

控制与决策

Control and Decision

积分事件触发策略下的线性多智能体系统领导跟随一致性

周托, 刘全利, 王东, 王伟

引用本文:

周托, 刘全利, 王东, 王伟. 积分事件触发策略下的线性多智能体系统领导跟随一致性[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1258–1266.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1758>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性](#)

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

[有向切换拓扑条件下多航天器分组姿态协同控制](#)

Group attitude coordinated control of multi-spacecraft with directed switching topologies

控制与决策. 2021, 36(10): 2389–2398 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0311>

[基于周期动态事件触发的网络化切换系统的分析与控制](#)

The analysis and control for networked switched systems based on periodic event-trigger

控制与决策. 2021, 36(10): 2467–2474 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0281>

[脉冲控制下多智能体系统的保性能双向编队控制](#)

Guaranteed cost bipartite formation problem of multi-agent systems with impulse control

控制与决策. 2021, 36(1): 180–186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0854>

[事件触发机制下分布时滞网络化控制系统 \$H_\infty\$ 故障检测](#)

Event-triggered H_∞ fault detection for networked control systems with distributed delays

控制与决策. 2020, 35(12): 3059–3065 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0456>

积分事件触发策略下的线性多智能体系统领导跟随一致性

周 托, 刘全利[†], 王 东, 王 伟

1. 大连理工大学 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024;
2. 大连理工大学 工业装备智能控制与优化教育部重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 研究有向切换拓扑下线性多智能体系统的事件触发一致跟踪问题. 大多数已有的工作研究了固定拓扑下的事件触发控制, 然而, 当智能体间联系随时间发生改变或通信拓扑随时间发生变化时, 该控制策略失效. 鉴于此, 在考虑切换拓扑的基础上提出一种基于积分型事件触发的控制策略. 首先, 当拓扑图包含一棵生成树且领导者是根节点时, 利用 Lyapunov 稳定性理论、代数图论和矩阵变换, 基于积分型事件触发控制协议, 在切换拓扑下多智能体系统达到领导跟随一致性; 然后, 当存在多个领导者时, 基于设计的触发机制在切换拓扑下多智能体系统实现包含控制, 上述两种情况下闭环系统均不存在 Zeno 现象; 最后, 通过仿真结果验证控制策略的有效性.

关键词: 多智能体系统; 固定拓扑; 切换拓扑; 积分型事件触发控制; 领导跟随一致性; 包含控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1758

引用格式: 周托, 刘全利, 王东, 等. 积分事件触发策略下的线性多智能体系统领导跟随一致性[J]. 控制与决策, 2022, 37(5): 1258-1266.

Leader-following consensus for linear multi-agent systems based on integral-type event-triggered strategy

ZHOU Tuo, LIU Quan-li[†], WANG Dong, WANG Wei

1. School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
2. Key Laboratory of Intelligent Control and Optimization for Industrial Equipment of Ministry of Education, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Distributed event-triggered consensus tracking is researched for multi-agent systems with general linear dynamics under directed switching topologies. Most existing works focus on event-triggered control with a fixed communication topology, which however can not meet the demand that the relations among agents may vary or the communication topology may change over time. In light of this, an integral-based event-triggered control strategy is developed in the consideration of switching topologies. Firstly, when the communication topology contains a directed spanning tree with the leader being the root, we solve the integral-type event-triggered leader-following consensus under switching topologies by using the Lyapunov stability theory, algebraic graph theory and matrix transformation. Then, the integral-type event-triggered containment control of multi-agent systems is investigated under switching topologies when there exist multiple leaders. Moreover, the Zeno-behavior of the closed-loop systems is excluded by developing a positive constant lower bound under the proposed control rules in both above-mentioned cases. Finally, simulations are presented to verify the validity of the proposed control strategy.

Keywords: multi-agent systems; fixed topology; switching topology; integral-based event-triggered control; leader-following consensus; containment control

0 引言

近年来,随着工业技术的快速发展,多智能体系统协同控制已经吸引了越来越多研究者的关注^[1-7]. 作为分布式协同控制中最基本的问题,一致性问题设计分布式控制器使得所有智能体的状态收敛

到一个共同的值. 当多智能体系统中只存在一个领导者(多个领导者)时,称为领导跟随一致性(包含控制). 文献[8-10]分别研究了一阶、二阶和高阶多智能体系统领导跟随一致性问题,不同于其无时滞情况,文献[11-12]针对通信时滞研究了有向拓扑下多智能

收稿日期: 2020-12-15; 录用日期: 2021-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773085).

责任编辑: 虞文武.

[†]通讯作者. E-mail: liuql@dlut.edu.cn.

体系统的包含控制. 工程应用中控制器切换和系统切换往往不同步, 鉴于此, 文献[13]研究了异步切换下线性多智能体系统的包含控制.

上述研究中智能体间通信是连续的, 这对于能量资源是一种较大的消耗. 文献[14]首次提出事件触发机制思想, 成功地处理了调度控制任务, 该方法有效地减少了资源浪费. 基于此, 文献[15-16]讨论了多智能体系统的一致性问题, 但控制器需要连续更新. 为了避免跟随者之间连续通信, 且控制器间断更新, 文献[17-18]讨论了多智能体系统的事件触发领导跟随一致性问题. 为了避免使用关于拉普拉斯矩阵最小正特征值的全局信息, 文献[19]进一步研究了一般线性多智能体系统的事件触发包含控制问题.

不同于固定拓扑下的事件触发方法^[15-19], 文献[20-21]研究了切换拓扑下一阶和二阶多智能体系统的事件触发一致问题. 采用集中式事件触发方法, 文献[22]讨论了联合连通拓扑下高阶多智能体系统的事件触发领导跟随一致性问题. 不同于文献[22], 基于分布式事件触发控制策略, 文献[23]进一步讨论了时变拓扑下高阶多智能体系统的领导跟随一致性问题. 文献[24]提出了一种积分型事件触发策略, 能够进一步减少触发次数, 节约信通资源. 基于积分型事件触发思想, 文献[25]讨论了固定拓扑下一般线性多智能体系统的领导跟随一致性问题.

考虑当前基于积分型事件触发控制下多智能体系统一致性的研究成果都集中在固定拓扑下, 较少有讨论切换拓扑条件下的情况, 本文研究有向切换拓扑下线性多智能体系统的积分型事件触发领导跟随一致性问题, 并扩展到包含控制. 引入基于估计器的控制方法估计智能体的状态, 便于构建估计误差, 估计器的使用减少了通信成本和能源消耗; 相比于一般事件触发方法, 所提出的积分型事件触发策略能够有效减少触发次数, 并且闭环系统不存在Zeno现象.

