

# 控制与决策

Control and Decision

基于生物启发模型的欠驱动水平TORA系统的有界输入镇定控制

潘昌忠, 崔臣臣, 周兰, 熊培银, 陈君

引用本文:

潘昌忠, 崔臣臣, 周兰, 熊培银, 陈君. 基于生物启发模型的欠驱动水平TORA系统的有界输入镇定控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1153–1159.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1617>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

[带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制](#)

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation

控制与决策. 2021, 36(12): 3007–3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

[基于免疫优化的平面Acrobot线性自抗扰鲁棒镇定](#)

Robust stabilization of planar Acrobot using linear active disturbance rejection control with immune optimization

控制与决策. 2020, 35(12): 3053–3058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0289>

[基于能量分析的桥式起重机防摆控制方法](#)

Anti-swing control method of bridge crane based on energy analysis

控制与决策. 2021, 36(12): 3091–3096 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0694>

[输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制](#)

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint

控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

[基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制](#)

Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks

控制与决策. 2021, 36(8): 1955–1962 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1309>

# 基于生物启发模型的欠驱动水平 TORA 系统的 有界输入镇定控制

潘昌忠<sup>†</sup>, 崔臣臣, 周 兰, 熊培银, 陈 君

(湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭 411201)

**摘 要:** 针对欠驱动水平 TORA (translational oscillators with rotating actuator) 系统, 提出一种基于生物启发模型的有界输入控制方法, 实现系统在执行器存在饱和和约束情况下的镇定控制. 首先, 根据水平 TORA 系统的动力学模型分析系统的无源特性, 进而给出系统的控制目标; 接着, 基于无源特性构造一种新颖的 Lyapunov 函数, 在此基础上设计一种结构简单的非线性状态反馈控制器; 然后, 考虑执行器的饱和和约束条件, 引入受生物启发建立的神经动力学模型, 利用该模型的有界平滑输出特性, 设计一种改进的状态反馈控制器; 最后, 根据 LaSalle 不变性原理对系统的稳定性进行严格的数学分析和证明. 与其他方法相比, 所提方法不仅考虑了执行器的饱和和约束问题, 而且设计的控制算法简单高效, 易于工程实现. 仿真与对比结果表明, 所提方法具有更好的控制性能.

**关键词:** TORA; 饱和约束; 生物启发模型; 欠驱动系统; 有界输入; 镇定控制

中图分类号: TP24

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1617

**引用格式:** 潘昌忠, 崔臣臣, 周兰, 等. 基于生物启发模型的欠驱动水平 TORA 系统的有界输入镇定控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1153-1159.

## Stabilization of underactuated horizontal TORA based on biologically inspired model with bounded input

PAN Chang-zhong<sup>†</sup>, CUI Chen-chen, ZHOU Lan, XIONG Pei-yin, CHEN Jun

(School of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** A bounded input control method based on biologically inspired models is proposed for underactuated horizontal translational oscillators with rotating actuator (TORA) to realize the stabilization control of the system with actuator saturation constraint. Firstly, the passivity property is analyzed based on the dynamics of the TORA system, and the control objective is given. Next, a novel passivity-based Lyapunov function is constructed, and a simple nonlinear state feedback controller is designed straightforwardly. Then, considering the actuator saturation constraint, a biologically inspired neural dynamic model is introduced, and an improved state feedback controller is designed by using the bounded smooth output characteristics of the neural dynamics. Finally, the stability of the control system is strictly analyzed and proven using the LaSalle invariance principle. Compared with other methods, the proposed method not only takes the actuator saturation constraint into account, but also provides a simple but efficient control algorithm, which is easy to implement in engineering. Simulation and comparison results show that the proposed method has better control performance.

**Keywords:** TORA; saturation constraint; biologically inspired model; underactuated system; bounded input; stabilization control

## 0 引 言

具有旋转激励的平移振荡器 (TORA, translational oscillators with rotating actuator) 是双自旋航天器的简

化模型, 它由一个驱动旋转小球和一个与弹簧连接的未驱动小车组成, 是一类典型的欠驱动系统<sup>[1-3]</sup>. 由于它具有强耦合、高度非线性的特点, 常被作为一种

收稿日期: 2020-11-22; 录用日期: 2021-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62173138); 湖南省自然科学基金项目 (2019JJ50157, 2020JJ4314); 湖南省教育厅科研项目 (20A186).

责任编辑: 王燕舞.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: pancz@hnust.edu.cn.

