsilon^2}{2}, \quad (20)$$

其中 $\varepsilon > 0$.

基于新的变速趋近律(11),本文设计如下自适应控制器

$$u = -\phi(s) \left[k_1 s + \frac{k_2}{N(s)} |s|^\sigma \text{sgn}(s) \right] - u_0. \quad (21)$$

其中

$$u_0 = \frac{s}{2\varepsilon^2} (\hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2 K + \hat{\rho}_3 K^2), \quad (22)$$

$\varepsilon > 0, \hat{\rho}_i$ 为 ρ_i 的估计值, $\hat{\rho}_i \in \mathfrak{R}, i = 1, 2, 3$. 其参数更新律为

$$\dot{\hat{\rho}}_i = p_i \left(\frac{|s|^2 K^{i-1}}{2\varepsilon^2} - q_i \hat{\rho}_i \right), \quad (23)$$

其中 p_i 和 q_i 均为正数.

注1 对比式(17)和(22),可以看到, \bar{u}_0 中存在符号函数,会引起控制器抖振问题,而本文设计的 u_0 中不含符号函数;因此,能够削弱控制器抖振.

4 稳定性证明

引理1^[18] 对于任意实数 $x_i, i = 1, \dots, n$,存在 $0 < b < 1$,有如下不等式成立:

$$(|x_1| + \dots + |x_n|)^b \leq |x_1|^b + \dots + |x_n|^b. \quad (24)$$

引理2^[19] 考虑系统 $\dot{x} = f(x)$,若存在连续方程 $V(x)$ 满足 $\dot{V}(x) \leq -\lambda_1 V(x) - \lambda_2 V^\gamma(x) + \eta$,其中 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, 0 < \gamma < 1, 0 < \eta < \infty$,则系统 $\dot{x} = f(x)$ 的解集为

$$\lim_{t \rightarrow T_r} |V(x)| \leq \min\{\Omega_{V_1}, \Omega_{V_2}\}. \quad (25)$$

其中: $\Omega_{V_1} = \frac{\eta}{(1 - \vartheta_0)\lambda_1}, \Omega_{V_2} = \left(\frac{\eta}{(1 - \vartheta_0)\lambda_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}, 0 < \vartheta_0 < 1$. 且收敛时间 T_r 满足

$$T_r \leq \max\{\Omega_{T_1}, \Omega_{T_2}\}, \quad (26)$$

$$\Omega_{T_1} = t_0 + \frac{1}{\vartheta_0 \lambda_1 (1 - \gamma)} \ln \frac{\vartheta_0 \lambda_1 V^{1-\gamma}(t_0) + \lambda_2}{\lambda_2},$$

$$\Omega_{T_2} = t_0 + \frac{1}{\lambda_1 (1 - \gamma)} \ln \frac{\lambda_1 V^{1-\gamma}(t_0) + \vartheta_0 \lambda_2}{\vartheta_0 \lambda_2}.$$

定理1 针对机电伺服系统(2),在控制器(21)和自适应更新律(23)的作用下,系统信号能够达到一致最终有界,且跟踪误差可收敛至平衡点附近的邻域内.

证明 构造李雅普诺夫函数如下:

$$V = \frac{1}{b}s^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p_i} \tilde{\rho}_i^2, \quad (27)$$

其中 $\tilde{\rho}_i$ 为估计误差, $\tilde{\rho}_i = \rho_i - \hat{\rho}_i$.

对式(27)求导,可得

$$\dot{V} = 2\frac{1}{b}s\dot{s} - \sum_{i=1}^3 \frac{2}{p_i} \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i. \quad (28)$$

将式(6)代入(28),放缩后可得

$$\dot{V} \leq 2|s||f| + 2su - \sum_{i=1}^3 \frac{2}{p_i} \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i. \quad (29)$$

