

# 控制与决策

Control and Decision

## 轮足复合移动机器人运动规划发展现状及关键技术分析

郭非, 汪首坤, 王军政

引用本文:

郭非, 汪首坤, 王军政. 轮足复合移动机器人运动规划发展现状及关键技术分析[J]. *控制与决策*, 2022, 37(6): 1433–1444.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0052>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

#### 移动机器人运动规划中的深度强化学习方法

Deep reinforcement learning for motion planning of mobile robots

控制与决策. 2021, 36(6): 1281–1292 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0470>

#### 基于 $\text{pm}3\sigma$ 正态概率区间分族遗传蚁群算法的移动机器人路径规划

Path planning of mobile robot based on  $\text{pm}3\sigma$  normal probability interval population division using genetic ant–colony algorithm

控制与决策. 2021, 36(12): 2861–2870 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0745>

#### 凸优化与A\*算法结合的路径避障算法

Convex optimization and A–star algorithm combined path planning and obstacle avoidance algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2907–2914 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0351>

#### 一种基于免疫机理的确定性移动机器人路径规划算法

A path planning algorithm of deterministic mobile robot based on immune mechanism

控制与决策. 2021, 36(10): 2418–2426 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0059>

#### 基于虚拟结构法的多移动机器人分布式预测控制

Distributed predictive control of multiple mobile robots based on virtual structure method

控制与决策. 2021, 36(5): 1273–1280 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1136>

# 轮足复合移动机器人运动规划发展现状及关键技术分析

郭非, 汪首坤<sup>†</sup>, 王军政

(1. 北京理工大学自动化学院, 北京 100081; 2. 北京理工大学复杂系统智能控制与决策国家重点实验室, 北京 100081; 3. 北京理工大学伺服运动系统驱动与控制工业和信息化部重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 地面移动机器人已经在资源勘探和灾难救援等多领域得到广泛应用, 轮足复合机器人能够结合轮式运动速度快、平稳性高和足式运动的高越障性能等多方面优势, 在理论创新和工程技术方面均有重要的研究价值. 对近年来国内外轮足复合机器人的机械结构进行分析和比较, 将轮足机构复合方式分为 4 类进行列举和总结. 针对多模态运动的优势展开分析, 列举轮足复合机器人主要采用的运动建模、规划和控制策略, 不仅涉及单独的足式运动和轮式运动, 同时涉及足端越障、变构型避障、轨迹规划的轮足复合运动. 最后对运动规划关键技术进行总结和展望, 指出轮足复合移动机器人后续的发展方向、研究思路和所面临的挑战.

**关键词:** 轮足复合机器人; 运动规划; 运动控制; 轮足复合运动

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0052

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 郭非, 汪首坤, 王军政. 轮足复合移动机器人运动规划发展现状及关键技术分析[J]. 控制与决策, 2022, 37(6): 1433-1444.

## Development status and key technology analysis for motion planning of wheel-legged hybrid mobile robot

GUO Fei, WANG Shou-kun<sup>†</sup>, WANG Jun-zheng

(1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. State Key Laboratory of Intelligent Control and Decision of Complex System, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 3. Industry and Informatization Department Key Laboratory of Drive and Control for Servo Motion Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Ground mobile robots have been widely applied in many fields such as resource exploration and disaster rescue. The wheel-legged hybrid robot is capable of combining the fast speed and high stability of wheeled motion and high obstacle-negotiation performance of legged locomotion, which has high research value both in engineering technology and theoretical innovation. We analyze and compare the domestic and overseas wheel-legged hybrid robot's mechanical structure, classify the wheel-legged hybrid structure's combination mode as four types to make a list and summary. Focusing on the benefit of multi-modal motion to expand analysis, we enumerate the primary motion modeling, control, and planning strategy for the wheel-legged hybrid robot. It involves the single-legged locomotion and wheeled motion, as well as foot negotiation, deformable obstacle avoidance, and trajectory planning in wheel-legged hybrid locomotion. While making the conclusion and outlook for crucial technology in motion planning, we indicate the future development direction, research idea, and challenge for wheel-legged hybrid robots.

**Keywords:** wheel-legged hybrid robot; motion planning; motion control; wheel-legged hybrid locomotion

## 0 引言

在过去几十年里先进机器人技术逐年飞速发展, 为了在当今的全球市场上保持竞争力, 提高机器人灵活性、拓宽机器人应用领域和减少运动能耗是机器人自动化高需求背后的主要驱动力. 欧洲“SPARC 民用机器人研发计划”、日本《机器人新战略》、美国

国家机器人计划到《中国制造 2025》已将“机器人”作为大力推动的重点领域之一, 凸显出未来机器人技术发展的高热度和重要性. 移动机器人涉及机械、控制、信息处理、计算机、人工智能等多学科领域, 作为机器人中一个重要分支, 受到广泛关注.

越来越多不同运动形式的移动机器人被研究者

收稿日期: 2021-01-11; 录用日期: 2021-04-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773060).

责任编辑: 易建强.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: bitwsk@bit.edu.cn.

作为学术研究和工业制造的平台,主要分为轮式机器人、履带式机器人和足式机器人,同时各具优点和缺点. 轮式机器人的轮子与地面直接接触可以减少运动震荡,实现低耗能、高移动速度,仅控制几个主动自由度便可实现驱动运动,但是越障能力十分有限. 履带式机器人由于其具有较大的地面接触面积,能够在不均匀和松软地面上行驶,但是移动速度较慢,且比轮式机器人消耗更多的能量,侧面跟踪轮廓是一个具有移动顶点的多边形,容易产生震荡,限制机器人最大运动速度并减小机械效率. 足式机器人有较高的越障能力,合理规划步态序列使得其同时适应于结构化环境和崎岖地形,然而,足式运动状态是离散而非连续的,速度较慢且消耗能量较大,此外由于装载过多驱动器需要复杂的控制系统.

当为一个专门的应用领域构建新的移动平台时,设计者必须对运动系统可运动范围进行复杂且耗时的评估,将先进的运动策略应用在具有两种或者更多复合运动功能的移动机器人平台上,具有高创新性和运动灵活性的运动模式架构,使得机器人能够高效地在结构或非结构环境中运行. 因此,将这些运动形式统一结合构成新的复合运动机构的机器人,3种常见的复合移动系统的结合形式为:轮-足、轮-履带和足-履带,其在负载能力、运动能耗和移动速度方面的性能对比特征如图1所示. 可以看到,轮足复合机器人在能耗效率、移动速度和负载能力方面相对于其他运动形式和复合移动形式的机器人具有更优异的表现.

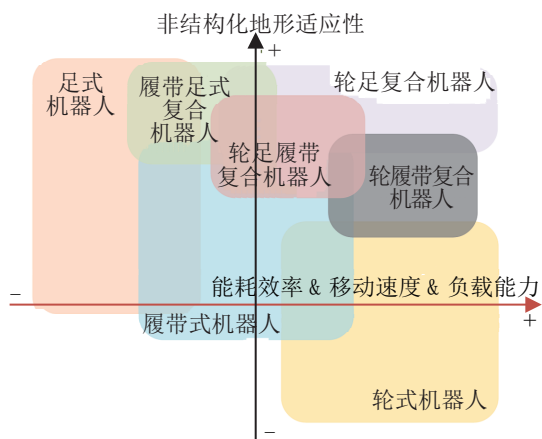


图1 不同运动方式移动机器人的运动性能

## 1 机械结构

轮足复合机器人结合轮式运动的高能量利用率和足式运动的灵活性<sup>[1]</sup>,拓宽了机器人的应用范围和运动性能,主要的应用范围有军事防御、野外勘探、外星球探测、抢险救援、家用服务和医疗辅助等,常利用以下4种轮足机构结合方式设计机械结构:

1) 在轮式机器人机身上添加额外的足式机构. 采用这种轮足结合方式的机器人机械设计十分简单,可以根据地形条件选择恰当的轮足运动模式. 例如 Wheelleg<sup>[2]</sup>(图2(a)),主要缺点是机器人装载两种不同的运动系统使其重量过高.

