

# 控制与决策

Control and Decision

## 考虑时延的智能网联汽车混合交通流稳定性分析

姚志洪, 顾秋凡, 徐桃让, 蒋阳升, 涂丹

引用本文:

姚志洪, 顾秋凡, 徐桃让, 蒋阳升, 涂丹. 考虑时延的智能网联汽车混合交通流稳定性分析[J]. *控制与决策*, 2022, 37(6): 1505–1512.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1834>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 区分交通流模式的混合服务路口信号控制策略

Signal control strategies of mixed service intersections to discriminate traffic flow patterns

控制与决策. 2021, 36(6): 1509–1515 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1520>

### 基于FWADE-ELM的短时交通流预测方法

Short-term traffic flow forecasting based on hybrid FWADE-ELM

控制与决策. 2021, 36(4): 925–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1103>

### 基于FWADE-ELM的短时交通流预测方法

Short-term traffic flow forecasting based on hybrid FWADE-ELM

控制与决策. 2021, 36(4): 925–932 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1103>

### 基于混合整数规划的智能网联车冲突区时序优化模型

Mixed integer programming model of scheduling for connected automated vehicles in a conflict zone

控制与决策. 2021, 36(3): 705–710 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0886>

### 基于改进萤火虫算法的区域交通信号配时优化

Timing optimization of regional traffic signals based on improved firefly algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2829–2834 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1835>

# 考虑时延的智能网联汽车混合交通流稳定性分析

姚志洪<sup>1,2,3</sup>, 顾秋凡<sup>1,2</sup>, 徐桃让<sup>1,2</sup>, 蒋阳升<sup>1,2,3</sup>, 涂丹<sup>1,4†</sup>

- (1. 西南交通大学 交通运输与物流学院, 成都 610031;
2. 西南交通大学 综合交通大数据应用技术国家工程实验室, 成都 611756;
3. 西南交通大学 综合交通运输智能化国家地方联合工程实验室, 成都 611756;
4. 四川城市职业学院 教育学院, 成都 610101)

**摘要:** 为研究时延对交通流稳定性的影响, 构建考虑时延的人工驾驶汽车和智能网联汽车混合交通流稳定性分析模型. 首先, 分析并确定混合交通流中不同类型跟驰模式的比例关系和时延取值; 然后, 在此基础上采用不同的跟驰参数和时延值区分车辆的跟驰模式, 并由此推导出混合交通流线性稳定条件; 最后, 以智能驾驶员模型为例, 通过设计数值实验分别讨论智能网联汽车的渗透率、驾驶员的感知时延和车辆通信时延对混合交通流稳定性的影响. 结果表明, 智能网联汽车能够提高混合交通流的线性稳定性, 而驾驶员的感知时延和车辆通信时延均不利于混合交通流系统平衡; 与人工驾驶汽车相比, 自动驾驶汽车对混合交通流稳定性影响仍较小, 实验表明智能网联汽车在一定程度上能够减缓对混合交通流系统的干扰.

**关键词:** 交通工程; 智能网联汽车; 混合交通流; 跟驰模型; 稳定性; 时延

中图分类号: U491.5

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1834

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 姚志洪, 顾秋凡, 徐桃让, 等. 考虑时延的智能网联汽车混合交通流稳定性分析[J]. 控制与决策, 2022, 37(6): 1505-1512.

## Stability of mixed traffic flow with intelligent connected vehicles considering time delay

YAO Zhi-hong<sup>1,2,3</sup>, GU Qiu-fan<sup>1,2</sup>, XU Tao-rang<sup>1,2</sup>, JIANG Yang-sheng<sup>1,2,3</sup>, TU Dan<sup>1,4†</sup>

- (1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China; 3. National United Engineering Laboratory of Integrated and Intelligent Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China; 4. College of Education, Urban Vocational College of Sichuan, Chengdu 610101, China)

**Abstract:** In order to study the influence of time delay on the stability of traffic flow, this paper constructs an analysis model of the mixed traffic flow stability of human-driven vehicles and intelligent connected vehicles considering time delay. Firstly, the proportional relationship and delay value of different types of car-following modes in mixed traffic flow are analyzed and determined. Then, on this basis, different car-following parameters and time delay values are used to distinguish the car-following modes. The linear stability of the mixed traffic flow is derived from this condition. Finally, taking the intelligent driver model (IDM) as an example, the influence of the penetration rate of intelligent connected vehicles, the driver's perception delay and the vehicle communication delay on the stability of the mixed traffic flow are discussed based on the numerical experiments. The results show that intelligent connected vehicles can improve the linear stability of the mixed traffic flow, while the driver's perception delay and the vehicle communication delay are harmful to the balance of the mixed traffic flow system. Compared with human-driven vehicles, automated vehicles (AVs) still have a small effect on the stability of mixed traffic flow, which shows that intelligent connected vehicles can alleviate the interference to the mixed traffic flow system to a certain extent.

**Keywords:** traffic engineering; intelligent connected vehicle; mixed traffic flow; car-following model; stability; time delay

收稿日期: 2020-12-30; 录用日期: 2021-03-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(52002339); 四川省科技计划项目(2021YJ0535); 综合交通大数据国工室交大数  
科创新中心项目(JDSKCXZX202003); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2682021CX058).

责任编辑: 郭戈.

†通讯作者. E-mail: tutu286358376@163.com.

## 0 引言

随着智能汽车与车联网技术的深度融合,智能网联汽车正逐步成为未来交通的主要出行方式.其在减少交通事故、提高道路通行能力、节能环保等方面具有显著优势<sup>[1]</sup>.现有研究表明<sup>[2]</sup>,2050年道路上智能网联车所占比例仅为75%左右.因此,未来道路上将普遍存在智能网联汽车与人工驾驶汽车共存的场景.而由智能网联汽车和人工驾驶车辆组成的混合交通流与传统交通流在特性上存在较大差异,故研究该混合交通流特性具有理论和现实意义.