非线性基准系统用于非线性控制器设计及非线性控制算法的性能检验。

目前,国内外学者对欠驱动 TORA 的研究主要分为两类:旋转小球在水平面转动的 TORA 系统和旋转小球在垂直平面转动的 TORA 系统. 对于垂直 TORA 系统,学者们已提出不少有效控制方法,如反演控制<sup>[4]</sup>、基于能量的控制<sup>[5]</sup>、自适应控制<sup>[6]</sup>、基于超螺旋积分滑模的非线性连续控制<sup>[7]</sup>等. 而对于水平 TORA 系统,由于它的动力学模型中不含重力项,导致它在水平面上的任意可达位置都可能是它的平衡点,因此水平 TORA 系统的控制问题仍面临不少挑战. 文献[8]根据水平 TORA 系统的无源特性,基于系统能量提出了一种可以将系统镇定到期望的任意平衡点位置的控制器;文献[9]引入控制因子修改能量函数使平衡点成为广义能量函数的极值点,提出了一种使摆角跟踪特定轨迹的控制器;文献[10]通过最大反馈线性化将 TORA 系统的数学模型转化为三阶线性系统,设计了一种非奇异镇定控制器;文献[11]结合全局坐标转换,将系统转化为级联仿射非线性系统,提出了一种全局镇定控制方法. 但是,这些控制方法大多需要用到复杂的数学变换,使得控制器的设计相对复杂,而且存在控制参数较多,不易选取的问题.

此外,学者们还提出了基于模糊控制、神经网络控制的智能控制方法<sup>[12-13]</sup>. 然而,这些方法需要先验的专家知识以及在线或离线的学习算法,不仅增加了控制算法的计算复杂度,而且难以应用于工程. 另外,上述文献都没有考虑系统可能存在的执行器饱和约束的问题. 当设计的控制输入远大于执行器的实际物理输出时,可能导致控制器失效,严重时可能导致系统不稳定. 关于 TORA 系统的输入饱和问题,文献[14]借助双曲正切函数,为具有级联结构的多 TORA 系统提出了一种基于储能 Lyapunov 函数的有界输出反馈镇定控制方法,不仅保证了控制输入的有界性,而且仅需利用小球的角度状态反馈信息;文献[15]同样利用双曲正切函数提出了一种有界输入控制方法,实现了单个垂直 TORA 系统的镇定控制.

本文将神经动力学模型引入到欠驱动水平 TORA 系统的控制当中,旨在提出一种结构简单且易于工程实现的非线性状态反馈控制方法,实现系统在原点处的镇定控制. 神经动力学模型是受生物启发建立的生物膜电压模型,它描述了在外界激励下,生物神经元产生电信号并将膜电压的变化控制在一定范围内的过程<sup>[16-17]</sup>. 由于神经动力学模型具有一定的限流特性,可以将输入信号平滑化、有界化,它

在机器人控制中具有较为广泛的应用. 例如文献[18-19]应用神经动力学模型分别解决了移动机器人传统反演跟踪控制中存在的速度跳变和速度跟踪的问题;文献[20]还将神经动力学模型应用到水下机器人的路径跟踪控制中,解决了水下机器人跟踪控制中存在的推进器驱动饱和的问题.

基于上述研究背景,本文首先给出欠驱动水平 TORA 系统的动力学方程,通过能量分析得出系统具有无源特性并指出其控制目标;接着,根据系统的无源特性构造一种新颖的 Lyapunov 函数,在此基础上设计一种结构简单的非线性状态反馈控制器;然后,考虑执行器的饱和约束条件,利用神经动力学模型的有界快速平滑输出特性,将其输出信号作为旋转小球角速度的反馈项,设计一种改进的状态反馈控制器,并应用 LaSalle 不变性原理对控制系统的有界性和收敛性进行分析;最后,进行数值仿真实验,并与其他方法进行对比,验证所提控制方法的有效性和优越性.

## 1 控制问题描述

欠驱动水平 TORA 系统的物理结构如图 1 所示,利用 Euler-Lagrange 建模方法可得系统的动力学模型<sup>[8]</sup>为

$$(M+m)\ddot{x} + m\ddot{\theta}\cos\theta - m\dot{\theta}^2\sin\theta + kx = 0, \quad (1)$$

$$mr\ddot{x}\cos\theta + (mr^2 + J)\ddot{\theta} = \tau. \quad (2)$$

其中: $M$ 和 $m$ 分别是小车和旋转小球的质量; $x$ 是小车偏离平衡点位置的位移; $r$ 是旋转小球的转动半径;将旋转小球逆时针旋转方向作为正方向, $\theta$ 是小球与小车垂直方向形成的夹角; $J$ 是旋转小球关于其质心的转动惯量;小车通过一个倔强系数为 $k$ 的弹簧与固定端连接; $\tau$ 是系统的输入转矩.