2) 多个轮足机构构成一个更大的轮子,实现轮足协同运动. 如图2(b)所示, Octopus<sup>[3]</sup>是具有复杂运动模式的移动机器人,共有15个自由度、4条腿和8个触觉轮,每条腿装有两个触觉轮.

3) 采用既可作为轮子也可作为腿足的可缩回模块. 如图2(c)所示, Tadakuma<sup>[4]</sup>采用可缩回轮足模块的机械设计,提高机器人在复杂震荡环境中的运动可靠性.

4) 将轮子装于多关节足式机构连接处(常见于足末端). 该结合方式可以通过不同的方式进行实现, Anymal on Wheels<sup>[5]</sup>是在串联足式机构末端装有轮子的四轮足机器人,如图2(d)所示,通过足式运动跨越障碍,轮足复合运动在斜坡等地形保持机身平衡.

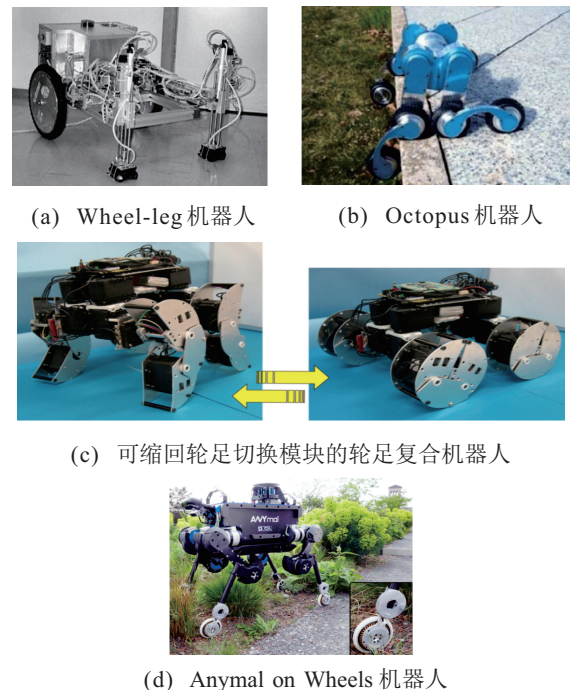


图2 不同形式多轮足机构构成的轮足复合机器人

根据上述4种轮足机构构成方式,对国内外轮足复合机器人进行列举与概述,如表1所示.

通过对表1中不同轮足复合机器人机构的对比与分析可以发现:轮足机构结合方式4)是轮足复合机器人最常见的一种轮足机构构成方式,即在足端添加轮式驱动机构;轮椅式轮足复合机器人通过降低机身底盘高度提高机器人的运动稳定性,前后轮添加独立转向功能提高机器人的运动灵活度<sup>[19-20]</sup>;大型轮足复合机器人主要采用不同构型的并联足式机构

表1 国内外轮足复合机器人机械结构与运动方式列举

机器人名称	机械结构	轮足构型方式	运动特征
RoboSimian <sup>[6]</sup>	在具有七自由度腿四足机器人的两个足端安装被动轮, 躯干下端安装两个主动轮	I	降低躯干高度进行站立, 在足式和轮式运动中切换
RoboTrac <sup>[7]</sup>	后腿足端装有主动驱动轮	I	通过改变足式构型在轮式运动中保持机身平衡
Epi-q <sup>[8]</sup>	每条主腿的3个轮子呈120°, 通过3条副腿中心对称连接	II	主动驱动轮带动被动主副腿
国立首尔大学轮足复合机器人 <sup>[9]</sup>	被动轮足切换模式的可切换轮足机构	III	在足式轮越障与圆形轮快速运动模式之间自由切换
Shrimp <sup>[10]</sup>	6个菱形主动轮装于被动弹簧悬架	IV	足端轮带动被动机身悬架
Takshashi <sup>[11]</sup>	4个主动轮装于被动可旋转腿轴	IV	主动轮带动腿轴机构改变躯干姿态适应地形
DRC-HUBO <sup>[12]</sup>	膝关节和踝关节装有4个小轮	IV	降低躯干高度采用下跪构型实现轮式运动
Workpartner <sup>[13]</sup>	4条三自由度腿和主动足端轮	IV	机身前构关节之间的航向关节实现轮式驱动
Momaro <sup>[14]</sup>	4条四自由度主动驱动腿和360°可转向轮组	IV	髋部偏航关节调整机器人的腿部柔顺驱动, 改变姿态不需要在不同的运动模式之间切换
BoniRobo <sup>[15]</sup>	4条并联机构的三自由度腿, 足端装有全向驱动轮	IV	轮足复合运动改变机身姿态
MAMMOTH <sup>[16]</sup>	全向驱动足端轮和三自由度并联机构足	IV	可实现单轮轮足协同跨越运动
SherpaTT <sup>[17]</sup>	五自由度的平行四边形并联结构腿	IV	轮足协同运动保证足端轮与机身保持平行
EHR <sup>[18]</sup>	每个足端轮具有独立悬架并联机构, 包含弹簧和一自由度的电动驱动器	IV	通过控制足式机构实现机身俯仰角和横滚角的变化
RT-Mover <sup>[19]</sup>	4个主动驱动轮和两个轮轴	IV	通过改变前后两个轮轴的航向角实现足式跨越, 控制俯仰角提高前轮轴跨越台阶
卡斯蒂利亚-拉曼查大学新式轮椅机器人 <sup>[20]</sup>	平行四边形的四连杆机构连接前轮轴和后轮轴, 由两个线性驱动器形成二自由度驱动	IV	轮轴不会相对于机体旋转, 机构自带的齿条辅助轮足跨越和协同运动上下楼梯
WS-2 <sup>[21]</sup>	双并联机构足端添加足端驱动轮	IV	足端机构扩大支撑面积提高上台阶等越障运动的稳定性
Handle	二自由度双足和主动驱动足端轮	IV	高动态双足跳跃运动
天津大学新型轮足式移动机器人 <sup>[22]</sup>	机身和4个尺寸相同的三轮辐型轮足机构	III	可翻越高150 mm、宽250 mm的楼梯
哈尔滨工业大学轮足复合式四足机器人 <sup>[23]</sup>	四自由度单腿和主动驱动足端轮	IV	最高足式运动速度0.2 m/s, 最高轮式前进速度0.7 m/s
清华大学轮腿式变结构移动机器人 <sup>[24]</sup>	8个主动驱动轮和4个被动万向轮	IV	主动驱动足式关节翻越高300 mm的台阶
“北理哪吒”电动并联轮足机器人 <sup>[25]</sup>	采用Stewart并联足式机构, 足端添加独立驱动轮组	IV	可自由通过改变机身高度和轮距宽度实现变构型轮足协同运动

提高机器人的负载能力<sup>[15-18,25]</sup>; 双轮足复合机器人的动态运动性能较高<sup>[21]</sup>。

## 2 运动规划关键技术分析

针对目标应用环境确定对应的移动机器人平台后, 接下来的问题是如何在算法和技术层面构建软件系统, 使机器人可以执行足式、轮式和轮足复合式运动。实现这个复杂的任务需要感知、规划和驱动3部

分组件, 执行过程如图3所示。

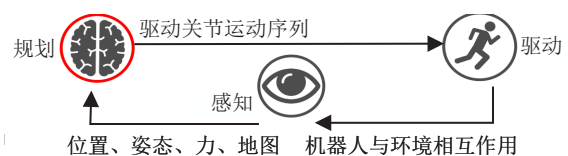


图3 无人自主移动系统生成运动所需模块

“自主运动智能体”的首要任务是感知环境, 为了在运动过程中保持机身平衡, 机器人依赖惯性测量

单元测量机身的姿态角,根据摄像头和激光雷达检测到的信息流进行计算与分析,在感知模块中建立周围环境的精确地图与自身定位。

获取环境和机器人当前状态信息后,完成机器人运动单元的运动规划(在下一节中介绍),需要在驱动关节上执行。执行模块包括采用位置、速度或力矩输入到驱动关节驱使机器人机构的移动,对高性能硬件和算法的可靠性依赖较高。

