收益为三角模糊数的双边链路网络形成优化非合作-合作两型博弈方法

梁开荣, 李登峰

收益为三角模糊数的双边链路网络形成优化非合作-合作两型博弈方法

梁开荣[1]，李登峰[2†]

(1. 福州大学 经济与管理学院，福州 350108；2. 电子科技大学 经济与管理学院，成都 611731)

摘　要: 针对收益为三角模糊数的双边链路网络形成问题,提出一种新的三角模糊非合作-合作两型博弈,由节点(局中人)、链接方式(策略选择)、网络形成(联盟形成)和信息流量(联盟收益)四要素组成,包括三角模糊非合作博弈和合作博弈两部分. 三角模糊非合作博弈部分的支付值未事先给定,而是由三角模糊合作博弈部分通过计算新定义的三角模糊Banzhaf值分配确定,进而求解三角模糊非合作博弈纳什均衡解. 同时,提出并证明三角模糊非合作-合作两型博弈存在纳什均衡解的一般性条件. 数值算例表明了所建模型与方法的有效性、可应用性和复杂性,可为同时解决节点(局中人)策略设计与节点链接(联盟形成)及收益分配问题提供新途径.

关键词: 网络形成；双边链路；三角模糊数；非合作-合作两型博弈

中图分类号: TP273　　**文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1303　　开放科学(资源服务)标识码(**OSID**):

引用格式: 梁开荣,李登峰. 收益为三角模糊数的双边链路网络形成优化非合作-合作两型博弈方法[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1220-1230.

A noncooperative-cooperative biform game method of bilateral link network formation optimization with profits represented by triangular fuzzy numbers

LIANG Kai-rong[1]，*LI Deng-feng*[2†]

(1. School of Economics and Management，Fuzhou University，Fuzhou 350108，China；2. School of Management and Economics，University of Electronic Science and Technology of China，Chengdu 611731，China)

Abstract: This paper develops a novel triangular fuzzy noncooperative-cooperative biform game framework to examine the formation of a bilateral link network and addresses profit allocations with triangular fuzzy coalition characteristic values. This triangular fuzzy noncooperative-cooperative biform game consists of four elements: nodes (or players), link modes (or strategy choice), network formation (or coalitions) and information flow (or triangular fuzzy coalition characteristic functions), and contains both the triangular fuzzy noncooperative and cooperative components. The payoffs are not directly given a priori in the triangular fuzzy noncooperative part, but are determined by solving the triangular fuzzy cooperative part. To solve the triangular fuzzy cooperative games, we redefine the Banzhaf values under the triangular fuzzy numbers case. In addition, we establish the general existence conditions of the Nash equilibrium in the triangular fuzzy noncooperative-cooperative biform game. Finally, numerical example is used to verify the effectiveness, applicability and complexity of the proposed models and methods, and this framework provides a new way to solve the problems of both strategy choices and profits allocation.

Keywords: network formation；bilateral link；triangular fuzzy numbers；noncooperative-cooperative biform game

0　引　言

单边链接形成模型和双边链接形成模型是网络形成模型中的重要组成部分[1-3]. 单边链接形成模型是指一个节点要与其他节点建立链接时不需要对方的同意,建立链接的成本只由发起方承担[2-3]. 双边链接形成模型是指建立一个链接需要所涉及的节点双方都同意,双方共担链接成本(按比例分配,不一定均分),且都从链接中获得收益,即收益是双向流动的[1,3]. 如何根据现有网络资源做出各自最优(有效)决策,使其在当前网络中获得最大收益,已成

收稿日期: 2020-09-17；**录用日期:** 2021-03-03.
基金项目: 国家自然科学基金项目(72071032).
†通讯作者. E-mail: lidengfeng@uestc.edu.cn.

为当前学术界研究的热点. 其中, Jackson等[1]应用合作博弈方法研究社会网络的交互, 但其分析过程中包含了非合作-合作博弈思想的双边链接形成模型(记为"JW"模型). Bala等[2]借助非合作博弈方法探究了单边链接形成问题. 随后, 不少学者研究了不同异质性存在对网络形成的影响. 如Goyal等[3]考虑将关联收益作为一种双向外部性, 研究了企业在Cournot模型和Bertrand模型下进行竞争的协作网络形成模型. Billand等[4]将伙伴异质性引入单向流动模型, 同时结合凝聚网络的思想研究网络形成. Feri等[5]借助内生衰变模型分析了个体行为对网络结构演化的影响. Tang等[6]针对不同的网络异质性研究, 对比分析了其对网络形成均衡条件和均衡结果的影响. Wang等[7]在非合作社会网络的任务外包问题中, 基于工人的自利行为设计了一个基于协商的分布式团队形成机制, 使其总可以构建高效的协作团队. Djawadi等[8]研究了当网络形成或网络中断发生时, 实际网络行为与Dzuibiski等[9]提出的均衡网络理论之间的联系和区别. 此外, 还有部分文献采用两阶段博弈、实证分析、非合作-合作两型博弈等方法研究了网络形成问题. 如Dziubinski等[9]提出了一个两阶段博弈模型, 研究网络形成与网络防御问题. Dev[10]探讨了网络形成博弈中存在成本分担的群体认同问题. Hoshino等[11]基于越南中小企业信息共享网络的数据进行了实证分析, 研究了企业网络形成中的异质性问题. Sheng[12]采用计量经济学分析方法, 通过分析网络结构上的观测数据识别和评估网络形成模型. Du等[13]和梁开荣等[14]分别借助基于CIS值[15]和Shapley值的非合作-合作两型博弈方法研究了收益为实数的双边链路形成策略优化问题. Liang等[16]提出并分析了两目标非合作-合作两型博弈的双边链路形成策略优化问题. 分析可知, 现有文献研究主要分别采用非合作博弈、合作博弈方法独立求解网络形成问题, 具有一定的局限性. 主要是因为在双边链路链接网络形成问题中, 网络节点链接方式(即策略选择)的选择往往会受到网络结构、传输方式、链接节点等外部性影响, 经典非合作博弈无法解决这些外部性问题, 而传统合作博弈只能解决节点(局中人)的联盟形成及收益分配问题, 没有考虑链接方式的选择问题. 虽然部分文献采用了非合作-合作两型博弈的思想分析、研究网络形成问题, 但主要集中在收益或成本是实数的假设.

在现实情景中, 互联网技术的广泛普及使得经济、社交等网络结构变得更加错综复杂, 节点数量呈指数性增长, 现实环境的不精确性等使节点(局中人)无法准确估计或获取信息流量(收益), 也无法做出正确判断或选择. 与此同时, 节点或局中人自身知识结构、判断水平等主观因素也导致其往往是模糊概念, 无法了解事件的真实情景[17-18], 会采用大致范围表示估计的收益. 区间作为这种大致范围的表示方式, 尽管很简单、直观, 但是区间范围内的所有点具有相同的可能性(即100%等可能性), 无法判别、区分每个点的真实可能性. 三角模糊数也是表示大致范围即区间的一种方式, 它可以通过隶属度给区间范围内不同点赋予不同的可能性(即不再是所有点均为100 %等可能性), 用于判别、区分三角模糊数涵盖的区间范围内不同点的可能性程度. 此外, 实数、区间数均是三角模糊数的特殊情况, 实数、区间数满足的所有性质和应用条件都适用于三角模糊数, 但三角模糊数适用的相关性质与应用条件不一定全部适用于区间数、实数. 比如, 经典的实数减法就无法应用于区间减法中; 区间减法也不适用于三角模糊数的减法, 因为区间只涉及两个端点且端点之内的每个点具有相同隶属度1, 而三角模糊数涉及3个点, 且左、右端点之内的每个点具有不同的隶属度(只有均值点具有隶属度1). 同样, 实数、区间数的大小比较方法也无法直接应用于三角模糊数中. 因此, 取三角模糊数作为本文双边链路网络形成问题的输入变量.

