

控制与决策

Control and Decision

符号网络下一类非线性二分一致性系统的跟踪控制

刘建刚, 杨胜杰, 王仲梅, 廖云华, 谢小良

引用本文:

刘建刚, 杨胜杰, 王仲梅, 廖云华, 谢小良. 符号网络下一类非线性二分一致性系统的跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7): 1909–1914.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1390>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

基于协同控制的串联超级电容电压均衡策略

Voltage equalization strategy for series-connected ultracapacitors based on cooperative control

控制与决策. 2021, 36(8): 1997–2001 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1736>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97–104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

基于观测器的网络化多智能体预测控制

Observer-based networked multi-agent predictive control

控制与决策. 2021, 36(9): 2290–2296 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1801>

一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

控制与决策. 2020, 35(12): 3045–3052 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

符号网络下一类非线性二分一致性系统的跟踪控制

刘建刚^{1,2}, 杨胜杰², 王仲梅¹, 廖云华¹, 谢小良^{1†}

(1. 湖南工商大学 理学院, 长沙 410205; 2. 统计学习与智能计算湖南省重点实验室, 长沙 410205)

摘要: 研究具有对抗交互的一类非线性多智能体系统的二分一致性跟踪控制问题, 借助有向符号图刻画智能体之间的通信关系, 并假定符号图是结构平衡的. 进一步, 借助符号图网络对二分一致性跟踪问题进行公式化描述. 基于最近邻原则, 结合拉普拉斯矩阵、牵制矩阵、符号函数、耦合增益参数等, 设计分布式控制律. 利用 Barbalat 引理和李亚谱诺夫函数证明整个闭环系统的渐近稳定性, 在保持闭环系统稳定的条件下推导出耦合增益的下界. 最后通过仿真验证所提出方法的有效性.

关键词: 对抗交互; 非线性多智能体系统; 二分一致性跟踪; 符号图

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1390

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 刘建刚, 杨胜杰, 王仲梅, 等. 符号网络下一类非线性二分一致性系统的跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7): 1909-1914.

Tracking control for one class of nonlinear bipartite consensus systems under signed network

LIU Jian-gang^{1,2}, YANG Sheng-jie², WANG Zhong-mei¹, LIAO Yun-hua¹, XIE Xiao-liang^{1†}

(1. School of Science, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China; 2. Key Laboratory of Hunan Province for Statistical Learning and Intelligent Computation, Changsha 410205, China)

Abstract: This paper investigates the bipartite consensus tracking problem of one class of nonlinear multi-agent systems with antagonistic interactions in details. The communication relationship among agents is depicted as a directed signed graph, which is assumed to be structurally balanced. The bipartite consensus tracking problem is furthermore formulated by integrating with the signed graph network. Based on the nearest neighborhood rule, a distributed control law is designed accordingly with the aid of the Laplacian matrix, a pinning matrix, a signed function and a coupling gain parameter. The asymptotic stability of the closed-loop system is rigorously proved by the Lyapunov function with the aid of the Barbalat lemma. The lower bound condition for the coupling gain is derived to guarantee that the closed-loop system is asymptotical stable. The effectiveness of the proposed approach is finally verified by simulation results.

Keywords: antagonistic interactions; nonlinear multi-agent systems; bipartite consensus tracking; signed graph

0 引言

智能电网中网络的负载均衡、频率电压同步, 智能交通系统中无人车辆的自动驾驶, 作战系统中无人机的编队飞行, 卫星系统中航天器与飞行器的姿态调整与同步等, 都蕴含着多智能体系统的一致性和协同控制问题, 近年来受到了广泛的研究与关注^[1].

当多智能体系统中只存在协作交互时, 智能体之间可以通过局部交互实现全局的协同目标, 此时智能体之间的通信网络可以借助非负图进行刻画, 节点代表智能体, 非负权重的边表示智能体间的协作交

互. 然而, 在社交网络、生物系统中往往存在某些不愿意协作的个体, 此时在系统中协作与对抗交互关系并存^[2]. 这种情况下, 智能体之间的交互关系可以建模成符号图. 例如, 在社交网络中, 正权重的连接表示友好关系, 负权重表示敌对关系. 在基因或蛋白质调控网络中, 正权重表示激活交互, 负权重表示抑制作用^[3-4].