对于交通流稳定性的研究是进行车队队列控制和车路协同优化<sup>[3-5]</sup>的理论基础.国内外学者在交通流稳定性方面的研究成果较为丰富. Talebpour等<sup>[6]</sup>通过仿真分析研究了协同自适应巡航CACC、自适应巡航ACC、人工驾驶汽车HDV等3种类型车辆的不同占比对混合交通流稳定性的影响,结果表明智能网联汽车(CACC和ACC)能够有效防止冲击波的形成和传播. Chen等<sup>[7]</sup>模拟多种类型的场景研究了ACC和CACC车辆对交通流的影响,结果表明,将ACC/CACC车辆引入混合交通流可以改善交通流的稳定性,提高道路通行能力. Wang等<sup>[8]</sup>考虑到CACC车辆在跟驰人工驾驶车辆时功能会退化,研究了异质交通流的稳定性,结果表明CACC系统的退化大大降低了交通流的稳定性.秦严严等<sup>[9]</sup>基于PATH实车测试验证的CACC模型,研究了由人工驾驶汽车和CACC车辆两种车型构成的异质交通流稳定性,结果表明其稳定性由CACC车辆比例和平衡态速度决定.以上学者虽然对智能网联汽车和人工驾驶汽车组成的混合交通流进行了深入探讨,但均未考虑驾驶员和车辆通信系统的时间延误.然而现有研究表明<sup>[10]</sup>,时间延误对于交通流的稳定性起着至关重要的作用.

为了弥补这一不足,一些学者尝试将时间延误引入交通流稳定性的研究中. Ngoduy<sup>[10]</sup>首先考虑不同车辆时延的差异性,基于智能驾驶员模型(intelligent driver model, IDM)推导了异质交通流的稳定阈值,结果表明时间延迟对交通流的线性稳定性有较大的影响,但与不同车辆的相对顺序无关. Xie等<sup>[11]</sup>提出了一种通用的跟驰模型,并分析了由人工驾驶汽车和辅助驾驶汽车构成的混合交通流线性稳定性条件,结果表明异质交通流的稳定性与辅助驾驶汽车的渗透率和空间分布密切相关. Jia等<sup>[12]</sup>研究了同时考虑驾驶员的感知时延、V2V通信时延和车队组成结构的异质交通流线性稳定条件,结果表明系统稳态误差仅与驾驶员的感知延迟和智能网联车的渗透率有

关. Wang等<sup>[13]</sup>提出了一种用于补偿传感器延迟和执行器延迟来提高ACC车辆稳定性的超前控制策略,通过估计当前系统状态来补偿传感器延迟时间,将延迟纳入状态预测模型中来补偿执行器延迟. 综上,这些研究虽然考虑了异质交通流中不同车辆的时延,但并未考虑智能网联汽车跟随人工驾驶汽车时会产生功能退化的情况,即混合交通流中存在3种跟驰模式的车辆:智能网联汽车CAV、自动驾驶汽车AV和人工驾驶汽车HDV. Yao等<sup>[14]</sup>考虑了CAV车辆的退化和驾驶员反应时间对混合交通流稳定性的影响,却忽略了退化后的CAV车辆在车辆通信时延影响下对前车速度、加速度等变化响应的差异性,未深入分析车辆通信时延产生的影响.

为解决以上问题,本文同时考虑时延和智能网联汽车功能退化这两个因素,由此判定混合交通的队列稳定性. 本文的线性稳定性分析侧重于研究系统在小扰动影响下的稳定性特征,即评价车间距、速度、加速度相对于车辆的演变. 确定不同类型跟驰模式的比例关系和时延值,在此基础上推导考虑时延的混合交通流稳定性条件. 以IDM模型为例,通过数值实验分析了智能网联车的渗透率、驾驶员的感知时延和车辆通信时延对于混合交通流稳定性的影响.

## 1 混合交通流车辆跟驰模式与时延分析

### 1.1 跟驰模式分析

由人工驾驶汽车和智能网联汽车组成的混合交通流中,由于车辆的相对顺序不同会产生不同的跟驰情况<sup>[11-12]</sup>. 通过组合分析,共存在4种跟驰模式,如图1所示.

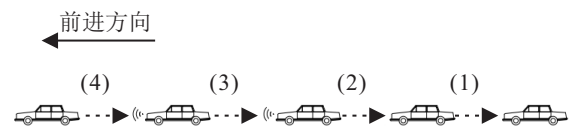


图1 混合交通流中的跟驰模式

1) 人工驾驶汽车跟驰人工驾驶汽车. 在此模式下,前后车均为HDV. 当前车的驾驶行为突然改变(如加减速、换道等)时,后车驾驶员通过感官接受这一信息,产生感知、判断(如目测距离、估计车速等)并做出响应动作. 这一过程的实现需要一定的时间,即反应时间延误.

2) 人工驾驶汽车跟驰智能网联汽车. 在此模式下,前车为CAV,后车为HDV. 同理,后车驾驶员对前车驾驶行为的变化需要一定的时间做出反应,以达到最理想的驾驶状态.

3) 智能网联汽车跟驰智能网联汽车. 在此模式

下,前后车均为CAV. 车辆之间主要通过车-车通信交换信息,实现信息的互联共享. 因此,后车能够与前车实现驾驶行为的同步改变,可认为这两辆车以车队的形式行驶. 该模式下的时间延误为0.

4) 智能网联汽车跟驰人工驾驶汽车. 在此模式下,前车为HDV,后车为CAV. 当前车的驾驶行为发生变化(如加减速、换道)时,CAV车辆仅能通过车载设备和路侧设备感知这种变化并采取相应的措施. 由于前车是HDV车辆,不能接收后车传递的信号,车间通信尚未形成<sup>[15-16]</sup>,造成了智能网联车的功能退化. 退化后的智能网联车汽车本身仍具备车车通讯功能,只是此时无法与前车进行通信. 在某种程度上,与模式3)相比,其延误来源于车载设备信息处理延误,但短于模式1)和模式2).