1 预备知识

1.1 符号说明

上角标 T 表示转置, 符号 \otimes 表示 Kronecker 积. $\text{dist}(x, C) = \inf_{y \in C} \|x - y\|_2$ 表示向量 $x \in R^N$ 到集合 $C \in R^N$ 的距离, I_n 表示 n 维单位矩阵, 1_n 表示所有元素均为1的 n 维列向量. 矩阵不等式 $X > (\geq) Y$ 表示 $X - Y$ 是正定(半正定)的. $\text{diag}\{\alpha_i\}$ 表示第 i 个对角元素是 α_i 的对角矩阵, $\|\cdot\|$ 表示向量和矩阵的1范数, 符号 $\max_{s \in A}(x^s)$ 表示在集合 A 中 x 取得的最大值. 若 $\int_{\alpha}^{\beta} \|f\| dt < \infty$, 则 $f: [\alpha, \beta] \rightarrow R$ 属于 $L[\alpha, \beta]$. 一组点 $x_1, x_2, \dots, x_q \in R^n$ 构成的凸包为最小凸集

合, 其中 $\text{co}\{x_1, x_2, \dots, x_q\} = \left\{ \sum_{j=1}^q \delta_j x_j \mid \delta_j \in R, \delta_j \geq 0, \sum_{j=1}^q \delta_j = 1 \right\}$.

1.2 代数图论

文献[26]介绍了代数图论的知识. $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 表示有向拓扑图, 其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示节点集, $\mathcal{E} \subseteq (\mathcal{V} \times \mathcal{V})$ 表示边集. $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ 为有向图 \mathcal{G} 的邻接矩阵且 $a_{ii} = 0$, 如果 $(j, i) \in \mathcal{E}$, 则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$. 拉普拉斯矩阵表示为 $L = [l_{ij}] \in R^{N \times N}$, 当 $i \neq j$ 时, $l_{ij} = -a_{ij}$, 当 $i = j$ 时, $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}$. 节点 i 的邻居集为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} \mid (j, i) \in \mathcal{E}, j \neq i\}$. 如果图 \mathcal{G} 中至少存在一个根节点到其他所有节点间的有向路径, 则该图包含一棵有向生成树. 文中通信拓扑图是时变的, 函数 $\sigma(t) : [0, +\infty) \rightarrow \mathcal{P}$ 表示切换信号决定拓扑图, 其中 $\mathcal{P} = \{1, 2, \dots, s\}$. 当 $t \geq 0$ 时, $\mathcal{G}_{\sigma(t)} \in \hat{\mathcal{G}}$, 其中 $\hat{\mathcal{G}} = \{\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_s\}$, $s \geq 1$ 表示所有可能有向通信拓扑图的集合.

假设1 信号 $\sigma(t)$ 不能无限快速地切换. 具体地, $\sigma(t)$ 在时刻 t_v 切换, 并在区间 $[t_v, t_{v+1})$ 保持不变, $\sigma(t)$ 的切换顺序是任意的. 此外, $0 < T_0 < t_{v+1} - t_v < T_1$ 且 $v = 0, 1, \dots$, 其中 T_1 和 T_0 均为正实数, T_0 为滞留时间.

引理1^[27] 假定 $u(t)$ 和 $b(t)$ 在区间 (α, β) 上是连续函数, $a(t), q(t) \in L[\alpha, \beta]$, 且 $b(t)$ 和 $q(t)$ 为非负函数. 如果

$$u(t) \leq a(t) + q(t) \int_{t_0}^t b(s)u(s)ds, \quad t \in (\alpha, \beta),$$

则有

$$u(t) \leq a(t) + q(t) \int_{t_0}^t a(s)b(s)e^{\int_s^t q(r)b(r)dr} ds.$$

2 切换拓扑积分事件触发领导跟随一致性

2.1 系统动力学

考虑具有 $N + 1$ 个同构智能体的线性多智能体系统, 其中节点0表示领导者, 节点 $1, 2, \dots, N$ 表示跟随者. 领导者和跟随者动力学系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = Ax_0(t), \\ \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_0(t) \in R^n$ 和 $x_i(t) \in R^n$ 分别为领导者0和跟随者 i 的状态, $u_i(t) \in R^m$ 为控制输入, 矩阵 $A \in R^{n \times n}$ 和 $B \in R^{n \times m}$ 为常矩阵.

定义1^[8] 对于多智能体系统(1), 如果满足条件 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0, \forall i = 1, 2, \dots, N$, 则系统(1)实现领导跟随一致.

假设2 (A, B) 是可镇定的.

假设3 通信拓扑图 \mathcal{G}_i 是连通的, $i \in \{1, 2, \dots, s\}$,并包含一棵有向生成树,且领导者为根节点.

引理2^[8] 当图 \mathcal{G} 包含一棵有向生成树时,拓扑图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵 L 存在单一的零特征值且其他所有特征值都有正实部.

由假设3可知,领导者不从邻居接收信息,那么拉普拉斯矩阵可以划分为

$$L_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0_{1 \times N} \\ L_2^{\sigma(t)} & L_1^{\sigma(t)} \end{bmatrix}.$$

其中: $L_2^{\sigma(t)} \in R^{N \times 1}, L_1^{\sigma(t)} \in R^{N \times N}$. 因为 \mathcal{G} 满足假设3,由引理1可知 $L_1^{\sigma(t)}$ 为非奇异 M 矩阵且对角占优.

2.2 控制器设计

为了便于后续讨论,提出分布式事件触发一致协议

$$\begin{cases} u_i(t) = K\hat{z}_i(t) + K(\hat{x}_i(t) - x_i(t)), \\ \hat{z}_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)) + d_i(x_0(t) - \hat{x}_i(t)). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $K \in R^{m \times n}$ 为待设计的控制增益, $\hat{z}_i \in R^n$ 为相对状态估计, $\hat{x}_i, \hat{x}_j \in R^n$ 为相应智能体的状态估计. 当领导者 $0 \in \mathcal{N}_i$ 时, $d_i = 1$,否则 $d_i = 0$.

式(2)给出了控制器结构设计,切换拓扑中 \mathcal{N}_i 是时变的,估计器 \hat{x}_j 设计如下:

$$\begin{cases} \hat{x}_j(t_Z^j) = x_j(t_Z^j), \\ \dot{\hat{x}}_j(t) = A\hat{x}_j(t), t \in [t_Z^j, t_{Z+1}^j], j \in \{i\} \cup \mathcal{N}_i. \end{cases} \quad (3)$$

$$t_Z^j = \begin{cases} t_v, & j \text{是新拓扑结构下的邻居;} \\ t_k^j, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

对于 $Z, k = 0, 1, \dots, t_v$ 表示 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 切换时对应的时刻. 由式(3)可知,估计值 \hat{x}_i 在第1个式子中离散更新,且在第2个式子中连续更新. 控制器 u_i 是一个分段连续信号,当智能体与邻居间拓扑结构变化或邻居的状态信息被发送或接收以进行估计更新时,则需要通信,否则 u_i 会在事件间隔期间连续流动. 领导者只需要发送一次初始状态信息,由式(1)可以直接得到 $\hat{x}_0(t) = x_0(t)$. 如果 $j \in \mathcal{N}_i$ 是一个新连接的邻居,则在 t_v 时刻智能体 i 与 j 相互通信.