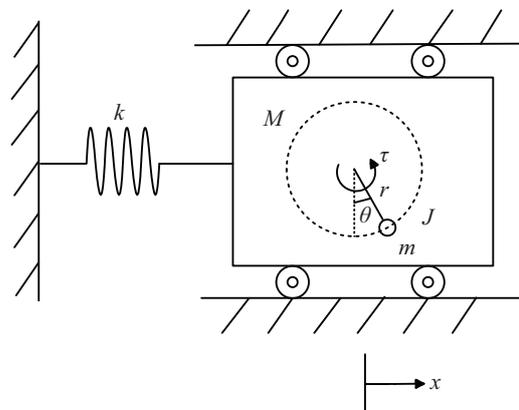


图1 欠驱动水平 TORA 系统结构

由文献[8]可知,水平 TORA 系统的总机械能为

$$E = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + mr\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta + \frac{1}{2}(mr^2 + J)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \geq 0. \quad (3)$$

对式(3)两边关于时间求导,并结合式(1)和(2)进行化简并整理后可得

$$\dot{E} = \dot{\theta}\tau. \quad (4)$$

式(4)表明TORA系统是一个无源耗散系统<sup>[5]</sup>,可根据该性质进行基于能量的控制器设计.

在实际应用中,执行器通常存在饱和和约束的问题,因此,水平TORA系统的控制输入应满足条件

$$|\tau(t)| \leq \tau_{\max}, \quad (5)$$

其中 $\tau_{\max} > 0$ 是系统可提供的最大输入转矩.

本文的控制目标为:针对由式(1)和(2)描述的欠驱动水平TORA系统,当小车或旋转小球偏离平衡位置时,设计满足式(5)饱和约束条件的控制输入力矩 $\tau(t)$ ,实现小车和旋转小球的镇定控制,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (6)$$

## 2 控制器设计

根据系统的无源耗散特性,在系统总机械能(3)的基础上,构造如下Lyapunov函数:

$$V_1 = E + 4k_1 \sin^2(0.25\theta) \geq 0, \quad (7)$$

其中 $k_1 > 0$ 是控制设计参数.对式(7)两边关于时间求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{\theta}\tau + 2k_1\dot{\theta} \sin(0.25\theta) \cos(0.25\theta) = \\ &\dot{\theta} \cdot [\tau + k_1 \sin(0.5\theta)]. \end{aligned} \quad (8)$$

基于式(8)设计如下状态反馈控制器:

$$\tau = -k_2\dot{\theta} - k_1 \sin(0.5\theta), \quad (9)$$

其中 $k_2 > 0$ 是控制设计参数.应用LaSalle不变性原理<sup>[21]</sup>可以证明,式(9)设计的控制器可以实现系统在原点位置的镇定控制目标.但是,对于欠驱动水平TORA系统,要保证式(9)满足(5)的条件是比较困难的,为此,本文引入受生物启发的神经动力学模型,对式(9)设计的控制器进行改进.

神经动力学模型是一个生物膜电压模型,它描述了生物神经元之间电信号的发生和传递过程,根据文献[19]可得简化的神经动力学模型

$$\dot{W} = -AW + (B - W)S^+(t) - (D + W)S^-(t). \quad (10)$$

其中: $W$ 是膜电压, $S^+(t)$ 和 $S^-(t)$ 对应兴奋性和抑制性的外界刺激,正参数 $A$ 、 $B$ 和 $D$ 是神经元的被动衰减率、上界和下界.由文献[22]可知,该模型膜电压 $W$ 的动态特性限制在区间 $[-D \ B]$ 内,而且具有连续平滑的输出特性.基于这一特性,本文将旋转小球角

速度 $\dot{\theta}$ 作为生物启发模型的输入,得到有界平滑的输出信号 $v_s$ ,即

$$\dot{v}_s = -Av_s + (B - v_s)f(\dot{\theta}) - (D + v_s)g(\dot{\theta}). \quad (11)$$

其中: $f(\dot{\theta}) = \max(\dot{\theta}, 0)$ , $g(\dot{\theta}) = \max(-\dot{\theta}, 0)$ .将式(11)的输出信号替换角速度信号反馈项 $k_2\dot{\theta}$ ,得到改进的状态反馈控制器

$$\tau = -v_s - k_1 \sin(0.5\theta). \quad (12)$$

为使控制输入满足条件(5),有

$$|v_s| + k_1 |\sin(0.5\theta)| \leq \tau_{\max}. \quad (13)$$

由于 $v_s$ 和 $\sin(0.5\theta)$ 都是有界的,当选择生物启发模型的上下限相等( $B = D$ )时,有 $v_s \in [-B \ B]$ ,因此,基于生物启发模型的控制器设计参数应满足

$$k_1 + B \leq \tau_{\max}. \quad (14)$$

注意到,由式(12)和(14)设计的控制器参数只包含 $k_1$ 和 $B$ ,因此通过简单的试验法即可完成控制参数的选取.相比于其他方法,式(12)设计的控制算法更为简单高效,便于工程实现.

