

# 控制与决策

Control and Decision

## 伴有初始负载摆角的桥式起重机能量防摆控制

张珂, 于宝森, 石怀涛, 佟圣皓

引用本文:

张珂, 于宝森, 石怀涛, 佟圣皓. 伴有初始负载摆角的桥式起重机能量防摆控制[J]. *控制与决策*, 2022, 37(7): 1779–1784.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2021.0003>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于能量分析的桥式起重机防摆控制方法

Anti-swing control method of bridge crane based on energy analysis

控制与决策. 2021, 36(12): 3091–3096 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0694>

### 基于强化学习的倒立摆分数阶梯度下降RBF控制

Reinforcement learning based fractional gradient descent RBF neural network control of inverted pendulum

控制与决策. 2021, 36(1): 125–134 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0816>

### 基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller

控制与决策. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

### 基于高阶滑模速度控制器的异步电机模型预测转矩控制

A model predictive torque control for induction motor based on high order sliding mode speed controller

控制与决策. 2021, 36(4): 953–958 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0650>

### 基于强化学习的小型无人直升机有限时间收敛控制设计

Finite time control based on reinforcement learning for a small-size unmanned helicopter

控制与决策. 2020, 35(11): 2646–2652 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0328>

# 伴有初始负载摆角的桥式起重机能量防摆控制

张珂, 于宝森, 石怀涛, 佟圣皓<sup>†</sup>

(沈阳建筑大学 机械工程学院, 沈阳 110168)

**摘要:** 桥式起重机是一种广泛应用的大型搬运设备, 在实际工作过程中, 台车运动时会产生伴有初始负载摆角的负载摆动, 影响工作效率并带来安全隐患. 针对这种情况, 设定期望的台车误差轨迹和摆角误差轨迹, 将桥式起重机动力学模型转换为误差跟踪动力学模型, 提出一种基于能量分析方法的桥式起重机防摆控制策略. 通过 LaSalle 不变性原理和 Lyapunov 方法对闭环系统的稳定性进行理论分析. 仿真与实验结果表明, 所提防摆控制方法的控制性能几乎不受初始负载摆角的影响, 可以保证桥式起重机在无初始负载摆角和带有初始负载摆角的情况下都能取得良好的控制效果, 能够驱动台车准确到达目标位置, 有效抑制并快速消除负载摆角, 同时对外部扰动具有很强的鲁棒性.

**关键词:** 桥式起重机; 非线性系统; 初始负载摆角; Lyapunov 方法; 防摆控制; 鲁棒性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0003

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



**引用格式:** 张珂, 于宝森, 石怀涛, 等. 伴有初始负载摆角的桥式起重机能量防摆控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7): 1779-1784.

## Energy anti-swing control of bridge crane with initial load swing angle

ZHANG Ke, YU Bao-sen, SHI Huai-tao, TONG Sheng-hao<sup>†</sup>

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

**Abstract:** The bridge crane is a widely used large-scale handling equipment. In the actual work process, the load swing accompanied by the initial load swing angle will occur when the trolley moves, which will affect the work efficiency and cause safety hazards. In response to this situation, the expected trolley error trajectory and swing angle error trajectory are set, the dynamic model of the bridge crane is converted to the error tracking dynamic model, and an anti-swing control strategy of the bridge crane based on the energy analysis method is proposed. The stability of the closed-loop system is theoretically analyzed using the LaSalle invariance principle and the Lyapunov method. The results of simulation and experiment show that the control performance of the proposed anti-swing control method is hardly affected by the initial load swing angle, which can ensure that the bridge crane can achieve good control effects with or without the initial load swing angle, and drive the trolley to accurately reach the target position, effectively suppress and quickly eliminate the load swing angle, and have strong robustness to external disturbances.

**Keywords:** bridge crane; non-linear system; initial load swing angle; Lyapunov techniques; anti-swing control; robustness

## 0 引言

在现代工业领域中, 桥式起重机是一种非常重要的运输工具, 它是一种典型的欠驱动系统<sup>[1]</sup>. 由于其欠驱动特性, 负载在工作过程中极易发生摆动, 不仅影响台车的精确定位, 降低工作效率, 同时还会带来相应的安全隐患<sup>[2]</sup>.