针对具有对抗交互的一阶智能体系统, Altafini^[5]扩展了一致性的概念, 并设计了分布式控制协议, 基于符号图的性质, 智能体最终分成了两组, 这两组智

收稿日期: 2020-10-11; 录用日期: 2021-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(12001186); 湖南省教育厅科研项目(18A309, 19C1037, 20C0520, 20B158).

责任编辑: 关新平.

†通讯作者. E-mail: denan2003@163.com.

能体最终的收敛目标符号相反,模相同,称之为二分一致性. 其是在假定符号图结构平衡且强连通条件下,给出了二分一致性可达的结论. 所谓结构平衡,是指符号图中的节点集可以分成两个子集,每个子集内部节点相连的边的权值为正值,子集之间节点相连的边的权值为负值^[6].

在弱连通假设条件下, **Hu**等^[7]研究了标量积分器智能体系统的二分一致性问题,指出二分一致性可达只需要符号图结构平衡且含有生成树,同时还探讨了当有向符号图结构不平衡但满足生成树条件下的系统一致性性能. 在无向符号图下, **Valcher**等^[8]针对具有单输入的线性时不变系统,证明了二分一致性可达当且仅当每个智能体状态空间模型可稳. 在此基础上, **Zhang**等^[9-10]将广义线性系统二分一致性的相关结论扩展到了有向符号图,在有领导者的情况下,探讨了具有任意输入任意输出的异构线性多智能体系统的二分输出同步问题. **Meng**等^[11]针对弱连通的有向符号图,将二分一致性推广到区间二分一致性,指出当有向图结构平衡时,区间二分一致性可以退化为二分一致性. 进一步,在有向切换符号网络拓扑下, **Meng**等^[12]给出了一阶多智能体系统的二分一致性收敛条件.

针对一阶积分器多智能体系统, **Lu**等^[13]探讨了在符合图满足条件平衡下的有限时间二分一致性问题,所提出的有限时间控制方法能够改善系统的收敛性能,具有扰动抑制能力,并且对于外界不确定性具有鲁棒性,然而该有限时间控制方法对系统初始状态依赖性强. 针对异构线性多智能体系统,在引入观测器的条件下, **Zhang**等^[14]探讨了固定时间二分一致性问题,解决了有限时间控制方法依赖系统初始状态的难题. **Liu**等^[15]分别在符号图满足结构平衡和不平衡条件下,借助公共的非连续控制协议,通过选择不同的控制增益,分别实现了有限时间和固定时间二分一致性目标.

现实应用中,社交网络、生物系统、基因调控网络、多移动机器人对抗系统中的生物个体、基因、移动机器人的动力学特性往往是非线性的, **Shahvali**等^[16]探讨了非严格反馈非线性多智能体系统的有限时间二分一致性问题, **Yang**等^[17]探讨了具有执行器故障的未知非线性多智能体系统的固定时间二分一致性跟踪问题. 总体而言,此问题还有很大的研究空间,特别地,迫切需要研究具有协作与对抗交互并存的非线性多智能体系统的二分一致性问题,本文区别于文献[16-17],针对一类满足特殊条件的非线性多

智能体系统,在有向符号网络通信拓扑下,进一步探讨二分一致性跟踪控制律的设计及闭环系统稳定性分析问题.

本文的研究对象是一类特殊的非线性多智能体系统,解决的是一类二分一致性跟踪控制问题,所设计的控制律中引入领导者项,稳定性分析过程中引入约束条件,推导出耦合增益满足的下界条件.

1 问题描述

本节借助符号图对二分一致性问题进行描述. 考虑如下非线性多智能体系统:

$$\dot{x}_i = f(t, x_i) + u_i. \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n$, $x_i(t) \in R$ 为第*i*个子系统的状态, $u_i(t) \in R$ 为控制输入, $f: R^+ \times R \rightarrow R$ 为有界的非线性连续函数.