进一步分析,与模式4)相比,模式3)下的智能网联汽车实现车-车、车-路通讯,其功能得到充分利用. 模式1)和模式2)下,后车均是人工驾驶汽车,其反应时间延误的大小均取决于驾驶员,因此,模式1)和模式2)可认为是同一类情况. 综上,在该混合交通流中,按时间延误划分,共有3类车辆,即模式1)和模式2)中的HDV、模式3)中的CAV、模式4)中的AV.

1.2 不同模式比例分析

假设在混合交通流中,智能网联车的比例为 $p$ ,从概率论的角度出发可得上述4种跟驰模式与3种车辆类型的比例<sup>[11]</sup>如表1所示.

表1 不同模式比例分析

跟驰模式	比例	车辆类型	总比例
模式1)	$(1-p) \times (1-p)$	HDV	$1-p$
模式2)	$(1-p) \times p$		
模式3)	$p \times p$	CAV	$p^2$
模式4)	$p \times (1-p)$	AV	$p(1-p)$

1.3 不同模式时延分析

由1.1节的分析可知,不同的跟驰模式下车辆的时间延误存在差异. 定义 $\tau_n^v$ 为第 $n$ 辆车对第 $n-1$ 辆车速度变化响应的时延,  $\tau_n^{\Delta v}$ 为第 $n$ 辆车对其与前车速度差变化响应的时延,  $\tau_n^s$ 为第 $n$ 辆车对其与前车间距变化响应的时延. 结合现有研究,具体分析如下:

1) CAV. 在该场景下,智能网联汽车的功能充分发挥,车辆之间具备车-车通信,因此其时间延误可设为0,即 $\tau_n^{cv} = \tau_n^{c\Delta v} = \tau_n^{cs} = \tau_c = 0$ <sup>[10-11]</sup>,故 $\tau_n^{cs} - \tau_n^{cv} = 0$  s.

2) HDV. 当后车为人工驾驶汽车时,驾驶员必须时刻关注前车的速度变化,因此 $\tau_n^{hv} = 0$ . 然而,驾

驶员对于前车与本车的速度差和车间距仍需要一定的反应时间才能采取相应的措施,因此结合现有研究<sup>[10-11,17]</sup>,可以设 $\tau_n^{h\Delta v} = \tau_n^{hs} = \tau_n = 0.4$  s,则 $\tau_n^{hs} - \tau_n^{hv} = 0.4$  s. 此处为理论值,实际人工驾驶汽车的反应时延项大于等于0.4 s,为不失一般性,本文假设HDV反应时延项的取值范围为0.2~1 s<sup>[18]</sup>.

3) AV. 当智能网联汽车跟驰人工驾驶汽车时,车辆之间无法进行车-车通讯,智能网联车的功能无法得到充分利用,所以AV的反应时间延误为车载设备计算处理方面的延迟. 但总体上,AV的反应时间延误在HDV与CAV之间,即可设AV反应时延项的范围为0~0.2 s<sup>[13]</sup>.

2 混合交通流稳定性推导

2.1 车辆跟驰模型

车辆跟驰行为是一种最基本的微观驾驶行为,主要描述在单一车道上车辆行驶时,后车根据前车的行驶状态调整自身的速度. 大多跟驰模型通过建立后车加速度与后车车速、前后车速度差、前后车间距的关系来描述车辆的跟驰状态,考虑到驾驶员决策的反应时间延误,跟驰模型一般形式可表示为

$$a_n(t) = f_n(v_n(t - \tau_n^v), s_n(t - \tau_n^s), \Delta v_n(t - \tau_n^{\Delta v})). \tag{1}$$

其中: $a_n(t)$ 为第 $n$ 辆车在 $t$ 时刻的加速度; $v_n(t)$ 为第 $n$ 辆车在 $t$ 时刻的速度; $s_n(t)$ 为第 $n$ 辆车与第 $n-1$ 辆车的车间距,即 $s_n = x_{n-1} - x_n - l$ , $l$ 为车身长; $x_n(t)$ 为第 $n$ 辆车在 $t$ 时刻的位移; $\Delta v_n$ 为第 $n$ 辆车与第 $n-1$ 辆车的速度差. 特别地,有

$$\frac{ds_n(t)}{dt} = \frac{d(x_{n-1} - x_n - l)}{dt} = -\Delta v_n.$$

2.2 线性稳定性分析

本节通过式(1)中车辆跟驰模型的一般表达式推导出由CAV、AV、HDV三种类型车辆组成的混合交通流线性稳定性条件.

当混合交通流系统处于稳定状态时,车辆以车队形式行驶,此时整个车队中每辆车的行驶状态一致,即每辆车的速度 $v_n = v_n^e$ ,前后车间距 $s_n = s_n^e$ ,速度差 $\Delta v_n$ 和加速度 $a_n$ 均为0. 平衡状态下车队的跟驰状态方程为

$$f_n(v_n^e, s_n^e, 0) = 0. \tag{2}$$

假设车队在稳定状态下出现一个轻微扰动,即车队中某一辆车的行驶状态发生改变,令 $\delta v_n$ 和 $\delta s_n$ 分别表示稳定状态下车速和车间距产生的一个极小增量. 同样地,速度差的增量表示为 $\Delta(\Delta v) = \Delta(\delta v_n)$ . 基于上述假设,当车队处于不稳定状态时,车

队中第  $n$  辆车的速度及与第  $n-1$  辆车的车间距、速度差可以表示为

$$\begin{cases} v_n = v_n^e + \delta v_n, \\ s_n = s_n^e + \delta s_n, \\ \Delta v_n = 0 + \Delta(\delta v_n). \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)代入(1),并在点  $(v_n^e, s_n^e, 0)$  处进行一阶泰勒展开线性化,可得第  $n$  辆车的加速度为

$$\begin{aligned} \frac{dv_n(t)}{dt} = & f_n(v_n^e, s_n^e, 0) + f_n^v \times \delta v_n(t - \tau_n^v) + \\ & f_n^s \times \delta s_n(t - \tau_n^s) + f_n^{\Delta v} \times \Delta(\delta v_n(t - \tau_n^{\Delta v})). \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $f_n^v$ 、 $f_n^s$  和  $f_n^{\Delta v}$  分别为跟驰模型对速度、车间距和速度差的偏导数,其形式与跟驰模型的选取无关.系统稳定意味着随着时间的演变,  $a_n(t) = \frac{dv_n(t)}{dt}$  趋于0.