为了有效抑制并快速消除桥式起重机工作过程中产生的负载摆动, 国内外学者对桥式起重机防摆

控制策略进行了大量研究: 文献[3]提出了能够保证台车精确定位并抑制负载摆动在限定范围内的运动规划方法; 文献[4]提出了一种限制有限时间的滑膜防摆控制方法; 文献[5]提出了一种比例微分滑膜防摆控制方法. 文献[4-5]的方法因滑膜控制对外界干扰不敏感的特点, 在桥式起重机面对外部扰动时都表现出较强的鲁棒性. 文献[6]提出了不依赖动力学模型的自适应消摆控制策略, 能够保证在部分参数不

收稿日期: 2021-01-02; 录用日期: 2021-04-21.

基金项目: 住建部科技计划项目(2019-K-080); 国家自然科学基金项目(52075348); 河北省省级科技计划项目(19211904D).

责任编辑: 周彬.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: tongshenghao@sjzu.edu.cn.

确定的条件下完成台车精确就位并有效消除负载摆角. 通过分析系统的能量能够得到系统的运动状态, 可以方便地处理系统的欠驱动非线性特性. 因此, 基于能量分析的方法被广泛用于桥式起重机防摆控制策略研究. 文献[7]通过引入有关虚拟负载的概念和新型的能量储存函数, 设计了一种有控制输入约束的4自由度桥式起重机基于能量耦合的输出反馈控制方法; 文献[8]通过求解起重机动力学模型的偏微分方程构造一种新型的储能函数, 然后提出了一种无源耗散不等式的增强能量耦合型控制策略. 以上研究对桥式起重机防摆控制策略研究都做出了重要的贡献, 但在设计控制方法时, 都将初始负载摆角当成零度处理, 这是不符合实际工况的. 实际上, 在桥式起重机吊运负载台车开始移动时极易产生一个初始负载摆角. 操作人员操纵吊钩置于负载正上方是非常困难的, 而吊钩与负载出现位置偏差时, 负载起吊后就会出现一个初始的负载摆角. 出现初始负载摆角时, 出于安全考虑, 操作人员需等待负载摆角变为较小角度时进行后续工作. 由于风力、外部扰动、吊钩和负载位置偏差等原因, 负载出现初始角度偏差时, 不仅影响桥式起重机的工作效率, 同时还会增加工作风险. 因此, 设计一种允许带有初始负载摆角的桥式起重机防摆控制方法是非常重要的.

考虑桥式起重机工作时常带有初始负载摆角的情况, 本文首先通过设定期望的台车误差轨迹和期望的摆角误差轨迹, 将桥式起重机的动力学模型转换成误差跟踪动力学模型, 然后基于能量分析的方法设计一种允许桥式起重机工作时带有初始负载摆角的非线性耦合控制器. 本文所提控制方法能够驱动台车精确就位并完成有效消摆, 在不同初始负载摆角、以不同绳长吊运不同质量负载的情况下控制性能保持良好, 同时对未知外部扰动具有很强的鲁棒性.

### 1 桥式起重机的动力学模型分析及转换

#### 1.1 建立桥式起重机动力学模型

桥式起重机的示意图如图1所示.

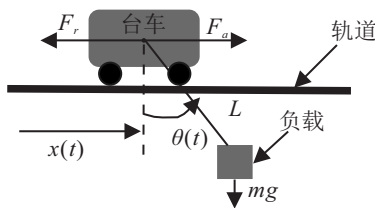


图1 桥式起重机模型

利用 Euler-Lagrange 方程建立桥式起重机动力学模型<sup>[1]</sup>, 即

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F_a - F_r,$$

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos \theta + mgl \sin \theta = 0. \tag{1}$$

式(1)中各变量参数定义如表1所示.

表1 参数定义

符号	参数/变量意义	单位
$M$	台车质量	kg
$m$	负载质量	kg
$l$	吊绳长度	m
$x(t)$	台车位移	m
$\theta(t)$	负载摆角	deg
$F_a$	台车驱动力	N
$F_r$	摩擦力	N
$g$	重力加速度	m/s <sup>2</sup>

式(1)可写为更加紧凑的形式, 即

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{U}. \tag{2}$$

其中:  $\mathbf{q}$  表示门式起重机系统的状态向量,  $M(\mathbf{q})$  表示系统的惯量矩阵,  $\mathbf{V}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  表示系统的向心-柯氏力矩阵,  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  表示系统的重力势能向量,  $\mathbf{U}$  表示系统的控制向量. 各项具体定义如下:

$$\begin{cases} \mathbf{q} = [x(t) \quad \theta(t)]^T, \\ M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M + m & ml \cos \theta \\ ml \cos \theta & ml^2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{V}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & -ml\dot{\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}(\mathbf{q}) = [0 \quad mgl \sin \theta]^T, \\ \mathbf{U} = [F_a - F_r \quad 0]^T. \end{cases}$$

受摩擦力模型启发, 本文选用如下摩擦力模型近似表示摩擦力特性:

$$F_r(\dot{x}) = f_{r0} \tan(h(\dot{x}/\xi)) - k_r |\dot{x}| \dot{x}, \tag{3}$$

其中  $f_{r0}, \xi, k_r \in \mathbf{R}^+$  表示相应的摩擦力参数.