在网络形成问题的研究中, 网络节点可以看作是博弈中的局中人, 网络节点之间是否存在链接等价于博弈中的局中人之间是否存在合作关系. 链接形成产生的信息流量可以看作是博弈中局中人合作后的收益或信息价值. 由此可知, 网络安全访问链路形成问题可以看作一个博弈问题进行研究. 网络节点链接方式(即策略选择)的选择往往会受到网络结构、传输方式等外部性影响, 经典的非合作博弈无法解决这些外部性问题, 而传统合作博弈问题只能解决联盟形成及收益分配问题, 不考虑链接方式的选择问题. 非合作-合作两型博弈可以用于解决同时包含策略设计与联盟形成及收益分配的问题, 它由策略、局中人、联盟方式与支付值四要素组成, 包含非合作博弈的策略设计与合作博弈的联盟形成和收益分配. 其中, 非合作博弈部分的支付值并未直接给出, 由合作博弈部分确定. 一旦支付值已知, 非合作-合作两型博弈便退化为非合作博弈. 给定每个局中人只有一个策略, 非合作-合作两型博弈便退化为合作博弈. 由此可见, 传统非合作博弈与合作博弈是非合作-合作两型博弈的特殊情况. 非合作-合作两型博弈

概念最早源于Brandenburger等[19]于2007年正式提出的biform game思想,该方法融合了非合作博弈与合作博弈的优势,但因其利用投影方法并引入信心指数等外生变量,故无法解决收益分配问题. Shapley值则因其计算与联盟中局中人的个数有联系,大多数情况下也不能保证biform game存在均衡解. 为保证非合作-合作两型博弈方法可以同时解决策略涉及与联盟形成及收益分配,本文引入Banzhaf值求解非合作-合作两型博弈中合作博弈部分的解,且该方法总能保证非合作-合作两型博弈中的非合作博弈部分纯策略纳什均衡存在.

由上述分析可知,关于biform game或非合作-合作两型博弈方法的研究成果较少,较少有人提出或应用非合作-合作两型博弈方法研究收益为三角模糊数的双边链路网络形成问题. 鉴于此,本文针对收益为三角模糊数的双边链路形成策略优化问题,提出基于三角模糊Banzhaf值的三角模糊非合作-合作两型博弈方法,并通过数值算例验证其有效性和可应用性.

1 双边链路形成模型的构建

Jackson等[1]提出的基于社交网络的双边链接形成模型是指某一节点发起链接请求,对方必须做出回应,且双方共担链接成本、共享收益,若链接成功,则一个链路形成. 链接主要是指网络的边,而本文研究的链路同时包括网络的边和网络节点. 基于上述思想,提出双边链路网络形成模型如图1所示.

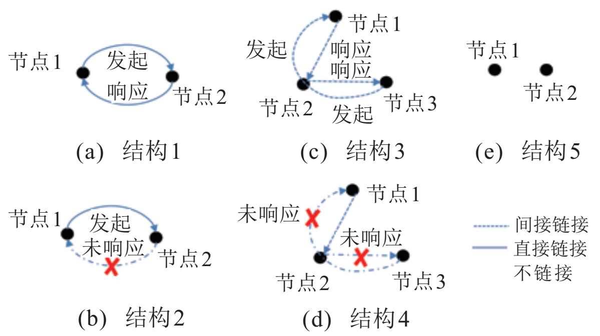

图1 几种简单的双边链路结构

图1给出了几个简单的双边链路形成结构. 其中:图1(a)表示双边链路中有两个节点1和2,其中节点1发起链接申请,节点2收到后给予响应,两节点间的链路形成. 图1(b)表示双边链路中有两个节点(节点1和节点2),其中节点1发起链接申请,节点2收到后未给予响应,两节点间不能形成链路. 图1(c)表示双边链路中有3个节点(节点1、节点2和节点3),节点3发起间接链接申请,并通过节点2 链接到节点1,节点1收到后给予节点2响应,最后返回节点3,则节点1和节点3通过节点2形成链路. 图1(d)表示双边链路中有3个节点(节点1、节点2和节点3),其中节点3发起间接链接申请,并通过节点2链接到节点1,但节点2不愿意作为中间代理,即使节点1同意间接链接方式与节点3链接,但该链路也无法形成. 现实中有很多这样的例子,如高校图书馆的访问,在校区内师生可直接访问并获取图书馆中的数据,一旦不在校区内或其他非本校人员想获取图书馆数据,均需通过VPN账户登录,若没有则无法获取. 图1(e)表示节点1和节点2都不链接,未形成链路.

本节构建了收益为三角模糊数的双边链路形成非合作-合作两型博弈框架,分为3个部分:1)三角模糊非合作博弈部分的策略设计;2)三角模糊合作博弈部分的三角模糊数的表示和性质、三角模糊联盟收益函数的构建以及三角模糊Banzhaf值求解方法;3)双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型描述.

1.1 三角模糊非合作博弈部分问题描述

在网络G中,假设有n个局中人(即节点),其构成的集合记为$N=\{1,2,\ldots,n\}$,其中$i,j\in N(i\neq j)$分别表示网络G中的第i、j个局中人(即节点),且$n\geqslant 3$. $G_i=\{0,1,2\}$记为局中人i的策略集合,即每个局中人i有3种策略,分别记为0、1和2. 若每个局中人均做出策略选择,则所有局中人做出的策略选择构成了该时期下的一个局势(形成一个网络). $S_k=\langle(s_{k1},n_D(s_{k1}),n_{ID}(s_{k1})),(s_{k2},n_D(s_{k2}),n_{ID}(s_{k2})),\ldots,(s_{kn},n_D(s_{kn}),n_{ID}(s_{kn}))\rangle\in\{0,1,2\}^n$记作网络博弈的第$k$个局势($k\in\{1,2,\ldots,h\},h=3^n$),其中对于局中人$i$,$n_D(s_{ki})$表示局中人$i$选择策略$s_{ki}$与其形成直接链接的节点$j$;$n_{ID}(s_{ki})$表示局中人$i$选择策略$s_{ki}$与节点$j$形成间接链接的中间节点$z$. $s_{ki}\in G_i=\{0,1,2\}$, s_{ki}的含义如下:当$s_{ki}=0$时,表示局中人i与其他任何局中人不存在链接;当$s_{ki}=1$时,表示局中人i与某个局中人存在直接链接;当$s_{ki}=2$时,则表示局中人i与其他某个局中人j存在间接链接,但在理论或实际模型中,通常隐含某个局中人j的策略$s_{kj}=1$.

当n个局中人(节点)分别做出各自的策略选择时,整个网络将形成3^n个策略局势$S_k(k=1,2,\ldots,3^n)$. 若网络G中有3个局中人(节点),每个局中人(节点)均有3种策略选择(即$G_i=\{0,1,2\}$),则共形成$3^3=27$种局势.

1.2 三角模糊合作博弈描述及利润分配方法

如上文所述,本文将三角模糊数作为双边链路形成非合作-合作两型博弈模型的决策输入,即联盟收

益表征为三角模糊数.因此,本部分给出三角模糊数的基本定义及运算性质,并提出了三角模糊合作博弈及求解方法.