环境感知与运动执行模块之间的连接称作运动规划,即运动规划与跟踪控制环节,机器人运动过程中,图3所示的整个流程环快速且不断地重复运行。运动规划是机器人发展中的重要挑战,是需要涵盖规划和控制方面理论和技术的复杂计算系统,已知机器人当前目标运动状态,运动规划算法输出在机器人可达状态空间内、避免自碰撞和与环境碰撞、通往目标状态的运动单元运动序列或执行机构轨迹。已知运动代价函数、优化或子优化路径时,实时运动过程中规划算法需要满足一定的计算时间和机械结构约束,同时将运动跟踪控制放置在该分类下,负责生成满足约束的关节输入,从而跟踪目标运动序列。该机器人运动规划的过程已经通过多种方法被广泛研究,大多数方法采用逆运动学<sup>[26]</sup>、虚拟分解模型<sup>[27]</sup>、刚体动力学形成优化约束或直接跟踪规划的末端执行器轨迹<sup>[28]</sup>。传统方式常将运动规划与控制分开讨论并分层进行,即将规划层的输出作为输入传送到控制层完成机器人的运动规划。Vivian等<sup>[5]</sup>结合规划与控制建立分布式架构,将轮足机器人的运动学、动力学、稳定性约束和地形无碰撞约束作为非线性规划的输入,实现机器人在台阶、斜坡和楼梯上的轮足复合运动避障轨迹优化。

## 2.1 运动规划

轮足机器人的运动模式需要对主动驱动的足式和轮式关节的控制系统得到实现,足式行走和轮足协同运动都需要首先驱动除足端轮之外的足式驱动关节得以实现,是可以跨越障碍并适应地形变化的有效运动方式,足式运动中足端触地、轮式运动中足端适应地形高度和坡度的变化都需要特定的柔顺控制策略来解决这些问题。对于多驱动关节的足式和轮足式机器人,由于冗余自由度的存在使得控制过程非常复杂,常见的运动控制方法主要分为以下3种<sup>[29]</sup>。

1) 基于行为的规划方法。文献[30]根据智能仿生昆虫提出基于行为的规划方法,仅根据身体各器官对内部指令或外界刺激的不同反应,采用感知-反射的运动思路,由多个传感器输入直接引发对应的驱动输

入。在输入与输出之间没有复杂的计算处理过程,在非结构化环境中具有良好的适应性。但是不能对任务做出全局规划,从而不能保证多目标实现的统一性和最优性,协调各系统解决不同回路对同一驱动装置控制的冲突也会延长系统计算时间<sup>[23]</sup>。

2) 基于中枢模式发生器(central pattern generator, CPG)的规划方法。它是一种模拟生物低级神经中枢的自激行为引起自发节律性运动的仿生规划方法。CPG通过多个中枢神经元相互连接成集合网络<sup>[30]</sup>,通过神经元之间的相互抑制和促进产生稳定的相位约束关系,并通过自激震荡激发节律性的周期运动。缺点是CPG的震荡使得机器人行为与外部输入信号发生耦合,输入信号的幅值、频率和多个输入之间的相位关系相关一定程度上影响输出信号,因此规划系统计算量大且耦合因素多,对于多模态运动不能满足单一任务的准确度需求。

3) 基于模型的规划方法。“建模-规划-控制”是经典的基于模型规划方法的标准思路,首先对机器人本体和环境进行精确建模,对机器人不同运动单元采用不同的规划或优化方法得到目标轨迹,再利用反馈机制控制机器人实际运动与目标轨迹之间的偏差,使机器人的运动最大可能地趋于目标轨迹<sup>[31]</sup>。这种控制模式采用的方法多种多样,理论创新较大,同时可以根据指定运动模态采用不同的最优控制策略解决问题,有利于不同运动任务之间的连接与切换。针对轮足复合移动机器人多驱动关节、多模态运动的研究对象,最适合选择基于模型的规划模式作为主要的研究策略与方向。

在对机器人运动建模时,运动学模型描述机器人的机械几何,广泛应用于规则化地形<sup>[32-33]</sup>和不规则地形<sup>[34-37]</sup>,这些方法仅考虑机器人运动学模型保证关节位置约束和目标足端位置的可达性。与动力学模型相比,运动学模型的搜索空间维度较低。同时也有许多机器人采用有效的动力学模型对系统进行建模,实现跳跃等高动态轮足式运动,量化系统输入 $u$ 与当前状态 $x$ 间的关系,写成如下常微分等式形式:

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t)).$$

其中运动状态与输入关系 $F$ 的常用足式机构建模方法有单刚体动力学<sup>[38-39]</sup>、质心动力学<sup>[40]</sup>、单刚体动力学<sup>[41-42]</sup>和线性倒立摆模型<sup>[43-45]</sup>,从而对目标运动进行基于加速度、速度、位置与时间关系的建模,获取各个驱动器的控制输入。

在机器人执行不同任务时会与环境发生交互,而交互的部分对机器人和环境的建模至关重要,地面

几何轮廓可以通过雷达或摄像头进行数据采集,再通过规划方法满足机器人运动学约束从而避开障碍物;但地面特征如摩擦力、刚度等常常是未知且时变的<sup>[46]</sup>,需要结合机器人自身的动力学模型.有多种方法调整机器人与接触环境之间的反应力,一种方法是通过控制主动地调整阻抗,许多经典的力控制方法,如主动刚度控制<sup>[47]</sup>和阻抗控制<sup>[48-49]</sup>在30年前就被提出并展开研究;对末端动力学建模<sup>[50]</sup>是另一种重要的通用控制策略,继而影响机器人的机械设计<sup>[51]</sup>.因此,控制机器人的柔顺性来适应环境十分关键,常用的方法主要有两种<sup>[52]</sup>:一种是被动柔顺,即通过一些机械结构如弹簧阻尼器,调整机器人足端位置与环境接触之间的力/位关系,实现缓冲、吸收接触时产生的多余能量,保持机器人上身平稳的效果<sup>[53]</sup>;另一种是主动柔顺,即将足端机构模拟成主动弹簧控制足端位置与环境接触力之间的关系<sup>[54]</sup>.根据控制器输入与输出之间的关系,有两种主动柔顺的控制方法<sup>[55]</sup>:阻抗控制<sup>[56]</sup>和导纳控制<sup>[57]</sup>.一种阻抗控制器实现输入与输出都是位置跟踪;另一种是通过位置输入实现力跟踪的阻抗控制器.导纳控制分为复合力/位控制<sup>[58]</sup>和一致力/位控制<sup>[57]</sup>两种.阻抗控制中,机器人与刚性环境具有稳定的动态接触,但由于摩擦和其他未建模的动力学参数,使其在非接触空间中精确度较低,可以通过内环转矩感知/控制<sup>[59]</sup>或者换用低摩擦关节或直驱电机等硬件进行缓解<sup>[60]</sup>.与阻抗控制相反,导纳控制器在非接触任务中提供控制精度,但是会在与刚性环境动态接触的过程中产生不稳定性,常通过安装串联弹性驱动器或柔性末端机构进行改善<sup>[40]</sup>.

建立好机器人模型后,规划是机器人技术领域重要的难点问题,已知机器人初始状态和目标状态,运动规划算法需要输出满足机器人可达约束的路径或者轨迹,并且需要避免自碰撞以及与环境发生碰撞.而轮足机器人的模型约束除自身的动力学和运动学模型外,轮式运动和足式运动分别可以看作规划器连续和离散的状态变量输入,轮足复合运动可以看作离散和连续变量构成的复合系统,常见的运动规划方法根据最基本的原理分为基于搜索、基于采样、基于优化和势场、基于学习4种规划方法.下面主要对轮足复合机器人可实现的足式和轮足复合运动规划方法进行综述和分析.