一般地,偏导数可以表示为

$$\begin{cases} f_n^v = \left. \frac{\partial f_n}{\partial v_n} \right|_{(v_n^e, s_n^e, 0)}, \\ f_n^s = \left. \frac{\partial f_n}{\partial s_n} \right|_{(v_n^e, s_n^e, 0)}, \\ f_n^{\Delta v} = \left. \frac{\partial f_n}{\partial \Delta v_n} \right|_{(v_n^e, s_n^e, 0)}. \end{cases} \quad (5)$$

当扰动沿着车队传播时,车队第1辆车的扰动不能取0,故在采用特征方程的方法研究队列稳定性时,可令

$$\begin{aligned} \delta v_n(t) &= V_n e^{i\omega t + \lambda t}, \\ \delta s_n(t) &= S_n e^{i\omega t + \lambda t}, \end{aligned}$$

其中  $V_n$  和  $S_n$  均为常量<sup>[19]</sup>. 综上,结合式(3)可以得到

$$\begin{aligned} s_n(t) &= s_n^e + S_n e^{i\omega t + \lambda t}, \\ v_n(t) &= v_n^e + V_n e^{i\omega t + \lambda t}, \\ v_{n-1}(t) &= v_{n-1}^e + V_{n-1} e^{i(n-1)\omega t + \lambda t}. \end{aligned}$$

同时,在平衡态下,  $v_{n-1}^e = v_n^e$ . 将  $s_n(t)$ 、 $v_n(t)$  和  $v_{n-1}(t)$  代入

$$\frac{ds_n(t)}{dt} = -\Delta v_n(t) = v_{n-1}(t) - v_n(t)$$

中,建立常量  $S_n$  与  $V_n$  之间的关系式为

$$S_n = \frac{V_{n-1} e^{-i\omega} - V_n}{\lambda}. \quad (6)$$

将式(2)、(6)代入(4),结合  $\Delta \delta v_n = -d\delta s_n/dt$ ,得

$$\begin{aligned} \lambda V_n = & f_n^v \times V_n e^{-\lambda \tau_n^v} + f_n^s \times \frac{V_{n-1} e^{-i\omega} - V_n}{\lambda} e^{-\lambda \tau_n^s} - \\ & f_n^{\Delta v} \times (V_{n-1} e^{-i\omega} - V_n) e^{-\lambda \tau_n^{\Delta v}}. \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)中的时间延迟指数项扩展到二阶,如

$e^{-\lambda \tau_n^v}$  这一项在展开后为  $e^{-\lambda \tau_n^v} = 1 - \lambda \tau_n^v + (\lambda \tau_n^v)^2 / 2!$ <sup>[10]</sup>. 然后,将扩展后的时间延迟项代入化简整理后的式(7)中,并以  $\lambda$  的幂级形式重新整理组织,得到

$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{1}{2} (f_n^v (\tau_n^v)^2 + f_n^{\Delta v} (\tau_n^{\Delta v})^2) \lambda^3 + \right. \\ & \left. \left( 1 + f_n^v \tau_n^v + f_n^{\Delta v} \tau_n^{\Delta v} + \frac{1}{2} f_n^s (\tau_n^s)^2 \right) \lambda^2 - \right. \\ & \left. (f_n^v + f_n^{\Delta v} + f_n^s \tau_n^s) \lambda + f_n^s \right] V_n + \\ & \left[ \frac{1}{2} f_n^{\Delta v} (\tau_n^{\Delta v})^2 \lambda^3 - \left( f_n^{\Delta v} \tau_n^{\Delta v} + \frac{1}{2} f_n^s (\tau_n^s)^2 \right) \lambda^2 + \right. \\ & \left. (f_n^{\Delta v} + f_n^s \tau_n^s) \lambda - f_n^s \right] V_{n-1} e^{-i\omega} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

为了简化推导,将式(8)中  $\lambda^3$ 、 $\lambda^2$ 、 $\lambda$  和  $\lambda^0$  的系数进行重新规整,有

$$\begin{cases} g_n^3 = \frac{1}{2} (f_n^v (\tau_n^v)^2 + f_n^{\Delta v} (\tau_n^{\Delta v})^2), \\ g_n^2 = 1 + f_n^v \tau_n^v + f_n^{\Delta v} \tau_n^{\Delta v} + \frac{1}{2} f_n^s (\tau_n^s)^2, \\ g_n^1 = f_n^v + f_n^{\Delta v} + f_n^s \tau_n^s, \\ g_n^0 = f_n^s, \\ h_{n-1}^3 = \frac{1}{2} f_n^{\Delta v} (\tau_n^{\Delta v})^2, \\ h_{n-1}^2 = f_n^{\Delta v} \tau_n^{\Delta v} + \frac{1}{2} f_n^s (\tau_n^s)^2, \\ h_{n-1}^1 = f_n^{\Delta v} + f_n^s \tau_n^s, \\ h_{n-1}^0 = f_n^s. \end{cases} \quad (9)$$