根据桥式起重机的实际工作情况, 负载不会摆动到桥架上方, 做出如下合理假设.

**假设1** 在桥式起重机工作过程中, 负载摆角始终保持在如下范围:  $-\pi/2 < \theta(t) < \pi/2$ .

**假设2** 在桥式起重机工作过程中, 初始负载摆角保持在如下范围:  $-\pi/2 < \theta(0) < \pi/2$ .

#### 1.2 桥式起重机动力学模型的转换

为了完成带有初始负载摆角的桥式起重机防摆控制方法设计, 需要对桥式起重机的动力学模型进行转换. 首先选取一个合适的衰减函数作为期望台车误差轨迹和期望摆角误差轨迹<sup>[9]</sup>, 由设定的期望误差轨迹的形式可知所提出的期望误差轨迹与实际误差轨迹的初值是相同的, 即初始负载摆角与所提出的期望摆角误差轨迹的初值是相同的. 设定期望误差轨迹后, 对实际误差轨迹不作要求, 因此允许系统的

初始负载摆角取有界的值. 设定  $\sigma_x$  为台车的定位误差,  $p_d$  为台车目标位移,  $\sigma_x = x(t) - p_d, \sigma_\theta(t) = \theta(t)$  为负载摆角误差. 分别设定期望的台车误差轨迹和摆角误差轨迹为

$$\sigma_x^\alpha = -\eta e^{-\beta_x t}, \sigma_\theta^\alpha = \theta(0)e^{-\beta_\theta t}. \quad (4)$$

其中:  $\theta(0)$  表示初始负载摆角,  $\eta$  表示衰减函数最大值系数,  $\beta_x, \beta_\theta \in \mathbf{R}^+$  表示误差衰减系数. 由式(4)易得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_x^\alpha = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_\theta^\alpha = 0, \sigma_x^\alpha, \sigma_\theta^\alpha \in L_\infty. \quad (5)$$

设定台车定位误差跟踪信号和负载摆角误差跟踪信号分别为

$$\begin{aligned} \mu_x &= x(t) - p_d - \sigma_x^\alpha = \sigma_x - \sigma_x^\alpha, \\ \mu_\theta &= \theta(t) - \sigma_\theta^\alpha = \sigma_\theta - \sigma_\theta^\alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

由假设1结合式(5)易得出  $\mu_\theta \in L_\infty$ . 这表示  $\mu_\theta$  是有界的, 因此, 能够找到一个正的常数  $\tau$  使  $|\mu_\theta| < \tau$  成立, 其中  $\tau \in \mathbf{R}^+$  表示已知的边界常数.  $\mu_x, \mu_\theta$  的一阶和二阶的时间导数分别为

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_x &= \dot{\sigma}_x - \dot{\sigma}_x^\alpha, \dot{\mu}_\theta = \dot{\sigma}_\theta - \dot{\sigma}_\theta^\alpha, \\ \ddot{\mu}_x &= \ddot{\sigma}_x - \ddot{\sigma}_x^\alpha, \ddot{\mu}_\theta = \ddot{\sigma}_\theta - \ddot{\sigma}_\theta^\alpha. \end{aligned} \quad (7)$$

联立式(1)和(7)推得

$$\begin{aligned} (M+m)\ddot{\mu}_x + m\ddot{\mu}_\theta \cos \theta - \\ ml\dot{\mu}_\theta \sin \theta + (M+m)\ddot{\sigma}_x^\alpha + \\ ml\ddot{\sigma}_\theta^\alpha \cos \theta - ml\dot{\sigma}_\theta^\alpha \sin \theta = F_a - F_r, \\ ml\ddot{\mu}_x \cos \theta + ml^2\ddot{\mu}_\theta + ml^2\ddot{\sigma}_\theta^\alpha + \\ ml\dot{\sigma}_x \cos \theta + mgl \sin \theta = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)可表示为如下矩阵形式:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\boldsymbol{\mu}} + \mathbf{V}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\boldsymbol{\mu}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}^\alpha) = \mathbf{U}. \quad (9)$$