领导者动力学演化特性描述如下:

$$\dot{x}_0 = f(t, x_0), \quad (2)$$

其中 $x_0(t) \in R$ 为领导者的状态.

对抗交互是指系统中存在一些不愿意协作的个体,两组智能体之间存在着对抗交互关系. 具有对抗交互的多智能体系统通信关系可以建模成符号图^[4]. 符号图通常表示为 $G(\nu, \varepsilon, A)$, $\nu = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为包含*n*个节点的非空节点集, $\varepsilon \subseteq \nu \times \nu$ 为边集, $A = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$ 为邻接矩阵.

当通信拓扑固定时,邻接矩阵 A 是常数矩阵,否则 A 是时变矩阵,即 $A(t) = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$. (v_j, v_i) 表示从节点*j*到节点*i*有一条边,意味着节点*i*可以接收节点*j*. a_{ij} 为边 (v_j, v_i) 的权重,若 $(v_j, v_i) \in \varepsilon$ 则 $a_{ij} \neq 0$,否则 $a_{ij} = 0$. 假定图没有自环,意味着 $a_{ii} = 0$. 智能体*i*与智能体*j*之间的交互可以是协作的($a_{ij} \geq 0$),也可以是对抗的($a_{ij} < 0$). 很显然矩阵 A 不再是非负矩阵,除非多智能体系统只存在协作交互.

若 $(v_j, v_i) \in \varepsilon$,则节点*j*称作节点*i*的邻居, $N_i = \{v_j \in \nu : (v_j, v_i) \in \varepsilon\}$ 为节点*i*的邻居集.

定义1 对应于符号图 $G(\nu, \varepsilon, A)$ 的拉普拉斯矩阵可以表示为 $L = [l_{ij}]_{n \times n}$,其中

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \in N_i} |a_{ik}|, & j = i; \\ -a_{ij}, & j \neq i. \end{cases} \quad (3)$$

注1 根据定义1可知,符号图对应的拉普拉斯矩阵 L 行的和不再等于0,即 $L \cdot \mathbf{1} \neq 0$,除非系统中不存在任何对抗交互.

节点 v_i 的入度和出度分别定义为

$$\deg_{\text{in}}(v_i) = \sum_{j \in N_i} |a_{ij}|, \quad \deg_{\text{out}}(v_i) = \sum_{j \in N_i} |a_{ji}|. \quad (4)$$

可得 $L = C - A$, 其中 C 为入度矩阵, 其对角线元素为 $\deg_{in}(v_i)$.

定义2 若存在两个非空节点集 V_1 和 $V_2, V_1 \cup V_2 = V, V_1 \cap V_2 = \emptyset$, 使得 $a_{ij} \geq 0, \forall i, j \in V_s (s = 1, 2); a_{ij} \leq 0, \forall i \in V_s, j \in V_t, s \neq t (s, t \in \{1, 2\})$, 则称符号图 $G(\nu, \varepsilon, A)$ 是结构平衡的, 否则称其为结构不平衡^[5].

本文需要设计分布式控制律 $u_i(t)$ 实现如下二分一致性跟踪目标:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |x_i(t) - x_0(t)| &= 0, \forall i \in V_1; \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |x_i(t) + x_0(t)| &= 0, \forall i \in V_2. \end{aligned} \quad (5)$$

由此便定义了二分一致性控制问题, 即随着时间的推移系统中的智能体分成两组, 两组收敛目标的模相同, 符号却相反.

二分一致性问题与一般一致性问题的本质区别在于后者智能体之间只存在协作交互关系, 所有个体期望通过局部交互协同到相同的目标, 而前者不仅存在协作交互, 还存在对抗交互, 最终所有个体的目标状态不一致, 呈现出二分现象, 即一组智能体收敛到一个目标状态, 而另外一组智能体收敛到模相同符号相反的目标状态. 特别地, 当集合 V_2 退化成空集时, 二分一致性控制问题(5)便退化为一致性问题.