## 2.2 足式运动规划

目前,已经有许多方法采用适当的固有动态模型以及底层控制器来控制机器人完成足式运动,足式行

走主要包括静步态、动步态<sup>[61]</sup>,典型越障的间歇爬行步态<sup>[34]</sup>是静步态的一种特殊形式.McGhee等<sup>[62]</sup>针对崎岖路面的静步态足式行走,在其足式运动先驱性的研究工作中提出许多明确的测量指标,如静稳裕度、禁止区域和运动裕度<sup>[63]</sup>.

足式运动的一个重要特征是在初始和目标状态中不存在连续的路径,落在离散的位置使机器人稳定行走.第1.1节介绍了常用机器人通过动力学模型和单腿柔顺控制方法来描述足式运动,下面主要列举在规划层面与足式运动控制的结合与改善.

跨越任意地形需要知道在哪里落足,落足点(触地点)规划是一个复杂的问题,常通过多种启发式搜索得以简化:1)可以避免足端产生滑动并位于平坦地面的落足点标注为正确的落足点;2)落足点附近没有任何凸起障碍会与足端产生碰撞;3)指引机器人到达目标位置,已知高程地图选择恰当的落足点和迈足时序是传统足式运动规划的第一步,根据之前定义的运动学和动力学模型约束,落足点和迈腿时序分别转化为关节驱动器需要执行的位置与时刻序列.

驱动器的目标轨迹时序被定义之后才能通过驱动运动关节实现机器人系统的运动,因此根据是否同时规划足式运动的触地序列和足端的运动轨迹,将足式运动规划方法分为复合规划和分解规划.复合规划和分解规划又可以分别分为多模态规划、分层规划和复合系统规划、模式不变规划.复合规划方法通过常见的力矩驱动方法<sup>[64]</sup>将双足机器人简化为线性倒立摆模型,生成使压力中心点(center of pressure, CoP)保持在足端支撑区域内的机器人运动,这是一种仅采用驱动力生成机器人运动的方法.而分解规划则需要落在落足点和基本的运动序列生成后,才能生成对应的关节输入位置、速度或力矩以跟踪目标运动轨迹.常用方法通过求解刚体动力学模型得到关节力矩跟踪规划出的加速度时序(逆动力学),满足额外的足端触地切换约束<sup>[65]</sup>.

### 2.2.1 复合规划

足式运动序列是否可执行取决于已选触地点的状态,即运动序列与触地序列合并而成的复合变量.复合规划方法将运动规划问题描述为复合变量规划或者考虑触地力状态的同时,共同计算运动与触地序列,其主要问题之一是搜索空间大规模增长使问题不便求解,会遇到:1)在多种可能动力学模型之间切换造成的非凸问题;2)局部最小值问题;3)由于触地力造成的动力学模型不连续问题<sup>[66]</sup>.预定义一系列足端触地序列,描述触地切换的两种方法如下:基

于时间和基于状态. Nakanishi等<sup>[67]</sup>证明了基于时间的复合规划系统可以用于具有被动柔顺驱动机器人的动态运动跟踪规划问题,并且可以生成不同的双足步态序列<sup>[68]</sup>. 基于状态的复合规划系统将触地不连续性表示为触地动力学模型(如触地力)或补充约束的光滑近似<sup>[69]</sup>,即在轨迹优化问题中的机器人动力学约束. 例如,采用实时模型预测控制稳定人形机器人的复杂行为<sup>[70-71]</sup>. 将触地不变轨迹优化<sup>[72-73]</sup>或触地模型作为补充约束<sup>[74-75]</sup>用于运动规划,其中触地力是决策变量的一部分,在复合模型中将触地事件建模为短时间内的离散运动过渡过程.

复合规划方法又可以分为复合系统规划和模式不变规划. 复合系统规划设含有触地问题的足式运动规划为复合优化问题,即基于状态或时间指定触地切换序列. 将包含摆动相、支撑相以及可能与地面产生接触和冲击的触地切换运动过程建模为基于状态的复合系统,对应的优化过程转化为具有多重内点约束的多点边界值问题. Nakanishi等<sup>[67]</sup>提出采用非线性基于时间的切换复合动力学进行近似求解,即将由触地力和冲击引起的不连续性看作离散的运动模式序列,同时优化控制输入、刚度和运动相位切换的时间间隔<sup>[76]</sup>. 模式不变规划主要包括通过光滑触地动力学模型<sup>[72-73,77]</sup>或将触地动力学模型表示成运动序列优化过程的补充约束<sup>[78]</sup>进行规划. 例如, Mordatch等<sup>[73]</sup>引入一种触地不变优化(contact invariant optimization, CIO)方法,同时优化触地序列和运动序列,采用标量变量指出可能发生的触地动作是否应当在已知运动相位中保持主动,松弛触地约束的同时允许触地力可以在远距离处作用. 另一方面,触地力可以作为补充约束,例如作为多触点仿真的线性补充规划(linear complementarity programming, LCP)<sup>[69]</sup>. Posa等<sup>[78]</sup>将触地序列表示成补充约束,即具有不同约束的标准非线性优化问题. 触地动力学模型的光滑过程,即获得光滑的足端触地轨迹可以减少优化问题的复杂度和计算时间<sup>[70]</sup>,总结出连续的步骤来探索机器人的不同运动行为特征<sup>[73]</sup>. 例如, Erez等<sup>[71]</sup>和 Tassa等<sup>[70]</sup>采用基于迭代线性二次调节器(iterative linear quadratic regulator, iLQR)的在线模型预测控制,可以根据光滑的触地动力学模型快速评估动力学和对应的微分并准确预测机器人的行为.

### 2.2.2 分解规划

足式运动系统的运动序列规划可以视作找到最优触地相互作用模型和运动的过程,更简单的一种思

路是将问题划分为可解的小任务,如运动规划和触地规划,减少复杂行为在复合搜索空间上计算时间和矩阵维度的过多花费,可以分为多模态规划和分层规划. 沿着目标找到多个可达的运动模式称作多模态规划<sup>[79]</sup>,包括运动前触地(contact-before-motion)规划和触地前运动(motion-before-contact)规划,分层规划方法在假设有预先定义触地序列的前提下进行,所以需要探索不同触地构型之间的运动过渡.

多模态规划中的每一个连续运动称作运动模式,已知确定触地序列后一个模式定义一个构型空间. 如图4所示的多模态规划中,构型空间 $\mathcal{Q}$ 包括 $n$ 个运动模式 $\Sigma = \sigma_1 \dots \sigma_n$ . 图4(a)中每个模式 $\sigma \in \Sigma$ 由9个运动约束(如主动触地序列集合)定义,其中可通行空间为白色,初始和目标构型分别由 $\Delta$ 和 $*$ 表示,多模态规划器的任务是找到连接初始构型和目标构型的不同低维度路径图;图4(b)计算出临近模式之间的过渡区域;图4(c)建立每个模式的路径图;图4(d)获得连接路径图的集合. 转化到足式运动规划问题中,在每个运动模式中生成路径再检查是否存在过渡构型的过程称作触地前运动规划,即按照图(a)-(c)-(b)-(d)的顺序进行规划. 从两个临近运动模式中采样一个或者多个过渡构型并规划一条单模式路径来连接它们,称作运动前触地规划,即图(a)-(b)-(c)-(d).