其中:  $\boldsymbol{\mu} = [\mu_x \ \mu_\theta]^T$  表示误差跟踪向量;  $\boldsymbol{\sigma}^\alpha = [\sigma_x^\alpha \ \sigma_\theta^\alpha]^T$  表示期望误差轨迹向量,  $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}^\alpha) = \begin{bmatrix} (M+m)\ddot{\sigma}_x^\alpha + ml\ddot{\sigma}_\theta^\alpha \cos \theta \\ -ml\dot{\sigma}_\theta^\alpha \sin \theta ml\dot{\sigma}_x^\alpha \cos \theta + ml^2\ddot{\sigma}_\theta^\alpha \end{bmatrix}$  表示与误差轨迹相关的向量.

## 2 基于能量分析的控制器设计

桥式起重机吊运负载时, 只有施加在台车位移方向的力, 没有直接作用在负载上的力, 为了增强台车位移和负载摆动的耦合行为以改善防摆控制性能, 需要找到一个既能反映  $x(t)$  又能反映  $\theta(t)$  的耦合信号. 针对带有初始负载摆角的情况对系统动力学模型转换后, 分析系统的能量使其衰减至零, 考虑台车的定位误差  $\sigma_x$  与摆角误差  $\sigma_\theta$  之间的耦合关系, 引入一个复合信号

$$\varphi_x(t) = \dot{\sigma}_x + k_\theta \delta(\sigma_\theta). \quad (10)$$

其中:  $k_\theta \in \mathbf{R}^+$  表示一个相关的控制增益,  $\delta(\sigma_\theta)$  表示一个与  $\sigma_\theta$  相关的函数. 由式(9)易推得

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_x(t) &= \ddot{\sigma}_x + k_\theta \frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \dot{\sigma}_\theta, \\ \int_0^t \varphi_x(t) dt - \sigma_x^\alpha &= \\ k_\theta \int_0^t \delta(\sigma_\theta(t)) dt + \sigma_x - \sigma_x^\alpha &= \\ \mu_x + k_\theta \int_0^t \delta(\sigma_\theta(t)) dt. \end{aligned} \quad (11)$$

构造一个新的状态向量  $X(t)$  为

$$\mathbf{X} = [\varphi_x \ \dot{\sigma}_\theta]^T = [\dot{\sigma}_x + k_\theta \delta(\sigma_\theta) \ \dot{\sigma}_\theta]^T. \quad (12)$$

将新的状态向量  $X(t)$  代入式(9)可将动力学模型转换为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{V}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{X} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \\ \mathbf{H}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}^\alpha) - \begin{bmatrix} k_\theta(M+m) \frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \dot{\sigma}_\theta \\ k_\theta ml \cos \theta \frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \dot{\sigma}_\theta \end{bmatrix} = \mathbf{U}. \end{aligned} \quad (13)$$

桥式起重机系统的能量可以表示为

$$E(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + mgl(1 - \cos \theta). \quad (14)$$

根据式(14)的形式提出一个新的类能量储能函数

$$E_n(t) = \frac{1}{2} \mathbf{X}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{X} + mgl(1 - \cos \theta). \quad (15)$$

式(15)对时间求导可得

$$\begin{aligned} \dot{E}_n(t) = \\ \mathbf{X}^T \left[ \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{X}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\mathbf{X} \right] + mgl \sin \theta \cdot \dot{\theta}. \end{aligned} \quad (16)$$

由  $\xi^T \left[ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - \mathbf{V}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \xi = 0, \forall \xi \in \mathbf{R}^+$  与式(5)和(16)可以推得

$$\begin{aligned} \dot{E}_n(t) &= \varphi_x \left[ k_\theta(M+m) \frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \dot{\sigma}_\theta + \right. \\ &F_a - F_r - (M+m)\ddot{\sigma}_x^\alpha - \\ &ml\ddot{\sigma}_\theta^\alpha \cos \theta + ml\dot{\sigma}_\theta^\alpha \sin \theta \left. \right] + \\ &k_\theta ml \cos \theta \frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \dot{\sigma}_\theta^2. \end{aligned} \quad (17)$$

鉴于式(17)的结构, 提出控制器的形式

$$\begin{aligned} F_a = -k_p \left( \int_0^t \varphi_x(t) dt - \sigma_x^\alpha \right) - k_a \varphi_x - \\ k_\theta(M+m) \frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \dot{\sigma}_\theta + (M+m)\ddot{\sigma}_x^\alpha + \\ ml\ddot{\sigma}_\theta^\alpha \cos \theta - ml\dot{\sigma}_\theta^\alpha \sin \theta + F_r, \end{aligned} \quad (18)$$