注2 与文献[5]探讨一阶线性智能体系统的二分一致性问题相比, 本文期望一组智能体能够跟踪目标领导者状态, 一组智能体收敛到与目标领导者模相同符号相反的状态, 控制目标目的性强. 文献[6]是针对一阶积分器多智能体系统, 在系统中既存在协作交互, 又存在对抗交互的条件下, 借助符号网络刻画子系统间的通信关系, 在领导者-跟随者框架下, 研究了二分一致性牵制控制问题. 然而, 现实应用中的生物个体、基因、移动机器人等具有内在的非线性特性, 本文探讨一类非线性多智能体系统的二分一致性跟踪控制问题, 具有更广泛的应用性, 所研究的被控对象存在着复杂的非线性特性, 给二分一致性跟踪控制律的设计及闭环系统稳定性分析增加了难度. 尽管文献[5]也对非线性二分一致性问题进行了研究, 但是本文探讨的是二分一致性跟踪控制问题, 是针对一类特殊非线性多智能体系统展开的相关研究, 所设计的控制律中引入了领导者项, 稳定性分析过程中引入了约束条件, 得到耦合增益的下界条件等相关结论.

2 控制器设计及稳定性分析

本节基于最近邻原则, 借助拉普拉斯矩阵和牵制增益矩阵, 设计分布式控制律. 借助Barbalat引理, 利用李亚谱诺夫函数, 证明整个闭环系统的稳定性.

假设1 对应于多智能体系统(1)的符号图

$G(\nu, \varepsilon, A)$ 是结构平衡的.

注3 当符号图结构平衡时, 意味着存在一个变换矩阵 D , 使得邻接矩阵 A 可以转化为一个非负矩阵^[18], 即矩阵 $D^T A D$ 的元素都是非负的, 其中变换矩阵 $D = \text{diag}\{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n\}, \sigma_i \in \{\pm 1\}$. 并且可知 $D^{-1} = D, D^T = D$.

对于对抗交互下的多智能体系统, 定义局部一致性跟踪误差 e_i 如下:

$$\begin{aligned} e_i &= \sum_{j \in N_i} |a_{ij}| (\text{sign}(a_{ij}) x_j - x_i) + \\ &\quad \gamma_i (\text{sign}(\sigma_i) x_0 - x_i). \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\sigma_i = \begin{cases} 1, & i \in V_1; \\ -1, & i \in V_2. \end{cases} \quad (7)$$

γ_i 为牵制增益, 若智能体 i 可以接收领导者的信息, 则 $\gamma_i > 0$, 否则 $\gamma_i = 0$. 于是, 牵制增益矩阵定义为 $G = \text{diag}\{\gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_n\}$.

基于最近邻原则, 设计如下分布式控制律:

$$u_i = \alpha \left(\sum_{j \in N_i} |a_{ij}| (\text{sign}(a_{ij}) x_j - x_i) + \gamma_i (\text{sign}(\sigma_i) x_0 - x_i) \right), \quad (8)$$

其中 $\alpha > 0$ 为耦合增益.

$|a_{ij}|$ 来源于拉普拉斯矩阵 L, γ_i 来源于牵制矩阵 G , 所设计的分布式控制律(8)实现了他们与符号函数 $\text{sign}(\sigma_i)$ 、耦合增益 α 的巧妙组合.

为便于下文的分析, 定义一致性跟踪误差如下:

$$\delta_i = x_i - \text{sign}(\sigma_i) x_0. \quad (9)$$

将 δ_i 关于时间 t 求导, 可得

$$\dot{\delta}_i = \dot{x}_i - \text{sign}(\sigma_i) \dot{x}_0. \quad (10)$$

将式(1)和(2)代入(10), 可得

$$\dot{\delta}_i = f(t, x_i) - \text{sign}(\sigma_i) f(t, x_0) + u_i. \quad (11)$$