将式(21)~(23)代入(29),可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & 2s \left(-\phi(s) \left[k_1 s + \frac{k_2}{N(s)} |s|^\sigma \operatorname{sgn}(s) \right] - u_0 \right) + \\ & 2|s||f| - \sum_{i=1}^3 \frac{2}{p_i} \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i = \\ & 2|s||f| - 2\phi(s)k_1 s^2 - 2\phi(s) \frac{k_2}{N(s)} |s|^{1+\sigma} - \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{s^2 \hat{\rho}_i K^{i-1}}{\varepsilon^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{s^2 \tilde{\rho}_i K^{i-1}}{\varepsilon^2} + \sum_{i=1}^3 2q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i. \end{aligned} \quad (30)$$

将式(20)代入(30),可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^3 \frac{s^2 \rho_i K^{i-1}}{\varepsilon^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{s^2 \hat{\rho}_i K^{i-1}}{\varepsilon^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{s^2 \tilde{\rho}_i K^{i-1}}{\varepsilon^2} + \\ & \varepsilon^2 + \sum_{i=1}^3 2q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i - 2\phi(s)k_1 s^2 - 2\phi(s) \frac{k_2}{N(s)} |s|^{1+\sigma} \leq \\ & \varepsilon^2 + \sum_{i=1}^3 2q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i + \sum_{i=1}^3 \frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} - \\ & 2\phi(s)k_1 b \left(\frac{1}{b} s^2 \right) - 2\phi(s) \frac{k_2}{N(s)} b^{\frac{1+\sigma}{2}} \left(\frac{1}{b} |s|^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} - \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 - \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}}. \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $\psi_i = \frac{p_i q_i (2\Delta_i - 1)}{2\Delta_i}$, $\Delta_i > \frac{1}{2}$, $\Delta_i \in \mathfrak{R}$.

已知对于任意标量 $\Delta_i > \frac{1}{2}$, $q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i$ 满足

$$\begin{aligned} q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i &= q_i \tilde{\rho}_i (-\tilde{\rho}_i + \rho_i) \leq \\ & \frac{q_i \Delta_i}{2} \rho_i^2 - \frac{q_i (2\Delta_i - 1)}{2\Delta_i} \tilde{\rho}_i^2 = \\ & \frac{q_i \Delta_i}{2} \rho_i^2 - \frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2. \end{aligned} \quad (32)$$

当 $\left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} \geq 1$ 时, 因为 $\frac{1}{2} < \frac{1+\sigma}{2} < 1$, 所以

$$\left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} \Big|_{\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \geq 1} \leq \frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \Big|_{\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \geq 1}, \quad (33)$$

在不等式(33)两边同时加上 $q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i$, 且由式(32), 可得

$$\left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} \Big|_{\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \geq 1} + q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i \leq \frac{q_i \Delta_i}{2} \rho_i^2. \quad (34)$$

由于函数 $\left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}}$ 单调递增, 有

$$\left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} \Big|_{\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 < 1} < \left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} \Big|_{\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \geq 1}. \quad (35)$$

结合式(34)和(35)可得

$$\left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} + q_i \tilde{\rho}_i \dot{\rho}_i \leq \frac{q_i \Delta_i}{2} \rho_i^2. \quad (36)$$

将式(36)代入(31), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \varepsilon^2 + \sum_{i=1}^3 q_i \Delta_i \rho_i^2 - \xi_1 \left(\frac{1}{b} s^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right) - \\ & 2\phi(s) \frac{k_2}{N(s)} b^{\frac{1+\sigma}{2}} \left(\frac{1}{b} |s|^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} - \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\psi_i}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}}, \end{aligned} \quad (37)$$

其中 $\xi_1 = \min \{ 2\phi(s) k_1 b, \psi_i \}$.