在周期性边界条件下(即  $V_n = V_0$ ),式(8)和(9)可进一步转化为向量乘法形式,即

$$[A\lambda^3 + B\lambda^2 + C\lambda + D] \times [V_1, V_2, \dots, V_N]^T = 0. \quad (10)$$

其中:  $A$ 、 $B$ 、 $C$  和  $D$  均为矩阵,  $N$  为整个车队中车辆总数,具体形式如下:

$A =$

$$\begin{bmatrix} -g_1^3 & 0 & \dots & 0 & h_{1-1}^3 e^{-i\omega} \\ h_{2-1}^3 e^{-i\omega} & -g_2^3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -g_{N-1}^3 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & h_{N-1}^3 e^{-i\omega} & -g_N^3 \end{bmatrix},$$

$B =$

$$\begin{bmatrix} g_1^2 & 0 & \dots & 0 & -h_{1-1}^2 e^{-i\omega} \\ -h_{2-1}^2 e^{-i\omega} & g_2^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & g_{N-1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -h_{N-1}^2 e^{-i\omega} & g_N^2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -g_1^1 & 0 & \dots & 0 & h_{1-1}^1 e^{-i\omega} \\ h_{2-1}^1 e^{-i\omega} & -g_2^1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -g_{N-1}^1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & h_{N-1}^1 e^{-i\omega} & -g_N^1 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} g_1^0 & 0 & \dots & 0 & -h_{1-1}^0 e^{-i\omega} \\ -h_{2-1}^0 e^{-i\omega} & g_2^0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & g_{N-1}^0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -h_{N-1}^0 e^{-i\omega} & g_N^0 \end{bmatrix}.$$

由此, 偏离平衡态的非线性常微分方程(4)通过一系列的推导转化为式(10). 令  $\phi = A\lambda^3 + B\lambda^2 + C\lambda + D$ , 则系统的线性稳定条件为:

1) 首先对于式(10), 必须满足左侧表达式值为0, 而对于整个队列, 每辆车的速度不为0, 即方程组(10)有非零解, 则其系数矩阵行列式的值为0即是方程  $\det|\phi| = 0$  的解, 由此解出  $\lambda$  的值.

2) 对于1)中解出的所有特征值  $\lambda$  需满足:  $\lambda$  为实数时,  $\lambda \leq 0$ ;  $\lambda$  为复数时,  $\text{Re}(\lambda) \leq 0$ .  $\text{Re}(\lambda)$  表示复数  $\lambda$  的实部<sup>[19]</sup>.

根据行列式的计算规则,  $\det|\phi| = 0$  可以表示为

$$\begin{aligned} \det|\phi| &= \prod_{n=1}^N (-g_n^3 \lambda^3 + g_n^2 \lambda^2 - g_n^1 \lambda^1 + g_n^0) + \\ &(-1)^{N+1} e^{-i\omega N} \times \prod_{n=1}^N (h_{n-1}^3 \lambda^3 - \\ &h_{n-1}^2 \lambda^2 + h_{n-1}^1 \lambda^1 - h_{n-1}^0) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

在式(11)中,  $\lambda = 0$  和  $\omega = 0$  显然为其一组解. 为了减少变量, 进一步得到稳定性条件对  $\lambda$  的要求, 这里将  $\lambda$  转化为  $\omega$  的表达式. 由此, 利用极限理论分别展开  $\lambda$  和  $\omega$  项, 有

$$\begin{cases} \lambda = i\omega\lambda_1 + \omega^2\lambda_2 + \dots, \\ e^{-i\omega N} = 1 - i\omega N - 0.5\omega^2 N^2, \end{cases} \quad (12)$$

其中  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为  $\lambda$  的实参数.

将式(12)代入(11), 化简整理后式(11)中包含  $\omega$ 、 $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ , 即

$$\det|\phi| = \varphi(\omega) \cdot \omega + \varphi(\omega^2) \cdot \omega^2 = 0.$$

同时  $\omega^2$  和  $\omega$  的系数通过整理后如下所示:

$$\begin{aligned} \varphi(\omega^2) &= -\lambda_1^2 \sum_{n \in N} \left( g_n^2 \prod_{m \in N, m \neq n} g_m^0 \right) - \\ &\lambda_1^2 \sum_{m < l, (m, l) \in N} \left( g_m^1 g_l^1 \prod_{j \in N, j \neq (m, l)} g_j^0 \right) - \\ &\lambda_2 \sum_{n \in N} \left( g_n^1 \prod_{m \in N, m \neq n} g_m^0 \right) + \\ &\lambda_1^2 \sum_{n \in N} \left( h_{n-1}^2 \prod_{m \in N, m \neq n} h_{m-1}^0 \right) + \\ &\lambda_1^2 \sum_{m < l, (m, l) \in N} \left( h_{m-1}^1 h_{l-1}^1 \prod_{j \in N, j \neq (m, l)} h_{j-1}^0 \right) + \\ &\lambda_2 \sum_{n \in N} \left( h_{n-1}^1 \prod_{m \in N, m \neq n} h_{m-1}^0 \right) + \\ &N\lambda_1 \sum_{n \in N} \left( h_{n-1}^1 \prod_{m \in N, m \neq n} h_{m-1}^0 \right) + \\ &\frac{1}{2} N^2 \prod_{n \in N} h_{n-1}^0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= -i\lambda_1 \sum_{n \in N} \left( g_n^1 \prod_{m \in N, m \neq n} g_m^0 \right) + \\ &i\lambda_1 \sum_{n \in N} \left( h_{n-1}^1 \prod_{m \in N, m \neq n} h_{m-1}^0 \right) + \\ &iN \prod_{n \in N} h_{n-1}^0. \end{aligned} \quad (14)$$