其中  $k_p, k_a \in \mathbf{R}^+$  表示正的控制增益. 为了使  $\dot{E}_n(t)$  的最后一项为非正, 令

$$\cos \theta \frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} \leq 0. \quad (19)$$

由假设1可知  $\cos \theta > 0$ , 因此可以使

$$\frac{\partial \delta(\sigma_\theta)}{\partial \sigma_\theta} = -1 \Rightarrow \delta(\sigma_\theta) = -\sigma_\theta. \quad (20)$$

由式(20)可知控制器(18)可表示为

$$F_a = -k_p \left( \int_0^t \varphi_x(t) dt - \sigma_x^\alpha \right) - k_a \varphi_x + k_\theta (M+m) \dot{\sigma}_\theta + (M+m) \ddot{\sigma}_x + ml \ddot{\sigma}_\theta^\alpha \cos \theta - ml \dot{\theta} \dot{\sigma}_\theta^\alpha \sin \theta + F_r. \quad (21)$$

### 3 稳定性分析

为验证所提控制方法使台车和负载的能量在期望的平衡点衰减至零,此处对系统进行稳定性分析.

**定理1** 所提控制器(21)可以使台车准确到达目标位置 $p_d$ ,有效抑制快速消除负载摆角,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) \quad \dot{x}(t) \quad \theta(t) \quad \dot{\theta}(t)]^T = [p_d \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T. \quad (22)$$

**证明** 首先定义Lyapunov 候选函数 $V(t)$ 为

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{X}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{X} + mgl(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} \left( \int_0^t \varphi_x(t) dt - \sigma_x^\alpha \right)^2 \geq 0. \quad (23)$$

对式(23)求一阶导,代入(21)可得

$$\dot{V}(t) = -k_a \varphi_x^2 - k_\theta ml \cos \theta \dot{\sigma}_\theta^2 \leq 0. \quad (24)$$

因此,闭环系统在期望平衡点上是李雅普诺夫稳定的, $V(t) \in L_\infty$ . 由此可知该闭环系统的状态是有界收敛的,即 $\dot{\sigma}_x(t)$ 、 $\dot{\sigma}_\theta(t)$ 、 $F_a(t)$ 、 $\varphi_x(t) \in L_\infty$ . 为了完成证明,定义集合

$$\mathbf{S} = \{(\sigma_x, \sigma_\theta, \dot{\sigma}_x, \dot{\sigma}_\theta) : \dot{V} = 0\},$$

记 $\mathbf{M}$ 为集合 $\mathbf{S}$ 中的最大不变集,因此以下结论成立:

$$\begin{aligned} \varphi_x &= \dot{\sigma}_x - k_\theta \dot{\sigma}_\theta = 0, \\ \dot{\sigma}_\theta &= 0 \Rightarrow \ddot{\sigma}_x - k_\theta \ddot{\sigma}_\theta = 0, \\ \ddot{\sigma}_\theta &= \ddot{\theta} = 0, \dot{\sigma}_x = \dot{x} = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

将式(25)代入(1)可得

$$\begin{aligned} F_a - F_r &= 0, \\ g \sin \theta &= 0 \Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow \dot{\sigma}_x = \dot{x} = \dot{e}_x = 0 \Rightarrow F_r = 0, \\ F_a &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

对于桥式起重机系统,常认为 $\cos \theta \approx 1$ , $\sin \theta \approx \theta$ . 因此,式(1)可以表示为

$$l\ddot{\theta} + \ddot{x} + g\theta = 0 \Rightarrow \int_0^t \theta(t) dt = 0. \quad (27)$$

由式(21)、(25)、(26)可以推出

$$\begin{aligned} \int_0^t \varphi_x(t) dt - \sigma_x^\alpha &= 0 \Rightarrow x(t) - p_d = \\ \int_0^t \theta(t) dt &= 0 \Rightarrow x(t) = p_d. \end{aligned} \quad (28)$$