根据引理1, 式(37)可化简为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\xi_1 \left(\frac{1}{b} s^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right) + \sum_{i=1}^3 q_i \Delta_i \rho_i^2 - \\ & \xi_2 \left(\frac{1}{b} |s|^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{p_i} \tilde{\rho}_i^2 \right)^{\frac{1+\sigma}{2}} + \varepsilon^2 = \\ & -\xi_1 V - \xi_2 V^{\frac{1+\sigma}{2}} + \eta. \end{aligned} \quad (38)$$

其中

$$\xi_2 = \min \left\{ 2\phi(s) \frac{k_2}{N(s)} b^{\frac{1+\sigma}{2}}, \psi_i^{\frac{1+\sigma}{2}} \right\},$$

$$\eta = \varepsilon^2 + \sum_{i=1}^3 q_i \Delta_i \rho_i^2.$$

由式(38)可以看出, 若 $V \geq \frac{\eta}{(1-\vartheta_0)\xi_1}$ 或 $V \geq \left(\frac{\eta}{(1-\vartheta_0)\xi_2} \right)^{\frac{2}{1+\sigma}}$, 则 $\dot{V} \leq 0$. 根据引理2, 可得 V 的收敛域满足

$$\lim_{t \rightarrow T_r} |V| \leq \min \{ \Omega_{V_1}, \Omega_{V_2} \}. \quad (39)$$

其中

$$\Omega_{V_1} = \frac{\eta}{(1-\vartheta_0)\xi_1}, \quad \Omega_{V_2} = \left(\frac{\eta}{(1-\vartheta_0)\xi_2} \right)^{\frac{2}{1+\sigma}}.$$

由式(39)以及 V 的定义, 可知 $\tilde{\rho}_i, s$ 为一致有界的. 根据 $\tilde{\rho}_i$ 的定义以及式(5)和(23), 可得 $\hat{\rho}_i, e, \dot{e}$ 是有界的. 此外, 结合式(3)和(4)可得 $\theta, \omega, \dot{\omega}$ 有界. 由式(21)可知, u 有界, 因此, 系统信号一致最终有界, 且收敛时间

$$T_r \leq \max \{ \Omega_{T_1}, \Omega_{T_2} \}. \quad (40)$$

其中

$$\Omega_{T_1} = t_0 + \frac{2}{\vartheta_0 \xi_1 (1-\sigma)} \ln \frac{\vartheta_0 \xi_1 V^{\frac{1-\sigma}{2}}(t_0) + \xi_2}{\xi_2},$$

$$\Omega_{T_2} = t_0 + \frac{2}{\xi_1(1-\sigma)} \ln \frac{\xi_1 V^{\frac{1-\sigma}{2}}(t_0) + \vartheta_0 \xi_2}{\vartheta_0 \xi_2}.$$

将式(27)代入(39), 可得

$$\frac{1}{b} s^2 \leq \min\{\Omega_{V_1}, \Omega_{V_2}\}. \quad (41)$$

解不等式(41), 可得

$$|s| \leq \Omega_s, \quad (42)$$

其中

$$\Omega_s = \min\left(\left(\frac{b\eta}{(1-\vartheta_0)\xi_1}\right)^{\frac{1}{2}}, b^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\eta}{(1-\vartheta_0)\xi_2}\right)^{\frac{1}{1+\sigma}}\right).$$

将式(5)代入(42), 可得

$$-\Omega_s \leq \dot{e} + \lambda e \leq \Omega_s, \quad (43)$$

求解式(43)得到

$$\Omega_{e_1} \leq e(t) \leq \Omega_{e_2}. \quad (44)$$

其中 Ω_{e_1} 和 Ω_{e_2} 分别为

$$\Omega_{e_1} = \left(e(0) + \frac{\Omega_s}{\lambda}\right)e^{-\lambda t} - \frac{\Omega_s}{\lambda}, \quad (45)$$

$$\Omega_{e_2} = \left(e(0) - \frac{\Omega_s}{\lambda}\right)e^{-\lambda t} + \frac{\Omega_s}{\lambda}. \quad (46)$$

由式(44)可知, 系统跟踪误差的界与参数 λ 、 η 、 ξ_1 、 ξ_2 相关, 当时间 $t \rightarrow \infty$ 时, 如果 $e^{-\lambda t} \rightarrow 0$, 则 $(e(0) + \Omega_s/\lambda)e^{-\lambda t} \rightarrow 0$, $(e(0) - \Omega_s/\lambda)e^{-\lambda t} \rightarrow 0$, 即 e 的收敛域为 $(-\Omega_s/\lambda, \Omega_s/\lambda)$. 因此, 跟踪误差 e 将最终收敛至平衡点附近的邻域内. □

注2 由式(37)和(38)以及 ξ_1 、 ξ_2 、 η 的定义可知, 通过选取适当的参数 k_1 、 k_2 、 p_i 、 q_i 、 ε 使得 ξ_1 、 ξ_2 足够大, η 足够小, 可以使得 V 收敛到足够小的范围内.