1.2.1 三角模糊数定义及运算性质

记$\tilde{a}=(l,m,\mu)$为任意三角模糊数(如图2所示),其中l、m和μ分别为三角模糊数$\tilde{a}$的下界值、均值和上界值,且$l\leqslant m\leqslant\mu$. 三角模糊数是一种特殊的模糊数,其隶属度函数$\xi_{\tilde{a}}(x)$[17-18, 20-21]为

$$\xi_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-l}{m-l},\ x\in[l,m);\\ 1,\ x=m;\\ \dfrac{\mu-x}{\mu-m},\ x\in(m,\mu];\\ 0,\ x\in(-\infty,l)\bigcup(\mu,+\infty).\end{cases}\tag{1}$$

由式(1)可知,当$l=m=\mu$时,三角模糊数$\tilde{a}=(l,m,\mu)$退化为实数,相反,任意实数也均可写成三角模糊数的形式.

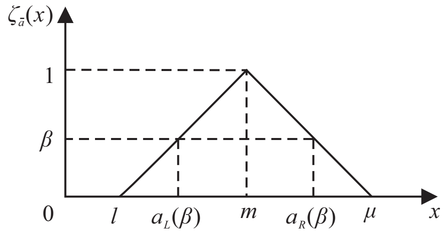

图2 任意三角模糊数$\tilde{a}=(l,m,\mu)$和它的β截集

为了避免三角模糊数计算过程中出现减法运算,本文定义的β截集可以将三角模糊数$\tilde{a}=(l,m,\mu)$转化为区间数进行求解. 设$\tilde{a}(\beta)=\{x|\xi_{\tilde{a}}(x)\geqslant\beta\}$为三角模糊数$\tilde{a}=(l,m,\mu)$的$\beta$截集. 任意三角模糊数$\tilde{a}=(l,m,\mu)$的$\beta$截集可以表述为区间数$\bar{a}=[a_L(\beta),a_R(\beta)]$. 其中: $a_L(\beta)=(1-\beta)l+\beta m$, $a_R(\beta)=(1-\beta)\mu+\beta m$. 特别地,若$\beta=1$,则$\bar{a}(1)=[m,m]=m$; 若$\beta=0$,则$\bar{a}(0)=[l,\mu]$.

设$\tilde{a}=(l,m,\mu)$和$\tilde{b}=(l',m',\mu')$为任意两个三角模糊数,其相关运算性质如下:

1) 三角模糊数加法: $\tilde{a}+\tilde{b}=(l+l',m+m',\mu+\mu')$.

2) 三角模糊数减法: $\tilde{a}-\tilde{b}=(l-\mu',m-m',\mu-l')$.

3) 三角模糊数数乘: 若$\lambda\geqslant 0$,且$\lambda\in R$,则$\lambda\tilde{a}=(\lambda l,\lambda m,\lambda\mu)$; 若$\lambda<0$,则$\lambda\tilde{a}=(\lambda\mu,\lambda m,\lambda l)$.

1.2.2 三角模糊合作博弈

给定策略局势$S_k(k=1,2,\dots,3^n)$, n人三角模糊合作博弈及三角模糊联盟收益函数记为$\tilde{V}(S_k)$,且$\tilde{V}(S_k)(\varnothing)=(0,0,0)$. 其中: n个局中人构成的集合记为$N=\{1,2,\dots,n\}$; $A\subseteq N$表示局中人集合N的子集,即任意联盟. 任意联盟$A\subseteq N$的三角模糊联盟收益值记为$\tilde{V}(S_k)(A)=(V_l(S_k)(A),V_m(S_k)(A),V_\mu(S_k)(A))$,有$V_l(S_k)(A)\leqslant V_m(S_k)(A)\leqslant V_\mu(S_k)(A)$. 对于任意联盟$A$,如果$V_l(S_k)(A)=V_m(S_k)(A)=V_\mu(S_k)(A)$,则三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$退化为经典合作博弈$V(S_k)$; 若$V_l(S_k)(A)=V_m(S_k)(A)$或$V_m(S_k)(A)=V_\mu(S_k)(A)$,则三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$退化为区间合作博弈$\bar{V}(S_k)$. 由此可知,区间合作博弈$\bar{V}(S_k)$和经典合作博弈$V(S_k)$是三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$的特殊情况. 下文将$\tilde{V}(S_k)(\{i\})$、$\tilde{V}(S_k)(\{i,j\})$分别简记为$\tilde{V}(S_k)(i)$和$\tilde{V}(S_k)(i,j)$. 由于每个$\tilde{V}(S_k)(A)$都用三角模糊数表示,各局中人参与三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$得到的支付也是三角模糊数[17,20-21].

根据第1.2.1节,可得$\tilde{V}(S_k)(A)$的β截集为

$$\begin{aligned}&\bar{V}(S_k,\beta)(A)=\\&[(1-\beta)V_l(S_k)(A)+\beta V_m(S_k)(A),\\&(1-\beta)V_\mu(S_k)(A)+\beta V_m(S_k)(A)].\end{aligned}\tag{2}$$

由此,式(2)可看作是三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$相关区间合作博弈$\bar{V}(S_k,\beta)$的区间联盟收益函数. 对于任意$\varepsilon\in[0,1]$,定义区间合作博弈$\bar{V}(S_k,\beta)$相关联的合作博弈$V(S_k,\varepsilon,\beta)$,则联盟收益函数$V(S_k,\varepsilon,\beta)(A)$可写为

$$\begin{aligned}&V(S_k,\varepsilon,\beta)(A)=\\&(1-\varepsilon)[(1-\beta)V_l(S_k)(A)+\beta V_m(S_k)(A)]+\\&\varepsilon[(1-\beta)V_\mu(S_k)(A)+\beta V_m(S_k)(A)],\end{aligned}\tag{3}$$

其中$V(\varnothing,\varepsilon,\beta)=0$. 三角模糊合作博弈的几个概念如下[17,21-22].

性质1 (对称性) 如果对于任意联盟$A\subseteq N\setminus\{i,k\}$,有$\tilde{V}(S_k)(A\bigcup i)=\tilde{V}(S_k)(A\bigcup k)$,则称三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$中的局中人$i$与$k(i\neq k)$是对称的.

性质2 (无效性) 如果对于任意联盟$A\subseteq N\setminus i$,有$\tilde{V}(S_k)(A\bigcup i)=\tilde{V}(S_k)(A)$,则称三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$中的局中人$i\in N$是无效的.

性质3 (哑言性) 如果对于任意联盟$A\subseteq N\setminus i$,有$\tilde{V}(S_k)(A\bigcup i)=\tilde{V}(S_k)(A)+\tilde{V}(S_k)(i)$,则称三角模糊合作博弈$\tilde{V}(S_k)$中的局中人$i\in N$是哑言.

1.2.3 三角模糊联盟收益函数构建

在三角模糊非合作-合作两型博弈中,其非合作博弈部分的支付值并未直接给定,而是由合作博弈部分求得. 因此,要完成网络形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型,需要在三角模糊合作博弈部分对n个局中人形成的所有局势分别建立三角模糊合作博弈,并确定每个合作对策中的局中人支付值.