由式(9)可以得出  $g_n^0 = h_{n-1}^0$ , 将  $g_n^0 = h_{n-1}^0$  代入式(14), 求解方程  $\varphi(\omega) = 0$  后  $\lambda_1$  为

$$\lambda_1 = \frac{N}{\sum_{n \in N} \frac{g_n^1}{g_n^0} - \sum_{n \in N} \frac{h_{n-1}^1}{g_n^0}} = \frac{N}{\sum_{n \in N} \frac{f_n^v}{f_n^s}}. \quad (15)$$

将式(15)代入(13), 求解方程  $\varphi(\omega^2) = 0$ , 得到

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_2}{\lambda_1^2} \sum_{n \in N} \frac{f_n^v}{f_n^s} &= \sum_{n \in N} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{f_n^v}{f_n^s} \right)^2 + \frac{f_n^v}{f_n^s} \frac{f_n^{\Delta v}}{f_n^s} - \frac{1}{f_n^s} + \frac{f_n^v}{f_n^s} (\tau_n^s - \tau_n^v) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

在跟驰模型中, 偏导数  $f_n^v$  和  $f_n^s$  必须满足合理的驾驶约束, 即  $f_n^v < 0, f_n^s > 0, f_n^{\Delta v} > 0$ <sup>[20]</sup>. 由式(15)可知,  $\lambda_1 < 0$  始终满足稳定性条件的要求. 由式(16)可知, 若  $\lambda_2 < 0$ , 则其右侧需满足

$$\sum_{n \in N} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{f_n^v}{f_n^s} \right)^2 + \frac{f_n^v}{f_n^s} \frac{f_n^{\Delta v}}{f_n^s} - \frac{1}{f_n^s} + \frac{f_n^v}{f_n^s} (\tau_n^s - \tau_n^v) \right] \geq 0. \quad (17)$$

综上所述, 式(17)是判别交通流系统的线性稳定条件的一般表达式. 第2.2节表明, 在混合交通车队中 HDV、AV 和 CAV 所占比例分别为  $(1-p)$ 、 $p(1-p)$ 、 $p^2$ , 结合第1.3节中的  $\tau_n^{cs} = \tau_n^{cv} = 0$  可得, 混合交通流的稳定性条件为

$$\begin{aligned}
 G = & (1-p) \times \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{f_n^{hv}}{f_n^{hs}} \right)^2 + \frac{f_n^{hv}}{f_n^{hs}} \times \frac{f_n^{h\Delta v}}{f_n^{hs}} - \right. \\
 & \left. \frac{1}{f_n^{hs}} + \frac{f_n^{hv}}{f_n^{hs}} (\tau_n^{hs} - \tau_n^{hv}) \right] + \\
 & p(1-p) \times \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{f_n^{dv}}{f_n^{ds}} \right)^2 + \frac{f_n^{dv}}{f_n^{ds}} \times \frac{f_n^{d\Delta v}}{f_n^{ds}} - \right. \\
 & \left. \frac{1}{f_n^{ds}} + \frac{f_n^{dv}}{f_n^{ds}} (\tau_n^{ds} - \tau_n^{dv}) \right] + \\
 & p^2 \times \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{f_n^{cv}}{f_n^{cs}} \right)^2 + \frac{f_n^{cv}}{f_n^{cs}} \times \frac{f_n^{c\Delta v}}{f_n^{cs}} - \frac{1}{f_n^{cs}} \right] \geq 0. \quad (18)
 \end{aligned}$$

其中:  $G$ 为混合交通流稳定性判别值;  $f_n^c$ 、 $f_n^d$ 、 $f_n^h$ 分别为对应于CAV、AV、HDV某一类特定的跟驰模型. 现有研究<sup>[21-22]</sup>对于不同的车辆类型大多采用统一的跟驰模型,同时为了便于分析,本文HDV、AV和CAV车辆采用统一的跟驰模型,故  $f_n^c = f_n^d = f_n^h = f_n$ . 在参数的选取上,选用参数描述不同类型的车辆的跟驰行为.

当道路上的交通流完全由HDV车辆组成时,在不考虑反应时间延误影响的前提下,式(18)可以简化如下:

$$\frac{1}{2} f_n^{hv} + f_n^{h\Delta v} \leq \frac{f_n^{hs}}{f_n^{hv}}. \quad (19)$$

这一结果与Ngoduy<sup>[10]</sup>的结果类似.

### 3 算例分析

由式(18)可知,线性稳定条件由3部分组成,分别对应于HDV、AV和CAV.同时,混合交通流的稳定性与智能网联车的渗透率  $p$ 、HDV车辆的时延项  $\tau_n^{hs} - \tau_n^{hv}$ 、AV车辆的时延项  $\tau_n^{ds} - \tau_n^{dv}$  存在一定的关系,但不受  $\tau_n^{\Delta v}$  的影响(推导过程中消除了  $\tau_n^{\Delta v}$ ).因此,本节主要研究不同渗透率和时延值下的交通流稳定性的变化情况.

本节算例分析中,选取IDM模型<sup>[23]</sup>作为基准跟驰模型,假定混合交通流的运行环境为高速公路基本路段.根据式(5),在点  $(v_n^e, s_n^e, 0)$  处  $f_n$  可具体表达为

$$\begin{cases} f_n^v = -\frac{4\alpha(v_n^e)^3}{v_f^4} - 2\alpha \frac{(s_n^0 + v_n^e T_n) T_n}{(s_n^e)^2}, \\ f_n^s = \frac{2\alpha}{s_n^e} \left( \frac{s_n^0 + v_n^e T_n}{s_n^e} \right)^2, \\ f_n^{\Delta v} = -\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \frac{v_n^e s_n^0 + v_n^e T_n}{s_n^e}. \end{cases} \quad (20)$$

其中:  $v_f$ 为理想驾驶速度即自由流速度;  $s_n(t)^*$ 为期望间距;  $s_n^0$ 为静止安全距离;  $T_n$ 为安全时间间隔;  $\alpha$ 为起步加速度;  $\beta$ 为舒适减速度.参考文献[10],相关参数取值如表2所示.