借助拉普拉斯矩阵 L 和牵制增益矩阵 G , 将控制律(8)代入(10), 可得对应于全局一致性跟踪误差的闭环系统

$$\dot{\delta} = -\alpha(L + G)\delta + F(t, \delta). \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \delta &= \begin{bmatrix} x_1 - \text{sign}(\sigma_1) x_0 \\ \vdots \\ x_n - \text{sign}(\sigma_n) x_0 \end{bmatrix}, \\ F(t, \delta) &= \begin{bmatrix} f(t, x_1) - \text{sign}(\sigma_1) f(t, x_0) \\ \vdots \\ f(t, x_n) - \text{sign}(\sigma_n) f(t, x_0) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

拉普拉斯矩阵 L 、牵制增益矩阵 G 、符号函数 $\text{sign}(\sigma_i)$ 、耦合增益 α 等均出现在了闭环系统(12)中,再次实现了这些关键动态的组合. 令 $z = D\delta$, 有

$$\dot{z} = -\alpha D^T(L + G)Dz + DF. \quad (13)$$

假设2 假定系统(1)演化动力学特性 $f(t, x_i)$ 满足

$$\|f(t, x_i) - \text{sign}(\sigma_i)f(t, x_0)\| \leq l\|x_i - \text{sign}(\sigma_i)x_0\|. \quad (14)$$

注4 满足假设2的系统演化动力学特性是存在的,例如 $f(t, x_i) = \sin(x_i)$. 当 $i \in V_1$ 时, $\sigma_i = 1$, 有

$$\begin{aligned} |\sin x_i - \sin x_0| &= \\ \left| 2 \cos \frac{x_i + x_0}{2} \sin \frac{x_i - x_0}{2} \right| &\leq \\ 2 \cdot \frac{|x_i - x_0|}{2} &= |x_i - x_0|, \end{aligned}$$

此时 $l = 1$. 当 $i \in V_2$ 时, $\sigma_i = -1$, 有

$$\begin{aligned} |\sin x_i + \sin x_0| &= \\ \left| 2 \sin \frac{x_i + x_0}{2} \cos \frac{x_i - x_0}{2} \right| &\leq 2 \left| \sin \frac{x_i + x_0}{2} \right| \leq \\ 2 \cdot \frac{|x_i + x_0|}{2} &= |x_i + x_0|, \end{aligned}$$

此时 $l = 1$.

类似的,函数 $f(t, x_i) = \cos x_i$ 也满足假设2,进一步可以说明满足假设2的系统动力学特性是存在的,此假设是合理的,区别于文献[16-17],本文研究的非线性多智能体系统(1)是在满足假设2下的一类特殊系统.

假设2在实际应用中的普适意义在于其刻画了个体与领导者之间的动力学特性演化差异,受到其自身状态与领导者状态差异间的约束,同时还受到其与领导者之间是否存在协作或对抗交互关系的影响.

引理1 设 $\varpi(t) : R \rightarrow R$ 为时间区间 $[t_0, +\infty)$ 上的一致连续函数^[19], $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t \varpi(v)dv$ 存在且有界,则当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $\varpi(t) \rightarrow 0$.

定理1 考虑满足假设2的一类非线性多智能体系统(1),若对应于系统的符号图有一棵生成树且结构平衡(满足假设1),则至少有一个位于根节点的智能体可以获得参考目标(2)的信息,采用分布式控制律(8),存在矩阵 $P > 0, \Gamma = D^T(L + G)D > 0$, 当耦合增益满足

$$\alpha > \frac{2\lambda_{\max}(P)l}{\lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)} \quad (15)$$

时,随着时间的推移,闭环系统(13)是渐近稳定的,即一致性跟踪误差 $\delta \rightarrow 0 (t \rightarrow +\infty)$ 且二分一致性跟踪目标(5)可以实现.