在三角模糊合作博弈部分,局中人联盟(包含单

个局中人)的收益函数是基于网络值确定的. 任意给定一个策略局势 S_k,其联盟收益函数 $\tilde{V}(S_k)$ 按照如下方式构造[13-15]:若任意局中人(节点)i 和 j 通过直接链接或间接链接,形成一条链路(包含 i、j 在内的所有网络节点和边),则记作 $L(i,j)$. 即 $L(i,j)$ 表示 i 经过某些节点或直接到达 j 的一条链路. 链路 $L(i,j)$ 的成本为

$$\tilde{c}(L(i,j)) = (c_l(L(i,j)), c_m(L(i,j)), c_\mu(L(i,j))).$$

其中: $c(L(i,j)) = \sum\limits_{i,j\in L(i,j)} \alpha(i,j)d(i,j), \alpha(i,j) \geqslant 0$ 为链路 $L(i,j)$ 的单位链接成本,通常取链路 $L(i,j)$ 上的平均值,即

$$\alpha(i,j) = \frac{\alpha_{i_0i_1} + \alpha_{i_1i_2} + \alpha_{i_2i_3} + \ldots + \alpha_{i_{\tau_{ij}-1}j}}{\tau_{ij}-1};$$

$\alpha_{i_ri_{r+1}}(r = 0,1,\ldots,\tau_{ij}-1)$ 为两个相邻节点(局中人)i_r 与 i_{r+1} 的直接链接成本,$i_0 = i$ 和 $i_{\tau_{ij}} = j$; $d(i,j)$ 为网络 G 中 i 到 j 构成的链路 $L(i,j)$ 中的最短距离; $|L(i,j)| = \tau_{ij}$ 为链路 $L(i,j)$ 上包含两个端点在内所有节点(局中人)的数目.

局中人 i 到自身的距离为0,即 $d(i,j) = 0$. 若局中人 i 与 j 之间不允许链接,则设定 $d(i,j) = +\infty$. 局中人 i 不但可以从直接链接中获益,还可以从间接链接中获益,但间接链接的收益小于直接链接,即存在衰变. 假设衰变率为 $\sigma \in (0,1]$, $\sigma \in (0,1)$ 表示存在衰变, $\sigma = 1$ 表示不存在衰变. σ 是网络 G 中局中人 i 到 j 构成的链路 $L(i,j)$ 中最短距离 $d(i,j)$ 的函数,即距离越长,收益衰变越大. $\tilde{v}(i,j) = (v_l(i,j), v_m(i,j), v_\mu(i,j))$ 为局中人 i 从 j 链接中获得的三角模糊收益,其最大收益、均值和最小收益均可通过 $v(i,j) = \lambda_{ij}v(i,i) + \sum\limits_{k\neq i,j}\eta_k v(k,k) + \theta_{ji}v(j,j)$ 计算. 其中: $\tilde{v}(i,i)$、$\tilde{v}(k,k)$ 和 $\tilde{v}(j,j)$ 为局中人自身的价值; λ_{ij}、$\theta_{ji} > 0$ 分别为局中人 i(或 j) 从 j(或 i) 链接中获得资源带来的价值增值系数; $v(i,j)\sigma^{d(i,j)}$ 为局中人 i 从 j 的链接中获得的收益. 对于局中人集合 N 中的任意子集 A 即任意联盟 $A \subseteq N$,局势 S_k 的三角模糊合作博弈 $\tilde{V}(S_k)$ 关于 A 的收益 $\tilde{V}(S_k)(A) = (V_l(S_k)(A), V_m(S_k)(A), V_\mu(S_k)(A))$ 中的最大值、均值和最小值均可计算为

$$\begin{aligned}&V(S_k)(A) = \\&\sum_{i,j\in A\subseteq N} v(i,j)\sigma^{d(i,j)} - \sum_{i,j\in A\subseteq N} c(L(i,j)) = \\&\sum_{i,j\in A\subseteq N}\Big\{\Big[(1+\lambda_{ij})v(i,i) + \sum_{k\neq i,j}\eta_k v(k,k) + \\&(1+\theta_{ji})v(j,j)\Big]\sigma^{d(i,j)} - c(L(i,j))\Big\}.\end{aligned} \tag{4}$$

显然,若 $A = \{i\}$(即单个局中人集合),则

$$\tilde{V}(S_k)(\{i\}) = (v_l(S_k)(\{i\}), v_m(S_k)(\{i\}), v_\mu(S_k)(\{i\}));$$

若 $A = N$(即所有局中人组成的最大联盟),则

$$\tilde{V}(S_k)(N) = (V_l(S_k)(N), V_m(S_k)(N), V_\mu(S_k)(N)).$$

1.2.4 三角模糊合作博弈的三角模糊Banzhaf值

Ye等[21]于2020年提出利用三角模糊Banzhaf值求解三角模糊合作博弈,并讨论了三角模糊Banzhaf值的相关性质. 结合本文背景以及第1.2.1 ~ 1.2.3节,重新给出三角模糊非合作-合作两型博弈中三角模糊Banzhaf值的求解方法.

在策略局势 S_k 的 n 人三角模糊合作博弈 $\tilde{V}(S_k)$ 中,三角模糊Banzhaf值为如下 n 维向量:

$$\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_k)) = (\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_k)), \tilde{B}_2(\tilde{V}(S_k)), \ldots, \tilde{B}_n(\tilde{V}(S_k))).$$

对于任意局中人 $i \in N$,有

$$\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_k)) = (B_{il}(\tilde{V}(S_k)), B_{im}(\tilde{V}(S_k)), B_{i\mu}(\tilde{V}(S_k))).$$

利用经典Banzhaf值[22]公式,可以计算得到合作博弈 $V(S_k,\varepsilon,\beta)$ 第 i 个局中人的Banzhaf值为

$$\begin{aligned}&B_i(\tilde{V}(S_k,\varepsilon,\beta))(A) = \\&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(\tilde{V}(S_k,\varepsilon,\beta)(A) - \tilde{V}(S_k,\varepsilon,\beta)(A\setminus i)) = \\&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}\{\{(1-\varepsilon)[(1-\beta)V_l(S_k,\beta)(A) + \\&\beta V_m(S_k,\beta)(A)] + \varepsilon[(1-\beta)V_\mu(S_k,\beta)(A) + \\&\beta V_m(S_k,\beta)(A)]\} - \{(1-\varepsilon)[(1-\beta)V_l(S_k,\beta)(A\setminus i) + \\&\beta V_m(S_k,\beta)(A\setminus i)] + \varepsilon[(1-\beta)V_\mu(S_k,\beta)(A\setminus i) + \\&\beta V_m(S_k,\beta)(A\setminus i)]\}\}.\end{aligned}$$

易证明,该Banzhaf值是关于 $\varepsilon,\beta \in [0,1]$ 的连续函数,且满足如下4个条件:

1) $\sum\limits_{A\subseteq N\setminus i}[(V_\mu(S_k)(A) - V_l(S_k)(A)) - (V_\mu(S_k)(A\setminus i) - V_l(S_k)(A\setminus i))] \geqslant 0,\ \beta\in[0,1)$;

2) $\sum\limits_{A\subseteq N\setminus i}(V_m(S_k)(A) - V_m(S_k)(A\setminus i)) \geqslant 0,\ \beta = 1$;

3) $\sum\limits_{A\subseteq N\setminus i}[(V_l(S_k)(A) - V_m(S_k)(A)) - (V_l(S_k)(A\setminus i) - V_m(S_k)(A\setminus i))] \leqslant 0$;

4) $\sum\limits_{A\subseteq N\setminus i}[(V_\mu(S_k)(A) - V_m(S_k)(A)) - (V_\mu(S_k)(A\setminus i) - V_m(S_k)(A\setminus i))] \leqslant 0$.