控制增益 K 设计如下:由假设2可知,存在唯一的正定解 P 满足方程 $A^T P + PA - PBB^T P + I_n = 0$,意味着 $A - BB^T P$ 是Hurwitz阵. 基于假设3,存在 $\lambda_i(L_1^{\sigma(t)})(i = 1, 2, \dots, N)$ 有正实部,并且对于任意 i 存在一个正实数 g 满足 $g \min_{s \in \mathcal{P}} \text{Re } \lambda_i(L_1^s) \geq 1$. 设计控制增益 $K = gB^T P$ 使得 $\Pi_{\sigma(t)} = I_N \otimes A - L_1^{\sigma(t)} \otimes BK$

是Hurwitz阵,那么存在两个正实数 γ 和 δ 满足

$$\psi \leq \gamma e^{-\delta(t-t_0)}, \quad (4)$$

其中 $\psi = \max_{s \in \mathcal{P}} \|e^{\Pi_s(t-t_0)}\|$.

基于估计状态 $\hat{x}_i(t)$ 和真实状态 $x_i(t)$,定义估计误差

$$e_i(t) = \hat{x}_i(t) - x_i(t), i \in \mathcal{V}, t \in [t_k^i, t_{k+1}^i]. \quad (5)$$

积分型事件触发函数设计如下:

$$f_i(t) = \int_{t_k^i}^t \|e_i(s)\| ds - \beta_i \int_{t_k^i}^t \|(x_i(s) - \hat{x}_i(s)) - \hat{z}_i(s)\| ds, \quad (6)$$

其中 β_i 为正实数. 为第 i 个智能体构建触发时刻如下:

$$t_{k+1}^i = \inf\{t \in [t_k^i, \infty) | f_i(t) > 0\}, k = 0, 1, \dots \quad (7)$$

在积分型事件触发机制下,智能体 i 的控制结构如图1所示.

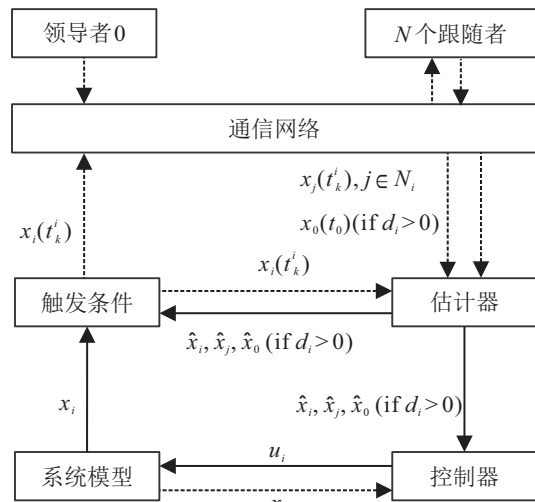


图1 积分型事件触发控制结构

2.3 领导跟随一致性分析

基于上述分析,本节给出基于积分型事件触发领导跟随一致性的主要结论. 为了便于分析,引入如下符号:

$$\begin{aligned} k_1 &= \max_{s \in \mathcal{P}} \|L_1^s \otimes I_n\|, k_2 = \max_{s \in \mathcal{P}} \|(L_1^s + I_N) \otimes I_n\|, \\ k_3 &= \max_{s \in \mathcal{P}} \|(L_1^s - I_N) \otimes BK\|, \beta_{\max} = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \beta_i, \\ \gamma_1 &= \gamma \|e(t_0)\|, \gamma_2 = \frac{\gamma \beta_{\max} k_1 k_3}{1 - \beta_{\max} k_2}. \end{aligned}$$

定理1 在假设1~假设3下,提出分布控制协议(2),控制增益为 $K = gB^T P$,积分型事件触发条件为式(6)和(7). 对于满足式(4)的 γ 和 δ ,如果

$$\beta_{\max} < \frac{\delta}{\delta k_2 + \gamma k_1 k_3}, \quad (8)$$

则基于切换拓扑 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 下的多智能体系统(1)实现领导跟随一致性. 另外, 事件触发的间隔时间 $t_{k+1}^i - t_k^i \geq \tau_i$ 存在一个正实数下界

$$\tau_i = \frac{1}{\|A\|} \ln \left(1 + \frac{\beta_i}{\|A\|} \|BK\| \right), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

即该闭环系统不会出现Zeno现象.

证明 首先证明多智能体系统实现领导跟随一致性.

$\varepsilon_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$ 表示跟随者 i 与领导者 0 间的状态误差, 可以得到

$$\dot{\varepsilon}_i(t) = A\varepsilon_i(t) + Bu_i(t).$$

基于控制器(2)和估计误差(5), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i(t) = & BK \sum_{j \in \mathcal{N}_i} ((x_j(t) - x_i(t)) + (e_j(t) - e_i(t))) + \\ & A\varepsilon_i(t) + BKd_i(x_0(t) - x_i(t)) + \\ & BK(-d_i e_i(t) + e_i(t)). \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & [\varepsilon_1^T(t), \varepsilon_2^T(t), \dots, \varepsilon_N^T(t)]^T, \\ e(t) = & [e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t)]^T, \end{aligned}$$

可得 $\dot{\varepsilon}_i(t)$ 的紧形式为

$$\dot{\varepsilon}(t) = \Pi_{\sigma(t)} \varepsilon(t) - ((L_1^{\sigma(t)} - I_N) \otimes BK) e(t), \quad (10)$$

其中 $\Pi_{\sigma(t)} = I_N \otimes A - L_1^{\sigma(t)} \otimes BK$. 由事件触发条件(6)和(7)可得

$$\begin{aligned} \int_{t_k^i}^t \|e_i(s)\| ds \leq & \beta_i \int_{t_k^i}^t \|x_i(s) - \hat{x}_i(s) - \hat{z}_i(s)\| ds = \\ & \beta_i \int_{t_k^i}^t \|\Delta(s)\| ds, \end{aligned}$$

其中 $\Delta(s) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\varepsilon_i(s) - \varepsilon_j(s) + e_i(s) - e_j(s)) + d_i(\varepsilon_i(s) + e_i(s)) + e_i(s)$. 那么可得

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \|e_i(s)\| ds \leq & \beta_i \max_{s \in \mathcal{P}} (\|L_{1_i}^s \otimes I_n\|) \int_{t_0}^t \|\varepsilon(s)\| ds + \\ & \beta_i \max_{s \in \mathcal{P}} (\|\Gamma_1 \otimes I_n\|) \int_{t_0}^t \|e(s)\| ds. \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\Gamma_1 = L_{1_i}^s + I_{N_i}$, $L_{1_i}^{\sigma(t)}$ 为 $L_1^{\sigma(t)}$ 的第 i 行, I_{N_i} 为 I_N 的第 i 行. 由式(11)可得

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \|e(s)\| ds \leq & \\ k_1 \beta_{\max} \int_{t_0}^t \|\varepsilon(s)\| ds + & k_2 \beta_{\max} \int_{t_0}^t \|e(s)\| ds. \end{aligned}$$