证明 针对转换后的闭环系统(13),选择如下李亚谱诺夫函数:

$$V = z^T Pz. \quad (16)$$

将函数(16)沿系统(13)状态轨迹关于时间 t 求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z^T P\dot{z} + \dot{z}^T Pz = \\ z^T P(-\alpha D^T(L + G)Dz + DF) &+ \\ (F^T D^T - \alpha z^T D^T(L + G)^T D)Pz &= \\ -\alpha z^T PD^T(L + G)Dz + z^T PDF &+ \\ F^T D^T Pz - \alpha z^T D^T(L + G)^T DPz. & \quad (17) \end{aligned}$$

由于系统(1)演化动力学特性 $f(t, x_i)$ 满足假设2,有

$$\begin{aligned} \|F(t, \delta)\| &= \left\| \begin{bmatrix} \|f(t, x_1) - \text{sign}(\sigma_1)f(t, x_0)\| \\ \vdots \\ \|f(t, x_n) - \text{sign}(\sigma_n)f(t, x_0)\| \end{bmatrix} \right\| \leq \\ l \begin{bmatrix} \|\delta_1\| \\ \vdots \\ \|\delta_n\| \end{bmatrix} &= l\|\delta\|, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\|DF\| \leq l\|z\|. \quad (19)$$

令 $\Gamma = D^T(L + G)D$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ -\alpha z^T (P\Gamma + \Gamma^T P)z + 2z^T PDF &\leq \\ -\alpha \lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)\|z\|^2 + 2\|z\| \|PDF\| &\leq \\ -\alpha \lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)\|z\|^2 + 2\lambda_{\max}(P)l\|z\|^2 &= \\ -\left(\alpha - \frac{2\lambda_{\max}(P)l}{\lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)}\right) \lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)\|z\|^2. & \quad (20) \end{aligned}$$

选择恰当的耦合增益 α 满足

$$\alpha > \frac{2\lambda_{\max}(P)l}{\lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)}.$$

上式右端给出了耦合增益 α 满足的下界,其依赖于正定矩阵 P 、置换矩阵 D 、拉普拉斯矩阵 L 、牵制矩阵 G 、参数 l 等.

由于 $\|z\| \geq 0$, 可得 $\dot{V} \leq 0$. 令

$$\begin{aligned} \varpi(z) &= \\ \left(\alpha - \frac{2\lambda_{\max}(P)l}{\lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)}\right) \lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P)\|z\|^2, & \quad (21) \end{aligned}$$

可得

$$\dot{V} \leq -\varpi(z). \quad (22)$$

不等式(22)两边积分可得

$$\int_{t_0}^t \varpi(v)dv \leq V(t_0) - V(t). \quad (23)$$

由于 $0 \leq V(t) \leq V(t_0)$, 可得 $\int_{t_0}^t \varpi(v)dv$ 存在且有界,

根据 Barbalat 引理 1 可得, 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $\varpi(z) \rightarrow 0$, 即 $z \rightarrow 0$.

由于 $z = D\delta$, 随着时间的推移有 $\delta \rightarrow 0$, 即 $(x_i - \text{sign}(\sigma_i)x_0) \rightarrow 0$. 可以得到在 $i \in V_1$ 中有 $x_i \rightarrow x_0$, 在节点集 $i \in V_2$ 中有 $x_i \rightarrow -x_0$, 这意味着在分布式控制律 (8) 下, 二分一致性跟踪目标可以实现. \square

注 5 由于通信中存在对抗交互, 使得拓扑连接要求更高, 本文要求智能体之间的交互在理想网络进行, 若在数字网络下传输的信号量化或离散化, 则会导致系统模型有较大差异, 分析更为复杂. 对抗交互使得拉普拉斯矩阵 L 行和不为 0, 分布式控制律 (8)、一致性跟踪误差 (9) 中出现了符号函数, 尽管借助正交矩阵 D 将误差系统转化为 (13), 然而式 (13) 中 F 的存在使得闭环系统的稳定性分析具有一定的难度.

3 仿真分析

考虑由 4 个智能体组成的非线性多智能体系统, 在系统中 $f(t, x_i) = \sin x_i$, 初始状态 $x_1(0) = 0.5$, $x_2(0) = -1$, $x_3(0) = 3$, $x_4(0) = -2$.