表2 不同类型车辆IDM模型参数取值

车辆类型	$v_f/(m/s)$	$\alpha/(m/s^2)$	$\beta/(m/s^2)$	$T_n/s$	$s_n^0/m$
HDV	33	2	3	1.6	4
AV	33	2.5	2.5	1.4	3.5
CAV	33	3	2	1.2	3

为研究智能网联汽车对混合交通流稳定性的影响,将HDV和AV的时延值分别取0.4s和0.2s.智能网联车渗透率从0到1,可绘制智能网联汽车不同渗透率条件下的系统稳定性值如图2所示.

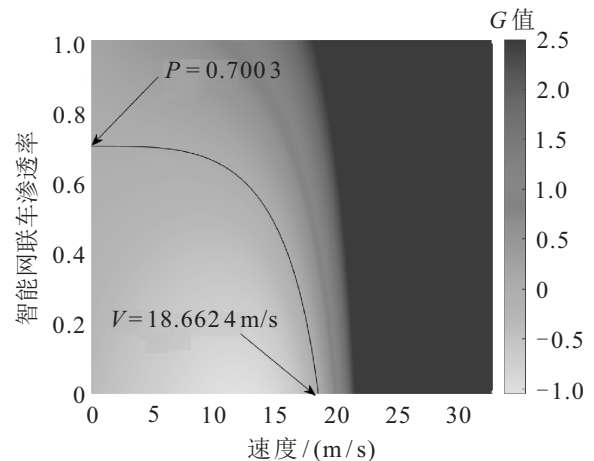


图2 不同智能网联车渗透率下稳定性

在图2中,曲线表示混合交通流处于稳定状态时的临界值  $G = 0$ .位于曲线下方的是混合交通流不稳定区域,曲线上方的是混合交通流稳定区域.由图2可知,随着渗透率的增加,不稳定区域逐步减小,混合交通流趋于稳定,这表明CAV车辆能够提高混合交通流的线性稳定性.在此状态下渗透率的最小取值为0.7,即当渗透率大于70%时,混合交通流均处于稳定状态.对于存在其他一定数量CAV车辆的车队系统受到某一微小扰动时,车队保持较高的整体速度是克服这一干扰向后传递并放大的必要条件.当渗透率为0时,人工驾驶车队保持队列稳定的速度临界点为18.66 m/s,即车辆以较高速度行驶,此时车间距较大,受到的相互干扰较少,但在一定程度上会产生交通安全问题.

以智能网联汽车渗透率65%为例,分析HDV和AV的时延值对混合交通流稳定性的影响.其中,HDV的时延取值范围为0.2~1s,AV时延取值为0.2s,混合交通流稳定性如图3所示.AV的时延取值范围为0~0.2s,HDV时延取值为0.4s,混合交通流稳定性如图4所示.

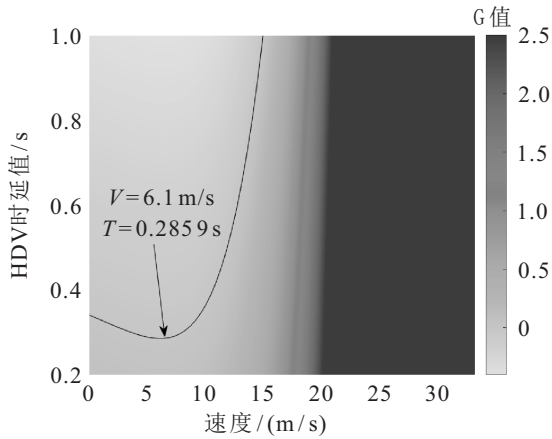


图3 不同HDV时延值下的稳定性

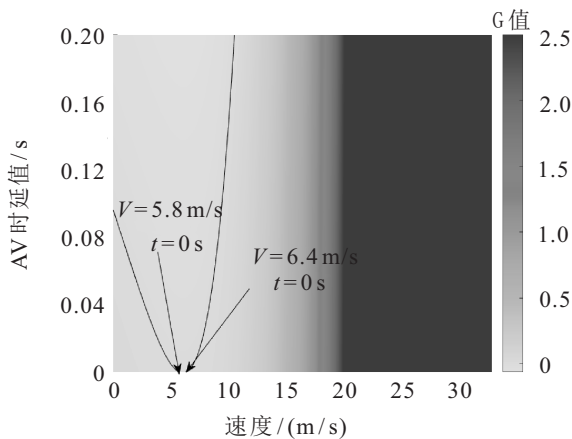


图4 不同AV时延值下的稳定性

由图3可知,当HDV时延值小于0.29 s时,混合交通流处于稳定状态,而HDV的时延值取决于驾驶员反应时间的大小,在实际应用中,驾驶员的反应时间受到周围环境等多种因素的影响一般大于0.2 s.因此,由人工驾驶汽车组成的交通流大多处于不稳定的状态,且随着HDV时延值的增加,混合交通流不稳定区域逐渐扩大.

由图4可知,当混合交通流速度较低时,CAV车辆功能的退化会对稳定性产生一定的影响.随着AV时延值的增加,混合交通流不稳定区域不断扩大,但其稳定区域仍明显大于图4,即与HDV车辆相比,AV车辆对混合交通流稳定性的影响较小,这表明AV可在一定程度上控制自身对系统平衡态的干扰.

### 4 结论

本文考虑不同类型车辆的时延,推导了混合交通流的线性稳定条件,通过数值实验分析可得以下结论:

1) 当HDV和AV的时延取定值时,随着智能网联车渗透率的增加,混合交通流不稳定速度区间逐步减小,混合交通流趋于稳定,故CAV车辆能够提高混合交通流的线性稳定性.

2) 当配备相对数量CAV车辆的车队系统受到某一微小扰动时,车队保持较高的整体速度是克服这一干扰向后传递并放大的必要条件.