5 仿真结果及分析

为了验证本文所提出方法的有效性, 本节对以下3种控制方法(即M1-M3)进行仿真对比. 其中, 系统(2)的具体参数设置如表1所示. 系统初值设置为 $\theta(0) = 0, \omega(0) = 0$. 趋近律参数设置为 $\sigma = 0.1, \alpha_1 = 900, \beta = 10, \delta_0 = 0.1, p = 1, \mu = 0.001$.

表1 机电伺服系统模型参数

描述	参数	值
转动惯量/(kg·m ²)	J	5×10^{-2}
等效阻尼系数	D	5×10^{-4}
扭矩常数/((N·m)/A)	K	0.1
负载力矩/(N·m)	T_l	1
干扰/(N·m)	d	$0.1 \sin t$

M1: 本文提出的控制方法, 包括趋近律(11)、控制器(21)和(22), 以及自适应更新律(23).

M2: 文献[11]中的控制方法, 其中趋近律为

$$\dot{s} = -k_1 s - k_2 |s|^\sigma \operatorname{sgn}(s), \quad (47)$$

控制器为

$$u = -k_1 s - k_2 |s|^\sigma \operatorname{sgn}(s) - \bar{u}_0, \quad (48)$$

其中: $\bar{u}_0 = (\hat{c}_1 + \hat{c}_2 K) \operatorname{sgn}(s)$.

$$\dot{\hat{c}}_1 = m_0 (|s| - \varepsilon_0 \hat{c}_1), \quad (49)$$

$$\dot{\hat{c}}_2 = m_1 (|s||\omega| - \varepsilon_1 \hat{c}_2), \quad (50)$$

\hat{c}_1 、 \hat{c}_2 分别为 c_1 、 c_2 的估计值, ε_0 和 ε_1 以及 p_0 、 p_1 均为正实数.

M3: 文献[16]中的控制方法, 包括趋近律(8), 控制器(16)和(17)以及自适应更新律(49)和(50).

例1 期望轨迹设置为 $\theta_d = 2 \sin t$, 滑模面增益设置为 $\lambda = 4$, 控制器增益设置为 $k_1 = 2, k_2 = 1$. M1中自适应更新律参数设置为 $p_1 = 0.5, p_2 = p_3 = 2, q_1 = 5 \times 10^{-5}, q_2 = 10^{-2}, q_3 = 10^{-3}, \varepsilon = 0.5$. M2和M3自适应更新律参数设置为 $m_0 = 1, m_1 = 1, \varepsilon_0 = 0.5, \varepsilon_1 = 0.5$.

仿真结果如图2~图5所示. 其中图2为位置跟踪效果对比图, 由图2可以看出, M1较M2和M3具有较好的瞬态性能, 跟踪速度快. 图3为滑模变量对比图, 可以看出, M1趋近时间较短, 趋近速度更快. 图4为误差变化率收敛结果对比图, 可以看出, 相较于M2和M3, 本文提出的M1方法具有更快的误差收敛速度, 且系统进入稳态后误差变化率较小. 图5为控制器对比图, 可以看出, 与M2和M3相比, M1方法的控制器抖振更小.