在场景 1 中, 智能体之间采用有向通信拓扑, 如图 1 所示. 可以看出符号图含有有向生成树, 智能体 2 与智能体 3 之间存在对抗交互关系, 其余智能体之间是协作关系, 此符号图是结构平衡的.

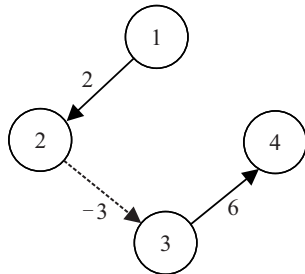


图 1 场景 1 中 4 个智能体之间的通信拓扑

采用二分一致性控制律, 可得如图 2 所示的二分一致性结果, 智能体 1 与智能体 2 构成 1 组, 智能体 3 与智能体 4 构成另外 1 组, 这两组结果符号相反, 模相等.

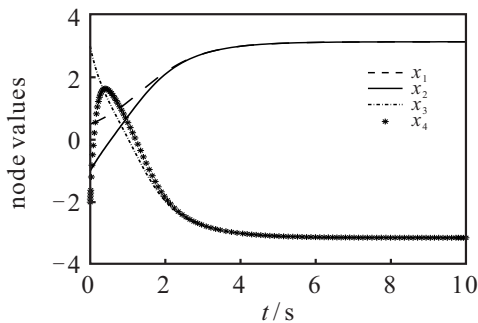


图 2 场景 1 中有向通信拓扑下的多智能体系统二分一致性结果

在场景 2 中, 通信拓扑仍然采用图 1 所示的有向通信拓扑, 智能体之间的协作与对抗交互关系不变, 在此基础上, 引入动态虚拟领导者 $x_0 = \sin x_0$, 初值为 5, 牵制增益 $\gamma_1 = 1$, 其余为 0. 于是有

$$L + G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 6 \end{bmatrix}$$

选择置换矩阵 $D = \text{diag}\{1, 1, -1, -1\}$. 对矩阵 $L + G$ 进行变换, 则 $\Gamma = D^T(L + G)D$ 即为非负图对应的矩阵结果. 选取李亚谱诺夫函数矩阵 $P = I$, 可得

$$\lambda_{\min}(P\Gamma + \Gamma^T P) = 2, \lambda_{\max}(P) = 1.$$

在式 (15) 中, $l = 1$, 于是可得定理 1 中 $\alpha > 1$.

进一步选择所提出的二分一致性跟踪控制律 (8), 在耦合增益满足下界条件 (15) 下, 二分一致性跟踪结果如图 3 所示. 由图 3 可见, 智能体之间不仅实现了二分一致性跟踪目标, 智能体 1 与智能体 2 跟踪上了动态虚拟领导者的状态演化, 智能体 3 与智能体 4 收敛到了与领导者模相等、符号相反的目标值.

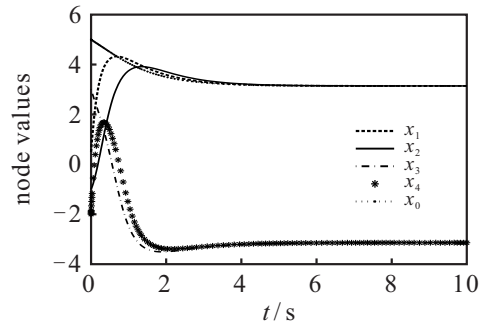


图 3 场景 2 中存在虚拟领导者时的多智能体系统二分一致性跟踪结果

4 结论

本文研究了一类特殊的非线性多智能体系统的二分一致性跟踪控制问题, 不仅考虑了智能体间的协作交互, 而且考虑了智能体间的对抗交互. 所提出的方法是分布式的, 每个智能体只需要知道自己及邻居的状态, 通过分析闭环系统的稳定性得到耦合增益的下界条件. 在满足符号图结构平衡的条件下, 通过选取满足下界条件的耦合增益, 在所设计的二分一致性跟踪控制律下, 一组智能体跟踪上领导者的状态值, 另一组智能体收敛到与领导者模相等符号相反的状态值, 实现了二分一致性跟踪目标. 仿真实验验证了所提出控制方法的有效性.