根据已知相邻模式计算不同的转化区域,也可以根据模式的数量随机选择模式转化的路径子集计算单模式路径<sup>[80]</sup>,启发式搜索不仅可以针对不同运动模式搜索路径图,也可以生成包含到达终点的更小模式的路径子集<sup>[81]</sup>. 当目标构型分布于不同运动模式时,运动单元可以通过目标构型指引搜索方向<sup>[82]</sup>. 不同运动模式对应的路径地图连接相邻模式的过渡构型<sup>[79]</sup>,最终选择最小的路径地图子集计算从起始到目标状态的路径. Escande等<sup>[83]</sup>针对人形机器人抓取桌面上物品的任务提出多触点规划算法,在没有触地约束条件下规划运动序列,将机器人的任意部件看作一个接触点,属于运动前触地规划类型,将大量可能发生触碰的状态建立成树结构,接触规划器采用势场参数进行度量和检索,即最佳优先规划算法的一种自适应版本. 接着姿态生成器检测确定接触构型的可行性,将该问题转化为非线性优化问题并采用可通行序列二次规划求解器进行求解<sup>[84]</sup>.

在预定义触地序列的假设下,分层规划将问题分解为两个子问题:运动规划和触地规划. 在不同运动方式中采用预设的落足点序列(或步态序列)是十分常见的<sup>[27,35,43]</sup>,并且可以缩小搜索空间从而缩短计算

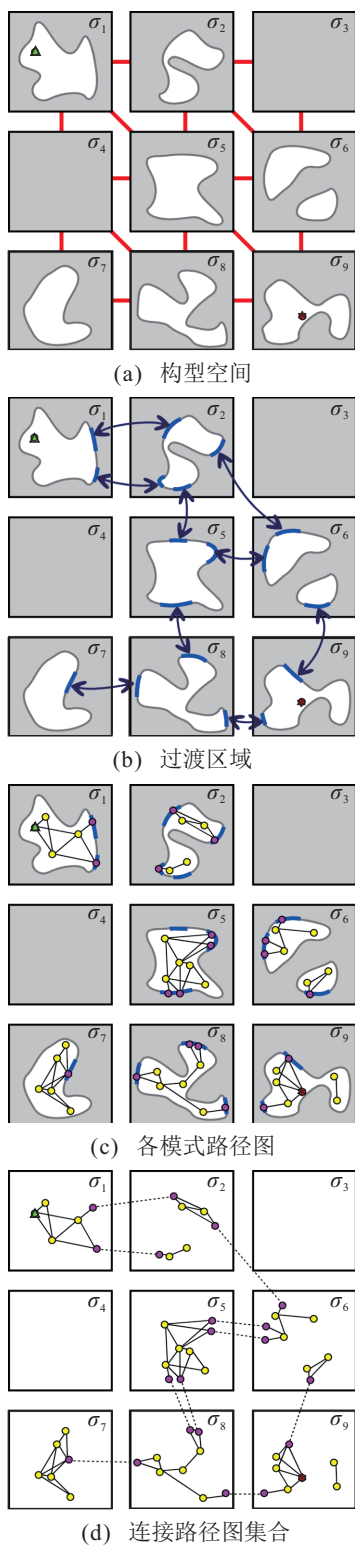


图4 多模态规划方法示意图<sup>[79]</sup>

时间. 例如, Kolter等<sup>[35]</sup>、Kalakrishnan等<sup>[43]</sup>和 Winkler等<sup>[27]</sup>将分层规划分为高层规划(机身轨迹和落足点规划)和底层规划(质心和足端轨迹生成).

高层规划器根据地形代价地图离线计算近似的机身轨迹. 已知地形代价地图, 机身代价函数通过  $n$  个最优落足点位置和机身姿态代价(横滚角和俯仰角)进行计算, 机身代价函数反应在地形条件下某一质心路径的可取程度. 常见的机身路径可以通过

Dijkstra<sup>[27]</sup>、动态规划<sup>[35]</sup>或快速搜索随机树 (rapid-exploration random tree, RRT) 方法<sup>[85-86]</sup>进行计算. 当生成机身路径后, 则采用贪婪搜索<sup>[27,43]</sup>或滚动时域分支搜索<sup>[35]</sup>沿着近似的机身路径规划落足点集, 均在已知预设运动模式下在线生成落足点序列. 对于四足静步态, 可以执行两种不同的步态序列: 左后腿、左前腿、右后腿、右前腿<sup>[27,43]</sup>或者右后腿、右前腿、左后腿和左前腿<sup>[35]</sup>, 最优落足点选择最小化地形代价<sup>[35]</sup>或者同时最小化缓存的地形代价、机身姿态和静稳定裕度<sup>[27,43]</sup>. 此外, Kaladrishnan等<sup>[43]</sup>提出优化机器人机身六自由度姿态的搜索系统, 根据稳定裕度确定  $X-O-Y$  平面上的位置, 最大化运动可达性并避免足端碰撞, 主要采用循环坐标下降搜索和基于浮基迭代逆动力学梯度优化的两种方法.

底层规划器根据给定落足点序列计算目标身体轨迹和足端轨迹, 目标机身轨迹满足静稳定性<sup>[35,27]</sup>或动稳定性<sup>[43]</sup>. Kolter等<sup>[35]</sup>提出采用双支撑三角形作为静稳定性判定准则, 移动质心到两个支撑三角形的重叠点再到机器人的有效中心(即支撑相时机器人足端位置的计算平均值). 在工作<sup>[27]</sup>中, 从支撑三角形中心移动质心到下一支撑相的足端平均位置. 两种方法都是根据足端高度确定躯干在竖直方向的位置, 根据支撑多边形方向确定机身俯仰角. 与传统的基于质心的规划方法相反, Kaladrishnan等<sup>[43]</sup>采用零力矩点(zeros moment point, ZMP)准则作为动态稳定性准则, 其中摆动相持续时间转化为二次规划进行预先求解. 足端轨迹生成器必须考虑足端碰撞, 尤其与机身其他部件之间的碰撞, Kolter等<sup>[35]</sup>和 Winkler等<sup>[27]</sup>创建侧视图为方框的足端摆动轨迹. Kalakrishnan等<sup>[43]</sup>采用两个步骤计算轨迹: 首先采用分段五次样条曲线连接初始和目标位置, 仅保证末端执行器无碰撞; 接着采用协变汉密尔顿优化的轨迹优化方法提高足端轨迹的光滑度.

### 2.3 轮足复合运动规划

近年来, 多轮足复合机器人平台结合基于其多种运动模式的优点有广阔的发展前景, 根据多模态轮足复合运动规划和切换产生额外的运动复杂度提出对应的待解决规划问题, 仅有少许的研究解决此类复合运动平台的运动规划问题. 具有较多复杂自由度运动系统的运动规划问题面临的挑战主要是有限的计算时间和机械结构约束. 高维运动自由度常导致快速增长的状态空间, 使得路径生成等较长规划问题不能在合理时间内完成规划.

Fleckenstein等<sup>[87]</sup>针对农业机器人 BoniRob<sup>[88]</sup>,

结合全向驱动以及每个轮子的附加自由度描述沿膝关节航向角的旋转构型,然而通过改变腿部高度提高运动性能的规划问题在该文中没有解决,并且执行的轮式运动仅限于平坦地面.引入运动基元集合并将多轮位置融入构型类别,以此获取可执行状态空间尺寸,启发式指引搜索对具有可调整相对足端轮位置的规划问题进行求解.ARA\*通过结合不同启发式函数进行评估来规划路径<sup>[33]</sup>,特别是针对单轮预先快速计算最短路径的启发式代价,有效地提高了机器人的运动性能.Dornbush等<sup>[89]</sup>提出了基于搜索的人形机器人多模态运动规划,尽管不包含轮式运动规划,但包含不同运动策略——即双足行走、匍匐和爬行步态,其中自适应维度的简化模型采用多重启发式A星搜索算法求解较大规模的规划任务.A星搜索<sup>[90]</sup>和梯形线搜索<sup>[91]</sup>的可变构型规划方法调整轮足复合机器人的机身高度和足端支撑面宽度进行狭窄空间内越障运动.上述基于搜索的规划方法对机器人的运动学和动力学模型精度要求不高,可以直接规划出运动单元的目标运动路径,但计算效率较低.