依据LaSalle 不变性原理<sup>[10]</sup>,可以证明台车能够准确到达目标位置,消除负载摆角至0 deg.  $\square$

### 4 仿真结果与实验分析

本节将通过多组仿真与实验对比分析验证所提

控制方法的有效性和正确性. 第1组仿真首先将本文所提控制方法与现有的线性二次最优控制方法(LQR)<sup>[11]</sup>和PD控制方法<sup>[12]</sup>进行对比,验证所提控制方法具有良好的控制性能;第2组仿真通过添加外部扰动校验所提方法的鲁棒性;第3组添加不同的初始负载摆角验证所提控制方法在伴有初始负载摆角时的有效性;最后通过结合实验与仿真对比分析验证所提控制器的正确性. 桥式起重机选取的系统参数分别为: $M = 6 \text{ kg}$ , $m = 1 \text{ kg}$ , $l = 1 \text{ m}$ , $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ . 台车目标位移为 $p_d = 1.2 \text{ m}$ ,摩擦系数和控制增益分别为 $f_{r0x} = 4.4$ , $\xi = 0.01$ , $k_r = -0.5$ , $\eta = 1$ , $\beta_x = 3$ , $\beta_\theta = 2$ , $k_p = 19.4$ , $k_a = 16.6$ , $k_\theta = 8.2$ .

#### 仿真1 对比分析.

将本文所提控制方法与线性二次最优LQR法和PD控制方法进行仿真对比分析,其控制器表达式分别如下.

线性二次最优LQR法:

$$u = -k_1 e_x - k_2 \dot{x} - k_3 \theta - k_4 \dot{\theta}. \quad (29)$$

其中: $k_1 = 7$ , $k_2 = 13$ , $k_3 = -11$ , $k_4 = -8$ 均为LQR 控制器控制增益.

PD控制方法:

$$F_x = -k_p \varepsilon_x - k_d \dot{x} + F_{rx}. \quad (30)$$

其中: $k_p, k_d \in \mathbf{R}^+$ 为正的控制增益,其取值分别为 $k_p = 12$ , $k_d = 20$ .

本文所提控制方法在与两种控制方法进行对比仿真时选取的桥式起重机系统参数均为: $M = 6 \text{ kg}$ , $m = 1 \text{ kg}$ , $l = 1 \text{ m}$ , $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ . 台车目标位移统一设为 $p_d = 1.2 \text{ m}$ ,摩擦系数均选为 $f_{r0x} = 4.4$ , $\xi = 0.01$ , $k_r = -0.5$ ,得到仿真结果如图2所示,定量性能指标如表2所示.

表2 各控制方法性能指标

各项性能指标	$t_{sp}/s$	$t_s/s$	$\theta_{\max}/\text{deg}$	$F_{\max}/\text{N}$
本文所提控制方法	4.1	4.9	3.2	7.8
LQR控制方法	5.9	6.3	5.2	12.4
PD控制方法	6.5	17.1	9.5	18.1

表2中的定量性能指标定义如下:1) $t_{sp}$ 表示台车到达目标位置所用时间;2) $t_s$ 表示调整时间,定义为负载摆角进入 $|\theta(t)| \leq 0.5^\circ$ , $\forall t \geq t_s$ 范围的时间;3) $\theta_{\max}$ 表示运动过程中最大摆动幅度;4) $F_{\max}$ 表示最大驱动力.

通过图2和表2可以看出,本文所提控制方法和LQR控制方法、PD控制方法都能驱动台车准确到达目标位置,但是本文所提控制方法用最短的时间完成台车精确就位,将负载摆角的幅度抑制在更小的范围

内,稳定速度也更快,几乎无残余负载摆角,此外,本文所提控制方法所需的最大驱动力也最小。

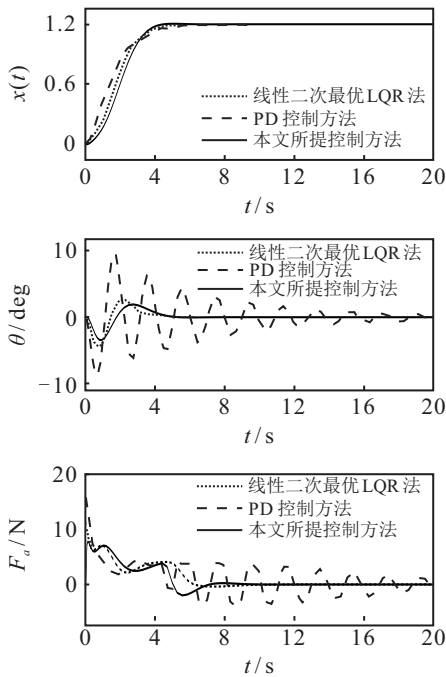


图2 3种控制方法对比仿真结果

仿真2 鲁棒性校验。

在桥式起重机工作过程中,会受到风力、碰撞等未知外部扰动,因此所设计的控制方法必须要具有良好的鲁棒性抵抗外部干扰。本组仿真在8~9s之间加入正弦干扰、在12~13s之间加入脉冲干扰、在16~17s之间加入随机干扰这3种类型的外部干扰以模拟桥式起重机在工作过程中受到的未知外部扰动,扰动幅值均为2 deg,结果如图3所示。