基于此, 可得

$$\int_{t_0}^t \|e(s)\| ds \leq \frac{\beta_{\max} k_1}{1 - \beta_{\max} k_2} \int_{t_0}^t \|\varepsilon(s)\| ds. \quad (12)$$

从 t_0 到 t 对式(10)积分, 同时基于式(4)和(12), 可得

$$\begin{aligned} \|\varepsilon(t)\| \leq & \\ \gamma e^{-\delta(t-t_0)} \|\varepsilon(t_0)\| + & \gamma k_3 \int_{t_0}^t e^{-\delta(t-s)} \|e(s)\| ds \leq \end{aligned}$$

$$\gamma e^{-\delta(t-t_0)} \|\varepsilon(t_0)\| + \gamma_2 e^{-\delta t} \int_{t_0}^t e^{\delta s} \|\varepsilon(s)\| ds.$$

借助引理1, 进一步得到

$$\begin{aligned} \|\varepsilon(t)\| \leq & \gamma_1 e^{-\delta(t-t_0)} + \\ \gamma_2 e^{-\delta t} \int_{t_0}^t & \gamma_1 e^{-\delta(s-t_0)} e^{\delta s} e^{\int_s^t \gamma_2 e^{-\delta r} e^{\delta r} dr} ds = \\ \gamma_1 e^{(\gamma_2 - \delta)(t-t_0)}. & \end{aligned}$$

基于 γ_2 的表达式, 得到 $\beta_{\max} = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 k_2 + \gamma k_1 k_3}$. 因为

$\beta_{\max} < \frac{\delta}{\gamma_2 k_2 + \gamma k_1 k_3}$, 得 $\delta > \gamma_2$, 进一步分析, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 可得 $\|\varepsilon(t)\| \rightarrow 0$. 那么多智能体系统实现领导跟随一致性.

接着证明多智能体系统不存在Zeno现象. 在假设1下, 当 $T_0 < t_{v+1} - t_v$ 时, 基于有向切换拓扑的系统动力学不会出现Zeno现象. 那么, 当区间间隔小于 T_0 时, 仅需要讨论以下3种情况:

1) 考虑区间 $[t_k^j, t_{k+1}^j)$, 其中 $0 < t_{k+1}^j - t_k^j < T_0$, 在随后的分析中证明了该区间存在下界.

2) 考虑区间 $[t_v, t_{k+1}^j)$, 其中 $0 < t_{k+1}^j - t_v < T_0$. 基于式(3), 在 t_v 时刻新的邻居 $j \in \mathcal{N}_i$ 存在相互通信, 可得 $e_j = 0$. 那么, 因为 t_v 等价于 t_k^j , 情况2) 转变为情况1).

3) 考虑区间 $[t_k^j, t_v)$, 其中 $0 < t_v - t_k^j < T_0$. 因为 t_{k+1}^j 在 t_{v+1} 之前, 所以 $[t_v, t_{k+1}^j)$ 为下一个周期. 区间 $[t_v, t_{k+1}^j)$ 存在一个正下界, 系统不会出现Zeno现象, 此时情况3) 转变为情况2), 进一步可求得区间 $[t_v, t_{k+1}^j)$ 的下界.

详细分析情况1). 考虑式(5), 在区间 $[t_k^i, t_{k+1}^i)$ 求得 $e_i(t)$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = & \dot{\hat{x}}_i(t) - \dot{x}_i(t) = \\ & A\hat{x}_i(t) - (Ax_i(t) + Bu_i(t)) = \\ & Ae_i(t) + BK \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) + \\ & d_i BK(\hat{x}_i(t) - x_0(t)) + BK(x_i(t) - \hat{x}_i(t)). \end{aligned}$$

进一步, 可得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \|e_i(t)\| \leq & \\ \|A\| \|e_i(t)\| + \|BK\| \| & (x_i(t) - \hat{x}_i(t)) - \hat{z}_i(t)\|. \end{aligned} \quad (13)$$

注意到 $\|e_i(t_k^i)\| = 0$, 在区间 $[t_k^i, t)$ 对式(13)积分, 可得

$$\begin{aligned} \|e_i(t)\| \leq & \\ \int_{t_k^i}^t e^{\|A\|(t-s)} \|BK\| \| & (x_i(s) - \hat{x}_i(s)) - \hat{z}_i(s)\| ds. \end{aligned}$$

在区间 $[t_k^i, t)$, 基于函数 $e^{\|A\|(t-s)}$ 的连续性, 可得 $e^{\|A\|(t-s)} \leq e^{\|A\|(t-t_k^i)}$. 进一步得到

$$\begin{aligned} \|e_i(t)\| &\leq \\ \|BK\|e^{\|A\|(t-t_k^i)} \int_{t_k^i}^t \|(x_i(s) - \hat{x}_i(s)) - \hat{z}_i(s)\| ds. \end{aligned} \quad (14)$$

从 t_k^i 到 t 对式(14)进行积分,可得

$$\begin{aligned} \int_{t_k^i}^t \|e_i(t)\| ds &\leq \\ \|BK\| \int_{t_k^i}^t e^{\|A\|(s-t_k^i)} \times \\ \int_{t_k^i}^s \|(x_i(\tau) - \hat{x}_i(\tau)) - \hat{z}_i(\tau)\| d\tau ds &\leq \\ \|BK\| \int_{t_k^i}^t e^{\|A\|(s-t_k^i)} ds \times \\ \int_{t_k^i}^t \|(x_i(s) - \hat{x}_i(s)) - \hat{z}_i(s)\| ds. \end{aligned}$$

基于事件触发条件(6)和(7),可得

$$\|BK\| \int_{t_k^i}^t e^{\|A\|(s-t_k^i)} ds = \beta_i.$$

进一步可得

$$\|BK\| \int_{t_k^i}^{t_k^i + \tau_i} e^{\|A\|(s-t_k^i)} ds = \beta_i.$$

最终可得

$$\tau_i = \frac{1}{\|A\|} \ln \left(1 + \frac{\beta_i \|A\|}{\|BK\|} \right) > 0.$$

因此闭环系统不存在Zeno现象. \square

注1 定理1讨论了有向切换拓扑下多智能体系统积分型事件触发的领导者跟随一致问题. 相比于文献[25]提出的积分型事件触发条件,本文改进了其触发条件,误差项 $\hat{x}_i(t) - x_i(t)$ 的引入使触发函数 $f_i(t)$ 由负变正的过程更加平缓,增强了控制系统的稳定性. 相比于文献[23]中采用的事件触发方法,积分型事件触发策略明显减少了事件触发次数,有效节约了能源资源.