Chen等<sup>[92]</sup>采用增强学习的方法在平坦地面为Centauro机器人规划短距离的轮式运动路径,其中全方向轮式运动、机身高度和轮距宽度均在规划范围内,但不包括摆动腿足式行走运动的规划.结合足端轮的全向转向驱动功能,扩展数值迭代网络<sup>[93]</sup>实现轮足复合机器人实时避障路径规划.针对特定运动模态,基于学习的规划方法可以实现目标路径规划,同时也只需要满足轮足复合机器人的运动学约束.

Viragh等<sup>[94]</sup>构建出包含轮式驱动和足式摆动腿运动的Anymal on Wheels规划控制一体策略,结合运动学、动力学和稳定约束仅实现在平坦、无障碍地面上的短距离轮足协同步态规划,是唯一一种考虑机器人系统动力学约束直接计算驱动关节最优轨迹的方法.Vivian等<sup>[5]</sup>在此基础上添加地图约束将线性规划转化为非线性规划进行求解,实现台阶、斜坡和楼梯上的轮足复合运动轨迹优化.基于优化的规划方法可以实现轮足复合机器人多模态运动规划,结合较精确的动力学模型可以实现动态性能较高的越障和姿态平衡运动,直接输出驱动关节的最优轨迹,具有计算速度快、实时性强的特点.

轮足越障运动规划的工作在MAMMOTH机器人<sup>[16]</sup>上得以实现<sup>[95]</sup>,采用快速行进树算法的分层版本——手动定义分解方法,使得全状态空间分解为更低维的子空间,接着在子空间内找到多条路径,用于全状态空间内的偏差抽样,结合横断平面上每个足端

的位置,但是在规划过程中不考虑足端高度变化,因此静稳定裕度已知时将迈腿行为作为离散变量插入搜索树.Kris等<sup>[81]</sup>提出了非扩张空间内的多模态概率地图运动规划方法,对ATHELETE六轮足机器人在平地、坡面和楼梯的轮足复合运动进行规划.基于采样的规划方法计算效率较高,对机器人模型依赖性较低,但目前研究主要涉及足式越障运动,对轮足机器人其他轮足复合运动的规划涉及较少.

### 3 结论

轮足复合机器人在工程应用和理论研究方面的主要优势是应用范围广、系统建模复杂且模型种类多,本文在机械结构、运动规划关键技术方面进行了详细分析.

1) 轮足复合机器人的越障能力和运动效率很大程度上依赖于机械结构的设计,将轮足复合方式主要分为4类,列举出25种典型国内外对应机械结构的轮足复合机器人并分析其运动性能.近年来,许多轻质机器人多采用上述第III种轮足复合方式进行机械设计,建模过程较复杂但采用较简单的控制方法便可有效提高机器人的越障能力,由于机器人本身机械结构在运动过程中的构型变换等限制机器人的负载能力,越来越多第IV种轮足复合方式的机器人采用复杂的运动建模和规划策略,实现运动避障和切换的智能化.在机械结构方面,轮足复合机器人需要能够更加灵活地在多模态轮足复合运动中进行切换.

2) 现阶段国外在该领域突出的研究有Anymal on Wheels可以实现添加动力学约束的轮足协同越障运动,实现机身姿态与摆动足轨迹的优化;ATHLETE六轮足机器人采用多模态概率路线图实现在平地、崎岖路面和楼梯上的多模态运动规划;Centauro四轮足机器人通过随时修整A星搜索实现楼梯和平地上的足端越障轮足复合运动.国内在该领域突出的研究有北京理工大学研制的“北理-哪吒”电动并联轮足机器人,通过协变汉密尔顿优化方法实现变构型轮足复合避障运动.

3) 常见的运动规划方法主要有基于行为、基于中枢模式发射器和基于模型的3种规划方法,其中基于模型的规划方法需要建模、规划、控制的过程.获得机器人准确的模型是后续规划效果的重要基础,在基本的运动学约束上,逆动力学、虚拟分解模型、刚体动力学、阻抗模型、复合力/位模型等动力学约束结合CoP、ZMP稳定约束使得规划系统获得机器人高动态的运动状态,同时将地图几何模型与机器人的运动学、动力学模型结合使规划系统获得避障的运动

序列,从而计算出驱动关节的目标最优轨迹。

4) 对轮式运动、足式运动和轮足复合运动的常见规划方法进行分类并列举相关工作,对运动规划的关键技术进行分析。传统方式常将运动规划与跟踪控制分开讨论并分层进行,即将规划层的输出作为输入传送到控制层完成机器人的运动规划,而越来越多的规划系统结合规划与控制构建分布式结构。基于搜索、采样、势场、学习多采用集中式的分层规划,在对机器人足式和轮式机构的状态变量建立准确的运动学、动力学模型后,基于优化的策略实现规划与控制一体化成为理论创新的趋势,在足式运动和轮足复合运动中尤为显著,如文中所述的足式复合规划和添加地图约束的轮足复合运动规划。

5) 现有多种创新度较高的规划方法可实现轮足协同运动的最优轨迹规划,但基本只针对单一模态,如足式与足端越障、可变构型和轮式全向驱动等运动方式,在多种地形情况下实现多模态轮足复合运动规划与切换的规划方法仍有很大研究价值,在满足轮足复合机器人机械结构约束的情况下,不仅对多模态轮足协同运动离散与连续复合系统建模要求较高,也同时需要面对状态空间维度高和计算量大的挑战。

#### 参考文献(References)

- [1] Bruzzone L, Quaglia G. Review article: Locomotion systems for ground mobile robots in unstructured environments[J]. *Mechanical Sciences*, 2012, 3(2): 49-62.
- [2] Guccinoe S, Muscato G. The wheeleg robot[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2003, 5: 33-43.
- [3] Michel Lauria, Yves Piguët, Rol Siegwart. Octopus — An autonomous wheeled climbing robot[C]. *Proceedings of the 5th International Conference on Climbing and Walking Robots*. Paris: IEEE, 2002: 315-322.
- [4] Kenjiro Tadakuma, Riichiro Tadakuma, Akira Maruyama, et al. Mechanical design of the wheel-leg hybrid mobile robot to realize a large wheel diameter[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Taipei: IEEE, 2010: 3358-3365.
- [5] Vivian S M, Edo J, Marko B, et al. Trajectory optimization for wheeled-legged quadrupedal robots driving in challenging terrain[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(3): 4172-4179.
- [6] Paul Hebert, Max Bajracharya, Jeremy Ma, et al. Mobile manipulation and mobility as manipulation — Design and algorithms of roboSimian[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2015, 32(2): 255-274.
- [7] Klaus Six, Andres Kecskemethy. Steering properties of a combined wheeled and legged striding excavator[C]. *Proceedings of the 10th World Congress on Theory of Machines and Mechanisms*. Spain: IEEE, 1999: 135-140.
- [8] Quaglia G, Maffiodo D, Franco W, et al. The Epi.q-1 hybrid mobile robot[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2010, 29(1): 81-91.
- [9] Kim Y S, Jung G P, Kim H, et al. Wheel transformer: A wheel-leg hybrid robot with passive transformable wheels[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(6): 1487-1498.
- [10] Francis Colas, Srivatsa Mahesh, Francois Pomerleau, et al. Innovative design for wheeled locomotion in rough terrain[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2002, 40(2/3): 153-162.
- [11] Takahashi M, Yoneda K, Hirose S. Rough terrain locomotion of a leg-wheel hybrid quadruped robot[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Orlando: IEEE, 2006: 315-322.
- [12] Zucker M, Joo S, Grey M X, et al. A general-purpose system for teleoperation of the DRC-HUBO humanoid robot[J]. *Journal of Field Robotics*, 2015, 32(3): 336-351.
- [13] Halme A, Leppnen I, Suomela I, et al. WorkPartner: Interactive humanLike service robot for outdoor applications[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2003, 22(7/8): 627-640.
- [14] Schwarz M, Rodehutsors T, Droschel D, et al. NimRo rescue: Solving disasterresponse tasks with the mobile manipulation robot momaro[J]. *Journal of Field Robotics*, 2017, 34(2): 400-425.
- [15] Grand C, Benamar F, Plumet F, et al. BoniRob: An autonomous field robot platform for individual plant phenotyping[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2009, 23(10/11): 1041-1058.
- [16] Reid W, Goktogan A H, Sukkarieh S. Moving MAMMOTH: Stable motion for a reconfigurable wheel-on-leg rover[C]. *Proceedings of Australasian Conference on Robotics and Automation*. Melbourne: IEEE, 2014: 315-322.
- [17] Cordesa F, Babua A, Kirchner F. Static force distribution and orientation control for a rover with an actively articulated suspension system[C]. *Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Vancouver: IEEE, 2017: 15-22.
- [18] Freitas G, Gleizer G, Lizarralde F, et al. Kinematic reconfigurability control for an environmental mobile robot operating in the amazon rain forest[J]. *Journal of Field Robotics*, 2010, 27(2): 197-216.
- [19] Nakajima S. RT-mover: A rough terrain mobile robot with a simple leg-wheel hybrid mechanism[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(13): 1609-1626.
- [20] Morales R, Feliu V, Gonzalez A, et al. Kinematic model of a new staircase climbing wheelchair and its experimental validation[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2006, 25(9): 825-841.
- [21] Hiroyuki Sunazuka, Masamiki Kawase, Hun-ok Lim, et al. Realization by biped leg-wheeled robot of biped