**注1** 神经动力学模型(10)中,膜电压 $W$ 的动态特性可通过正参数 $A$ 、 $B$ 和 $D$ 调节,调节规则为:当 $B$ 和 $D$ 一定时, $A$ 越大,响应越快,但幅值越小;当 $A$ 一定时, $B$ 和 $D$ 越大,响应的上下界越大,反之响应的上下界越小.因此在TORA系统的控制中,可依据上述规则,先将 $A$ 选取得大一些以获得较快的动态响应,然后根据式(14),通过反复试验法确定 $B$ 和 $k_1$ 的值(通常取 $B = D$ ,即上下界相等),从而完成控制参数的选取.

## 3 稳定性分析

本节将通过严格的数学分析证明闭环系统状态渐近收敛于平衡点位置,且系统输入满足饱和约束条件.控制系统的稳定性由如下定理给出.

**定理1** 对于欠驱动水平TORA系统(1)和(2),在控制器(12)作用下,闭环系统关于平衡点是渐近稳定的,即闭环系统状态会随时间推移收敛于平衡点

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad (15)$$

且系统输入满足式(5)的饱和约束条件.

**证明** 由于控制参数 $k_1$ 的选取满足条件(14),在整个控制过程中,系统的控制输入始终满足式(5)的饱和约束条件.

为证明闭环系统关于平衡点的稳定性,考虑如下Lyapunov函数:

$$V_2(t) = V_1(t) + \frac{1}{2B}v_s^2. \quad (16)$$

对式(16)两边关于时间求导,并结合(8)可得

$$\dot{V}_2(t) = \dot{\theta} \cdot [\tau + k_1 \sin(0.5\theta)] + \frac{1}{B} v_s \dot{v}_s. \quad (17)$$

将式(11)、(12)代入(17)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & \\ & - \frac{1}{B} [A + f(\dot{\theta}) + g(\dot{\theta})] v_s^2 + [f(\dot{\theta}) - g(\dot{\theta}) - \dot{\theta}] v_s. \end{aligned} \quad (18)$$

根据  $f(\dot{\theta})$  和  $g(\dot{\theta})$  的定义可知,若  $\dot{\theta} \geq 0$ ,则

$$\begin{cases} f(\dot{\theta}) = \dot{\theta}, \\ g(\dot{\theta}) = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + f(\dot{\theta}) + g(\dot{\theta}) > 0, \\ f(\dot{\theta}) - g(\dot{\theta}) - \dot{\theta} = 0. \end{cases} \quad (19)$$

若  $\dot{\theta} \leq 0$ ,则

$$\begin{cases} f(\dot{\theta}) = 0, \\ g(\dot{\theta}) = -\dot{\theta}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + f(\dot{\theta}) + g(\dot{\theta}) > 0, \\ f(\dot{\theta}) - g(\dot{\theta}) - \dot{\theta} = 0. \end{cases} \quad (20)$$

因为存在  $A + f(\dot{\theta}) + g(\dot{\theta})$  恒大于零,  $f(\dot{\theta}) - g(\dot{\theta}) - \dot{\theta}$  恒等于零,且  $B > 0$ ,则由式(20)可得

$$\dot{V}_2(t) = -\frac{1}{B} [A + f(\dot{\theta}) + g(\dot{\theta})] v_s^2 \leq 0, \quad (21)$$

因此闭环系统(1)和(2)是Lyapunov意义下稳定的,满足

$$\dot{V}_2(t) \in L_\infty, \quad (22)$$

而且闭环系统状态均有界,即

$$x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}, v_s, \tau \in L_\infty. \quad (23)$$

为证明闭环系统状态拥有渐近收敛性,定义如下不变集:

$$\Omega = \{(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}) | \dot{V}_2(t) = 0\}. \quad (24)$$

因此,由式(18)、(21)可知,在不变集  $M$  中

$$v_s = 0 \Rightarrow \dot{v}_s = 0. \quad (25)$$

结合式(11)可得

$$f(\dot{\theta}) = g(\dot{\theta}) \Rightarrow \dot{\theta} = 0, \quad (26)$$

则进一步可得

$$\theta = c, \ddot{\theta} = 0, \quad (27)$$

其中  $c > 0$  为常数. 为分析不变集  $M$  中  $\dot{x}(t)$  和  $x(t)$  的值,分别通过以下两种情况进行分析.

**情况1** 假设不变集  $\Omega$  中,  $\dot{x}(t) = 0, x(t)$  为一常数,由式(1)、(26)及(27)可得

$$x(t) = 0. \quad (28)$$

将控制器表达式(9)代入(2)并利用(25)和(26)结论可得

$$-k_1 \sin(0.5\theta) = 0 \Rightarrow \theta = 2n\pi. \quad (29)$$

**注2**  $[x(t) \ \dot{x}(t) \ \theta(t) \ \dot{\theta}(t)]^T = [0 \ 0 \ 2n\pi \ 0]^T$

是系统的平衡点,但是对旋转小球而言,  $\theta = 0, \theta = 2n\pi (n = \pm 1, \pm 2, \dots)$  在实际的物理空间中代表着相同的物理形态.