上述条件保证了Banzhaf值关于 β 单调增加,关

于ε也单调增加. 因此,可得三角模糊Banzhaf值的下界、均值和上界分别为

$$\begin{aligned}
&B_{il}(\tilde{V}(S_k,\varepsilon,\beta))(A)=\\
&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(\tilde{V}(S_k,0,0)(A)-\tilde{V}(S_k,0,0)(A\setminus i))=\\
&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_l(S_k)(A)-V_l(S_k)(A\setminus i)),\\
&B_{im}(\tilde{V}(S_k,\varepsilon,\beta))(A)=\\
&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(\tilde{V}(S_k,1,1)(A)-\tilde{V}(S_k,1,1)(A\setminus i))=\\
&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_m(S_k)(A)-V_m(S_k)(A\setminus i)),\\
&B_{i\mu}(\tilde{V}(S_k,\varepsilon,\beta))(A)=\\
&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(\tilde{V}(S_k,1,0)(A)-\tilde{V}(S_k,1,0)(A\setminus i))=\\
&\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_\mu(S_k)(A)-V_\mu(S_k)(A\setminus i)).
\end{aligned}\tag{5}$$

其中: $1/2^{n-1}$为局中人i在大联盟中出现的概率; $V_l(S_k)(A)-V_l(S_k)(A\setminus i)$、$V_m(S_k)(A)-V_m(S_k)(A\setminus i)$和$V_\mu(S_k)(A)-V_\mu(S_k)(A\setminus i)$分别为局中人$i$在联盟$A$中边际贡献的下界、均值和上界; $A\setminus i$表示联盟A中不包含局中人i.

因Ye等[21]已证明三角模糊Banzhaf值满足可加性、对称性、匿名性、不变性、哑言性和无效性,本文给出的三角模糊合作博弈求解方法——三角模糊Banzhaf值,同样满足上述性质,此处不再给出相应定义或证明.

1.3　双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型描述

基于第1.1节三角模糊非合作博弈的策略设计和第1.2节三角模糊合作博弈部分三角模糊联盟收益函数的构建和求解方法,可以得到双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型$(S_1,S_2,\ldots,S_h;\tilde{V})$. 其中

$$\begin{aligned}S_k=\langle&(s_{k1},n_D(s_{k1}),n_{ID}(s_{k1})),(s_{k2},n_D(s_{k2}),\\&n_{ID}(s_{k2})),\ldots,(s_{kn},n_D(s_{kn}),n_{ID}(s_{kn}))\rangle\end{aligned}$$

表示每个局中人选择策略后形成的第$k\in\{1,2,\ldots,h\}$个策略局势,$\tilde{V}$表示该策略局势下的三角模糊联盟收益.

双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型由网络节点(局中人)、链接(策略)、网络形成(联盟形式)及信息流量(联盟收益函数)四要素构成,包含三角模糊非合作博弈部分和三角模糊合作博弈部分. 其中,双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈中的非合作博弈部分只包含局中人的策略设计问题,其收益值或分配值由合作博弈部分确定. 一旦支付值已知,双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈便退化成三角模糊非合作博弈. 若每个节点(或局中人)只有一个策略选择(即所有局中人的策略只构成一个策略组合),则双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈退化成三角模糊合作博弈. 双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型结构如图3所示.

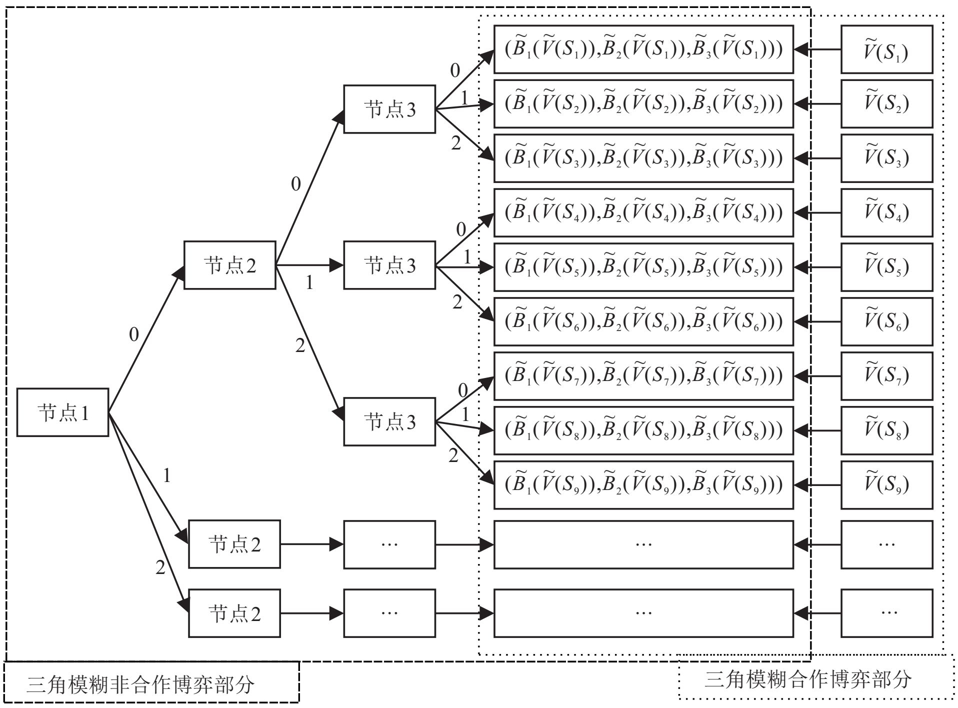

图3　三角模糊非合作-合作两型博弈简易结构

图3中长虚线框内表示双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型中的非合作博弈部分,只涉及策略选择问题,支付值由合作博弈部分求得;点虚线框表示三角模糊非合作-合作两型博弈模型中的合作博弈部分. 在本文中,双边链路形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型中合作博弈部分的联盟收益是三角模糊数,不同于传统合作博弈,经过Banzhaf值分配后,非合作博弈部分的局中人支付值也是三角模糊数.

2 双边链路网络形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型求解及步骤

2.1 均值面积度量法

定义1[17,20] 设任意三角模糊数$\tilde{a}=(l,m,\mu)$的均值面积为

$$y(\tilde{a})=(l+2m+\mu)/4. \tag{6}$$

给定任意两个三角模糊数$\tilde{a}=(l,m,\mu)$和$\tilde{b}=(l',m',\mu')$,其比较规则如下:

1) 若$y(\tilde{a})>y(\tilde{b})$,则$\tilde{a}>\tilde{b},\tilde{a}\bigvee_y\tilde{b}=\tilde{a}$,可得$\tilde{a}\succ\tilde{b}$;

2) 若$y(\tilde{a})=y(\tilde{b})$,则$\tilde{a}=\tilde{b},\tilde{a}\sim\tilde{b}$;

3) 若$y(\tilde{a})<y(\tilde{b})$,则$\tilde{a}<\tilde{b},\tilde{a}\bigvee_y\tilde{b}=\tilde{b}$,可得$\tilde{a}\prec\tilde{b}$.

2.2 三角模糊非合作-合作两型博弈的纳什均衡解

定义2 在n人三角模糊非合作-合作两型博弈$(S_1,S_2,\ldots,S_h;\tilde{V})$中,若存在策略局势

$$S_{k^*}=\langle(s_{k^*1},n_D(s_{k^*1}),n_{ID}(s_{k^*1})),(s_{k^*2},n_D(s_{k^*2}),n_{ID}(s_{k^*2})),\ldots,(s_{k^*n},n_D(s_{k^*n}),n_{ID}(s_{k^*n}))\rangle,$$

其中$k^*\in\{1,2,\ldots,h\}$. 使得对于任意策略局势$S_{k^*-i}=(s_1,s_2,\ldots,s_{k^*-1},s_{k^*+1},\ldots,s_h)$,有

$$y(\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_k^*)(A)))\geqslant y(\tilde{B}_i(\tilde{V}(r_i,S_{k^*-i})(A))), \tag{7}$$

则称$S_{k^*}=\langle(s_{k^*1},n_D(s_{k^*1}),n_{ID}(s_{k^*1})),(s_{k^*2},n_D(s_{k^*2}),n_{ID}(s_{k^*2})),\ldots,(s_{k^*n},n_D(s_{k^*n}),n_{ID}(s_{k^*n}))\rangle$是三角模糊非合作-合作两型博弈的纯策略纳什均衡,对应的纳什均衡值$\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_{k^*}))$为局中人$i\in N$在策略局势$S_{k^*}$下的收益值. 三角模糊非合作-合作两型博弈的解记为$\{S_{k^*};(\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_{k^*})),\tilde{B}_2(\tilde{V}(S_{k^*})),\ldots,\tilde{B}_n(\tilde{V}(S_{k^*})))\}$.