- walking and wheel-driven locomotion[C]. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Barcelona: IEEE, 2005: 2970-2975.
- [22] 田润, 宋轶民, 孙涛, 等. 一种新型轮腿式移动机器人的参数设计与实验研究[J]. 机器人, 2015, 37(5): 538-545.  
(Tian R, Song Y M, Sun T, et al. Parameter design and experiment of a novel wheel-legged mobile robot[J]. Robot, 2015, 37(5): 538-545.)
- [23] 黄博. 四足机器人行走步态及CPG控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007: 22-23.  
(Huang B. Study on walking gait and CPG control of a quadruped robot[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007: 22-23.)
- [24] 郭丽峰, 陈恳, 赵旦谱. 一种轮腿式变结构移动机器人研究[J]. 制造业自动化, 2009, 31(10): 1-6.  
(Guo L F, Chen K, Zhao D P. Study on a wheel-legged hybrid mobile robot[J]. Manufacturing Automation, 2009, 31(10): 1-6.)
- [25] Guo F, Wang S K, Yue B K, et al. A deformable configuration planning framework for a parallel wheel-legged robot equipped with lidar[J]. Sensors, 2020, 20(19): 5614-5635.
- [26] Zhao Y, Chai X, Gao F, et al. Obstacle avoidance and motion planning scheme for a hexapod robot octopus-III[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 103: 199-212.
- [27] Winkler A, Havoutis I, Bazeille S, et al. Path planning with force-based foothold adaptation and virtual model control for torque controlled quadruped robots[C]. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Hong Kong: IEEE, 2014: 6476-6482.
- [28] Farshidian F, Jelavic E, Winkler A W, et al. Robust whole-body motion control of legged robots[C]. Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems. Vancouver: IEEE, 2017: 4589-4596.
- [29] Adachi H, Koyachi N, Nakano E. Mechanism and control of a quadruped walking robot[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1988, 8(5): 14-19.
- [30] Delcomyn F. Neural basis of rhythmic behavior in animals[J]. Science, 1980, 210(4469): 492-498.
- [31] Matsugu M, Duffin J, Poon C S. Optimization and learning for rough terrain legged locomotion[J]. International Journal of Robotics Research, 2011, 30(2): 175-191.
- [32] Deits R, Tedrake R. Footstep planning on uneven terrain with mixed-integer convex optimization[C]. Proceedings of International Conference on Humanoid Robots. Madrid: IEEE, 2014: 279-286.
- [33] Klamt T, Behnke S. Anytime hybrid driving-stepping locomotion planning[C]. Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems. Vancouver: IEEE, 2017: 4444-4451.
- [34] Kalakrishnan M, Buchli J, Pastor P, et al. Fast, robust quadruped locomotion over challenging terrain[C]. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Anchorage: IEEE, 2010: 2665-2670.
- [35] Kolter J Z, Rodgers M P, Ng A Y. A control architecture for quadruped locomotion over rough terrain[C]. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Pasadena: IEEE, 2008: 811-818.
- [36] Mitchell B, Hofmann A G, Williams B C. Search-based planning for a legged robot over rough terrain[C]. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Rome: IEEE, 2007: 1461-1466.
- [37] Zucker M, Bagnell J A, Atkeson C G, et al. An optimization approach to rough terrain locomotion[C]. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Anchorage: IEEE, 2010: 3589-3595.
- [38] Herzog A, Schaal S, Righetti L. Structured contact force optimization for kino-dynamic motion generation[C]. Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems. Daejeon: IEEE, 2016: 2703-2710.
- [39] Carpentier J, Tonneau S, Naveau M, et al. A versatile and efficient pattern generator for generalized legged locomotion[C]. Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems. Stockholm: IEEE, 2016: 3555-3561.
- [40] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2015, 19(5): 59-70.
- [41] Hutter M, Gehring C, Jud D, et al. ANYmal—A highly mobile and dynamic quadrupedal robot[C]. Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems. Daejeon: IEEE, 2016: 38-44.
- [42] Orin D E, Goswami A, Lee S H. ANYmal—A highly mobile and dynamic quadrupedal robot[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2015, 20(3): 1117-1129.
- [43] Kalakrishnan M, Buchli J, Pastor P, et al. Learning, planning, and control for quadruped locomotion over challenging terrain[J]. International Journal of Robotics Research, 2010, 30(2): 236-258.
- [44] Barasuol V, Buchli J, Semini C, et al. A reactive controller framework for quadrupedal locomotion on challenging terrain[C]. Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. Karlsruhe: IEEE, 2013: 2554-2561.
- [45] Bellicoso C D, Jenelten F, Gehring C, et al. Dynamic locomotion through online nonlinear motion optimization for quadrupedal robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3(3): 2261-2268.
- [46] Katie B. Metastable legged-robot locomotion[D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2018: 76-80.
- [47] Salisbury J K. Active stiffness control of a manipulator in Cartesian coordinates[C]. Proceedings of the 19th Conference on Decision and Control. Albuquerque: IEEE, 1980: 95-100.
- [48] Hogan N. Impedance control: An approach to