**情况2** 假设不变集  $\Omega$  中  $\dot{x}(t)$  至少有一点不等于零,又因  $\dot{x}(t) \in L_\infty$ ,而  $\dot{x}(t)$  连续,所以存在一个  $\dot{x}(t)$  的邻域  $U_{\dot{x}}$ ,使得在邻域  $U_{\dot{x}}$  中,有

$$\dot{x}(t) \neq 0. \quad (30)$$

在邻域  $U_{\dot{x}}$  内,将所提控制器(9)代入(2)并结合(1)、(26)和(27)进行整理化简,可得

$$kxmr \cdot \cos \theta = k_1(M + m) \sin(0.5\theta). \quad (31)$$

由式(27)可知,  $\theta(t)$  在不变集  $\Omega$  中为一常数,由式(31)可知  $x(t)$  在不变集  $M$  中也是常数,即  $\dot{x}(t) = 0$ ,与假设矛盾.

综合上述内容可知:不变集仅包含平衡点  $[x(t) \ \dot{x}(t) \ \theta(t) \ \dot{\theta}(t)]^T = [0 \ 0 \ 2n\pi \ 0]^T$  中的一个,因此,由LaSalle不变性原理可知,闭环系统状态在所提控制器的作用下渐近收敛到平衡点处.  $\square$

### 4 数值仿真与分析

本节通过 Matlab/Simulink 进行仿真测试,对所提控制方法进行验证. 仿真测试中,水平TORA系统的物理参数<sup>[11]</sup>为:  $M = 3.82 \text{ kg}, m = 0.5 \text{ kg}, k = 427 \text{ N/m}, r = 0.12 \text{ m}, J = 3.168 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . 经反复测试后,生物启发模型参数选取为

$$A = 30, B = D = 1.3; \quad (32)$$

式(14)的控制增益选取为

$$k_1 = 1.2; \quad (33)$$

式(5)中,假设执行器可提供的最大输入转矩为

$$\tau_{\max} = 3 \text{ N} \cdot \text{m}. \quad (34)$$

可以看到,所选控制增益(33)满足饱和约束条件(14). 系统的初始状态选取如下:

$$[x(0) \ \dot{x}(0) \ \theta(0) \ \dot{\theta}(0)]^T = [0.2 \ 0 \ 0 \ 0]^T.$$

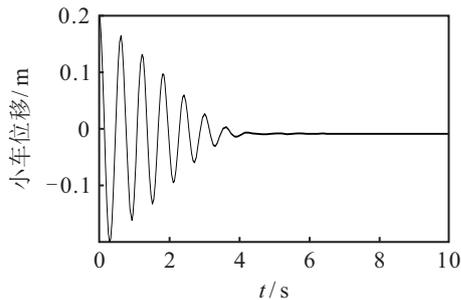
#### 4.1 对比仿真结果

为了说明所提方法的优越性,将仿真结果与文献[11]的方法进行对比,文献[11]设计的控制器结构如下:

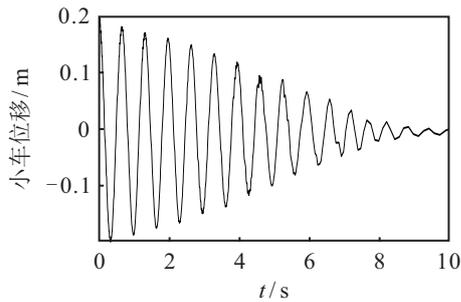
$$\begin{cases} u = \frac{-\alpha_2 z_3 + \alpha_1 \varepsilon W(z_1, z_2, z_3) z_1 \cos z_3 - \gamma z_4}{\alpha_3}, \\ \tau = \frac{(M + m)(mr^2 + J) - m^2 r^2 \cos^2 \theta}{M + m} u + \frac{(mr\dot{\theta}^2 \sin \theta - kx)mr \cos \theta}{M + m}. \end{cases} \quad (35)$$

其中:  $z_1, z_2, z_3, z_4$  是系统状态变量  $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$  经坐标变换后的新变量,  $W(z_1, z_2, z_3)$  为非线性函数, 具体表达式见文献[11]坐标转换函数; 式(35)中的控制参数均取最优值,  $\alpha_1 = 5000, \alpha_2 = 100, \alpha_3 = 1, \gamma = 5, \varepsilon = 5.9306$ .

图2~图5给出了两种控制器作用下, 闭环控制系统状态及输入转矩随时间变化的曲线. 其中: 图2是小车的位移变化曲线; 图3和图4分别是旋转小球的角度和角速度变化曲线; 图5是系统控制力矩变化曲线.