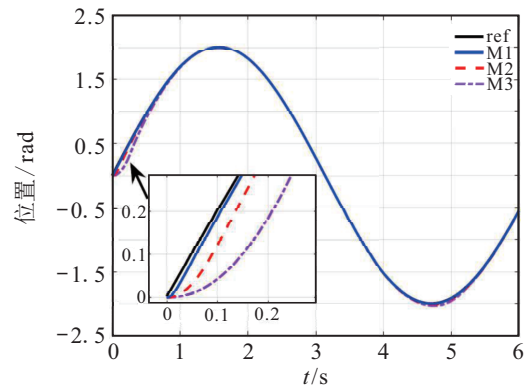


图2 例1的位置跟踪性能对比

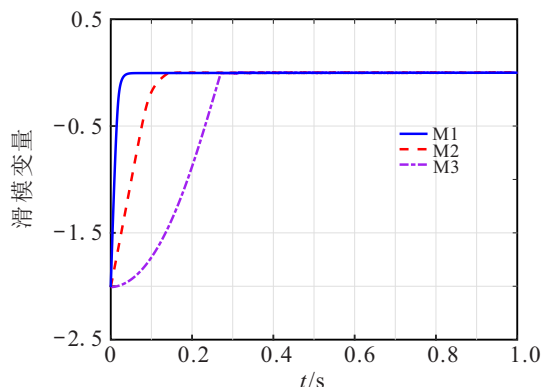


图3 例1的滑模变量收敛过程对比

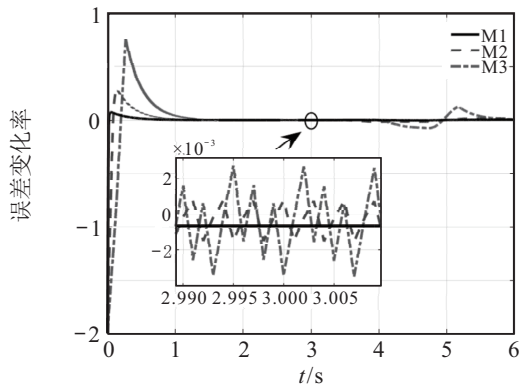


图4 例1的误差变化率收敛结果对比

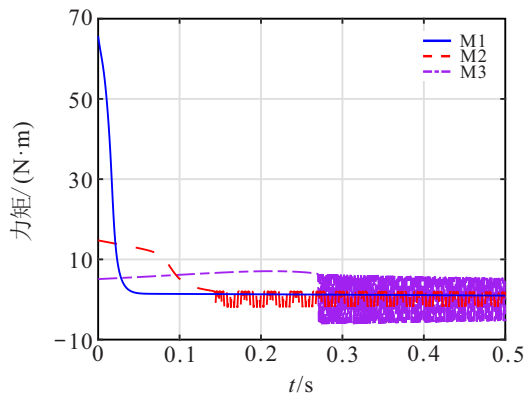


图5 例1的控制器输出对比

例2 为更好地体现所提出方法的鲁棒性,进一步考虑负载波动的情况. 其中: 期望轨迹设置为 $\theta_d = 1$, 在伺服系统启动时负载转矩为 $1\text{ N}\cdot\text{m}$, 在 5 s 处突加负载为 $10\text{ N}\cdot\text{m}$. 滑模面和控制增益分别设置为 $\lambda = 3, k_1 = 1$ 和 $k_2 = 1.5$. 3种方法的自适应更新律参数分别设置为 $p_1 = 1, p_2 = 4, p_3 = 2, q_1 = 5 \times 10^{-5}, q_2 = 10^{-2}, q_3 = 10^{-3}, \varepsilon = 0.5, m_0 = 2, m_1 = 2, \varepsilon_0 = 0.5$ 和 $\varepsilon_1 = 0.5$.

仿真结果如图6~图9所示. 其中图6为突加负载下的位置跟踪性能对比图, 可以看出, 与M2和M3相比, 在突加负载后, M1方法位置输出的变化量较小. 图7为滑模变量收敛过程对比图, 可以看出, 突加负载后M1方法的滑模变量能够在相对较短时间内