注2 积分型事件触发条件比传统事件触发条件保守性更小,它使李雅普诺夫函数的导数在某个时间间隔内为正,从而使连续事件时间间隔增加. 与其他事件触发条件一样,积分型事件触发条件也存在其固有的缺点. 首先,由于积分型触发条件只能提供基于积分信号的一些不等式,输入状态稳定Lyapunov函数的导数性质不能一直得到保证. 其次,对于基于积分的事件触发控制,Barbalat's引理是证明无扰动情况下渐近稳定性的有力工具,然而,扰动会使所涉及积分信号的限制不存在,因此对于有外部扰动的系统,Barbalat's引理是无效的.

3 切换拓扑事件触发包含控制

3.1 系统动力学

当多智能体系统中含有多个领导者时,领导跟随一致性问题转化为包含控制问题. 假设在多智能体系统中,存在 N 个跟随者和 M 个领导者,分别用 $\mathcal{F} = \{1, 2, \dots, N\}$ 和 $\mathcal{R} = \{N+1, N+2, \dots, N+M\}$ 表示

跟随者集合与领导者集合. 对于跟随者 i , 分别用 $\mathcal{N}_{\mathcal{F}_i} = \{j \in \mathcal{F} | (j, i) \in \mathcal{E}, j \neq i\}$ 和 $\mathcal{N}_{\mathcal{R}_i} = \{j \in \mathcal{R} | (j, i) \in \mathcal{E}, j \neq i\}$ 表示其跟随者邻居集与其领导者邻居集. 领导者和跟随者动力学系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t), & i \in \mathcal{F}; \\ \dot{x}_i(t) = Ax_i(t), & i \in \mathcal{R}. \end{cases} \quad (15)$$

系统(15)的参数如系统(1)所述.

定义2^[19] 当 $t \rightarrow \infty$ 时,如果基于跟随者设计的控制协议能够使得所有跟随者渐近地进入到领导者形成的凸包中,则多智能体系统(15)实现包含控制. 即,对于 $\forall j \in \mathcal{F}$, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(x_j(t), \text{co}(x_i(t), i \in \mathcal{R})) = 0$.

假设4 通信拓扑图 \mathcal{G}_i 是连通的, $i \in \{1, 2, \dots, s\}$, 对于每个跟随者,至少有一个领导者存在一条有向路径可到达它.

值得注意的是,当系统中只有一个领导者时,假设4简化为假设3. 因为领导者不接收其邻居的通信消息,相关的Laplacian矩阵表示为

$$\tilde{L}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0_{M \times M} & 0_{M \times N} \\ \tilde{L}_2^{\sigma(t)} & \tilde{L}_1^{\sigma(t)} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

其中: $\tilde{L}_1^{\sigma(t)} \in R^{N \times N}$, $\tilde{L}_2^{\sigma(t)} \in R^{N \times M}$.

引理3^[19] 如果假设4成立,则 $\tilde{L}_1^{\sigma(t)}$ 的特征值实部均大于0,且矩阵 $-(\tilde{L}_1^{\sigma(t)})^{-1} \tilde{L}_2^{\sigma(t)}$ 所有元素都是非负的,矩阵 $-(\tilde{L}_1^{\sigma(t)})^{-1} \tilde{L}_2^{\sigma(t)}$ 的行和均为1.

3.2 控制器设计

对比之前设计的一致控制协议(2),提出相应的包含控制协议

$$u_i(t) = \tilde{K} \hat{z}_i(t) + \tilde{K} (\hat{x}_i(t) - x_i(t)), \quad i \in \mathcal{F}, \quad (17)$$

其中

$$\hat{z}_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i}} (\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)) + \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{R}_i}} (x_j(t) - \hat{x}_i(t)).$$

类似于协议(2)中的控制增益 K , 这里的 \tilde{K} 为待设计的控制增益. 类似于式(3)中 \hat{x}_j 的设计方法,切换拓扑下包含控制中 \hat{x}_j 设计如下:

$$\begin{cases} \hat{x}_j(t_Z^j) = x_j(t_Z^j), \\ \dot{\hat{x}}_j(t) = A\hat{x}_j(t), t \in [t_Z^j, t_{Z+1}^j], j \in \{i\} \cup \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i}. \end{cases} \quad (18)$$

对于 $Z, k = 0, 1, \dots$, 如果 j 是拓扑结构变化后的邻居,则 $t_Z^j = t_v$, 否则 $t_Z^j = t_k^j$, t_v 表示 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 切换时对应的时刻. 领导者只需要发送一次初始状态信息,由式(15)可以直接得到 $\hat{x}_i(t) = x_i(t), i \in \mathcal{R}$. 与第2.2节分析相似,可得 $\lambda_i(\tilde{L}_1^{\sigma(t)}) (i \in \mathcal{F})$ 的实部大于0,且对于任意 $i \in \mathcal{F}$, 存在一个正实数 \tilde{g} 使得 $\tilde{g} \min_{s \in \mathcal{P}} \text{Re} \lambda_i(\tilde{L}_1^s) \geq$

1. 设计控制增益 $\tilde{K} = \tilde{g}B^T P$ 使得 $\tilde{\Pi}_{\sigma(t)} = I_N \otimes A - \tilde{L}_1^{\sigma(t)} \otimes B\tilde{K}$ 是 Hurwitz 阵, 那么存在两个正实数 $\tilde{\gamma}$ 和 $\tilde{\delta}$, 满足

$$\tilde{\psi} \leq \tilde{\gamma}e^{-\tilde{\delta}(t-t_0)}, \quad (19)$$

其中 $\tilde{\psi} = \max_{s \in \mathcal{P}} \|e^{\tilde{\Pi}_s(t-t_0)}\|$.

基于估计状态 $\hat{x}_i(t)$ 和真实状态 $x_i(t)$, 定义估计误差

$$e_i(t) = \hat{x}_i(t) - x_i(t), \quad i \in \mathcal{F}, \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i]. \quad (20)$$

将式(16)代入(15), 得到

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= Ax_i(t) + B\tilde{K} \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i} \cup \mathcal{N}_{\mathcal{R}_i}} (x_j(t) - x_i(t)) + \\ & B\tilde{K} \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i} \cup \mathcal{N}_{\mathcal{R}_i}} (e_j(t) - e_i(t)) + B\tilde{K}e_i(t). \end{aligned}$$

进一步可得

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\mathcal{F}}(t) &= (I_N \otimes A)x_{\mathcal{F}}(t) - (\tilde{L}_1^{\sigma(t)} \otimes B\tilde{K})x_{\mathcal{F}}(t) - \\ & (\tilde{L}_2^{\sigma(t)} \otimes B\tilde{K})x_{\mathcal{R}}(t) - ((\tilde{L}_1^{\sigma(t)} - I_N) \otimes B\tilde{K})e(t), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\dot{x}_{\mathcal{R}}(t) = (I_M \otimes A)x_{\mathcal{R}}(t). \quad (22)$$

其中: $x_{\mathcal{F}}(t) = [x_1^T(t), \dots, x_N^T(t)]$, $x_{\mathcal{R}}(t) = [x_{N+1}^T(t), \dots, x_{N+M}^T(t)]$, $e(t) = [e_1^T(t), \dots, e_N^T(t)]$.