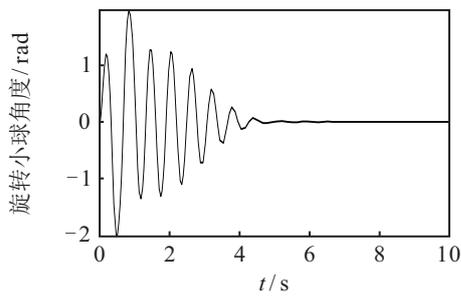


(a) 本文方法

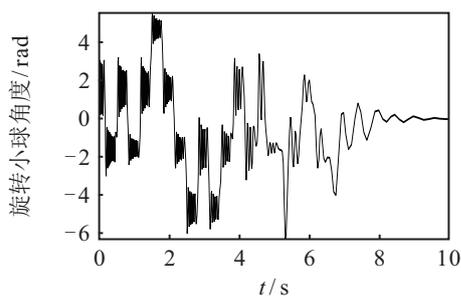


(b) 文献[11]方法

图2 小车位移变化对比

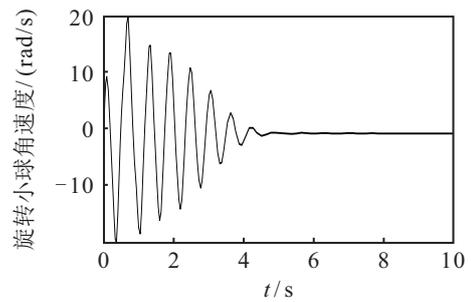


(a) 本文方法

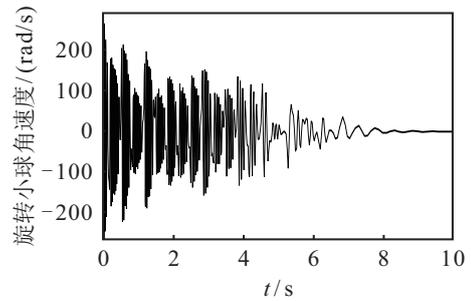


(b) 文献[11]方法

图3 旋转小球角度变化对比

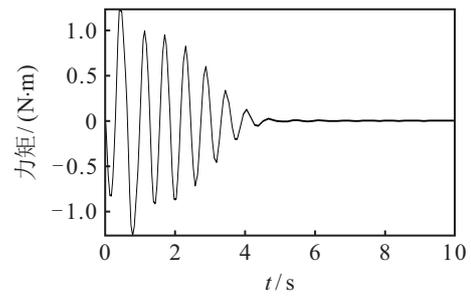


(a) 本文方法

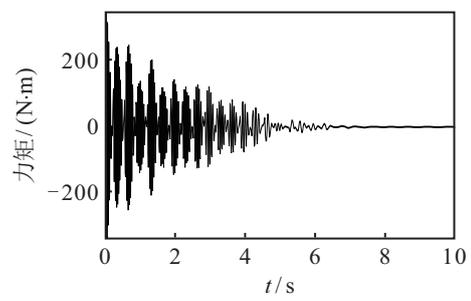


(b) 文献[11]方法

图4 旋转小球角速度变化对比



(a) 本文方法



(b) 文献[11]方法

图5 输入力矩变化对比

根据图2~图5的仿真结果列出小车和小球镇定的几个重要控制性能指标, 如表1所示.

表1 仿真结果的控制性能对比

方法	镇定时间/s	$\theta$ 最大振幅/rad	$\dot{\theta}$ 最大振幅/(rad/s)	$\tau$ 最大幅值/(N·m)
本文	4.5	2.0	19.8	1.3
文献[11]	8.0	6.3	285	337

从图2~图4以及表1可以看出, 系统在本文方法的控制下可以快速地镇定在平衡点位置, 而且旋转小球的角度及角速度状态的最大振荡幅值均小于文

献[11]的仿真结果.从图5中可以看到,本文作用到旋转小球上的输入力矩远小于文献[11]的输入力矩,避免了在实际应用中,系统所需输入力矩超出执行机构的力矩输出能力.此外,从图3~图5中还可以看到,文献[11]方法中,旋转小球的角度、角速度和输入力矩均出现了较高频率的抖动现象,而本文方法则相对光滑,保证了控制的平滑性.

综上所述,在两种控制器的作用下,小车和旋转小球均被镇定在平衡点位置,但是本文所提方法在控制时间、振荡幅值及输入力矩等方面具有显著优势,获得了更平滑的暂态控制性能.

#### 4.2 鲁棒性仿真结果

为了模拟真实的实验环境,在仿真中进一步考虑参数摄动和外部干扰.参照文献[11],模型参数摄动 $M$ 比其标称值大5%, $J$ 和 $k$ 比标称值小5%,外部干扰 $f_{ex} = 0.2\text{N}$ ,且将白噪声添加到了测量的 $\theta$ (峰值:5%)和测量的 $\dot{\theta}$ (峰值:10%)中.图6~图9是本文控制器在此种条件下的仿真结果.