定义3 对于任意联盟$A\subseteq N$和任意策略局势$(r_i,S_{k^*-i})=(s_{k^*1},s_{k^*2},\ldots,s_{k^*i-1},r_i,s_{k^*i+1},\ldots,s_{k^*n})$,其中$s_{k^*j}\in G_j\ (j=1,2,\ldots,n,\ j\neq i)$,$r_i\in G_i$,如果

$$\begin{cases}V_l(s_i,S_{k^*})(A\setminus i)=V_l(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i),\\ V_m(s_i,S_{k^*})(A\setminus i)=V_m(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i),\\ V_\mu(s_i,S_{k^*})(A\setminus i)=V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i),\end{cases}$$

则称三角模糊非合作-合作两型博弈$(S_1,S_2,\ldots,S_h;\tilde{V})$满足无外部性(no externalities)条件,记为NE条件.

定义3的含义是:对于任意联盟A,若$i\notin A$,即局中人i不在联盟A中,则局中人i改变其策略,不影响该策略局势下的联盟收益.

定理1 假设三角模糊非合作-合作两型博弈$(S_1,S_2,\ldots,S_h;\tilde{V})$满足无外部性(no externalities)条件,对于任意$r_i\in G_i$和$A\subseteq N$,若存在策略局势S_{k^*},使得

$$V_l(S_{k^*})(A)>V_l(r_i,S_{k^*-i})(A),$$
$$V_m(S_{k^*})(A)>V_m(r_i,S_{k^*-i})(A),$$
$$V_\mu(S_{k^*})(A)>V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A),$$

则$\{S_{k^*};(\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_{k^*})),\tilde{B}_2(\tilde{V}(S_{k^*})),\ldots,\tilde{B}_n(\tilde{V}(S_{k^*})))\}$是三角模糊非合作-合作两型博弈$(S_1,S_2,\ldots,S_h;\tilde{V})$的解.

证明 存在策略局势S_{k^*},对于任意$r_i\in G_i$和$A\subseteq N$,有

$$V_l(S_{k^*})(A)>V_l(r_i,S_{k^*-i})(A),$$
$$V_m(S_{k^*})(A)>V_m(r_i,S_{k^*-i})(A),$$
$$V_\mu(S_{k^*})(A)>V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A),$$

因满足非外部性(NE)条件,对于任意联盟A,有

$$V_l(S_{k^*})(A)-V_l(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i)\geqslant V_l(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_l(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i),$$
$$V_m(S_{k^*})(A)-V_m(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i)\geqslant V_m(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_m(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i),$$
$$V_\mu(S_{k^*})(A)-V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i)\geqslant V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i).$$

进一步,可得

$$\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_l(S_{k^*})(A)-V_l(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))\geqslant \frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_l(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_l(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i)),$$
$$\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_m(S_{k^*})(A)-V_m(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))\geqslant \frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_m(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_m(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i)),$$
$$\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_\mu(S_{k^*})(A)-V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))\geqslant \frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i)).$$

不等式左右两边对应相加,可得

$$\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_l(S_{k^*})(A)-V_l(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))+ 2\times\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_m(S_{k^*})(A)-V_m(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))+$$

$$\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_\mu(S_{k^*})(A)-V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))\geqslant$$
$$\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_l(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_l(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))+$$
$$2\times\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_m(r_i,S_{k^*-i})(A)-$$
$$V_m(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i))+$$
$$\frac{1}{2^{n-1}}\sum_{i\in A\subseteq N}(V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A)-V_\mu(r_i,S_{k^*-i})(A\setminus i)).$$

根据式(6),有

$$B_l(\tilde V(S_k^*)(A))+2B_m(\tilde V(S_k^*)(A))+B_\mu(\tilde V(S_k^*)(A))\geqslant$$
$$B_l(\tilde V(r_i,S_{k^*-i})(A))+2B_m(\tilde V(r_i,S_{k^*-i})(A))+$$
$$B_\mu(\tilde V(r_i,S_{k^*-i})(A)).$$

即 $y(\tilde B_i(\tilde V(S_k^*)(A)))\geqslant y(\tilde B_i(\tilde V(r_i,S_{k^*-i})(A)))$. 因此 $\{S_{k^*};(\tilde B_1(\tilde V(S_{k^*})),\tilde B_2(\tilde V(S_{k^*})),\dots,\tilde B_n(\tilde V\ \ (S_{k^*})))\}$ 是三角模糊非合作-合作两型博弈 $(S_1,S_2,\dots,S_h;\tilde V)$ 的解. □

2.3　基于三角模糊非合作-合作两型博弈的双边链路网络形成模型求解步骤

基于三角模糊非合作-合作两型博弈的双边链路网络形成模型的求解步骤如下.

step 1 (三角模糊非合作博弈部分): 构建网络中所有局中人(即节点)的策略组合,形成策略局势 S_k.

step 2 (三角模糊合作博弈部分): 对于任意策略局势 S_k, 由式(4)构造三角模糊合作博弈 $\tilde V(S_k)$.

step 3 (三角模糊合作博弈部分): 对于每个三角模糊合作博弈 $\tilde V(S_k)$, 利用式(5)计算得到各局中人(节点)的三角模糊Banzhaf值 $\tilde B_i(\tilde V(S_k))$.

表 1　3个局中人(节点)策略局势下的三角模糊联盟收益值

		局中人3		
		策略0	策略1	策略2
局中人1 策略0	局中人2 策略0	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
	局中人2 策略1	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(8.8,15.3,23.6)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(6.8,10.8,18.6)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
	局中人2 策略2	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
局中人1 策略1	局中人2 策略0	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(7.9,16.2,22.6)$ $V(1,3)=(4.9,12.7,16.6)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
	局中人2 策略1	$V(1,2,3)=(9.8,17.2,24.6)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(8.8,14.7,20.6)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(20.5,37.7,55.8)$ $V(1,3)=(4.9,12.2,16.6)$ $V(1,2)=(8.8,14.7,20.6)$ $V(2,3)=(6.8,10.8,18.6)$	$V(1,2,3)=(9.8,17.2,24.6)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(8.8,14.7,20.6)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
	局中人2 策略2	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(7.9,16.2,22.6)$ $V(1,3)=(4.9,12.7,16.6)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(8.6,16,24.4)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
局中人1 策略2	局中人2 策略0	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
	局中人2 策略1	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(8.8,15.3,23.6)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(6.8,10.8,18.6)$	$V(1,2,3)=(8.1,16.5,23.9)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$
	局中人2 策略2	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(9,17,24.9)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$	$V(1,2,3)=(6,10.5,15)$ $V(1,3)=(3,7,9)$ $V(1,2)=(5,8,11)$ $V(2,3)=(4,6,10)$

step 4 (三角模糊非合作博弈部分): 将 step 3 得到的支付值 $\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_k))$ 作为 step 1 三角模糊非合作博弈在策略局势 S_k 中每个局中人的支付值, 构建三角模糊非合作博弈. 随后, 由式(6)求解不同策略局势下的 $y(\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_k)))$, 按其值是否完全相同将策略局势进行分类, 利用比较规则对不同类别的 $y(\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_k)))$ 进行比较排序, 据此分析、求解三角模糊非合作博弈的纯策略纳什均衡解.

step 5: 根据 step 4 三角模糊非合作部分的纯策略纳什均衡解, 确定整个双边链路网络形成的策略选择即链接选择, 进而形成链路, 实现每个局中人收益最大化及整个双边链路效用的最大化.