设计如下积分型事件触发函数:

$$\begin{aligned} f_i(t) &= \int_{t_k^i}^t \|e_i(s)\| ds - \tilde{\beta}_i \int_{t_k^i}^t \|(x_i(s) - \hat{x}_i(s)) - \hat{z}_i(s)\| ds, \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\tilde{\beta}_i$ 为正实数. 为第 i 个智能体构建触发时刻如下:

$$t_{k+1}^i = \inf\{t \in [t_k^i, \infty) | f_i(t) > 0\}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (24)$$

3.3 包含控制分析

为便于后续分析, 引入如下符号:

$$\tilde{k}_1 = \max_{s \in \mathcal{P}} \|(\tilde{L}_1^s - I_N) \otimes I_n\|, \quad \tilde{\gamma}_1 = \tilde{\gamma}\|\varepsilon(t_0)\|,$$

$$\tilde{k}_2 = \max_{s \in \mathcal{P}} \|(\tilde{L}_1^s(\tilde{L}_1^s - I_N)) \otimes B\tilde{K}\|,$$

$$\tilde{\gamma}_2 = \frac{\tilde{\gamma}\tilde{\beta}_{\max}\tilde{k}_2}{1 - \tilde{\beta}_{\max}\tilde{k}_1}, \quad \tilde{\beta}_{\max} = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \tilde{\beta}_i.$$

定理 2 在假设 1、假设 2 和假设 4 下, 提出分布控制协议 (16), 控制增益为 $\tilde{K} = \tilde{g}B^T P$, 积分型事件触发条件为式 (22) 和 (23). 对于满足式 (18) 的 $\tilde{\gamma}$ 和 $\tilde{\delta}$, 如果

$$\tilde{\beta}_{\max} < \frac{\tilde{\delta}}{\tilde{\delta}\tilde{k}_1 + \tilde{\gamma}\tilde{k}_2}, \quad (25)$$

则基于切换拓扑 $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ 下的多智能体系统 (15) 实现包含控制. 另外, 事件触发的间隔时间 $t_{k+1}^i - t_k^i \geq \tilde{\tau}_i$ 存在一个正实数下界

$$\tilde{\tau}_i = \frac{1}{\|A\|} \ln \left(1 + \frac{\tilde{\beta}_i \|A\|}{\|B\tilde{K}\|} \right), \quad i \in \mathcal{F}, \quad (26)$$

即该闭环系统不会出现 Zeno 现象.

证明 首先证明多智能体系统实现包含控制.

令 $\varepsilon_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i} \cup \mathcal{N}_{\mathcal{R}_i}} (x_i(t) - x_j(t))$, $i \in \mathcal{F}$ 表示相对跟踪误差. 可得

$$\varepsilon(t) = (\tilde{L}_1^{\sigma(t)} \otimes I_n)x_{\mathcal{F}}(t) + (\tilde{L}_2^{\sigma(t)} \otimes I_n)x_{\mathcal{R}}(t),$$

其中 $\varepsilon(t) = [\varepsilon_1^T(t), \dots, \varepsilon_N^T(t)]$. 基于式 (20) 和 (21), 得

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= (\tilde{L}_1^{\sigma(t)} \otimes I_n)\dot{x}_{\mathcal{F}}(t) + (\tilde{L}_2^{\sigma(t)} \otimes I_n)\dot{x}_{\mathcal{R}}(t) = \\ & \tilde{\Pi}_{\sigma(t)}\varepsilon(t) - ((\tilde{L}_1^{\sigma(t)}(\tilde{L}_1^{\sigma(t)} - I_N)) \otimes B\tilde{K})e(t), \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\tilde{\Pi}_{\sigma(t)} = I_N \otimes A - \tilde{L}_1^{\sigma(t)} \otimes B\tilde{K}$. 基于式 (16), 可得

$$\begin{aligned} -\hat{z}_i(t) + x_i(t) - \hat{x}_i(t) &= \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i}} (e_i(t) - e_j(t) + x_i(t) - x_j(t)) + \\ & \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{R}_i}} (e_i(t) + x_i(t) - x_j(t)) - e_i(t) = \\ & \varepsilon_i(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i}} (e_i(t) - e_j(t)) - e_i(t), \end{aligned}$$

由事件触发条件 (22) 和 (23) 可得

$$\int_{t_k^i}^t \|e_i(s)\| ds \leq \tilde{\beta}_i \int_{t_k^i}^t \|\Gamma_i(s)\| ds,$$

其中 $\Gamma_i(s) = \sum_{j \in \mathcal{N}_{\mathcal{F}_i}} (e_i(s) - e_j(s)) - e_i(s) - \varepsilon_i(s)$. 进一步可得

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \|e_i(s)\| ds &\leq \tilde{\beta}_i \max_{s \in \mathcal{P}} \|(\tilde{L}_1^s - I_{N_i}) \otimes I_n\| \times \\ & \int_{t_0}^t \|e(s)\| ds + \tilde{\beta}_i \int_{t_0}^t \|\varepsilon(s)\| ds. \end{aligned} \quad (28)$$

其中: $\tilde{L}_{1_i}^{\sigma(t)}$ 为 $\tilde{L}_1^{\sigma(t)}$ 的第 i 行, I_{N_i} 为 I_N 的第 i 行. 基于式 (27) 可得

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \|e(s)\| ds &\leq \tilde{k}_1 \tilde{\beta}_{\max} \int_{t_0}^t \|e(s)\| ds + \tilde{\beta}_{\max} \int_{t_0}^t \|\varepsilon(s)\| ds. \end{aligned}$$

进一步可得

$$\int_{t_0}^t \|e(s)\| ds \leq \frac{\tilde{\beta}_{\max}}{1 - \tilde{\beta}_{\max}\tilde{k}_1} \int_{t_0}^t \|\varepsilon(s)\| ds. \quad (29)$$

从 t_0 到 t 对式 (26) 积分, 同时使用式 (18) 和 (28), 可得

$$\begin{aligned} \|\varepsilon(t)\| &\leq \tilde{\gamma}e^{-\tilde{\delta}(t-t_0)}\|\varepsilon(t_0)\| + \tilde{\gamma}\tilde{k}_2 \int_{t_0}^t e^{-\tilde{\delta}(t-s)}\|e(s)\| ds. \end{aligned}$$

进一步可得

$$\|\varepsilon(t)\| \leq \tilde{\gamma}_1 e^{-\tilde{\delta}(t-t_0)} \|\varepsilon(t_0)\| + \tilde{\gamma}_2 e^{-\tilde{\delta}t} \int_{t_0}^t e^{\tilde{\delta}s} \|\varepsilon(s)\| ds.$$