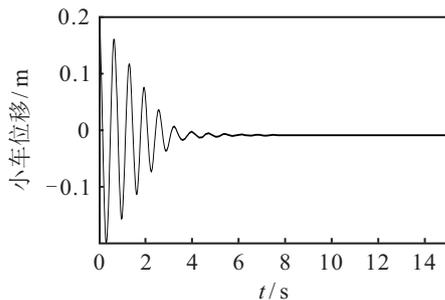


图6 小车位移变化

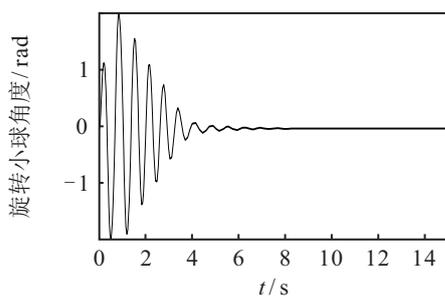


图7 旋转小球角度变化

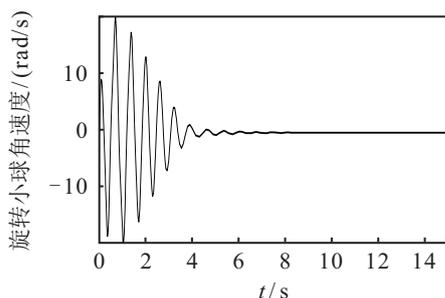


图8 旋转小球角速度变化

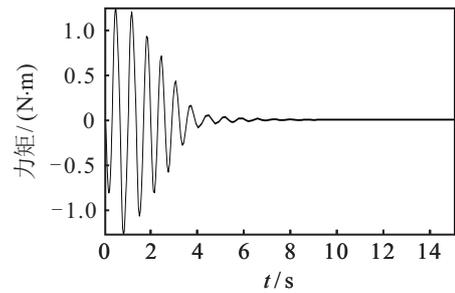


图9 输入力矩变化

从图6~图8中可以看出,小车的位移和旋转小球角度的收敛速度虽受到影响,但仍较迅速达到稳定状态;从图9中发现,系统所需的控制输入在整个控制过程中都远远小于系统可提供的最大输入力矩.通过与文献[11]的仿真结果对比可知,本文的收敛时间更短,小车和小球的状态变化曲线更加平滑,而且未出现剧烈的高频振荡现象.这表明当存在参数摄动和外部干扰时,本文设计的控制器仍然快速有效,鲁棒性较好.

## 5 结论

本文针对存在执行器饱和约束的欠驱动水平TORA系统,提出了一种基于生物启发模型的有界输入镇定控制方法.该方法利用系统的无源耗散特性及生物神经元的有界平滑输出特性,设计了一种有界输入状态反馈镇定控制器,并通过严格的数学分析保证了控制系统的稳定性.与其他方法相比,本文方法设计的控制器具有结构简单、控制设计参数少、镇定时间短、鲁棒性强等优点,而且保证了系统所需的控制输入不超出系统可提供的最大输入力矩.最后的对比仿真实验验证了所提控制方法的有效性和优越性.

值得一提的是,本文设计的控制器需要小球的全状态反馈信息(即小球的角度和角速度),如何设计仅在小球角度可测情况下的输出反馈控制器以及搭建欠驱动水平TORA系统实验平台进行方法的实验验证,是下一步需要重点开展的研究工作.

#### 参考文献(References)

- [1] Bupp R T, Bernstein D S, Coppola V T. A benchmark problem for nonlinear control design[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1998, 8(4/5): 307-310.
- [2] Jiang Z P, Kanellakopoulos I. Global output-feedback tracking for a benchmark nonlinear system[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(5): 1023-1027.
- [3] Su C Y, Stepanenko Y. Sliding mode control of nonholonomic mechanical systems: Underactuated