- manipulation[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1985, 107(1): 17-24.
- [49] Buerger S P, Hogan N. Complementary stability and loop shaping for improved human-robot interaction[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, 23(2): 232-244.
- [50] Khatib O. A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation[J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(1): 43-53.
- [51] Khatib O, Yokoi K, Brock O, et al. Robots in human environments: Basic autonomous capabilities[J]. *International Journal of Robotics Research*, 1999, 18(7): 684-696.
- [52] 何玉东. 液压四足机器人驱动控制与稳定行走研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2016: 47-53.  
(He Y D. Research on servo control and stable walking for a hydraulic quadruped robot[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2016: 47-53.)
- [53] Boaventura T, Medrano-Cerda G A, Semini C, et al. Stability and performance of the compliance controller of the quadruped robot hyq[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Tokyo: IEEE, 2013: 1458-1464.
- [54] Kaminaga H, Yamamoto T, One J, et al. Backdrivable miniature hydrostatic transmission for actuation of anthropomorphic robot hands[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Pittsburgh: IEEE, 2007: 36-41.
- [55] Yabuta T, Huang J, Yamada D. Comparison between admittance and impedance control of a multi-finger-arm robot using the guaranteed manipulability method[J]. *Precision Instrument and Mechanology*, 2013, 2(1): 85-93.
- [56] Van Kampen N G, Reinhardt W P. Stochastic processes in physics and chemistry[J]. *Physics Today*, 1983, 36(2): 78-80.
- [57] Ott C, Mukherjee R, Nakamura Y. Unified impedance and admittance control[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Anchorage: IEEE, 2010: 554-561.
- [58] Katayama T, Ohki T, Inoue T, et al. Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand[J]. *International Journal of Control*, 1985, 41(3): 677-699.
- [59] Ott C, Eiberger O, Friedl W, et al. A humanoid two-arm system for dexterous manipulation[C]. *Proceedings of the International Conference on Humanoid Robots*. Genova: IEEE, 2006: 276-283.
- [60] Gordon C, Sang-Ho H, Jun M, et al. Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand[J]. *Advanced Robotics*, 2007, 21(10): 1097-1114.
- [61] Poulakakis I, Smith J A, Buehler M. Modeling and experiments of untethered quadrupedal running with a bounding gait: The scout II robot[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2005, 24(4): 239-256.
- [62] McGhee R B, Frank A A. On the stability properties of quadruped creeping gaits[J]. *Mathematical Biosciences*, 1968, 3: 331-351.
- [63] McGhee R B, Iswandhi G I. Adaptive locomotion of a multilegged robot over rough terrain[J]. *IEEE Transactions Systems, Man, and Cybernetics*, 1979, 9(4): 176-182.
- [64] Kajita S, Kanehiro F, Kaneko K, et al. Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Taipei: IEEE, 2003: 1620-1626.
- [65] Righetti L, Buchli J, Mistry M, et al. Inverse dynamics control of floating-base robots with external constraints: A unified view[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Shanghai: IEEE, 2011: 1085-1090.
- [66] Mastalli C, Havoutis I, Focchi M, et al. Motion planning for quadrupedal locomotion: Coupled planning, terrain mapping and whole-body control[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2020, 36(6): 1635-1648.
- [67] Nakanishi J, Radulescu A, Vijayakumar S. Spatio-temporal optimization of multi-phase movements: dealing with contacts and switching dynamics[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Tokyo: IEEE, 2003: 5100-5107.
- [68] Mordatch I, De Lasa M, Hertzmann A. Robust physics-based locomotion using low-dimensional planning[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2010, 29(4): 1-8.
- [69] Stewart D, Trinkle J C. An implicit time-stepping scheme for rigid body dynamics with Coulomb friction[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. San Francisco: IEEE, 2000: 162-169.
- [70] Tassa Y, Erez T, Todorov E. Synthesis and stabilization of complex behaviors through online trajectory optimization[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Piscataway: IEEE, 2012: 4906-4913.
- [71] Erez T, Lowrey K, Tassa Y, et al. An integrated system for real-time Model Predictive Control of humanoid robots[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Atlanta: IEEE, 2013: 292-299.
- [72] Gabbicini M, Artoni A, Pannocchia G, et al. A computational framework for environment-aware robotic manipulation planning[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics Research*. Cham: IEEE, 2018: 1-17.
- [73] Mordatch I, Todorov E, Popovic Z. Discovery of complex behaviors through contact-invariant optimization[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2012, 31(4): 1-8.

- [74] Popovic M B, Goswami A, Herr H. Ground reference points in legged locomotion: Definitions, biological trajectories and control implications[J]. *International Journal of Robotic Research*, 2005, 24(12): 1013-1032.
- [75] Dai H K, Valenzuela A, Tedrake R. Whole-body motion planning with centroidal dynamics and full kinematics[C]. *Proceedings of the International Conference on Humanoid Robots*. Spain: IEEE, 2014: 295-302.
- [76] Winkler A W. Optimization-based motion planning for legged robots[D]. Zurich: Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2018: 66-72.
- [77] Mordatch I, Popovi Z, Todorov E. Contact-invariant optimization for hand manipulation[J]. *Journal of Tourism Challenges and Trends*, 2013, 6(25): 137-144.
- [78] Posa M, Cantu C, Tedrake R. A direct method for trajectory optimization of rigid bodies through contact[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2014, 31(3): 69-81.
- [79] Kris Hauser. Motion planning for legged and humanoid robots[D]. San Francisco: Stanford University, 2018: 22-55.
- [80] Hauser K, Ng-Thow-Hing V. Randomized multi-modal motion planning for a humanoid robot manipulation task[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(6): 678-698.
- [81] Kris H, Claude L J. Multi-modal motion planning in nonexpansive spaces[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2010, 29(7): 897-915.
- [82] Kris H, Timothy B, Kensuke H, et al. Using motion primitives in probabilistic sample-based planning for humanoid robots[C]. *Proceedings of the Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics*. Piscataway: IEEE, 2006: 295-302.
- [83] Escande A, Kheddar A, Miossecs S. Planning contact points for humanoid robots[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, 61(5): 428-442.
- [84] Escande A, Kheddar A, Miossecs. Planning support contactpoints for humanoid robots and experiments on HRP-2[C]. *Proceedings of the Workshop on the Intelligent Robots and Systems*. Beijing: IEEE, 2006: 2974-2979.
- [85] Reula J R, Neuhaus P D, Bonnlander B V, et al. A controller for the littledog quadruped walking on rough terrain[C]. *Proceedings of the International Conference on the Robotics and Automation*. Rome: IEEE, 2007: 1467-1473.
- [86] Rusu R B. Semantic 3D object maps for everyday manipulation in human living environments[D]. Munich: Technische Universitaet Muenchen, 2009: 51-79.
- [87] Fleckenstein F, Dornhege C, Burgard W. Efficient path planning for mobile robots with adjustable wheel positions[C]. *Proceedings of the International Conference on the Robotics and Automation*. Singapore: IEEE, 2017: 1467-1473.
- [88] Biber P, Weiss U, Dorna M, et al. Navigation system of the autonomous agricultural robot “BoniRob” [C]. *Proceedings of the Workshop on Agricultural Robotics: Enabling Safe, Efficient, and Affordable Robots for Food Production*. Piscataway: IEEE, 2012: 67-73.
- [89] Dornbush A, Vijayakumar K, Bardapurkar S, et al. A single-planner approach to multi-modal humanoid mobility[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Brisbane: IEEE, 2018: 4334-4341.
- [90] Raghavan V S, Kanoulas D, Laurenzi A, et al. Variable configuration planner for legged-rolling obstacle negotiation locomotion: Application on the CENTAURO robot[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Paris: IEEE, 2020: 1424-1430.
- [91] Raghavan V S, Kanoulas D, Caldwell D G, et al. Agile legged-wheeled reconfigurable navigation planner applied on the CENTAURO robot[C]. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*. Paris: IEEE, 2020: 4738-4745.
- [92] Chen X, Ghadirzadeh A, Folkesson J, et al. Deep reinforcement learning to acquire navigation skills for wheel-legged robots in complex environments[C]. *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Madrid: IEEE, 2018: 3110-3116.
- [93] Niu S F, Chen S H, Guo H Y, et al. Generalized value iteration networks: Life beyond lattices[C]. *Proceedings of the 32 Conference on Artificial Intelligence*. Palo Alto: AAAI, 2011: 6246-6253.
- [94] Viragh de Y, Bjelonic M, Bellicoso C D, et al. Trajectory optimization for wheeled-legged quadrupedal robots using linearized zmp constraints[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(2): 1633-1640.
- [95] Bjelonic M, Bellicoso C D, Viragh de Y, et al. Keep rollin’ — Whole-body motion control and planning for wheeled quadrupedal robots[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(2): 2116-2123.

## 作者简介

郭非(1991—),女,博士生,从事机器人运动控制与规划的研究, E-mail: guofei\_bit@126.com;

汪首坤(1977—),男,副研究员,博士,从事运动驱动与控制、电液伺服系统静态性能测试等研究, E-mail: bitwsk@bit.edu.cn;

王军政(1964—),男,教授,博士生导师,从事伺服运动驱动与控制、机器人控制、负载模拟与静态试验等研究, E-mail: wangjz@bit.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)