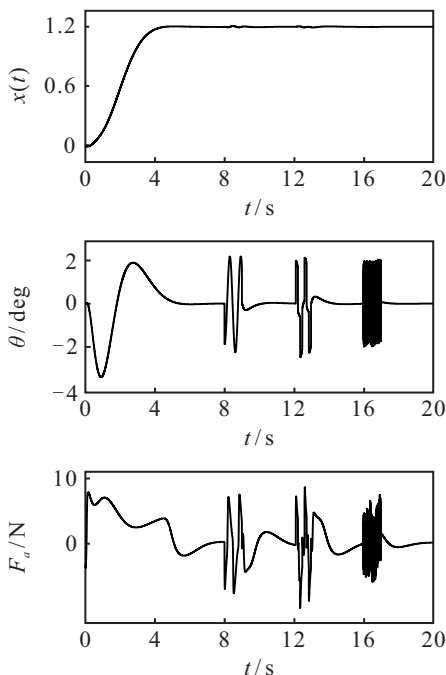


图3 在不同未知扰动下的仿真结果

通过图3可以看出,在受到正弦、脉冲以及随机干扰时,本文所提控制方法可以有效地消除添加的外部扰动,随即快速恢复稳定,因此所提控制方法具有良好的鲁棒性来抵抗工作过程中的外部扰动。

仿真3 改变初始负载摆角分析。

在不改变控制增益的条件下,针对带有初始负载摆角的情况对所提控制方法的控制性能进行验证,设定桥式起重机初始负载摆角分别为3 deg、6 deg、9 deg来校验在带有初始负载摆角情况下所提控制方法的有效性,所得结果如图4所示。

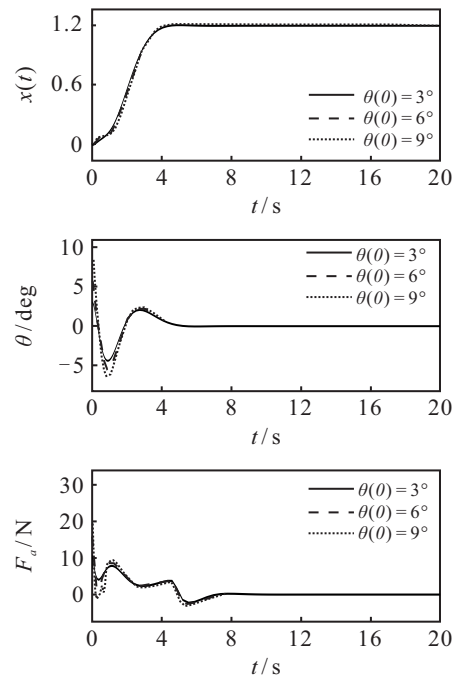


图4 带有不同初始负载摆角的仿真结果

由图4可知,在带有不同初始负载摆角的情况下,本文所提控制方法驱动台车到达目标位置时间基本一致,能够使台车精确就位,消除负载摆角。因此,所提控制方法在带有初始负载摆角的情况下仍然具有良好的控制性能,可完成台车精确就位并有效消摆。

为了验证所提控制方法的实际控制性能,在所搭建的桥式起重机实验平台进行实验,实验台详细参数参考文献[1],并将实验结果与相同参数及增益下的仿真结果进行对比分析。实验台车质量  $M = 6.25 \text{ kg}$ , 负载质量为  $m = 1 \text{ kg}$ , 绳长为  $l = 1 \text{ m}$ , 其他控制增益选取与仿真1一致。所得结果如图5所示。

由图5可以看出,所提控制方法在相同参数和控制增益下的实验结果与仿真结果曲线基本重合。由于实验过程中存在一些不可避免的外部扰动和实验平台的硬件条件的原因,导致实验结果的曲线有一些微小的波动,但是实验曲线与仿真曲线的整体趋势一致,都取得了不错的控制效果,驱动台车精确就位完