3) HDV和AV时延值均会对混合交通流系统平衡态产生影响,且随着时延值的增加,混合交通流不稳定速度区间逐渐扩大.

4) AV车辆对混合交通流稳定性的影响小于HDV车辆,其可以在一定程度上控制自身对系统平衡态的干扰.

### 参考文献(References)

- [1] 李克强,戴一凡,李升波,等.智能网联汽车(ICV)技术的发展现状及趋势[J].汽车安全与节能学报,2017,8(1):1-14.  
(Li K Q, Dai Y F, Li S B, et al. State-of-the-art and technical trends of intelligent and connected vehicles[J]. Journal of Automotive Safety and Energy, 2017, 8(1): 1-14.)
- [2] Bansal P, Kockelman K M. Forecasting Americans' long-term adoption of connected and autonomous vehicle technologies[J]. Transportation Research—Part A: Policy and Practice, 2017, 95: 49-63.
- [3] Guo G, Li P, Hao L Y. Adaptive fault-tolerant control of platoons with guaranteed traffic flow stability[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(7): 6916-6927.
- [4] Guo G, Wen S X. Communication scheduling and control of a platoon of vehicles in VANETs[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(6): 1551-1563.
- [5] Li D D, Guo G. Prescribed performance concurrent control of connected vehicles with nonlinear third-order dynamics[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(12): 14793-14802.
- [6] Talebpour A, Mahmassani H S. Influence of connected and autonomous vehicles on traffic flow stability and throughput[J]. Transportation Research—Part C: Emerging Technologies, 2016, 71: 143-163.
- [7] Chen J Z, Zhou Y, Liang H. Effects of ACC and CACC vehicles on traffic flow based on an improved variable time headway spacing strategy[J]. IET Intelligent Transport Systems, 2019, 13(9): 1365-1373.
- [8] Wang H, Qin Y Y, Wang W, et al. Stability of CACC-manual heterogeneous vehicular flow with partial CACC performance degrading[J]. Transportmetrica B: Transport Dynamics, 2019, 7(1): 788-813.
- [9] 秦严严,王昊,王炜,等.混有协同自适应巡航控制车辆的异质交通流稳定性解析与基本图模型[J].物理学报,2017,66(9):094502.

- (Qin Y Y, Wang H, Wang W, et al. Stability analysis and fundamental diagram of heterogeneous traffic flow mixed with cooperative adaptive cruise control vehicles[J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(9): 094502.)
- [10] Ngoduy D. Analytical studies on the instabilities of heterogeneous intelligent traffic flow[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2013, 18(10): 2699-2706.
- [11] Xie D F, Zhao X M, He Z B. Heterogeneous traffic mixing regular and connected vehicles: Modeling and stabilization[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, 20(6): 2060-2071.
- [12] Jia D, Ngoduy D, Vu H L. A multiclass microscopic model for heterogeneous platoon with vehicle-to-vehicle communication[J]. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, 2019, 7(1): 311-335.
- [13] Wang M, Hoogendoorn S P, Daamen W, et al. Delay-compensating strategy to enhance string stability of adaptive cruise controlled vehicles[J]. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, 2018, 6(3): 211-229.
- [14] Yao Z H, Xu T R, Jiang Y S, et al. Linear stability analysis of heterogeneous traffic flow considering degradations of connected automated vehicles and reaction time[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2021, 561: 125218.
- [15] 刘成林, 田玉平. 具有时延的多个体系统的一致性问题综述[J]. *控制与决策*, 2009, 24(11): 1601-1608.  
(Liu C L, Tian Y P. Survey on consensus problem of multi-agent systems with time delays[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(11): 1601-1608.)
- [16] Sharma A, Ali Y, Saifuzzaman M, et al. Human factors in modelling mixed traffic of traditional, connected, and automated vehicles[M]. Cham: Springer International Publishing, 2018: 262-273.
- [17] Orosz G, Wilson R E, Stépán G. Traffic jams: Dynamics and Control[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010, 368(1928): 4455-4479.
- [18] Kesting A, Treiber M. How reaction time, update time, and adaptation time influence the stability of traffic flow[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2008, 23(2): 125-137.
- [19] Sun J, Zheng Z D, Sun J. Stability analysis methods and their applicability to car-following models in conventional and connected environments[J]. *Transportation Research—Part B: Methodological*, 2018, 109: 212-237.
- [20] Wilson R E, Ward J A. Car-following models: Fifty years of linear stability analysis—A mathematical perspective[J]. *Transportation Planning and Technology*, 2011, 34(1): 3-18.
- [21] Jia D Y, Ngoduy D. Enhanced cooperative car-following traffic model with the combination of V2V and V2I communication[J]. *Transportation Research—Part B: Methodological*, 2016, 90: 172-191.
- [22] Jia D Y, Ngoduy D. Platoon based cooperative driving model with consideration of realistic inter-vehicle communication[J]. *Transportation Research—Part C: Emerging Technologies*, 2016, 68: 245-264.
- [23] Treiber M, Hennecke A, Helbing D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations[J]. *Physical Review E*, 2000, 62(2): 1805-1824.

### 作者简介

姚志洪(1991—), 男, 讲师, 博士, 从事智能网联车系统建模与优化控制等研究, E-mail: zhyao@swjtu.edu.cn;

顾秋凡(1998—), 女, 硕士生, 从事智能网联混合交通建模的研究, E-mail: guqiufan981022@126.com;

徐桃让(1995—), 男, 硕士生, 从事智能网联混合交通建模的研究, E-mail: 1922417433@qq.com;

蒋阳升(1975—), 男, 教授, 博士生导师, 从事交通系统建模与优化等研究, E-mail: jiangyangsheng@swjtu.cn;

涂丹(1989—), 女, 副教授, 从事交通系统优化等研究, E-mail: tutu286358376@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)