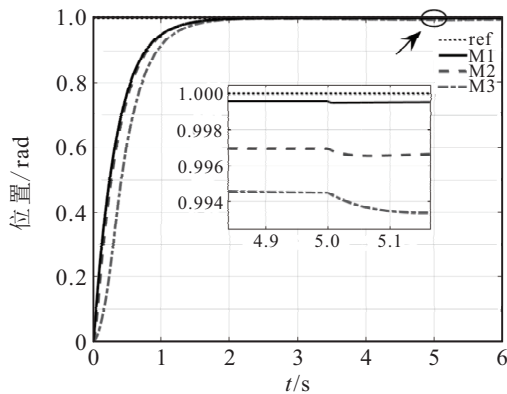


图6 例2的位置跟踪性能对比

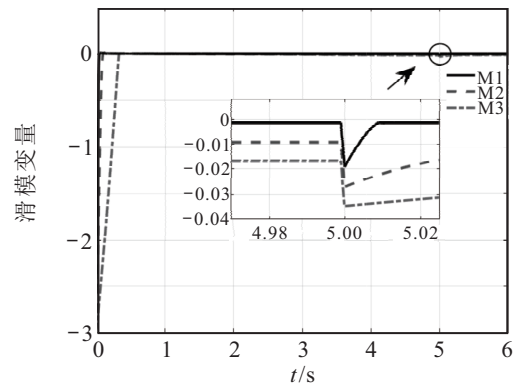


图7 例2的滑模变量收敛过程对比

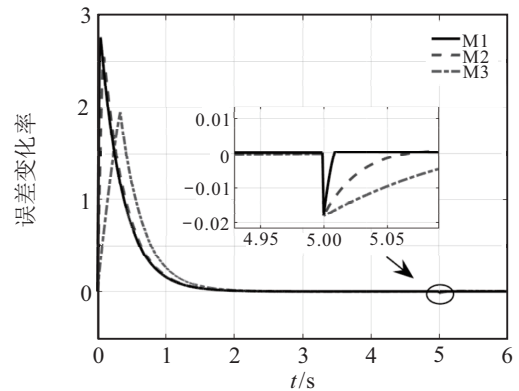


图8 例2的误差变化率收敛结果对比

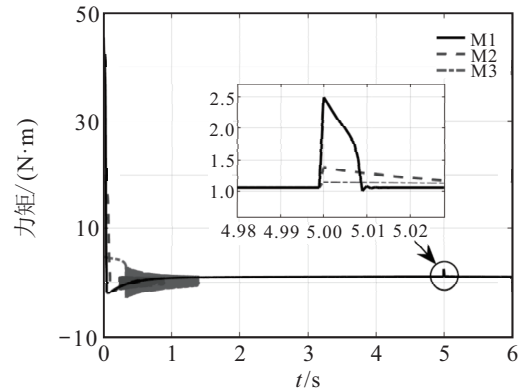


图9 例2的控制器输出对比

恢复至平衡点附近. 3种方法的跟踪误差变化率收敛结果对比如图8所示. 可以看出, M1方法较M2和M3方法具有更快的误差收敛速度, 能够在突加负载后使跟踪误差快速收敛到平衡点附近. 图9为3种方法控制器输出的对比图, 可以看出: M1方法能够在一定程度上削弱控制器抖振.

综上, 从两组仿真实例的对比结果可以看出: 相同的期望轨迹下, M1方法在远离滑模面时, 跟踪速度快于M2和M3方法; 靠近滑模面时, 控制器抖振小于M2和M3方法. 在突加负载的情况下, 本文提出的M1方法跟踪性能受影响较小, 能够在保证系统鲁棒性的同时削弱控制器抖振.