借助引理1,可得

$$\begin{aligned} \|\varepsilon(t)\| &\leq \tilde{\gamma}_1 e^{-\tilde{\delta}(t-t_0)} + \\ &\tilde{\gamma}_2 e^{-\tilde{\delta}t} \int_{t_0}^t \tilde{\gamma}_1 e^{-\tilde{\delta}(s-t_0)} e^{\tilde{\delta}s} e^{\int_s^t \tilde{\gamma}_2 e^{-\tilde{\delta}r} e^{\tilde{\delta}r} dr} ds = \\ &\tilde{\gamma}_1 e^{(\tilde{\gamma}_2 - \tilde{\delta})(t-t_0)}. \end{aligned}$$

基于 $\tilde{\gamma}_2$ 的表达式,得 $\tilde{\beta}_{\max} = \frac{\tilde{\gamma}_2}{\tilde{\gamma}_2 \tilde{k}_1 + \tilde{\gamma}_2 \tilde{k}_2}$. 因为 $\tilde{\beta}_{\max} < \frac{\tilde{\delta}}{\tilde{\delta} \tilde{k}_1 + \tilde{\gamma}_2 \tilde{k}_2}$, 有 $\tilde{\delta} > \tilde{\gamma}_2$, 进一步分析, 当 $t \rightarrow \infty$, 可得 $\|\varepsilon(t)\| \rightarrow 0$, 那么多智能体系统实现包含控制.

采用与定理1证明相似的方法, 可得事件触发间隔时间 $\tilde{\tau}_i = \frac{1}{\|A\|} \ln \left(1 + \frac{\tilde{\beta}_i \|A\|}{\|B\tilde{K}\|} \right) > 0, i \in \mathcal{F}$, 因此闭环系统不存在Zeno现象. \square

4 仿真实验

例1 验证多智能体系统领导跟随一致性算法的有效性. 通信拓扑图 \mathcal{G}_1 和 \mathcal{G}_2 均包含一颗有向生成树且领导者为根节点. 规定拓扑图在 $t = 10$ s 从 \mathcal{G}_1 切换到 \mathcal{G}_2 (仿真时间为20 s). 对应的拉普拉斯矩阵为

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

系统动力学(1)的参数描述如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

通过验证 (A, B) 可镇定, 满足假设2. 经计算, 增益矩阵 $K = [1.000 \ 2.414 \ 2.414]$, 可证 $I_4 \otimes A - L_1^s \otimes BK$ ($s = 1, 2$) 为Hurwitz阵. 智能体初始状态分别给定为 $x_0 = [-5, 13, 5]^T, x_1 = [16, -1, 3]^T, x_2 = [-7, 9, -12]^T, x_3 = [-6, -5, -7]^T, x_4 = [8, 1, -7]^T$. 基于事件触发条件(6)和(7), 图2描绘了多智能体系统跟随者与领导者之间状态误差轨迹. 可以看出误差轨迹最终趋于0, 即多智能体系统实现领导跟随一致性.

为了描述在控制协议(2)下跟随者的事件触发情况, 图3给出了定理1中4个跟随者的事件触发时刻. 表1给出了事件触发次数的比较. 可以清楚地看

到, 积分型事件触发的次数明显少于文献[23]事件触发的次数, 显示了积分型事件触发算法的优越性.

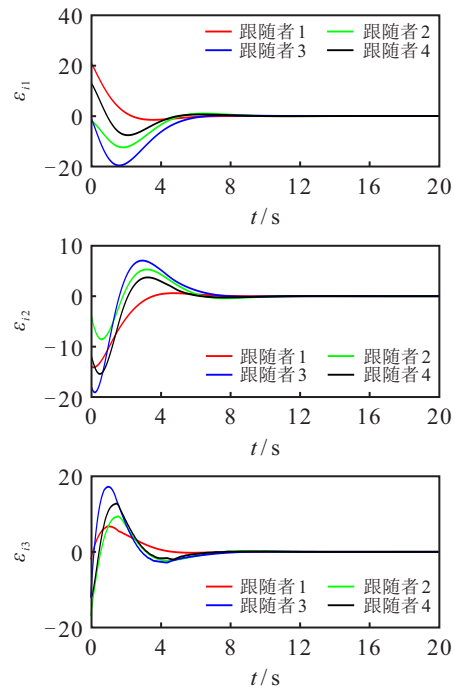


图2 跟随者与领导者状态误差轨迹

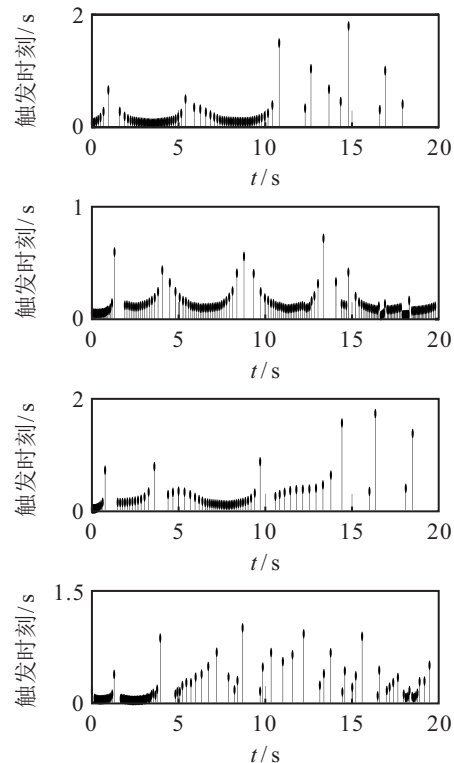


图3 定理1 跟随者事件触发时刻

表1 事件触发次数比较

跟随者序号	文献[23]触发次数	定理1触发次数
跟随者1	750	85
跟随者2	910	162
跟随者3	347	88
跟随者4	760	130

例2 验证多智能体系统事件触发包含控制算法的有效性. 如图4所示, 节点1~节点3为领导者, 其余节点为跟随者, 由 G_1 和 G_2 可得假设4成立. 规定拓扑图在 $t = 10$ s从 G_1 切换到 G_2 (仿真时间为20s).

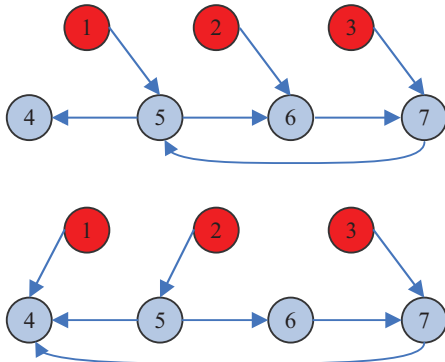


图4 通信拓扑图 G_1 和 G_2

系统动力学(15)的参数描述如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

通过验证 (A, B) 可镇定, 满足假设2. 经计算, 增益矩阵 $\tilde{K} = [-0.414 \ 1.352]$, 可证 $I_4 \otimes A - \tilde{L}_1^s \otimes B\tilde{K}$ ($s = 1, 2$)为Hurwitz 阵. 智能体初始状态分别给定为 $x_1 = [-5, 5]^T$, $x_2 = [-1, 10]^T$, $x_3 = [4, 13]^T$, $x_4 = [9, 2]^T$, $x_5 = [-12, 4]^T$, $x_6 = [14, 0]^T$, $x_7 = [7, 14]^T$. 基于事件触发条件(22)和(23), 图5描绘了多智能体系统领导者和跟随者的状态轨迹. 可以看出, 最终所有跟随者的轨迹包含在领导者轨迹组成的凸包中, 即多智能体系统实现了包含控制.