3 数值算例

考虑这样一个网络 G: 网络中存在3个节点(即局中人), 分别为局中人1、2和3. 为了能够获取网络中的高价值信息, 局中人1、2、3 均需做出选择, 最大化自身收益. 每个局中人有3个策略选择: 不链接(0)、直接链接(1)和间接链接(2), 各局中人分别做出选择后形成竞争局势. 假定每个局中人独自运营的价值分别为 $v(1)=(2,4.5,5)$、$v(2)=(3,3.5,6)$ 和 $v(3)=(1,2.5,4)$, 单位链接成本 $a(i,j)=0.5(i,j=1,2,3)$, 衰变率 $\sigma=0.98, \lambda_{ij}=1, \theta_{ji}=1, \eta_k=1.5$ (当链路未链接成功时不需要支付成本, $\lambda_{ij}=0, \theta_{ji}=0, \eta_k=0$).

注 1 各节点单干(即独自运营)时的收益、单位成本、衰变率以及价值增值系数等的初始值均是任意给出的. 由于三角模糊联盟收益值、三角模糊 Banzhaf 值以及 $y(\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_k)))$ 都是经过严格的数学公式(式(4)～(6))计算得到的, 初始值的设定不会影响整个计算、分析过程.

3.1 三角模糊合作博弈部分求解

上述双边链路网络形成问题可看作一个三角模糊非合作-合作两型博弈问题进行求解. 局中人(节点)1、2、3之间既存在策略选择(三角模糊非合作博弈), 又存在相互合作(三角模糊合作博弈). 只有这样, 才能使得各自收益最大和整个链路收益最大.

由式(4)和(5)分别计算局中人1、2、3在不同策略局势下的三角模糊联盟收益和三角模糊 Banzhaf 值 $\tilde{B}_i(\tilde{V}(S_k))$, 结果如表1和表2所示.

表 2 三角模糊两型博弈中三角模糊合作博弈部分的三角模糊Banzhaf值

				局中人3		
				策略0	策略1	策略2
局中人1	策略0	局中人2	策略0	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$
			策略1	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(4.4,5.9,10.3),(2.4,4.9,8.3))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$
			策略2	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$
	策略1	局中人2	策略0	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2.9,7.4,8.8),(3,3.5,6),(1.9,5.4,7.8))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$
			策略1	$((3.9,7.8,9.8),(4.9,6.8,10.8),(1,2.5,4))$	$((6.3\ 13.1,17.4),(7.8,11.9,18.8),(4.9,10.1,15.9))$	$((3.9,7.8,9.8),(4.9,6.8,10.8),(1,2.5,4))$
			策略2	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2.9,7.4,8.8),(3,3.5,6),(1.9,5.4,7.8))$	$((2.6,5.9,7.4),(3.6,4.9,8.4),(1.6,3.9,6.4))$
	策略2	局中人2	策略0	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$
			策略1	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2,4.5,5),(4.4,5.9,10.3),(2.4,4.9,8.3))$	$((2.5,6,7.2),(3.5,5,8.2),(1.5,4,6.2))$
			策略2	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$	$((2.8,6.1,7.5),(3.8,5.1,8.5),(1.8,4.1,6.5))$	$((2,4.5,5),(3,3.5,6),(1,2.5,4))$

3.2 三角模糊非合作博弈部分求解

首先将表2得到的三角模糊Banzhaf值作为三角模糊非合作博弈部分中不同策略局势下局中人的支付值; 然后利用式(6)对表2中的三角模糊Banzhaf值进行度量, 得到不同局势下各局中人的$y(\tilde{B}(\tilde{V}(S_k)))$值, 同时根据$y(\tilde{B}(\tilde{V}(S_k)))$值是否完全相同将所有策略局势分为7类(如表3所示); 最后利用定义1的比较规则对表3中不同类别下的策略局势进行优化, 进而得到最优策略. 其中第1个类别记为c_1, 其他类似.

表3　策略局势的分类和$y(\tilde{B}(\tilde{V}(S_k)))$

类别	策略局势	$y(\tilde{B}(\tilde{V}(S_k)))$
c_1	$S_1=S_2=S_3=S_4=S_6=\ldots=S_{10}=S_{12}=S_{16}=S_{19}=\ldots=S_{22}=S_{25}=S_{27}$	$(4,4,2.5)$
c_2	$S_5=S_{23}$	$(6.6,4,5.1)$
c_3	$S_{11}=S_{17}$	$(4,6.6,5.1)$
c_4	$S_{13}=S_{15}$	$(7.3,7.3,2.5)$
c_5	S_{14}	$(12.5,12.6,10.2)$
c_6	$S_{18}=S_{24}$	$(5.4,5.4,3.9)$
c_7	S_{26}	$(5.6,5.6,4.1)$

由表3得: $c_5\succ c_7\succ c_6\succ c_1, c_5\succ c_2\sim c_3\sim c_4\sim c_6\succ c_1$和$c_5\succ c_2\sim c_3\sim c_4\sim c_7\succ c_1$.

下面给出几个具体比较过程. 取第1类局势S_1与第2类局势S_5, 其对应的三角模糊Banzhaf值为$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_1)))=(4,4,2.5)$, $y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_5)))=(6.6,4,5.1)$. 根据定义1中的比较规则, 有

$$y(\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_1)))=4<y(\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_5)))=6.6,$$
$$y(\tilde{B}_2(\tilde{V}(S_1)))=4=y(\tilde{B}_2(\tilde{V}(S_5)))=4,$$
$$y(\tilde{B}_3(\tilde{V}(S_1)))=2.5<y(\tilde{B}_3(\tilde{V}(S_5)))=5.1,$$

由此可得$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_5)))\geqslant y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_1)))$, 即策略局势$S_5$优于$S_1(S_5\succ S_1)$, 策略局势$S_5$是三角模糊非合作-合作两型博弈的一个纯策略纳什均衡解.

分析第3类局势S_{11}与第2类局势S_5, 其对应的三角模糊Banzhaf值为

$$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_{11})))=(4,5.1,6.6),$$
$$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_5)))=(6.6,4,5.1).$$

根据定义1的比较规则, 有

$$y(\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_{11})))=4<y(\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_5)))=6.6,$$
$$y(\tilde{B}_2(\tilde{V}(S_{11})))=5.1>y(\tilde{B}_2(\tilde{V}(S_5)))=4,$$
$$y(\tilde{B}_3(\tilde{V}(S_{11})))=6.6>y(\tilde{B}_3(\tilde{V}(S_5)))=5.1,$$

由此可得$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_{11})))$和$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_5)))$无法比较, 即策略局势$S_5$不优于$S_{11}(S_5\sim S_{11})$, 策略局势$S_5$和$S_{11}$均是三角模糊非合作-合作两型博弈的纯策略纳什均衡解.