6 结 论

本文提出了一种基于变速趋近律的机电伺服系统自适应滑模控制方法. 通过构造双曲正切函数, 设计新的变速趋近律形式, 能够保证系统输出具有较好的瞬态和稳态性能. 在此基础上, 设计参数更新律估计系统不确定项平方的上界, 补偿扰动在内的不确定项对系统跟踪精度的影响. 由于控制器设计中不包含不连续函数, 本文设计的控制器能够保证控制信号的连续性和减小抖振问题. 仿真对比结果验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Na J, Chen Q, Ren X, et al. Adaptive prescribed performance motion control of servo mechanisms with friction compensation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(1): 486-494.
- [2] 陈强, 杨晨冰, 南余荣. 基于变速趋近律的Buck型变换器抗扰动控制[J]. *控制与决策*, 2021, 36(4): 893-900. (Chen Q, Yang C B, Nan Y R. Buck converter anti-disturbance control based on variable speed reaching law[J]. *Control and Decision*, 2021, 36(4): 893-900.)
- [3] Hou H Z, Yu X H, Xu L, et al. Finite-time continuous terminal sliding mode control of servo motor systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(7): 5647-5656.
- [4] 谢成祥, 曾庆军, 徐绍芬, 等. 交流伺服系统模糊滑模控制器设计[J]. *控制与决策*, 2003, 18(1): 113-115. (Xie C X, Zeng Q J, Xu S F, et al. Design of fuzzy slide-mode controller for AC servo system[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(1): 113-115.)
- [5] 张井岗, 刘志运, 裴润. 交流伺服系统的二自由度内模控制[J]. *电工技术学报*, 2002, 17(4): 45-48. (Zhang J G, Liu Z Y, Pei R. Two-degree-of-freedom internal model control for AC servo system[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2002, 17(4): 45-48.)
- [6] Moulay E, Perruquetti W. Finite time stability conditions for non-autonomous continuous systems[J]. *International Journal of Control*, 2008, 81(5): 797-803.
- [7] Lian R J. Adaptive self-organizing fuzzy sliding-mode radial basis-function neural-network controller for robotic systems[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(3): 1493-1503.
- [8] Levant A. Universal single-input-single-output (SISO) sliding-mode controllers with finite-time convergence[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(9): 1447-1451.
- [9] Laghrouche S, Plestan F, Glumineau A. Higher order sliding mode control based on integral sliding mode[J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 531-537.
- [10] 高为炳. 变结构控制理论基础[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1990: 95-101. (Gao W B. *The theoretical basis of variable structure control*[M]. Beijing: Science and Technology of China Press, 1990: 95-101.)
- [11] Yu S H, Yu X H, Shirinzadeh B, et al. Continuous finitetime control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [12] 张合新, 范金锁, 孟飞, 等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律[J]. *控制与决策*, 2013, 28(2): 289-293. (Zhang H X, Fan J S, Meng F, et al. A new double power reaching law for sliding mode control[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 289-293.)
- [13] Tao M L, Chen Q, He X, et al. Adaptive fixedtime faulttolerant control for rigid spacecraft using a double power reaching law[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(12): 4022-4040.
- [14] Cao L, Xiao B, Golestani M, et al. Faster fixed-time control of flexible spacecraft attitude stabilization[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2020, 16(2): 1281-1290.
- [15] Fallaha C J, Saad M, Kanaan H Y, et al. Sliding-mode robot control with exponential reaching law[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(2): 600-610.
- [16] Mozayan S M, Saad M, Vahedi H, et al. Sliding mode control of PMSG wind turbine based on enhanced exponential reaching law[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 6148-6159.
- [17] 陈强, 罗鹏. 基于扩张状态观测器的机电伺服系统饱和与补偿与自适应滑模控制[J]. *系统科学与数学*, 2016, 36(10): 1535-1547. (Chen Q, Luo P. Saturation compensation and adaptive sliding mode control of electromechanical servo system based on extended state observer[J]. *Systems Science and Mathematics*, 2016, 36(10): 1535-1547.)
- [18] Zhu Z, Xia Y, Fu M. Attitude stabilization of rigid spacecraft with finitetime convergence[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(6): 686-702.
- [19] Yu J, Shi P, Zhao L. Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2018, 92(6): 173-180.

作者简介

陈强(1984—), 男, 副教授, 从事非线性伺服系统建模与控制等研究, E-mail: sdnjchq@zjut.edu.cn;

曹雅倩(1995—), 女, 硕士生, 从事非线性控制技术研究, E-mail: 503480709@qq.com;

吴春(1987—), 男, 讲师, 从事电机及电力电子控制的研究, E-mail: wuchun@zjut.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)