- manipulators case[J]. IFAC Proceedings Volumes, 1995, 28(14): 565-569.
- [4] 高丙团, 贾智勇, 陈宏钧, 等. TORA的动力学建模与Backstepping控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(11): 1284-1288.  
(Gao B T, Jia Z Y, Chen H J, et al. Dynamical modeling and Backstepping control of TORA[J]. Control and Decision, 2007, 22(11): 1284-1288.)
- [5] 高丙团. TORA的动力学建模及基于能量的控制设计[J]. 自动化学报, 2008, 34(9): 1221-1224.  
(Gao B T. Dynamical modeling and energy-based control design for TORA[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(9): 1221-1224.)
- [6] Wu X Q, Gu M M. Adaptive control of the TORA system with partial state constraint[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(4): 1172-1177.
- [7] Sun N, Wu Y M, Fang Y C, et al. Nonlinear continuous global stabilization control for underactuated RTAC systems: Design, analysis, and experimentation[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(2): 1104-1115.
- [8] 赵海滨, 陆志国, 刘冲, 等. 基于能量的水平TORA系统的控制[J]. 机械与电子, 2017, 35(10): 69-72.  
(Zhao H B, Lu Z G, Liu C, et al. On the control of horizontal TORA system based on energy[J]. Machinery & Electronics, 2017, 35(10): 69-72.)
- [9] 戴婉君, 杨智, 范正平, 等. TORA系统的控制和跟踪策略设计[J]. 信息与控制, 2012, 41(3): 314-318.  
(Dai W J, Yang Z, Fan Z P, et al. TORA system control and tracking strategy design[J]. Information and Control, 2012, 41(3): 314-318.)
- [10] 张宇, 郭源博, 李芦钰, 等. 基于最大反馈线性化的TORA系统非奇异镇定控制[J]. 控制与决策, 2018, 33(8): 1415-1421.  
(Zhang Y, Guo Y B, Li L Y, et al. Nonsingular controller for TORA system based on maximal feedback linearization[J]. Control and Decision, 2018, 33(8): 1415-1421.)
- [11] Zhang A C, She J H, Qiu J L, et al. A new control method for global stabilisation of translational oscillator with rotational actuator[J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(5): 954-960.
- [12] 郑功倍, 高丙团, 刘传德, 等. TORA系统周期性动态轨迹的模糊控制设计[J]. 控制工程, 2019, 26(6): 1029-1034.  
(Zheng G B, Gao B T, Liu C D, et al. Fuzzy control design for periodic dynamic trajectory of TORA system[J]. Control Engineering of China, 2019, 26(6): 1029-1034.)
- [13] Lee C H, Chang S K. Experimental implementation of nonlinear TORA system and adaptive backstepping controller design[J]. Neural Computing and Applications, 2012, 21(4): 785-800.
- [14] Sun N, Wu Y M, Fang Y C, et al. Nonlinear stabilization control of multiple-RTAC systems subject to amplitude-restricted actuating torques using only angular position feedback[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(4): 3084-3094.
- [15] 武宪青, 徐可心, 张益波. 基于输出反馈的欠驱动TORA系统的有界输入控制[J]. 自动化学报, 2020, 46(1): 200-204.  
(Wu X Q, Xu K X, Zhang Y B. Output-based feedback control of underactuated TORA systems by bounded inputs[J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(1): 200-204.)
- [16] Hodgkin A L, Huxley A F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve[J]. Bulletin of Mathematical Biology, 1990, 52(1/2): 25-71.
- [17] Xu Z, Yang S X, Gadsden S A. Enhanced bioinspired backstepping control for a mobile robot with unscented Kalman filter[J]. IEEE Access, 2020, 8: 125899-125908.
- [18] Yang S X, Zhu A M, Yuan G F, et al. A bioinspired neurodynamics-based approach to tracking control of mobile robots[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(8): 3211-3220.
- [19] 马晓敏, 刘丁, 辛菁, 等. 移动机器人生物启发式变结构轨迹跟踪控制[J]. 电机与控制学报, 2018, 22(7): 97-106.  
(Ma X M, Liu D, Xin J, et al. Biologically inspired variable structure trajectory tracking control for a mobile robot[J]. Electric Machines and Control, 2018, 22(7): 97-106.)
- [20] 邓志刚, 袁芳, 朱大奇. 基于生物启发的水下机器人路径跟踪控制[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2017, 48(5): 1234-1241.  
(Deng Z G, Yuan F, Zhu D Q. Bio-inspired path following control for underwater vehicles[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2017, 48(5): 1234-1241.)
- [21] Yuan Y Y, Cheng D Z. Stability and stabilisation of planar switched linear systems via LaSalle's invariance principle[J]. International Journal of Control, 2008, 81(10): 1590-1599.
- [22] Grossberg S. Nonlinear neural networks: Principles, mechanisms, and architectures[J]. Neural Networks, 1988, 1(1): 17-61.

## 作者简介

潘昌忠(1984—), 男, 副教授, 博士, 从事智能系统与机器人控制、非线性与鲁棒控制等研究, E-mail: pancz@hnust.edu.cn;

崔臣臣(1995—), 男, 硕士生, 从事非线性控制和智能控制的研究, E-mail: 15286989175@163.com;

周兰(1975—), 女, 教授, 博士, 从事非线性控制和重复控制等研究, E-mail: zhoulan@hnust.edu.cn;

熊培银(1979—), 男, 讲师, 博士, 从事非线性系统控制的研究, E-mail: 29219055@qq.com;

陈君(1977—), 男, 讲师, 博士, 从事复杂工业过程智能优化决策控制的研究, E-mail: 97chenjun@163.com.