参考文献 (References)

[1] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J].

- Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [2] Wasserman S, Faust K. Social network analysis: Methods and applications[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1994: 1-857.
- [3] Cartwright D, Harary F. Structural balance: A generalization of Heider's theory[J]. Psychological Review, 1956, 63(5): 277-293.
- [4] Zaslavsky T. Signed graphs[J]. Discrete Applied Mathematics, 1982, 4(1): 47-74.
- [5] Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(4): 935-946.
- [6] 邵海滨, 潘鹿鹿, 席裕庚, 等. 符号网络下多智能体系统二分一致性的牵制控制问题[J]. 控制与决策, 2019, 34(8): 1695-1701.
(Shao H B, Pan L L, Xi Y G, et al. Leader-following bipartite consensus of multi-agent systems under signed networks[J]. Control and Decision, 2019, 34(8): 1695-1701.)
- [7] Hu J P, Zheng W X. Emergent collective behaviors on cooperation networks[J]. Physics Letters A, 2014, 378(26/27): 1787-1796.
- [8] Valcher M E, Misra P. On the consensus and bipartite consensus in high-order multi-agent dynamical systems with antagonistic interactions[J]. Systems & Control Letters, 2014, 66: 94-103.
- [9] Zhang H W, Chen J. Bipartite consensus of multi-agent systems over signed graphs: State feedback and output feedback control approaches[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2017, 27(1): 3-14.
- [10] Yaghmaie F A, Su R, Lewis F L. Bipartite output synchronization of linear heterogeneous multi-agent systems via output feedback[C]. 2016 American Control Conference. Boston, 2016: 1024-1029.
- [11] Meng D Y, Du M J, Jia Y M. Interval bipartite consensus of networked agents associated with signed digraphs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(12): 3755-3770.
- [12] Meng D Y, Meng Z Y, Hong Y G. Uniform convergence for signed networks under directed switching topologies[J]. Automatica, 2018, 90: 8-15.
- [13] Lu J Q, Wang Y Q, Shi X C, et al. Finite-time bipartite consensus for multiagent systems under detail-balanced antagonistic interactions[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(6): 3867-3875.
- [14] Zhang H G, Duan J, Wang Y C, et al. Bipartite fixed-time output consensus of heterogeneous linear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(2): 548-557.
- [15] Liu X Y, Cao J D, Xie C L. Finite-time and fixed-time bipartite consensus of multi-agent systems under a unified discontinuous control protocol[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(2): 734-751.
- [16] Shahvali M, Naghibi-Sistani M B, Askari J. Adaptive output-feedback bipartite consensus for nonstrict-feedback nonlinear multi-agent systems: A finite-time approach[J]. Neurocomputing, 2018, 318: 7-17.
- [17] Yang H J, Ye D. Adaptive fixed-time bipartite tracking consensus control for unknown nonlinear multi-agent systems: An information classification mechanism[J]. Information Sciences, 2018, 459: 238-254.
- [18] Wang J W, Chen K R, Lewis F L. Coordination of multi-agent systems on interacting physical and communication topologies[J]. Systems & Control Letters, 2017, 100: 56-65.
- [19] Khalil H K. Nonlinear systems [M]. The 3rd edition. New Jersey: Prentice-Hall, 2002: 1-750.

作者简介

刘建刚(1984—),男,副教授,博士,从事协同控制理论及其应用等研究, E-mail: jgangliu@csu.edu.cn;

杨胜杰(1987—),男,讲师,博士,从事智能电网优化等研究, E-mail: 1078800805@qq.com;

王仲梅(1979—),女,讲师,硕士,从事运筹优化理论等研究, E-mail: 573340539@163.com;

廖云华(1989—),男,讲师,博士,从事图论及优化等研究, E-mail: 307156168@qq.com;

谢小良(1964—),男,教授,博士,从事系统优化等研究, E-mail: denan2003@163.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)