重复上述步骤直到求出所有满足$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_{k*})))\geqslant y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_{-k*})))$的纳什均衡解. 通过分析可得, 只有$y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_{14})))\geqslant y(\tilde{\boldsymbol{B}}(\tilde{V}(S_{-14})))$, 即策略局势$S_{14}=\langle(1,2,-),(1,3,-),(1,1,-)\rangle$是双边链路网络形成的三角模糊非合作-合作两型博弈模型的纳什均衡解, 有

$$\{S_{14};(\tilde{B}_1(\tilde{V}(S_{14})),\tilde{B}_2(\tilde{V}(S_{14})),\tilde{B}_3(\tilde{V}(S_{14})))\}=\{\langle(1,2,-),(1,3,-),(1,1,-)\rangle;\ ((6.3,13.1,17.5),(7.8,11.8,18.8),(4.9,10.1,15.9))\}.$$

4 结　论

针对信息与环境的不确定性, 同时考虑实际应用的难易程度及推广程度, 本文构建了一个新的三角模糊非合作-合作两型博弈框架, 分析一类收益为三角模糊数的双边链路网络形成策略优化问题. 其中, 各个局中人(节点)有3种策略选择: 直接链接、间接链接或不链接, 对应于三角模糊非合作-合作两型博弈中的非合作博弈部分; 给定策略局势, 局中人链路形成(联盟形成)及其收益分配对应于三角模糊非合作-合作两型博弈中的合作博弈部分. 三角模糊非合作-合作两型博弈是一种全新的博弈论研究范式, 将非合作博弈、合作博弈按照固定顺序融通于一体, 不仅创新、发展与丰富了博弈论, 还为解决经济网络、社交网络形成和其他优化设计问题等提供了新途径.

三角模糊非合作-合作两型博弈与传统非合作博弈、合作博弈之间存在本质区别与内在联系. 本文提出的三角模糊非合作-合作两型博弈融通了非合作博弈、合作博弈各自的研究优势与重点, 克服了它们各自无法解决的问题, 即该方法很好地弥补了(三角模糊)合作博弈只分析联盟形成及收益分配问题, 而未考虑策略设计及选择问题, 同时也弥补了(三角模糊)非合作博弈只分析策略设计和选择问题, 而未考虑联盟合作及收益分配问题. 同时, 若(三角模糊)非合作博弈的支付值事先已知, 则(三角模糊)非合作-合作两型博弈退化成经典的(三角模糊)非合作博弈; 若每个局中人只有一个策略, 则(三角模糊)非合作-合作两型博弈退化成经典的(三角模糊)合作博弈. 由此可以看出, 经典的(三角模糊)非合作博弈、经典的(三角模糊)合作博弈是(三角模糊)非合作-合作两型博弈的两个特殊情况. 此外, 还提出并证明了基于三角模糊Banzhaf值的三角模糊非合作-合作两型博弈均衡解存在的一般性条件, 为研究双边链路网络形成提供了很好的实用分析方法.

本文研究未考虑网络中信息传输的时效性、安

全性以及稳定性等对双边链路网络形成的影响,也未考虑局中人的重要性、决策顺序等因素. 此外,在网络经济中,节点数量通常很庞大,往往大于3个,其计算的复杂性、时效性也会增大. 如何根据现有的一些简单、快速求解Banzhaf值[23]和纳什均衡[24]的算法进行拓展,设计更有效的方法求解多人参与的三角模糊非合作-合作两型博弈模型是未来关注的重点.

参考文献(References)

[1] Jackson M O, Wolinsky A. A strategic model of social and economic networks[J]. Journal of Economic Theory, 1996, 71(1): 44-74.

[2] Bala V, Goyal S. A noncooperative model of network formation[J]. Econometrica, 2000, 68(5): 1181-1229.

[3] Goyal S, Joshi S. Networks of collaboration in oligopoly[J]. Games and Economic Behavior, 2003, 43(1): 57-85.

[4] Billand P, Bravard C, Sarangi S. Modeling resource flow asymmetries using condensation networks[J]. Social Choice and Welfare, 2013, 41(3): 537-549.

[5] Feri F, Melendez-Jimenez M A. Coordination in evolving networks with endogenous decay[J]. Journal of Evolutionary Economics, 2013, 23(5): 955-1000.

[6] Tang X H, Li Z F, Xu J. A review of heterogeneity and network formation[J]. Research on Economics and Management, 2015, 36(4): 52-62.

[7] Wang W Y, Jiang J C, An B, et al. Toward efficient team formation for crowdsourcing in noncooperative social networks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(12): 4208-4222.

[8] Djawadi B M, Endres A, Hoyer B, et al. Network formation and disruption — An experiment are equilibrium networks too complex?[J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2019, 157: 708-734.

[9] Dziubiski M, Goyal S. Network design and defence[J]. Games and Economic Behavior, 2013, 79: 30-43.

[10] Dev P. Group identity in a network formation game with cost sharing[J]. Journal of Public Economic Theory, 2018, 20(3): 390-415.

[11] Hoshino T, Shimamoto D, Todo Y. Accounting for heterogeneity in network formation behaviour: An application to Vietnamese SMEs[J]. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 2020, 82(5): 1042-1067.

[12] Sheng S Y. A structural econometric analysis of network formation games through subnetworks[J]. Econometrica, 2020, 88(5): 1829-1858.

[13] Du X L, Liang K R, Li D F. Biform game approach to strategy optimization of bilateral link formation based on CIS value[J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(7): 1550-1557.

[14] 梁开荣, 李登峰, 余高锋. 基于两型博弈的双边链路形成策略优化研究[J]. 系统科学与数学, 2020, 40(9): 1550-1563.
(Liang K R, Li D F, Yu G F. Research on strategy optimization of bilateral link formation based on biform games[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2020, 40(9): 1550-1563.)

[15] 南江霞, 王盼盼, 李登峰. 基于CIS值的非合作-合作两型博弈的理论研究[J]. 控制与决策, 2020, 35(6): 1427-1434.
(Nan J X, Wang P P, Li D F. Theory for biform games CIS value-based equilibrium strategies[J]. Control and Decision, 2020, 35(6): 1427-1434.)

[16] Liang K R, Li D F. A biobjective biform game approach to optimizing strategies in bilateral link network formation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, DOI: 10.1109/TSMC.2020.3034480.

[17] Li D F. Matrix games with payoffs of triangular fuzzy numbers[C]. Linear Programming Models and Methods of Matrix Games with Payoffs of Triangular Fuzzy Numbers. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015: 65-120.

[18] 巩在武, 刘思峰. 三角模糊数互补判断矩阵的一致性及其排序研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 903-907.
(Gong Z W, Liu S F. Consistency and priority of triangular fuzzy number complementary judgment matrix[J]. Control and Decision, 2006, 21(8): 903-907.)

[19] Brandenburger A, Stuart H. Biform games[J]. Management Science, 2007, 53(4): 537-549.

[20] 李登峰. 模糊多目标多人决策与对策[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 36-46.
(Li D F. Fuzzy Multiobjective Many-Person Decision Makings and Games[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 36-46.)

[21] Ye Y F, Li D F. A direct approach to compute triangular fuzzy banzhaf values of cooperative games with coalitions’ values represented by triangular fuzzy numbers[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(6): 1567-1575.

[22] Banzhaf J F. Weighted voting doesn’t work: A mathematical analysis[J]. Rutgers Law Review, 1964, 19: 317-344.

[23] Hu X F, Li D F, Liu J C, et al. A component differences based simplified algorithm for linear and anonymous values of cooperative games[J]. Journal of Management Sciences in China, 2017, 20(6): 32-41.

[24] Liu B D. Stackelberg-Nash equilibrium for multilevel programming with multiple followers using genetic algorithms[J]. Computers & Mathematics With Applications, 1998, 36(7): 79-89.

作者简介

梁开荣(1990−), 女, 博士生, 从事管理决策与博弈、供应链及企业管理的研究, E-mail: liangkr2017@163.com;

李登峰(1965−), 男, 教授, 博士生导师, 从事经济管理决策与对策等研究, E-mail: lidengfeng@uestc.edu.cn.

(责任编辑：郑晓蕾)