成了负载消摆。

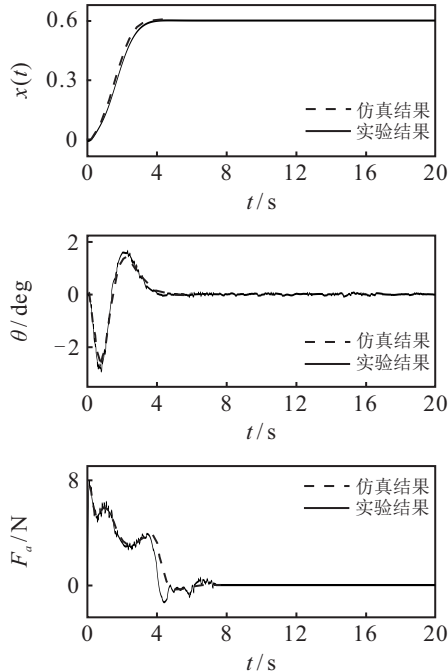


图5 实验与仿真

## 5 结论

为实现桥式起重机在带有初始负载摆角的情况下能够驱动台车准确到达目标位置,有效抑制并快速消除负载摆角,本文设计了一种基于能量分析的非线性耦合控制方法.与现有的桥式起重机控制方法相比,本文方法考虑了在实际工况下,桥式起重机工作时会有初始负载摆角的问题,保证了在带有初始负载摆角的情况下,所设计的控制方法仍具有良好的控制性能,驱动台车精确就位并有效消摆,无需等待初始负载摆角衰减消失再进行工作,提高了工作效率.本文通过多组仿真和实验分析验证了所提控制方法的控制性能,改变初始负载摆角并添加未知外部扰动,从而验证了所提控制方法具有较强的鲁棒性.

## 参考文献(References)

- [1] Shi HT, Li G, Bai X T, et al. Research on nonlinear control method of underactuated gantry crane based on machine vision positioning[J]. *Symmetry*, 2019, 11(8): 987.
- [2] Shi HT, Li G, Ma X, et al. Research on nonlinear coupling anti-swing control method of double pendulum gantry crane based on improved energy[J]. *Symmetry*, 2019, 11(12): 1511.
- [3] 何博, 方勇纯, 刘海亮, 等. 桥式起重机精准定位在线轨迹规划方法设计及应用[J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(10): 1352-1358.  
(He B, Fang Y C, Liu H L, et al. Precise positioning online trajectory planner design and application for overhead cranes[J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(10): 1352-1358.)

- [4] Zhang Z C, Li L, Wu Y Q. Disturbance-observer-based anti-swing control of underactuated crane systems via terminal sliding mode[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2018, 12(18): 2588-2594.
- [5] Zhang M H, Ma X, Song R, et al. Adaptive proportional-derivative sliding mode control law with improved transient performance for underactuated overhead crane systems[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2018, 5(3): 683-690.
- [6] Sun N, Yang T, Chen H, et al. Adaptive anti-swing and positioning control for 4-DOF rotary cranes subject to uncertain/unknown parameters with hardware experiments[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 49(7): 1309-1321.
- [7] Sun N, Fang Y C, Zhang X B. Energy coupling output feedback control of 4-DOF underactuated cranes with saturated inputs[J]. *Automatica*, 2013, 49(5): 1318-1325.
- [8] Wu X Q, He X X. Nonlinear energy-based regulation control of three-dimensional overhead cranes[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2017, 14(2): 1297-1308.
- [9] 孙明轩, 严求真. 迭代学习控制系统的误差跟踪设计方法[J]. *自动化学报*, 2013, 39(3): 251-262.  
(Sun M X, Yan Q Z. Error tracking of iterative learning control systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(3): 251-262.)
- [10] Khalil H. *Nonlinear system*[M]. The 3rd edition. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, 2002: 174-180.
- [11] Oh K, Seo J, Han J W. LQR-based adaptive steering control algorithm of multi-axle crane for improving driver's steering efficiency and dynamic stability[C]. *The 16th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)*. Gyeongju, 2016: 792-796.
- [12] Fang Y, Dixon W E, Dawson D M, et al. Nonlinear coupling control laws for an underactuated overhead crane system[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2003, 8(3): 418-423.

## 作者简介

张珂(1969—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性欠驱动吊运机器人的动力学建模方法及防摆控制等研究, E-mail: zhangke@sjzu.edu.cn;

于宝森(1996—), 男, 硕士生, 从事非线性欠驱动系统的研究, E-mail: y158266555@163.com;

石怀涛(1982—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性欠驱动系统和工程起重机自动驾驶与智能控制等研究, E-mail: sht@sjzu.edu.cn;

佟圣皓(1989—), 男, 讲师, 博士, 从事视觉伺服和深度学习的研究, E-mail: tongshenghao@sjzu.edu.cn.