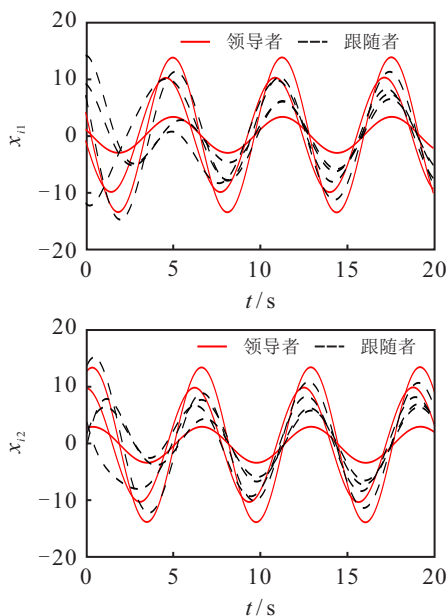


图5 领导者和跟随者状态轨迹

5 结论

本文研究了一类在切换拓扑下多智能体线性系统的分布式积分型事件触发一致跟踪性问题. 该事

件触发控制算法不仅减少了邻近智能体之间的通信, 同时保证了系统的稳定性. 当拓扑图包含一棵生成树且领导者是根节点时, 通过理论分析给出了在控制协议下切换拓扑领导跟随一致性的充分条件并排除了Zeno现象; 其次当存在多个领导者时, 在相应控制协议下多智能体系统实现了包含控制, 且不存在Zeno现象; 最后通过实验结果验证了所提出算法的有效性. 未来的研究将进一步考虑具有时间延迟、扰动、DoS攻击等因素的多智能体系统积分型事件触发包含控制.

参考文献(References)

- [1] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [2] Wen G X, Chen C L P, Liu Y J, et al. Neural network-based adaptive leader-following consensus control for a class of nonlinear multiagent state-delay systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(8): 2151-2160.
- [3] 陈世明, 李海英, 邵赛, 等. 基于二分图最大匹配的多机器鱼可控包含控制[J]. 控制与决策, 2019, 34(1): 157-161.
(Chen S M, Li H Y, Shao S, et al. Controllable containment control of multiple robotic fish based on bipartite graph maximum matching[J]. Control and Decision, 2019, 34(1): 157-161.)
- [4] Wang Y W, Liu X K, Xiao J W, et al. Output formation-containment of interacted heterogeneous linear systems by distributed hybrid active control[J]. Automatica, 2018, 93: 26-32.
- [5] Dong X W, Hu G Q. Time-varying formation control for general linear multi-agent systems with switching directed topologies[J]. Automatica, 2016, 73: 47-55.
- [6] Zhang H W, Lewis F L, Das A. Optimal design for synchronization of cooperative systems: State feedback, observer and output feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(8): 1948-1952.
- [7] Wang D, Wang Z, Chen M F, et al. Distributed optimization for multi-agent systems with constraints set and communication time-delay over a directed graph[J]. Information Sciences, 2018, 438: 1-14.
- [8] Meng Z Y, Ren W, Cao Y C, et al. Leaderless and leader-following consensus with communication and input delays under a directed network topology[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics, 2011, 41(1): 75-88.
- [9] Ni J K, Liu L, Liu C X, et al. Fixed-time leader-following consensus for second-order multiagent systems with input

- delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11): 8635-8646.
- [10] Hua C C, You X, Guan X P. Leader-following consensus for a class of high-order nonlinear multi-agent systems[J]. Automatica, 2016, 73: 138-144.
- [11] Wang D, Wang D, Wang W. Necessary and sufficient conditions for containment control of multi-agent systems with time delay[J]. Automatica, 2019, 103: 418-423.
- [12] Wang F Y, Liu Z X, Chen Z Q. Distributed containment control for second-order multiagent systems with time delay and intermittent communication[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(18): 5730-5746.
- [13] Liu Q L, Zhou T, Guo S X, et al. Distributed containment control of multi-agent systems under asynchronous switching and stochastic disturbances[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(8): 1105-1112.
- [14] Tabuada P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(9): 1680-1685.
- [15] Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-triggered control for multi-agent systems[C]. Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control. Shanghai, 2009: 7131-7136.
- [16] Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus[J]. Automatica, 2013, 49(1): 245-252.
- [17] Zhao M, Peng C, He W L, et al. Event-triggered communication for leader-following consensus of second-order multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(6): 1888-1897.
- [18] You X, Hua C C, Guan X P. Event-triggered leader-following consensus for nonlinear multiagent systems subject to actuator saturation using dynamic output feedback method[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(12): 4391-4396.
- [19] Xu Y, Fang M, Shi P, et al. Multileader multiagent systems containment control with event-triggering[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(3): 1642-1651.
- [20] Zhang W B, Tang Y, Liu Y R, et al. Event-triggering containment control for a class of multi-agent networks with fixed and switching topologies[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2017, 64(3): 619-629.
- [21] Duan P H, Liu K X, Huang N, et al. Event-based distributed tracking control for second-order multiagent systems with switching networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(9): 3220-3230.
- [22] Xu W Y, Ho D W C, Li L L, et al. Event-triggered schemes on leader-following consensus of general linear multiagent systems under different topologies[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(1): 212-223.
- [23] Cheng T H, Kan Z, Klotz J R, et al. Event-triggered control of multiagent systems for fixed and time-varying network topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(10): 5365-5371.
- [24] Mousavi S H, Ghodrati M, Marquez H J. Integral-based event-triggered control scheme for a general class of non-linear systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(13): 1982-1988.
- [25] Zhang Z Q, Lunze J, Wang L. Integral-based event-triggered control for multi-agent systems with general linear dynamics[J]. International Journal of Control, 2020, 93(5): 1005-1014.
- [26] Godsil C, Royle G. Algebraic graph theory[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001: 69-83.
- [27] Bainov D D, Simeonov P S. Integraline qualities and applications[M]. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 2013: 1-15.

作者简介

周托(1989—),男,博士生,从事多智能体系统一致包含控制的研究, E-mail: zhoutuo@mail.dlut.edu.cn;

刘全利(1976—),男,教授,博士生导师,从事流程工业生产计划与优化调度、复杂工业生产过程的建模与控制等研究, E-mail: liuql@dlut.edu.cn;

王东(1980—),男,教授,博士生导师,从事多智能体系统分布式控制与优化、切换时滞系统故障检测与滤波器设计等研究, E-mail: dwang@dlut.edu.cn;

王伟(1955—),男,教授,博士生导师,从事复杂系统建模控制与优化、流程工业生产计划与优化调度等研究, E-mail: wangwei@dlut.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)